

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Centro de Informática

Processamento gráfico - 1ª Lista de Exercícios - 1º Semestre/2004- Entrega:28/06/2004

1. Considere $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_l \in \mathbb{I}\mathbb{E}^m$ e $\mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k \in \mathbb{R}^m$ e $\mathbf{t} = \sum_{i=0}^l \alpha_i \mathbf{p}_i + \sum_{j=0}^k \beta_j \mathbf{v}_j$, onde $\alpha_i, \beta_j \in \mathbb{R}, \forall i, j$. Quais são as restrições sobre α_i e β_j para que \mathbf{t} seja: a) Ponto; b) Vetor.
2. Definimos uma transformação *afim sobre vetores* como sendo uma transformação sobre espaços vetoriais que é equivalente a uma transformação linear adicionada a um vetor constante. Considere um polígono cujo ponto central no seu interior é $(2, 3)$. Mostre que a transformação afim sobre vetores que rotaciona em 60° o polígono em torno de seu centro no sentido anti-horário não é uma transformação linear. Encontre a expressão desta transformação.
3. Mostre que só existe uma única forma de se escrever um ponto qualquer do plano $\pi = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 6x + 2y + 3z = 6\}$ como combinação baricêntrica dos seguintes três pontos: $(1, 0, 0)$, $(0, 3, 0)$ e $(0, 0, 2)$.
4. Considere o triângulo determinado pelos três pontos da questão anterior. Verifique (utilizando para isso um argumento baseado em coordenadas baricêntricas) se a reta que passa pelos pontos $(-1, -1, -1)$ e $(\frac{1}{6}, 1, 1)$ intersecta o triângulo em seu interior.
5. Que figura geométrica é imagem de um paralelogramo por um operador afim injetivo de $\mathbb{I}\mathbb{E}^2$? Justifique.
6. Considere uma transformação afim $T : \mathbb{I}\mathbb{E}^n \rightarrow \mathbb{I}\mathbb{E}^m$. Considere um ponto qualquer $\mathbf{c} \in \mathbb{I}\mathbb{E}^n$ e defina a transformação $R : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ através da expressão: $R(v) = T(v + \mathbf{c}) - T(\mathbf{c})$. Mostre que R é uma transformação linear, e conclua que uma transformação afim qualquer pode ser escrita como a adição de um ponto a uma transformação linear de um vetor.
7. Determine em coordenadas cartesianas a expressão do operador afim de $\mathbb{I}\mathbb{E}^2$ que associa os pontos $(0, 0)$, $(1, 0)$ e $(1, 1)$ aos pontos $(0, 1)$, $(1, 1)$ e $(0, 4)$, respectivamente, de duas formas distintas: utilizando a propriedade de que T resulta numa a adição de um ponto a uma transformação linear de um vetor, e a propriedade de que T preserva combinações baricêntricas.
8. Encontre a matriz em coordenadas homogêneas da projeção de um ponto qualquer de $\mathbb{I}\mathbb{E}^3$ sobre a reta dada parametricamente por: $r : \begin{cases} x_0 + at \\ y_0 + bt \\ z_0 + ct \end{cases}, t \in \mathbb{R}, \text{ com } (x_0, y_0, z_0) \in \mathbb{I}\mathbb{E}^3 \text{ e } (a, b, c) \in \mathbb{R}^3.$
9. Considere o triângulo formado pelos pontos: $\mathbf{a}=(0, 1)$, $\mathbf{b}=(2, 2)$ e $\mathbf{c}=(1, 0)$. Encontre (simplificando) a equação em coordenadas baricêntricas da circunferência centrada na origem de raio 1, e identifique a curva de equação em coordenadas baricêntricas: $\gamma^2 - \alpha^2 + 4\beta^2 + 4\gamma(2\beta + 1) = -3$, onde α é a coordenada relativa ao ponto \mathbf{a} , β é a coordenada relativa ao ponto \mathbf{b} e γ é a coordenada relativa ao ponto \mathbf{c} .
10. Descreva através de matrizes em coordenadas homogêneas do operador afim que faz uma rotação de 30° em torno da reta dirigida pelo vetor $(1, 1, 1)$, e que passa no ponto $(1, 0, 1)$, seguida de um aumento de escala com fatores 1,5, 2,0 e 0,5 para as direções x , y e z , respectivamente, seguida de uma translação de $(2, 1, -4)$.