

Depto de Matemática e Centro de Informática - UFPE  
Computação Gráfica - Segundo Semestre— 2003  
Primeiro Exercício Escolar-16/02/2004

1. Considere o triângulo de  $\mathbb{IE}^2$  com vértices:  $\mathbf{a} = (0, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (1, 0)$  e  $\mathbf{c} = (2, 2)$ .
  - (a) (0,5 pt.) Encontre as coordenadas baricêntricas do ponto  $(3, 1)$  em relação ao triângulo dado ( $\alpha$  é a coordenada com relação a  $\mathbf{a}$ ,  $\beta$  é a coordenada com relação a  $\mathbf{b}$  e  $\gamma$  é a coordenada com relação a  $\mathbf{c}$ ).
  - (b) (1,0 pt.) Encontre a equação da reta  $y = 2x - 4$  em coordenadas baricêntricas, com respeito ao triângulo dado.
2. Um estudante de C.G. pretende simular uma seqüência de pegadas resultantes do caminhar de um homem primitivo em linha reta. Para isto, ele vai supor que a reta em questão (em torno da qual o caminhar está centralizado) é o eixo dos  $y$  de  $\mathbb{IE}^2$ , e vai desenhar o formato de uma pegada a uma certa distância à esquerda do eixo dos  $y$ , orientada de forma adequada. Ele vai utilizar um único operador afim  $\phi : \mathbb{IE}^2 \rightarrow \mathbb{IE}^2$  para transformar uma pegada na próxima. Sabendo que o passo do homem era de 50 cm de comprimento, encontre:
  - (a) (1,0 pt.)  $\phi(x, y)$ , onde  $(x, y) \in \mathbb{IE}^2$ .
  - (b) (0,5 pt.)  $\phi(\alpha, \beta, \gamma)$ , onde  $\alpha, \beta$  e  $\gamma$  são coordenadas baricêntricas de um ponto qualquer em relação aos pontos  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$  e  $(2, 0)$ , respectivamente.
3. Uma estudante de C.G. está com duas esferas, de raios 2 e 1, e cujos centros são  $(1, 3, 1)$  e  $(2, 1, 4)$ , respectivamente. Ela pretende simular o movimento de translação (circular) da esfera menor em torno da maior, através de uma seqüência de aplicações de um operador afim de rotação, no caso de 10 em 10 graus. O movimento descreve uma circunferência em torno do eixo da esfera maior que possui a direção do vetor  $(5, 1, -1)$ .
  - (a) (1,5 pt.) Encontre as matrizes em coordenadas homogêneas das transformações afins, cuja função composta realiza o desejo da estudante.
4. Considere a curva de Bézier controlada por  $(0, 0)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(2, 0)$  e  $(0, 0)$ , nesta ordem.
  - (a) (1,0 pt.) Encontre  $\mathbf{b}_0^3(\frac{1}{2})$  de duas formas: por de Casteljau e pela forma de Bernstein.
  - (b) (1,5 pt.) Faça um esboço da curva bem como das curvas das derivadas.
  - (c) (0,5 pt.) Encontre para quais valores de  $t \in [0, 1]$  a reta de equação  $y = x$  é normal à curva.
  - (d) (1,5 pt.) Pretende-se concatenar esta curva com outra cúbica de Bézier, de forma que a curva composta seja  $\mathcal{C}^2$ , com a primeira curva parametrizada por  $u \in [0, 1]$ , enquanto que a segunda por  $u \in [1, 2]$ . O último ponto de controle da segunda curva é  $(-8, 0)$ . Encontre os demais pontos de controle da segunda curva.
  - (e) (1,0 pt.) Suponha que existem duas curvas de Bézier  $\mathbf{b}_0^n(t)$  e  $\mathbf{c}_0^n(t)$ , parametrizadas pelo mesmo  $t \in [0, 1]$ . Mostre que avaliar cada curva para um dado  $t$ , seguido de uma interpolação linear dos resultados, é equivalente a se fazer uma interpolação linear dos correspondentes pontos de controle das duas curvas, seguido de uma avaliação para um dado  $t$ .