

Departamento de Matemática – CCEN – UFPE
Computação Gráfica - Segundo Semestre– 2002
Primeira Lista de Exercícios-Entrega:28/11/2002

1. (0,5 pt.)Mostre que a média ponderada de pontos em que a soma dos pesos é zero, resulta num vetor.
2. (1,5 pts.)Considere os seguintes conjuntos de vetores do \mathbb{R}^2 : $\alpha = \{(1,1), (2,1)\}$, $\beta = \{(1,1), (-1,1)\}$ e a matriz $M = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$.
 - a)Usando a definição, mostre que α e β são bases de \mathbb{R}^2 .
 - b)Encontre $[I]_{\beta}^{\alpha}$ e $[I]_{\alpha}^{\beta}$.
 - c)Mostre que a matriz M é uma matriz de mudança de base. Em seguida encontre bases γ e σ tais que $[I]_{\alpha}^{\gamma} = M$ e $[I]_{\sigma}^{\beta} = M$.
 - d)Ortonormalize a base α (p.i. usual).
3. (1,0 pt.)Encontre uma transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ que faz uma reflexão em torno do plano $\pi = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | z = x - 2y\}$, seguida de uma rotação de 30° em torno da reta perpendicular a π , no sentido anti-horário.
4. (1,0 pt.)Podemos definir uma transformação “linear” de pontos, com relação a um dado sistema de coordenadas β e sua base associada σ , se $[Tp]_{\beta} = A[p - c]_{\sigma} + [0]_{\beta}$, onde $\beta = \{a, b, c\}$ e $\sigma = \{a - c, b - c\}$ com $a, b, c \in E^2$, e A é uma matriz 2×2 . Considere o quadrado de vértices $(0,0), (1,0), (0,1)$ e $(1,1)$. Mostre que a transformação afim que rotaciona em 30° o quadrado em torno de seu centro no sentido anti-horário não é linear. Encontre esta transformação e exiba as imagens dos vértices.
5. (1,0 pt.)Considere o triângulo de $\mathbb{I}E^2$ formado pelos pontos não colineares \mathbf{a}, \mathbf{b} e \mathbf{c} . Mostre que as coordenadas baricêntricas de um ponto \mathbf{p} com respeito a este triângulo podem ser encontradas da seguinte forma: $\alpha = \frac{area(\mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{p})}{area(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})}$, $\beta = \frac{area(\mathbf{a}, \mathbf{c}, \mathbf{p})}{area(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})}$ e $\gamma = \frac{area(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{p})}{area(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})}$, onde α é a coordenada relativa ao ponto \mathbf{a} , β é a coordenada relativa ao ponto \mathbf{b} e γ é a coordenada relativa ao ponto \mathbf{c} , e $area(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3)$ é a área do triângulo formado pelos pontos $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ e \mathbf{p}_3 .
6. (1,0 pt.)Mostre que só existe uma única forma de exprimir um ponto qualquer do plano $\pi = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x+y-z = 2\}$ como combinação baricêntrica dos seguintes três pontos não colineares de π : $(1, 1, 0), (1, 0, -1)$ e $(0, 1, -1)$.
7. (1,0 pt.)Considere os três pontos não colineares e o plano π da questão anterior. Verifique (utilizando para isso um argumento baseado em coordenadas baricêntricas) se a interseção de π com a reta que passa pelos pontos $(-1, -1, -1)$ e $(0, 0, -\frac{1}{2})$ é um ponto interno ao triângulo formado pelos três pontos não colineares.
8. (0,5 pt.) Mostre que se as imagens de três pontos não colineares por uma transformação afim são conhecidas, então se pode determinar a expressão desta transformação.
9. (0,5 pt.)Mostre que a imagem de um quadrado por uma transformação afim bijetiva é um paralelogramo.
10. (1,0 pt.)Determine a transformação afim em coordenadas cartesianas $T : \mathbb{I}E^2 \rightarrow \mathbb{I}E^2$ que associa os pontos $(0,0), (1,0)$ e $(1,1)$ aos pontos $(-1,0), (0,1)$ e $(0,-1)$, respectivamente, de duas formas distintas: utilizando a definição de que T é uma transformação linear seguida de uma translação, e a propriedade de que T preserva combinações baricêntricas.
11. (1,0 pt.)Considere o triângulo formado pelos pontos: $\mathbf{a}=(0,1)$, $\mathbf{b}=(2,2)$ e $\mathbf{c}=(1,0)$. Encontre (simplificando) a equação em coordenadas baricêntricas da circunferência centrada na origem de raio 1, e identifique a curva de equação em coordenadas baricêntricas: $\gamma^2 - \alpha^2 + 4\beta^2 + 4\gamma(2\beta + 1) = -3$, onde α é a coordenada relativa ao ponto \mathbf{a} , β é a coordenada relativa ao ponto \mathbf{b} e γ é a coordenada relativa ao ponto \mathbf{c} .