

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática e Departamento de Matemática
 Computação Gráfica - Segundo Semestre-2003
 Terceira Lista de Exercícios-Parte 2-Entrega:05/04/2004

1. Considere o modelo de iluminação visto em sala, aplicado a um objeto com cor interna e cor externa. Suponha que exista apenas um ponto de luz, e que os vetores de iluminação já normalizados são N_0 , V_0 , L_0 e R_0 , respectivamente os vetores normal, de vista, da direção da luz e da reflexão de L_0 em torno de N_0 . Explique o significado geométrico das seguintes expressões, explicando também o que pode ser necessário de ser feito em cada caso: (i) $\langle N_0, L_0 \rangle < 0$; (ii) $\langle V_0, N_0 \rangle < 0$; (iii) $\langle V_0, R_0 \rangle < 0$; (iv) $\langle V_0, L_0 \rangle < 0$; (v) $\langle L_0, R_0 \rangle < 0$.
2. Considere um objeto triangularizado com uma cor interna ($O_d = (\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 0)$) e uma cor externa ($O_d = (0, \frac{3}{4}, \frac{1}{4})$), que é a cor do lado visível à região para onde apontam as normais. Os seus coeficientes difuso e especular são $K_d = \frac{3}{4}$ e $K_s = \frac{1}{2}$. A cena possui duas fontes de luz iguais de intensidade $I_{l_1} = I_{l_2} = (128, 128, 128)$, com posicionamentos $P_{l_1} = (200, 300, 200)$ e $P_{l_2} = (-200, -200, -100)$, com intensidade de cor ambiental $I_a = (128, 0, 240)$ e coeficiente ambiental $K_a = \frac{2}{5}$. A rugosidade é unitária. Pretende-se preencher o triângulo projetado com uma cor única (*flat shading*, no baricentro), cujo triângulo possui vértices em coordenadas mundiais: $(100, 0, 0)$, $(0, 100, 0)$ e $(0, 0, 100)$. Calcule a cor que se deve preencher o triângulo com a seguinte configuração de câmera: $C = (400, 400, 200)$, $N = (-2, -2, -1)$, $V = (0, 0, 1)$, $d = h_x = h_y = 100$.
3. Seguindo o modelo de iluminação visto em sala, encontre os atributos de cena e de objeto que fazem com que o cálculo da cor se reduza a uma componente verde nula, uma componente azul nula, e uma componente vermelha dada por: $(510 < N_p, V > +255) < L, N_p > -255 < L, V >$, onde N_p é o vetor normal à superfície no ponto, L é o vetor que aponta para a fonte de luz e V é o vetor que aponta para o observador.
4. Nas mesmas condições de iluminação da questão anterior, considere uma câmera com parâmetros: $N = (0, 0, -1)$, $C = (0, 0, 10)$, $V = (0, 1, 0)$, e $d = h_x = h_y = 1$. Um triângulo isolado possui como vértices os seguintes pontos em coordenadas mundiais: $(-2, 1, 0)$, $(2, 1, 0)$ e $(0, -2, 0)$. Sendo a fonte de luz posicionada em $(0, 0, 1)$ e a resolução da tela fixada em 101×101 , encontre a cor que se atribui ao pixel de coordenadas $(50, 50)$ pelos métodos de Gouraud e Phong. Explique a razão da discrepância dos valores.
5. No preenchimento do triângulo pelo método discutido em sala, utiliza-se o algoritmo de conversão por varrimento para se encontrarem as cores dos pontos interiores do triângulo. Para cada pixel gerado por este algoritmo, calculam-se as coordenadas baricêntricas do mesmo com respeito aos vértices do triângulo, seja para encontrar a combinação baricêntrica das cores dos vértices (Gouraud), seja para se estimar o ponto no triângulo 3D correspondente ao pixel em questão bem como para se estimar a normal nele (Phong). Parece, no entanto, ser mais natural, ao invés de se usar a conversão por varrimento, gerar uma sequência de valores para α e para β (γ já está determinado por $1 - \alpha - \beta$) e se gerarem assim os pontos do interior do triângulo. Quais são os problemas sérios desta abordagem? Justifique.
6. Na implementação do Gouraud ou Phong para triângulos através da conversão por varrimento, normalmente na prática se faz uma interpolação através das arestas. Para ilustrar esta idéia, considere um triângulo não degenerado de vértices P_1, P_2 e P_3 cujas projeções são $\overline{P_1}, \overline{P_2}$ e $\overline{P_3}$, respectivamente. Suponha que num dado momento, a linha horizontal de varrimento intersecta a aresta $\overline{P_1}\overline{P_2}$ no ponto $\overline{Q_1}$, e a aresta $\overline{P_1}\overline{P_3}$ no ponto $\overline{Q_2}$, à esquerda de $\overline{Q_1}$, e suponha que o pixel \overline{P} esteja no segmento de reta horizontal $\overline{Q_1}\overline{Q_2}$. Baseado neste exemplo, responda:

(a) No caso de Gouraud, se a cor de $\overline{P_i}$ é I_i , para $i = 1, 2, 3$, então I , a cor de \overline{P} , é computada como segue:

$$I_{\overline{Q_1}} = \left(\frac{\text{dist}(\overline{Q_1}, \overline{P_2})}{\text{dist}(\overline{P_1}, \overline{P_2})} \right) I_1 + \left(\frac{\text{dist}(\overline{Q_1}, \overline{P_1})}{\text{dist}(\overline{P_1}, \overline{P_2})} \right) I_2$$

$$I_{\overline{Q_2}} = \left(\frac{\text{dist}(\overline{Q_2}, \overline{P_3})}{\text{dist}(\overline{P_1}, \overline{P_3})} \right) I_1 + \left(\frac{\text{dist}(\overline{Q_2}, \overline{P_1})}{\text{dist}(\overline{P_1}, \overline{P_3})} \right) I_3$$

$$I = \left(\frac{\overline{P.x} - \overline{Q_{1.x}}}{\overline{Q_{2.x}} - \overline{Q_{1.x}}} \right) I_{\overline{Q_2}} + \left(\frac{\overline{Q_{2.x}} - \overline{P.x}}{\overline{Q_{2.x}} - \overline{Q_{1.x}}} \right) I_{\overline{Q_1}}$$

onde o “ $.x$ ” indica a coordenada x do ponto e $dist$ é a distância entre dois pontos. Utilizando a unicidade das coordenadas baricênticas com respeito a triângulos não degenerados, mostre que fazer isto é matematicamente equivalente a se calcularem as coordenadas baricênticas α , β e γ e se multiplicarem pelas cores respectivas dos vértices.

- (b) No caso de Phong, elementos tridimensionais são computados iterativamente da seguinte forma:

i. Antes de se percorrermos os pontos do segmento $\overline{\overline{Q_1}Q_2}$, calculam-se:

$$Q_1 = \left(\frac{dist(\overline{Q_1}, \overline{P_2})}{dist(\overline{P_1}, \overline{P_2})} \right) P_1 + \left(\frac{dist(\overline{Q_1}, \overline{P_1})}{dist(\overline{P_1}, \overline{P_2})} \right) P_2$$

$$Q_2 = \left(\frac{dist(\overline{Q_2}, \overline{P_3})}{dist(\overline{P_1}, \overline{P_3})} \right) P_1 + \left(\frac{dist(\overline{Q_2}, \overline{P_1})}{dist(\overline{P_1}, \overline{P_3})} \right) P_3$$

ii. Para cada ponto \overline{P} do segmento $\overline{\overline{Q_1}Q_2}$ gerado pelo algoritmo de varrimento, então se faz:

$$P = \left(\frac{\overline{P.x} - \overline{Q_{1.x}}}{\overline{Q_{2.x}} - \overline{Q_{1.x}}} \right) Q_2 + \left(\frac{\overline{Q_{2.x}} - \overline{P.x}}{\overline{Q_{2.x}} - \overline{Q_{1.x}}} \right) Q_1$$

Pergunta-se: o ponto P é o ponto cuja projeção é \overline{P} , ou é apenas uma aproximação do ponto cuja projeção é \overline{P} ? Justifique. Discuta a eficiência deste método frente ao cálculo das coordenadas baricênticas como discutido em sala, computando o número de operações de multiplicação, adição e divisão.

7. Considere o cilindro de equação $x^2 + y^2 = 1$ em coordenadas mundiais, e um sistema de visualização 3D com *Ray Tracing*, onde a câmera é configurada da seguinte forma: $C = (100, 100, 100)$, $N = (-1, -1, 0)$, $V = (0, 0, 1)$ e $d = h_x = h_y = 1$, com resolução 101×101 . Dado o pixel de coordenadas de tela (x_0, y_0) , encontre em coordenadas de vista o ponto 3D atingido pelo raio primário que passa por (x_0, y_0) , bem como sua normal.
8. Na modelagem de transparência simples, se existem dois polígonos P_1 e P_2 , onde P_1 é transparente, e se encontra posicionado entre o observador e o polígono P_2 , então a cor do pixel é dada por: $I = (1 - K_t)I_1 + K_tI_2$, onde K_t é o coeficiente de transparência do polígono P_1 , I_1 é a cor deste polígono, e I_2 é a cor do polígono P_2 . No caso da existência de três polígonos, sendo dois transparentes localizados entre o opaco e o observador, mostre que a cor final depende da ordem dos polígonos transparentes (qual polígono está mais próximo do observador).
9. Para minimizar os efeitos de aliases do “Ray Tracing” costuma-se traçar raios não no centro do pixel, mas nos vértices de cada pixel, e a cor do pixel fica sendo a média aritmética das quatro cores. Para incorporar esta idéia ao “Ray Tracer”, o que deve ser mudado em termos de coordenadas, e no pedaço de código que chama a rotina que traça um raio? Que estruturas de dados a mais se devem ter?
10. No caso de transparência com refração para uma esfera sólida, explique em termos de modelagem da realidade e de esforço de implementação, qual é a diferença entre computar o raio transmitido apenas na “entrada” do raio na esfera, e computar o raio transmitido na “entrada” e na “saída” do raio na esfera.
11. Explique o algoritmo de radiosidade, mencionando a equação de radiosidade, a resolução do sistema de equações, o cálculo dos fatores de forma, e sua aproximação, e as cores nos vértices dos retalhos.
12. Considere duas funções f e g cujas transformadas de Fourier são F e G , respectivamente. Se a função h é dada por: $h(x) = 5[f(2x + 3) + 3g(2x)][f(x) - 2g(2x - 1)]$, encontre sua transformada em termos de F e G .

13. Considere a função $f : Z \rightarrow \mathbb{R}$, dada por: $f(1) = 10$, $f(4) = 5$, $f(7) = 12$, $f(10) = 7$, sendo nula para qualquer outro valor do domínio. Considere a função $h : Z \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $h(x) = \begin{cases} -\frac{1}{3}x + 1, & \text{se } 0 \leq x \leq 3 \\ \frac{1}{3}x + 1, & \text{se } -3 \leq x < 0 \end{cases}$. Encontre $g(x) = f(x) * h(x)$, a convolução discreta de f por h . Comente o efeito desta filtragem sobre f .
14. Seja f uma função de banda ilimitada que representa o tom de cinza, e que se deseja mostrar como linha horizontal num dispositivo de resolução 500×500 . Considerando filtros ideais, qual é o processo de filtragem que se será executado para se evitar os aliases e também na reconstrução pelo observador. Dê um exemplo na prática, do problema de aliases acontecendo, com o observador humano numa dada posição, e depois, quando o ele se aproxima do objeto, o que acontece no exato momento em que o observador consegue reconhecer a figura.
15. Explique a técnica simples do nono quesito no contexto de domínio espacial e de frequências. Esta técnica elimina ou apenas reduz os aliases? Justifique.