

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFX***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

1	2	3	4	5	6
A	A	0	0	0	0
B	B	1	1	1	1
C	C	2	2	2	2
D	D	3	3	3	3
E	E	4	4	4	4
F	F	5	5	5	5
		6	6	6	6
		7	7	7	7
		8	8	8	8
		9	9	9	9

- 1.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$
- (B)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$
- (C)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$
- (D)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$
- (E)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$
- (F)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$

- 2.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (B)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (D)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (F)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

- 3.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)

- 4.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 5.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFIX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	0	A	A	0
1	1	1	B	B	1
2	2	2	C	C	2
3	3	3	D	D	3
4	4	4	E	E	4
5	5	5	F	F	5
6	6	6			6
7	7	7			7
8	8	8			8
9	9	9			9

- 1.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 3.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)

- 4.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

(A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

- (B)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

- 5.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (B)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (C)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (D)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$   
 (E)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$

- 6.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Processamento Gráfico-2009.2  
Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Identificação:** \_\_\_\_\_

## *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

## **CONTROLE MIXNFX**

A 10x10 grid of circles. Black dots are placed at the intersections of the diagonal line where both row and column indices are equal (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6), (7,7), (8,8), and (9,9).

1	2	3	4	5	6
0 ○ ○	A ○	0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	A ○
1 ○ ○	B ○	1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	B ○
2 ○ ○	C ○	2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	C ○
3 ○ ○	D ○	3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	D ○
4 ○ ○	E ○	4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	E ○
5 ○ ○	F ○	5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○	F ○
6 ○ ○		6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○	
7 ○ ○		7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○	
8 ○ ○		8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○	
9 ○ ○		9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○	

- 1.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

- 2.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$
- (B)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$
- (C)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$
- (D)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$
- (E)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$
- (F)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$

- 3.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 4.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se

$T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)

- 5.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)

- 6.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêtricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (B)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (D)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (F)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	○	●	○	●	○	●	○	●
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	○ ○	A	0	○ ○	A
1	○ ○	B	1	○ ○	B
2	○ ○	C	2	○ ○	C
3	○ ○	D	3	○ ○	D
4	○ ○	E	4	○ ○	E
5	○ ○	F	5	○ ○	F
6	○ ○		6	○ ○	6
7	○ ○		7	○ ○	7
8	○ ○		8	○ ○	8
9	○ ○		9	○ ○	9

- 1.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . **(1.500, 0.000)**

- 2.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: **(1.000, -1.000)**

- (A)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$
- (B)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$
- (C)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$
- (D)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$
- (E)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$
- (F)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$

- 3.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. **(2.000, 0.000)**

- 4.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ .

Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomado no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: **(2.000, -2.000)**

- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (B)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (D)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

- 5.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . **(1.500, -1.500)**

- 6.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . **(2.000, -2.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFIX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	●	●	●	●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	A	0	0	A	0
1	B	1	1	B	1
2	C	2	2	C	2
3	D	3	3	D	3
4	E	4	4	E	4
5	F	5	5	F	5
6		6	6		6
7		7	7		7
8		8	8		8
9		9	9		9

- 1.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. **(2.000, 0.000)**

- 2.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: **(1.000, -1.000)**

- (A)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$
- (B)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$
- (C)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$
- (D)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$
- (E)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$
- (F)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$

- 3.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . **(1.500, -1.500)**

- 4.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por

um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . **(2.000, -2.000)**

- 5.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêtricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: **(2.000, -2.000)**

- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (D)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (F)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

- 6.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	A	0	0	A	0
1	B	1	1	B	1
2	C	2	2	C	2
3	D	3	3	D	3
4	E	4	4	E	4
5	F	5	5	F	5
6		6	6		6
7		7	7		7
8		8	8		8
9		9	9		9

- 1.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)
- 2.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)
- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (C)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (D)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (E)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- 3.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)
- 4.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)
- 5.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$
- (B)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$
- (C)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$
- (D)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$
- (E)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$
- (F)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$
- 6.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	○	●	●	●	○	●	●	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6							
A	0	○	○	A	0	○	○	0	○	○	0	○
B	1	○	○	B	1	○	○	1	○	○	1	○
C	2	○	○	C	2	○	○	2	○	○	2	○
D	3	○	○	D	3	○	○	3	○	○	3	○
E	4	○	○	E	4	○	○	4	○	○	4	○
F	5	○	○	F	5	○	○	5	○	○	5	○
	6	○	○		6	○	○	6	○	○	6	○
	7	○	○		7	○	○	7	○	○	7	○
	8	○	○		8	○	○	8	○	○	8	○
	9	○	○		9	○	○	9	○	○	9	○

- 1.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (B)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (C)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$   
 (D)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (E)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$

- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 3.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

- (A)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

(C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

- 4.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)

- 5.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Processamento Gráfico-2009.2  
Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

**Nome:** \_\_\_\_\_

**Identificação:** \_\_\_\_\_

## *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

## CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. In the first row, the 4th circle from the left is filled black. In the second row, the 2nd, 4th, and 8th circles from the left are filled black. In the third row, the 4th circle from the left is filled black. In the fourth row, the 1st circle from the left is filled black. All other circles in the grid are empty.

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

- 1.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

$$\begin{array}{ll}
 (\text{A}) & \left( \begin{array}{cc} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x - 2y \\ y \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 2 \\ 1 \end{array} \right] \\
 (\text{B}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right] \\
 (\text{C}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x - 2y \\ y \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 2 \\ 1 \end{array} \right] \\
 (\text{D}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right] \\
 (\text{E}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right] \\
 (\text{F}) & \left( \begin{array}{cc} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 1 \\ -1 \end{array} \right]
 \end{array}$$

- 2.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)

- 3.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)

- 4.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

- 5.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 6.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

$$\begin{array}{ll}
 (\text{A}) & T(x, y) = (x - y, 1 - y) \\
 (\text{B}) & T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1) \\
 (\text{C}) & T(x, y) = (2 - 2x, x - y) \\
 (\text{D}) & T(x, y) = (y - x, x - 1) \\
 (\text{E}) & T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1) \\
 (\text{F}) & T(x, y) = (x - y, y - 1)
 \end{array}$$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	●	●	●	○	○	○	○
○	○	○	○	●	○	○	○	○	●	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	A	A	0	0
1	1	B	B	1	1
2	2	C	C	2	2
3	3	D	D	3	3
4	4	E	E	4	4
5	5	F	F	5	5
6	6			6	6
7	7			7	7
8	8			8	8
9	9			9	9

- 1.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)
- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)
- 3.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)
- (A)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (D)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (F)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- 4.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$
- (B)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$
- (C)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$
- (D)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$
- (E)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$
- (F)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$
- 5.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)
- 6.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do “relógio”. Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### *CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	●	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
A	A	0	0	0	0
B	B	1	1	1	1
C	C	2	2	2	2
D	D	3	3	3	3
E	E	4	4	4	4
F	F	5	5	5	5
		6	6	6	6
		7	7	7	7
		8	8	8	8
		9	9	9	9

- 1.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1,1), (0,2), (2,1)\}$  e  $S_2 = \{(2,1), (1,2), (1,1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x,y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)
- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (C)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (D)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- 2.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2,1) = (1,0)$ , onde  $(2,1)$  é um ponto;  $T(1,0) = (1,0)$  e  $T(-2,-1) = (-1,1)$  onde, neste caso,  $(1,0)$  e  $(-2,-1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x,y) = (2 - 2x, x - y)$
- (B)  $T(x,y) = (x - y, 1 - y)$
- (C)  $T(x,y) = (1 + x - 2y, y - 1)$
- (D)  $T(x,y) = (1 + x - 2y, x - 1)$
- (E)  $T(x,y) = (y - x, x - 1)$
- (F)  $T(x,y) = (x - y, y - 1)$
- 3.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)
- 4.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)
- 5.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)
- 6.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque 5( $a + b + c + d$ ). (2.000, -2.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
F	5	5	5	5	F
	6	6	6	6	
	7	7	7	7	
	8	8	8	8	
	9	9	9	9	

- 1.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (B)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (C)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (D)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$   
 (E)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$

- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 3.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

- 4.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)

- 5.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)

- 6.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	○	○	○	○	●	●	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6					
A	0	○	○	A	0	○	○	0	○	○
B	1	○	○	B	1	○	○	1	○	○
C	2	○	○	C	2	○	○	2	○	○
D	3	○	○	D	3	○	○	3	○	○
E	4	○	○	E	4	○	○	4	○	○
F	5	○	○	F	5	○	○	5	○	○
	6	○	○		6	○	○	6	○	○
	7	○	○		7	○	○	7	○	○
	8	○	○		8	○	○	8	○	○
	9	○	○		9	○	○	9	○	○

- 1.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1,1), (0,2), (2,1)\}$  e  $S_2 = \{(2,1), (1,2), (1,1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x,y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

$$\begin{array}{ll}
 (\text{A}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} 8-x-2y \\ y-2 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right] \\
 (\text{B}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} 8-x-2y \\ y-2 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right] \\
 (\text{C}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x-2y \\ y \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 2 \\ 1 \end{array} \right] \\
 (\text{D}) & \left( \begin{array}{cc} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} x+2y+2 \\ x-y-1 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 1 \\ -1 \end{array} \right] \\
 (\text{E}) & \left( \begin{array}{cc} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x-2y \\ y \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 2 \\ 1 \end{array} \right] \\
 (\text{F}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x-2y+4 \\ y-1 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right]
 \end{array}$$

- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 3.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2,1) = (1,0)$ , onde  $(2,1)$  é um ponto;  $T(1,0) = (1,0)$  e  $T(-2,-1) = (-1,1)$  onde, neste caso,  $(1,0)$  e  $(-2,-1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x,y) = (1+x-2y, y-1)$   
 (B)  $T(x,y) = (x-y, 1-y)$   
 (C)  $T(x,y) = (1+x-2y, x-1)$   
 (D)  $T(x,y) = (2-2x, x-y)$   
 (E)  $T(x,y) = (x-y, y-1)$   
 (F)  $T(x,y) = (y-x, x-1)$

- 4.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1,1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6-6t+3t^2, 3+12t-21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a,b)$ , então marque  $a+b$ . (1.500, 0.000)

- 5.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Considere o operador afim que rotaiona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a+b+c+d)$ . (2.000, -2.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### *CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	●	○	●	○	●	●	○	●	●	●	○	●	●	●	○
●	○	●	○	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6														
A	0	○	○	A	0	○	○	0	○	○	0	○	○	0	○	○	0	○	○
B	1	○	○	B	1	○	○	1	○	○	1	○	○	1	○	○	1	○	○
C	2	○	○	C	2	○	○	2	○	○	2	○	○	2	○	○	2	○	○
D	3	○	○	D	3	○	○	3	○	○	3	○	○	3	○	○	3	○	○
E	4	○	○	E	4	○	○	4	○	○	4	○	○	4	○	○	4	○	○
F	5	○	○	F	5	○	○	5	○	○	5	○	○	5	○	○	5	○	○
	6	○	○		6	○	○	6	○	○	6	○	○	6	○	○	6	○	○
	7	○	○		7	○	○	7	○	○	7	○	○	7	○	○	7	○	○
	8	○	○		8	○	○	8	○	○	8	○	○	8	○	○	8	○	○
	9	○	○		9	○	○	9	○	○	9	○	○	9	○	○	9	○	○

- 1.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (B)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (C)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$   
 (D)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (E)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$

- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 3.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

$$(C) \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$(D) \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(E) \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$(F) \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- 4.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque 5( $a + b + c + d$ ). (2.000, -2.000)

- 5.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	●	●	●	●	●	○	○	○
○	○	●	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	A	0
B	1	1	1	B	1
C	2	2	2	C	2
D	3	3	3	D	3
E	4	4	4	E	4
F	5	5	5	F	5
6	6	6		6	
7	7	7		7	
8	8	8		8	
9	9	9		9	

- 1.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$
- (B)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$
- (C)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$
- (D)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$
- (E)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$
- (F)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$

- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 3.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)

- 4.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)

- 5.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêtricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomado no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (B)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (C)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (D)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

- 6.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	●	●	○	●	○	○	○	○	○
●	○	○	●	●	●	○	●	○	●	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	○ ○	A	0	○ ○	A
1	○ ○	B	1	○ ○	B
2	○ ○	C	2	○ ○	C
3	○ ○	D	3	○ ○	D
4	○ ○	E	4	○ ○	E
5	○ ○	F	5	○ ○	F
6	○ ○		6	○ ○	6
7	○ ○		7	○ ○	7
8	○ ○		8	○ ○	8
9	○ ○		9	○ ○	9

- 1.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. **(2.000, 0.000)**
- 2.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomado no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: **(2.000, -2.000)**
- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- 4.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: **(1.000, -1.000)**
- (A)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (B)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (C)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$   
 (D)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (E)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$
- 5.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . **(2.000, -2.000)**
- 6.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . **(1.500, -1.500)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFIX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	A	0	A	0
1	1	B	1	B	1
2	2	C	2	C	2
3	3	D	3	D	3
4	4	E	4	E	4
5	5	F	5	F	5
6	6		6		6
7	7		7		7
8	8		8		8
9	9		9		9

- 1.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. **(2.000, 0.000)**
- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . **(1.500, -1.500)**
- 3.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: **(1.000, -1.000)**
- (A)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (B)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (C)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$   
 (D)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (E)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$
- 4.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . **(1.500, 0.000)**
- 5.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêtricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomado no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: **(2.000, -2.000)**
- (A)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- 6.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do “relógio”. Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . **(2.000, -2.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### *CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	●	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	●	○	○	●	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	A	0	0	0
1	1	B	1	1	1
2	2	C	2	2	2
3	3	D	3	3	3
4	4	E	4	4	4
5	5	F	5	5	5
6	6		6	6	6
7	7		7	7	7
8	8		8	8	8
9	9		9	9	9

- 1.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)

- 2.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$
- (B)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$
- (C)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$
- (D)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$
- (E)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$
- (F)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$

- 3.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)

- 4.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêtricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

- (A)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (C)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (D)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

- 5.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 6.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFIX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	0	A	A	0
1	1	1	B	B	1
2	2	2	C	C	2
3	3	3	D	D	3
4	4	4	E	E	4
5	5	5	F	F	5
6	6	6			6
7	7	7			7
8	8	8			8
9	9	9			9

- 1.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. **(2.000, 0.000)**
- 2.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . **(1.500, 0.000)**
- 3.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . **(2.000, -2.000)**
- 4.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: **(1.000, -1.000)**
- (A)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (B)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$
- 5.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêtricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomado no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: **(2.000, -2.000)**
- (A)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- 6.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . **(1.500, -1.500)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	●	○	●	○	○	●	●	○	●
●	○	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
F	5	5	5	5	F
	6	6	6	6	
	7	7	7	7	
	8	8	8	8	
	9	9	9	9	

- 1.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$
- (B)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$
- (C)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$
- (D)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$
- (E)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$
- (F)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$

- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 3.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

- 4.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se

$T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)

- 5.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)

- 6.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêtricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (D)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (E)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (F)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### *CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	A	A
1	1	1	1	B	B
2	2	2	2	C	C
3	3	3	3	D	D
4	4	4	4	E	E
5	5	5	5	F	F
6	6	6	6		
7	7	7	7		
8	8	8	8		
9	9	9	9		

- 1.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . **(1.500, 0.000)**

- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . **(1.500, -1.500)**

- 3.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. **(2.000, 0.000)**

- 4.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . **(2.000, -2.000)**

- 5.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um

ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: **(1.000, -1.000)**

- (A)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (B)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (C)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$   
 (D)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (E)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$

- 6.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêtricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: **(2.000, -2.000)**

- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	○	○
○	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6							
A	0	○	○	A	0	○	○	0	○	○	0	○
B	1	○	○	B	1	○	○	1	○	○	1	○
C	2	○	○	C	2	○	○	2	○	○	2	○
D	3	○	○	D	3	○	○	3	○	○	3	○
E	4	○	○	E	4	○	○	4	○	○	4	○
F	5	○	○	F	5	○	○	5	○	○	5	○
	6	○	○		6	○	○	6	○	○	6	○
	7	○	○		7	○	○	7	○	○	7	○
	8	○	○		8	○	○	8	○	○	8	○
	9	○	○		9	○	○	9	○	○	9	○

- 1.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$   
 (B)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (C)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (D)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (E)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$

- 2.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)

- 3.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$(C) \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$(D) \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$(E) \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$(F) \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- 4.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)

- 5.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 6.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### *CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	A	0
B	1	1	1	B	1
C	2	2	2	C	2
D	3	3	3	D	3
E	4	4	4	E	4
F	5	5	5	F	5
	6	6	6		6
	7	7	7		7
	8	8	8		8
	9	9	9		9

- 1.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (B)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$   
 (C)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (D)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (E)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$
- 2.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)
- 3.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)
- 4.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)
- 5.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêtricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)
- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- 6.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	●	○	○	○	○	●	○	○
○	○	○	○	●	○	○	●	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	A	A	0	0
1	1	B	B	1	1
2	2	C	C	2	2
3	3	D	D	3	3
4	4	E	E	4	4
5	5	F	F	5	5
6	6			6	6
7	7			7	7
8	8			8	8
9	9			9	9

- 1.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)
- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)
- 3.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (B)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (C)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (D)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$   
 (E)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$   
 (F)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$
- 4.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomado no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)
- 5.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)
- 6.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	○	●	●	○	○	●	●	●
●	○	○	○	○	○	●	○	●	●	○	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	A	0	0	A
1	1	B	1	1	B
2	2	C	2	2	C
3	3	D	3	3	D
4	4	E	4	4	E
5	5	F	5	5	F
6	6		6	6	
7	7		7	7	
8	8		8	8	
9	9		9	9	

- 1.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)
- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)
- 3.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$   
 (B)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (C)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (D)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (E)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$
- 4.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)
- 5.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)
- 6.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêtricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomado no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)
- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
●	○	○	○	○	○	○	●	○	●	○	●	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
F	5	5	5	5	F
	6	6	6	6	
	7	7	7	7	
	8	8	8	8	
	9	9	9	9	

- 1.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2,1) = (1,0)$ , onde  $(2,1)$  é um ponto;  $T(1,0) = (1,0)$  e  $T(-2,-1) = (-1,1)$  onde, neste caso,  $(1,0)$  e  $(-2,-1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x,y) = (x-y, 1-y)$
- (B)  $T(x,y) = (1+x-2y, x-1)$
- (C)  $T(x,y) = (x-y, y-1)$
- (D)  $T(x,y) = (y-x, x-1)$
- (E)  $T(x,y) = (1+x-2y, y-1)$
- (F)  $T(x,y) = (2-2x, x-y)$

- 2.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a+b+c+d)$ . (2.000, -2.000)

- 3.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 4.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6-6t+3t^2, 3+12t-21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a+b$ . (1.500, 0.000)

- 5.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêtricas:  $S_1 = \{(1,1), (0,2), (2,1)\}$  e  $S_2 = \{(2,1), (1,2), (1,1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x,y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8-x-2y \\ y-2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (B)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x+2y+2 \\ x-y-1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8-x-2y \\ y-2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (D)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x-2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (E)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x-2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x-2y+4 \\ y-1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### *CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	●	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	●	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	A	0
B	1	1	1	B	1
C	2	2	2	C	2
D	3	3	3	D	3
E	4	4	4	E	4
F	5	5	5	F	5
6	6	6		6	
7	7	7		7	
8	8	8		8	
9	9	9		9	

- 1.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$   
 (B)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (C)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (D)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (E)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$

- 2.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)

- 3.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

- 4.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por

um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)

- 5.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêtricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

- 6.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Processamento Gráfico-2009.2  
Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Identificação:** \_\_\_\_\_

## *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

## **CONTROLE MIXNFX**

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. Some circles are filled black, while others are empty. The pattern of filled circles follows a specific rule: they appear in every third circle starting from the first circle in each row. Specifically, the filled circles are located at the coordinates (1,1), (1,4), (1,7), (1,10), (2,1), (2,4), (2,7), (2,10), (3,1), (3,4), (3,7), (3,10), (4,1), (4,4), (4,7), (4,10), (5,1), (5,4), (5,7), (5,10), (6,1), (6,4), (6,7), (6,10), (7,1), (7,4), (7,7), (7,10), (8,1), (8,4), (8,7), (8,10), (9,1), (9,4), (9,7), (9,10), and (10,1), (10,4), (10,7), (10,10). This results in a total of 40 filled circles and 60 empty circles.

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

- 1.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1,1), (0,2), (2,1)\}$  e  $S_2 = \{(2,1), (1,2), (1,1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x,y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

$$\begin{array}{ll}
 (\text{A}) & \left( \begin{array}{cc} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} x+2y+2 \\ x-y-1 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 1 \\ -1 \end{array} \right] \\
 (\text{B}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} 8-x-2y \\ y-2 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right] \\
 (\text{C}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x-2y \\ y \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 2 \\ 1 \end{array} \right] \\
 (\text{D}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x-2y+4 \\ y-1 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right] \\
 (\text{E}) & \left( \begin{array}{cc} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x-2y \\ y \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 2 \\ 1 \end{array} \right] \\
 (\text{F}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} 8-x-2y \\ y-2 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right]
 \end{array}$$

- 2.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a+b+c+d)$ . (2.000, -2.000)

- 3.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6-6t+3t^2, 3+12t-21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a+b$ . (1.500, 0.000)

- 4.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 5.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2,1) = (1,0)$ , onde  $(2,1)$  é um ponto;  $T(1,0) = (1,0)$  e  $T(-2,-1) = (-1,1)$  onde, neste caso,  $(1,0)$  e  $(-2,-1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

$$\begin{array}{ll}
 (\text{A}) & T(x,y) = (x-y, y-1) \\
 (\text{B}) & T(x,y) = (1+x-2y, x-1) \\
 (\text{C}) & T(x,y) = (2-2x, x-y) \\
 (\text{D}) & T(x,y) = (y-x, x-1) \\
 (\text{E}) & T(x,y) = (1+x-2y, y-1) \\
 (\text{F}) & T(x,y) = (x-y, 1-y)
 \end{array}$$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### *CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
F	5	5	5	5	F
6	6	6	6	6	
7	7	7	7	7	
8	8	8	8	8	
9	9	9	9	9	

- 1.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$
- (B)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$
- (C)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$
- (D)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$
- (E)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$
- (F)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$

- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

- 3.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 4.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se

$T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)

- 5.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)

- 6.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêtricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (D)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (E)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### *CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	0	A	A	0
1	1	1	B	B	1
2	2	2	C	C	2
3	3	3	D	D	3
4	4	4	E	E	4
5	5	5	F	F	5
6	6	6			6
7	7	7			7
8	8	8			8
9	9	9			9

- 1.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)
- 2.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)
- 3.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)
- 4.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (B)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (C)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$
- (D)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (E)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$   
 (F)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$
- 5.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêtricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)
- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- 6.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	●	○	●	●	○	○	●	●
●	○	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	A	0	A	0
1	1	B	1	B	1
2	2	C	2	C	2
3	3	D	3	D	3
4	4	E	4	E	4
5	5	F	5	F	5
6	6		6		6
7	7		7		7
8	8		8		8
9	9		9		9

- 1.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)
- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)
- 3.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (B)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$   
 (C)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$   
 (D)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (E)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$
- 4.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do “relógio”. Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)
- 5.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêtricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomado no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)
- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- 6.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	●	○	●
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
F	5	5	5	5	F
	6	6	6	6	
	7	7	7	7	
	8	8	8	8	
	9	9	9	9	

- 1.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (B)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (C)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$   
 (D)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (E)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$
- 2.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)
- 3.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)
- 4.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)
- 5.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)
- 6.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)
- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### *CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6														
A	0	○	○	A	0	○	○	0	○	○	0	○	○	0	○	○	0	○	○
B	1	○	○	B	1	○	○	1	○	○	1	○	○	1	○	○	1	○	○
C	2	○	○	C	2	○	○	2	○	○	2	○	○	2	○	○	2	○	○
D	3	○	○	D	3	○	○	3	○	○	3	○	○	3	○	○	3	○	○
E	4	○	○	E	4	○	○	4	○	○	4	○	○	4	○	○	4	○	○
F	5	○	○	F	5	○	○	5	○	○	5	○	○	5	○	○	5	○	○
	6	○	○		6	○	○	6	○	○	6	○	○	6	○	○	6	○	○
	7	○	○		7	○	○	7	○	○	7	○	○	7	○	○	7	○	○
	8	○	○		8	○	○	8	○	○	8	○	○	8	○	○	8	○	○
	9	○	○		9	○	○	9	○	○	9	○	○	9	○	○	9	○	○

- 1.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2,1) = (1,0)$ , onde  $(2,1)$  é um ponto;  $T(1,0) = (1,0)$  e  $T(-2,-1) = (-1,1)$  onde, neste caso,  $(1,0)$  e  $(-2,-1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x,y) = (1+x-2y, y-1)$   
 (B)  $T(x,y) = (y-x, x-1)$   
 (C)  $T(x,y) = (2-2x, x-y)$   
 (D)  $T(x,y) = (x-y, y-1)$   
 (E)  $T(x,y) = (x-y, 1-y)$   
 (F)  $T(x,y) = (1+x-2y, x-1)$

- 2.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a+b+c+d)$ . (2.000, -2.000)

- 3.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1,1), (0,2), (2,1)\}$  e  $S_2 = \{(2,1), (1,2), (1,1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x,y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

(A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8-x-2y \\ y-2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

(B)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x+2y+2 \\ x-y-1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8-x-2y \\ y-2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x-2y+4 \\ y-1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x-2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x-2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

- 4.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 5.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6-6t+3t^2, 3+12t-21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a+b$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFIX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	●	○	○
●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	●	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	0	A	A	0
1	1	1	B	B	1
2	2	2	C	C	2
3	3	3	D	D	3
4	4	4	E	E	4
5	5	5	F	F	5
6	6	6			6
7	7	7			7
8	8	8			8
9	9	9			9

- 1.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

- 2.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)

- 3.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 4.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

$$(A) \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$(B) \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(C) \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(D) \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$(E) \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$(F) \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

- 5.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

$$(A) T(x, y) = (x - y, y - 1)$$

$$(B) T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$$

$$(C) T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$$

$$(D) T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$$

$$(E) T(x, y) = (y - x, x - 1)$$

$$(F) T(x, y) = (x - y, 1 - y)$$

- 6.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do “relógio”. Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	○
○	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
A	A	0	0	0	0
B	B	1	1	1	1
C	C	2	2	2	2
D	D	3	3	3	3
E	E	4	4	4	4
F	F	5	5	5	5
		6	6	6	6
		7	7	7	7
		8	8	8	8
		9	9	9	9

- 1.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1,1), (0,2), (2,1)\}$  e  $S_2 = \{(2,1), (1,2), (1,1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x,y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

$$\begin{array}{ll}
 (\text{A}) & \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x-2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \\
 (\text{B}) & \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x+2y+2 \\ x-y-1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \\
 (\text{C}) & \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x-2y+4 \\ y-1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \\
 (\text{D}) & \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x-2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \\
 (\text{E}) & \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8-x-2y \\ y-2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \\
 (\text{F}) & \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8-x-2y \\ y-2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

- 2.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2,1) = (1,0)$ , onde  $(2,1)$  é um ponto;  $T(1,0) = (1,0)$  e  $T(-2,-1) = (-1,1)$  onde, neste caso,  $(1,0)$  e  $(-2,-1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

$$\begin{array}{ll}
 (\text{A}) & T(x,y) = (1+x-2y, x-1) \\
 (\text{B}) & T(x,y) = (x-y, 1-y) \\
 (\text{C}) & T(x,y) = (y-x, x-1) \\
 (\text{D}) & T(x,y) = (1+x-2y, y-1) \\
 (\text{E}) & T(x,y) = (2-2x, x-y) \\
 (\text{F}) & T(x,y) = (x-y, y-1)
 \end{array}$$

- 3.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

- 4.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 5.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a+b+c+d)$ . (2.000, -2.000)

- 6.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6-6t+3t^2, 3+12t-21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a+b$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Processamento Gráfico-2009.2  
Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Identificação:** \_\_\_\_\_

## *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

## **CONTROLE MIXNFX**

A 10x10 grid of circles. The first, third, and ninth columns contain black dots at the second, fourth, and eighth rows. The second, fourth, and eighth columns contain black dots at the first, third, and ninth rows.

1	2	3	4	5	6
0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	A ○	A ○
1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	B ○	B ○
2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	C ○	C ○
3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	D ○	D ○
4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	E ○	E ○
5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○	F ○	F ○
6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○		
7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○		
8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○		
9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○		

- 1.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . **(1.500, 0.000)**

- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. **(2.000, 0.000)**

- 3.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . **(2.000, -2.000)**

- 4.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . **(1.500, -1.500)**

- 5.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um

ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: **(1.000, -1.000)**

- (A)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (B)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (C)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$   
 (D)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$   
 (E)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$

- 6.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêtricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: **(2.000, -2.000)**

- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### *CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	●	○	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
A	0	0	A	0	0
B	1	1	B	1	1
C	2	2	C	2	2
D	3	3	D	3	3
E	4	4	E	4	4
F	5	5	F	5	5
	6	6		6	6
	7	7		7	7
	8	8		8	8
	9	9		9	9

- 1.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1,1), (0,2), (2,1)\}$  e  $S_2 = \{(2,1), (1,2), (1,1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x,y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

$$\begin{array}{ll}
 (\text{A}) & \left( \begin{array}{cc} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x - 2y \\ y \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 2 \\ 1 \end{array} \right] \\
 (\text{B}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right] \\
 (\text{C}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right] \\
 (\text{D}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x - 2y \\ y \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 2 \\ 1 \end{array} \right] \\
 (\text{E}) & \left( \begin{array}{cc} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 1 \\ -1 \end{array} \right] \\
 (\text{F}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right]
 \end{array}$$

- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

- 3.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 4.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2,1) = (1,0)$ , onde  $(2,1)$  é um ponto;  $T(1,0) = (1,0)$  e  $T(-2,-1) = (-1,1)$  onde, neste caso,  $(1,0)$  e  $(-2,-1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

$$\begin{array}{l}
 (\text{A}) T(x,y) = (2 - 2x, x - y) \\
 (\text{B}) T(x,y) = (1 + x - 2y, x - 1) \\
 (\text{C}) T(x,y) = (x - y, 1 - y) \\
 (\text{D}) T(x,y) = (1 + x - 2y, y - 1) \\
 (\text{E}) T(x,y) = (x - y, y - 1) \\
 (\text{F}) T(x,y) = (y - x, x - 1)
 \end{array}$$

- 5.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a+b+c+d)$ . (2.000, -2.000)

- 6.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	○	○	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	A	0	0	A	0
1	B	1	1	B	1
2	C	2	2	C	2
3	D	3	3	D	3
4	E	4	4	E	4
5	F	5	5	F	5
6		6	6		6
7		7	7		7
8		8	8		8
9		9	9		9

- 1.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)
- 2.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (B)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (C)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (D)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (E)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$   
 (F)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$
- 3.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)
- 4.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)
- 5.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêtricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomado no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)
- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- 6.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○
●	●	○	○	○	●	○	○	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	A	0
B	1	1	1	B	1
C	2	2	2	C	2
D	3	3	3	D	3
E	4	4	4	E	4
F	5	5	5	F	5
	6	6	6		6
	7	7	7		7
	8	8	8		8
	9	9	9		9

- 1.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1,1), (0,2), (2,1)\}$  e  $S_2 = \{(2,1), (1,2), (1,1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x,y)]_{S_2}$ , é: **(2.000, -2.000)**
- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (C)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (D)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (F)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- 2.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . **(2.000, -2.000)**
- 3.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . **(1.500, -1.500)**
- 4.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. **(2.000, 0.000)**
- 5.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2,1) = (1,0)$ , onde  $(2,1)$  é um ponto;  $T(1,0) = (1,0)$  e  $T(-2,-1) = (-1,1)$  onde, neste caso,  $(1,0)$  e  $(-2,-1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: **(1.000, -1.000)**
- (A)  $T(x,y) = (x - y, y - 1)$
- (B)  $T(x,y) = (2 - 2x, x - y)$
- (C)  $T(x,y) = (x - y, 1 - y)$
- (D)  $T(x,y) = (y - x, x - 1)$
- (E)  $T(x,y) = (1 + x - 2y, y - 1)$
- (F)  $T(x,y) = (1 + x - 2y, x - 1)$
- 6.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	A	A	0	0
1	1	B	B	1	1
2	2	C	C	2	2
3	3	D	D	3	3
4	4	E	E	4	4
5	5	F	F	5	5
6	6			6	6
7	7			7	7
8	8			8	8
9	9			9	9

- 1.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. **(2.000, 0.000)**

- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . **(1.500, -1.500)**

- 3.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: **(1.000, -1.000)**

- (A)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$
- (B)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$
- (C)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$
- (D)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$
- (E)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$
- (F)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$

- 4.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomado no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: **(2.000, -2.000)**

$$\begin{array}{ll}
 (\text{A}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right] \\
 (\text{B}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right] \\
 (\text{C}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x - 2y \\ y \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 2 \\ 1 \end{array} \right] \\
 (\text{D}) & \left( \begin{array}{cc} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 1 \\ -1 \end{array} \right] \\
 (\text{E}) & \left( \begin{array}{cc} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x - 2y \\ y \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 2 \\ 1 \end{array} \right] \\
 (\text{F}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right]
 \end{array}$$

- 5.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . **(2.000, -2.000)**

- 6.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . **(1.500, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	A	0	0	A
1	1	B	1	1	B
2	2	C	2	2	C
3	3	D	3	3	D
4	4	E	4	4	E
5	5	F	5	5	F
6	6		6	6	
7	7		7	7	
8	8		8	8	
9	9		9	9	

- 1.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. **(2.000, 0.000)**
- 2.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . **(2.000, -2.000)**
- 3.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: **(1.000, -1.000)**
- (A)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (B)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$   
 (C)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$   
 (D)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (E)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$
- 4.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . **(1.500, -1.500)**
- 5.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . **(1.500, 0.000)**
- 6.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomado no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: **(2.000, -2.000)**
- (A)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○
●	●	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	○	○	A	0	○
1	○	○	B	1	○
2	○	○	C	2	○
3	○	○	D	3	○
4	○	○	E	4	○
5	○	○	F	5	○
6	○	○		6	○
7	○	○		7	○
8	○	○		8	○
9	○	○		9	○

- 1.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . **(1.500, 0.000)**
- 2.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: **(1.000, -1.000)**
- (A)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (B)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$   
 (C)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$   
 (D)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (E)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$
- 3.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . **(2.000, -2.000)**
- 4.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . **(1.500, -1.500)**
- 5.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. **(2.000, 0.000)**
- 6.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: **(2.000, -2.000)**
- (A)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### *CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	○	○	A	○	0
1	○	○	B	○	1
2	○	○	C	○	2
3	○	○	D	○	3
4	○	○	E	○	4
5	○	○	F	○	5
6	○	○		6	○
7	○	○		7	○
8	○	○		8	○
9	○	○		9	○

- 1.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. **(2.000, 0.000)**
- 2.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: **(1.000, -1.000)**
- (A)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (B)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$   
 (C)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (D)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (E)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$
- 3.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: **(2.000, -2.000)**
- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- 4.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . **(1.500, -1.500)**
- 5.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . **(1.500, 0.000)**
- 6.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do “relógio”. Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . **(2.000, -2.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### *CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●
●	●	●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	0	A	0	A
1	1	1	B	1	B
2	2	2	C	2	C
3	3	3	D	3	D
4	4	4	E	4	E
5	5	5	F	5	F
6	6	6		6	
7	7	7		7	
8	8	8		8	
9	9	9		9	

- 1.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. **(2.000, 0.000)**
- 2.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . **(2.000, -2.000)**
- 3.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . **(1.500, 0.000)**
- 4.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: **(1.000, -1.000)**
- (A)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (B)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$
- 5.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . **(1.500, -1.500)**
- 6.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: **(2.000, -2.000)**
- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	○	○	●	●	●	○	○	○
○	●	○	○	○	○	○	●	○	●	●	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	A	A	0	0
1	1	B	B	1	1
2	2	C	C	2	2
3	3	D	D	3	3
4	4	E	E	4	4
5	5	F	F	5	5
6	6			6	6
7	7			7	7
8	8			8	8
9	9			9	9

- 1.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)
- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)
- 3.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomado no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)
- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (D)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- (E)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- (F)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
- 4.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$
- (B)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$
- (C)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$
- (D)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$
- (E)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$
- (F)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$
- 5.** Considere o operador afim que rotaiona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque 5( $a + b + c + d$ ). (2.000, -2.000)
- 6.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFIX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	●	○	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	A	0	0	A	0
1	B	1	1	B	1
2	C	2	2	C	2
3	D	3	3	D	3
4	E	4	4	E	4
5	F	5	5	F	5
6		6	6		6
7		7	7		7
8		8	8		8
9		9	9		9

- 1.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)
- 2.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (B)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (C)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (D)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$   
 (E)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$
- 3.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)
- 4.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)
- 5.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêtricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomado no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)
- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- 6.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### *CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	A	0
B	1	1	1	B	1
C	2	2	2	C	2
D	3	3	3	D	3
E	4	4	4	E	4
F	5	5	5	F	5
6	6	6		6	
7	7	7		7	
8	8	8		8	
9	9	9		9	

- 1.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1,1), (0,2), (2,1)\}$  e  $S_2 = \{(2,1), (1,2), (1,1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x,y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

$$\begin{array}{ll}
 (\text{A}) & \left( \begin{array}{cc} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} x+2y+2 \\ x-y-1 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 1 \\ -1 \end{array} \right] \\
 (\text{B}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} 8-x-2y \\ y-2 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right] \\
 (\text{C}) & \left( \begin{array}{cc} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x-2y \\ y \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 2 \\ 1 \end{array} \right] \\
 (\text{D}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x-2y \\ y \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 2 \\ 1 \end{array} \right] \\
 (\text{E}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} 8-x-2y \\ y-2 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right] \\
 (\text{F}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x-2y+4 \\ y-1 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right]
 \end{array}$$

- 2.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a+b+c+d)$ . (2.000, -2.000)

- 3.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6-6t+3t^2, 3+12t-21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a+b$ . (1.500, 0.000)

- 4.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

- 5.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2,1) = (1,0)$ , onde  $(2,1)$  é um ponto;  $T(1,0) = (1,0)$  e  $T(-2,-1) = (-1,1)$  onde, neste caso,  $(1,0)$  e  $(-2,-1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

$$\begin{array}{ll}
 (\text{A}) & T(x,y) = (1+x-2y, y-1) \\
 (\text{B}) & T(x,y) = (x-y, 1-y) \\
 (\text{C}) & T(x,y) = (y-x, x-1) \\
 (\text{D}) & T(x,y) = (1+x-2y, x-1) \\
 (\text{E}) & T(x,y) = (x-y, y-1) \\
 (\text{F}) & T(x,y) = (2-2x, x-y)
 \end{array}$$

- 6.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### *CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	○	○	●	○	●	○	●	●	○	●	●	●	○	○	○	○
○	●	●	○	●	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
F	5	5	5	5	F
6	6	6	6	6	
7	7	7	7	7	
8	8	8	8	8	
9	9	9	9	9	

- 1.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (B)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (C)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (D)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$   
 (E)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$
- 2.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)
- 3.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)
- 4.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)
- 5.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)
- 6.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)
- (A)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFIX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	0	A	A	0
1	1	1	B	B	1
2	2	2	C	C	2
3	3	3	D	D	3
4	4	4	E	E	4
5	5	5	F	F	5
6	6	6			6
7	7	7			7
8	8	8			8
9	9	9			9

- 1.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)
- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)
- 3.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)
- 4.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (B)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$   
 (C)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$
- 5.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêtricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)
- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
- 6.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●
●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	0	A	A	0
1	1	1	B	B	1
2	2	2	C	C	2
3	3	3	D	D	3
4	4	4	E	E	4
5	5	5	F	F	5
6	6	6			6
7	7	7			7
8	8	8			8
9	9	9			9

- 1.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. **(2.000, 0.000)**

- 2.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque 5( $a + b + c + d$ ). **(2.000, -2.000)**

- 3.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . **(1.500, 0.000)**

- 4.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: **(2.000, -2.000)**

- (A)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

- 5.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: **(1.000, -1.000)**

- (A)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$   
 (B)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$   
 (C)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (D)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (E)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$

- 6.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . **(1.500, -1.500)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### *CONTROLE MIXNFIX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○
●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6														
A	0	○	○	A	0	○	○	0	○	○	0	○	○	0	○	○	0	○	○
B	1	○	○	B	1	○	○	1	○	○	1	○	○	1	○	○	1	○	○
C	2	○	○	C	2	○	○	2	○	○	2	○	○	2	○	○	2	○	○
D	3	○	○	D	3	○	○	3	○	○	3	○	○	3	○	○	3	○	○
E	4	○	○	E	4	○	○	4	○	○	4	○	○	4	○	○	4	○	○
F	5	○	○	F	5	○	○	5	○	○	5	○	○	5	○	○	5	○	○
	6	○	○		6	○	○	6	○	○	6	○	○	6	○	○	6	○	○
	7	○	○		7	○	○	7	○	○	7	○	○	7	○	○	7	○	○
	8	○	○		8	○	○	8	○	○	8	○	○	8	○	○	8	○	○
	9	○	○		9	○	○	9	○	○	9	○	○	9	○	○	9	○	○

- 1.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1,1), (0,2), (2,1)\}$  e  $S_2 = \{(2,1), (1,2), (1,1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x,y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

$$\begin{array}{ll} (\text{A}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x - 2y \\ y \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 2 \\ 1 \end{array} \right] \\ (\text{B}) & \left( \begin{array}{cc} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x - 2y \\ y \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 2 \\ 1 \end{array} \right] \\ (\text{C}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right] \\ (\text{D}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right] \\ (\text{E}) & \left( \begin{array}{cc} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 1 \\ -1 \end{array} \right] \\ (\text{F}) & \left( \begin{array}{cc} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{array} \right) \left[ \begin{array}{c} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ -1 \end{array} \right] \end{array}$$

- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 3.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2,1) = (1,0)$ , onde  $(2,1)$  é um ponto;  $T(1,0) = (1,0)$  e  $T(-2,-1) = (-1,1)$  onde, neste caso,  $(1,0)$  e  $(-2,-1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x,y) = (2 - 2x, x - y)$   
 (B)  $T(x,y) = (x - y, y - 1)$   
 (C)  $T(x,y) = (x - y, 1 - y)$   
 (D)  $T(x,y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (E)  $T(x,y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (F)  $T(x,y) = (y - x, x - 1)$

- 4.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

- 5.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)

- 6.** Considere o operador afim que rotaiona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do "relógio". Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Processamento Gráfico-2009.2  
 Primeiro Exercício Escolar - 15/10/2009

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	○	○	●	○	●	○	●	●	●
○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	●	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6							
A	0	○	○	A	0	○	○	0	○	○	○	○
B	1	○	○	B	1	○	○	1	○	○	1	○
C	2	○	○	C	2	○	○	2	○	○	2	○
D	3	○	○	D	3	○	○	3	○	○	3	○
E	4	○	○	E	4	○	○	4	○	○	4	○
F	5	○	○	F	5	○	○	5	○	○	5	○
	6	○	○		6	○	○	6	○	○	6	○
	7	○	○		7	○	○	7	○	○	7	○
	8	○	○		8	○	○	8	○	○	8	○
	9	○	○		9	○	○	9	○	○	9	○

- 1.** Considere  $T$  uma transformação afim estendida do plano, tal que:  $T(2, 1) = (1, 0)$ , onde  $(2, 1)$  é um ponto;  $T(1, 0) = (1, 0)$  e  $T(-2, -1) = (-1, 1)$  onde, neste caso,  $(1, 0)$  e  $(-2, -1)$  são vetores. Então a expressão de  $T$  para pontos em geral é dada por: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = (x - y, 1 - y)$   
 (B)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, x - 1)$   
 (C)  $T(x, y) = (1 + x - 2y, y - 1)$   
 (D)  $T(x, y) = (y - x, x - 1)$   
 (E)  $T(x, y) = (x - y, y - 1)$   
 (F)  $T(x, y) = (2 - 2x, x - y)$

- 2.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (5, 10)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-5, 5)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (-12, -6)$  e  $\mathbf{b}_3 = (-10, -17)$ . Encontre os valores de  $t$  para os quais a primeira derivada é ortogonal à segunda derivada. Marque 100 vezes a soma desses valores. (2.000, 0.000)

- 3.** Considere a transformação afim estendida do plano de um outro quesito desta prova. Considere também os seguintes sistemas de coordenadas baricêntricas:  $S_1 = \{(1, 1), (0, 2), (2, 1)\}$  e  $S_2 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1)\}$ . Na notação matricial  $(2 \times 2)$ , a expressão de  $T$  para pontos em termos de  $S_2$ , tomando no domínio coordenadas em termos de  $S_1$ , ou seja,  $[T(x, y)]_{S_2}$ , é: (2.000, -2.000)

- (A)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (B)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

(C)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 (D)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -x - 2y + 4 \\ y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (E)  $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 8 - x - 2y \\ y - 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 (F)  $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x + 2y + 2 \\ x - y - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

- 4.** Considere a curva de Bézier controlada por  $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (-3, 3)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (3, 3)$  e  $\mathbf{b}_3 = (1, -1)$ . Seja  $x_0 \geq 0$  a coordenada  $X$  do ponto da curva para o qual a coordenada  $Y$  é dada por  $y_0 = 1$ . Marque o inteiro mais próximo de  $10x_0$ . (1.500, -1.500)

- 5.** Considere uma curva splines formada de duas cúbicas, e que satisfaz a condição  $C^1$ . Sabe-se que:  $\mathbf{b}_0 = (1, 1)$ , e que a primeira derivada no primeiro segmento de curva é dada por:  $\frac{d\mathbf{b}_0^3}{dt}(t) = (6 - 6t + 3t^2, 3 + 12t - 21t^2)$ . Se  $\mathbf{b}_4 = (a, b)$ , então marque  $a + b$ . (1.500, 0.000)

- 6.** Considere o operador afim que rotaciona de  $45^\circ$  em torno da reta que passa por  $A = (-1, 2, 2)$  e  $B = (3, 2, 5)$ . Esta rotação é anti-horária se olharmos de  $B$  para  $A$ , e  $A$  sendo o centro do “relógio”. Após a rotação, este operador aplica uma mudança de escala que dobra na direção desta reta, e expande por um fator de  $\sqrt{2}$  nas direções ortogonais à reta. Se  $T$  é este operador, então considere  $(a \ b \ c \ d)^t = T(1 \ 1 \ 1 \ 1)^t$  (notação de coordenadas homogêneas). Marque  $5(a + b + c + d)$ . (2.000, -2.000)