UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
Centro de Informática
Processamento Gráfico- 1º Semestre/2008
1º Exercício Escolar - 30/05/2008

1. (2,5 pt.) Um aluno de P.G. pretende simular uma partícula percorrendo uma certa trajetória num toro ("câmera de pneu"). O eixo OZ é o seu eixo de simetria, com seu centróide na origem. Uma de suas seções na interseção com o plano YZ está centrada no ponto $(0,5,0)$ e possui raio 2. A partícula começa sua trajetória no ponto $(0,5,2)$ e segue no sentido horário girando em torno de uma seção, sendo que se pretende simular este movimento com uma rotação de 10^o em torno do eixo OZ seguida de uma rotação de 10^o (anti-horário) em torno de uma seção. Essas rotações são executadas no tempo t. Encontre as matrizes das rotações que devem ser aplicadas ao ponto em coordenadas homogêneas em cada tempo t.

2. (1,5 pt.) Considere a curva de Bézier $\mathbf{b}(t)$ cuja poligonal é dada pelos pontos: (-1,0),(0,2),(1,-1) e (3,0) (nesta ordem), com $t \in [0,1]$. Para que valores do parâmetro t a derivada desta cúbica é paralela à reta $y = -x + 3$?

3. (3,0 pt.) Considere a malha de controle composta por: $\mathbf{b}_{00} = (0,0,0)$, $\mathbf{b}_{01} = (0,1,1)$, $\mathbf{b}_{02} = (0,2,0)$, $\mathbf{b}_{10} = (1,0,1)$, $\mathbf{b}_{11} = (1,1,2)$, $\mathbf{b}_{12} = (1,2,1)$, $\mathbf{b}_{20} = (2,0,0)$, $\mathbf{b}_{21} = (2,1,1)$ e $\mathbf{b}_{22} = (2,2,0)$. A superfície de Bézier Tensorial é uma aplicação $\mathbf{b}_{00}^{2,2} : [0,1] \times [0,1] \to \mathbb{E}^3$, onde $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(0,0) = \mathbf{b}_{00}$, $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(0,1) = \mathbf{b}_{02}, \mathbf{b}_{00}^{2,2}(1,0) = \mathbf{b}_{20}$ e $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(1,1) = \mathbf{b}_{22}$, caracterizada por ser o resultado da aplicação do algoritmo de de Casteljau a esta malha. C
   (a) Encontre $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.
   (b) Faça um esboço da superfície junto com a malha de controle. Observe que o ponto encontrado no item anterior pertence ao plano que contém os pontos $\mathbf{b}_{01}$, $\mathbf{b}_{10}$, $\mathbf{b}_{21}$ e $\mathbf{b}_{12}$. Faça o esboço deste plano, que é tangente à superfície.
   (c) As curvas isoparamétricas são curvas de Bézier. Encontre os pontos de controle da curva para a qual $s = \frac{1}{4}$, bem como para a curva tal que $t = \frac{3}{4}$.
   (d) Encontre as equações cartesianas das curvas das bordas.
   (e) Mostre que a equação cartesiana da superfície é $z - 1 = -\frac{(x-1)^2}{2} - \frac{(y-1)^2}{2}$

4. (3,0 pt.) Considere a curva de Bézier controlada por $(0,0), (0,2), (2,0)$ e $(0,0)$, nesta ordem.
   (a) Encontre $\mathbf{b}_0^3(\frac{1}{2})$.
   (b) Faça um esboço da curva bem como das curvas das derivadas.
   (c) Encontre para quais valores de $t \in [0,1]$ a reta de equação $y = x$ é normal à curva.
   (d) Pretende-se concatenar esta curva com outra cúbica de Bézier, de forma que a curva composta seja $\mathcal{C}^2$, com a primeira curva parametrizada por $u \in [0,1]$, enquanto que a segunda por $u \in [1,2]$. O último ponto de controle da segunda curva é $(-8,0)$. Encontre os demais pontos de controle da segunda curva.
   (e) Suponha que existem duas curvas de Bézier $\mathbf{b}_0^n(t)$ e $\mathbf{c}_0^n(t)$, parametrizadas pelo mesmo $t \in [0,1]$. Mostre que avaliar cada curva para um dado t, seguido de uma interpolação linear dos resultados, é equivalente a se fazer uma interpolação linear dos correspondentes pontos de controle das duas curvas, seguido de uma avaliação para um dado t.

Bom Trabalho!