

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	<input type="radio"/>
1	1	<input type="radio"/>
2	2	<input type="radio"/>
3	3	<input type="radio"/>
4	4	<input type="radio"/>
5	5	<input type="radio"/>
6	6	<input type="radio"/>
7	7	<input type="radio"/>
8	8	<input type="radio"/>
9	9	<input type="radio"/>

1 Prof.	2	3	4	5	6
0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>	
	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7 V-F
A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>
G <input type="radio"/>

1. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição (0,5), a articulação braço-antebraço na posição (0,3) e a outra extremidade do antebraço na posição (0,0). Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
2. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
3. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
4. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (B)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (C)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (D)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (E)  $(1, \frac{3}{2})$
5. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem): (0,0), (0,32), (16,32) e (16,0). Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor (32,0) então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
6. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (B)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (C) (1,2,1)
  - (D) (1,1,2)
  - (E)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
7. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (B) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (C) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (D) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (E) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (F) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (G) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1 Prof.	2	3	4	5 V-F	6
0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
			5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
			6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
			7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
			8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
			9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>

1. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição (0,5), a articulação braço-antebraço na posição (0,3) e a outra extremidade do antebraço na posição (0,0). Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
2. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (C)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (D)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (E)  $(\frac{7}{2}, 1)$
3. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A) (1,2,1)
  - (B)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (C) (1,1,2)
  - (D)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (E)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
4. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos [11,13] e [13,17], respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
5. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (B) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (C) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (D) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (E) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.
  - (F) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (G) Considere três pontos não colineares e um ponto  $P$  que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para  $P$ .
6. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
7. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem): (0,0), (0,32), (16,32) e (16,0). Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor (32,0) então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	○
1	1	○
2	2	○
3	3	○
4	4	○
5	5	○
6	6	○
7	7	○
8	8	○
9	9	○

1	2	3 V-F	4	5	6 Prof.
0 ○ ○	A ○	A ○ ○	0 ○ ○	A ○	0/4 ○
1 ○ ○	B ○	B ○ ○	1 ○ ○	B ○	1/4 ○
2 ○ ○	C ○	C ○ ○	2 ○ ○	C ○	2/4 ○
3 ○ ○	D ○	D ○ ○	3 ○ ○	D ○	3/4 ○
4 ○ ○	E ○	E ○ ○	4 ○ ○	E ○	4/4 ○
5 ○ ○		F ○ ○	5 ○ ○		
6 ○ ○		G ○ ○	6 ○ ○		
7 ○ ○			7 ○ ○		
8 ○ ○			8 ○ ○		
9 ○ ○			9 ○ ○		

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	○	○	○	●	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7
0 ○ ○
1 ○ ○
2 ○ ○
3 ○ ○
4 ○ ○
5 ○ ○
6 ○ ○
7 ○ ○
8 ○ ○
9 ○ ○

1. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
2. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0, 0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1, 0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1, 2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0, 2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2, 0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2, 2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (B)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (C)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (E)  $(\frac{7}{2}, 1)$
3. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (B) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (C) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (D) A enésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (E) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (F) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
- (G) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
4. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $C^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11, 13]$  e  $[13, 17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3, 0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2, 1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1, 1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
5. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i + j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (B)  $(1, 2, 1)$
  - (C)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (D)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (E)  $(1, 1, 2)$
6. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição (0,5), a articulação braço-antebraço na posição (0,3) e a outra extremidade do antebraço na posição (0,0). Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
7. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem): (0,0), (0,32), (16,32) e (16,0). Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor (32,0) então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2 Prof.	3 V-F	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles in the main diagonal (from the top-left to the bottom-right) are filled black. There are 10 black circles in total. All other circles are white with black outlines.

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9



1. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
2. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição (0,5), a articulação braço-antebraço na posição (0,3) e a outra extremidade do antebraço na posição (0,0). Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
3. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (B) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (C) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (D) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (E) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (F) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (G) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
4. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem): (0,0), (0,32), (16,32) e (16,0). Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor (32,0) então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
5. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (B) (1,2,1)
  - (C)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (D) (1,1,2)
  - (E)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
6. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (B)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (C)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (E)  $(2, \frac{3}{2})$
7. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1 Prof.	2	3	4	5	6 V-F
0/4	<input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1/4	<input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2/4	<input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3/4	<input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4/4	<input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
				5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
				6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
				7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
				8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
				9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/> </							

1. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição (0,5), a articulação braço-antebraço na posição (0,3) e a outra extremidade do antebraço na posição (0,0). Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
2. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i + j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (B) (1,2,1)
  - (C)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (D) (1,1,2)
  - (E)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
3. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0, 0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1, 0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1, 2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0, 2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2, 0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2, 2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (B)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (C)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (D)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (E)  $(2, \frac{3}{2})$
4. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
5. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem): (0,0), (0,32), (16,32) e (16,0). Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor (32,0) então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
6. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (B) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (C) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (D) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (E) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (F) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (G) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
7. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos [11,13] e [13,17], respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3, 0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2, 1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1, 1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 2
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 8
- Row 3, Column 9

All other circles are white.

**7 Prof.**  
0/4 ☐  
1/4 ☐  
2/4 ☐  
3/4 ☐  
4/4 ☐

- 1.** Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (B) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (C) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (D) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (E) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (F) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (G) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
- 2.** Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
- 3.** Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i + j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
- (A)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (B)  $(1, 1, 2)$
  - (C)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (D)  $(1, 2, 1)$
  - (E)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
- 4.** Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
- 5.** Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $C^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (C)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (D)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (E)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
- 6.** Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
- 7.** Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3 V-F	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles in the main diagonal (from top-left to bottom-right) are filled black. There are 10 black circles in total. All other circles are white with black outlines.

**7 Prof.**  
0/4 ☐  
1/4 ☐  
2/4 ☐  
3/4 ☐  
4/4 ☐

1. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (B)  $(1, 2, 1)$
  - (C)  $(1, 1, 2)$
  - (D)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (E)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
2. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
3. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (B) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (C) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (D) Considere três pontos não colineares e um ponto  $P$  que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para  $P$ .
  - (E) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (F) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (G) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
4. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
5. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (C)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (D)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (E)  $(2, \frac{3}{2})$
6. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $C^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
7. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)





1. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: **(1.000, -1.000)**
2. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: **(1.500, -1.500)**
  - (A)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (B)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (C)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (D)  $(1, 2, 1)$
  - (E)  $(1, 1, 2)$
3. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: **(1.000, -1.000)**
4. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: **(1.000, -1.000)**
  - (A)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (B)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (C)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (D)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (E)  $(2, \frac{3}{2})$
5. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. **(2.000, 0.000)**
6. Assinale V ou F: **(2.500, -2.500)**
  - (A) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (B) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (C) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (D) Considere três pontos não colineares e um ponto  $P$  que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para  $P$ .
  - (E) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (F) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (G) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.
7. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. **(1.000, -1.000)**



**7**

A ☐

B ☐

C ☐

D ☐

E ☐

1. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
2. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (B) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (C) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (D) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (E) Considere três pontos não colineares e um ponto  $P$  que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para  $P$ .
  - (F) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.
  - (G) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
3. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
4. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
5. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (C)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (D)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (E)  $(\frac{7}{2}, 1)$
6. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
7. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (B)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (C)  $(1, 1, 2)$
  - (D)  $(1, 2, 1)$
  - (E)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	<input type="radio"/>
1	1	<input type="radio"/>
2	2	<input type="radio"/>
3	3	<input type="radio"/>
4	4	<input type="radio"/>
5	5	<input type="radio"/>
6	6	<input type="radio"/>
7	7	<input type="radio"/>
8	8	<input type="radio"/>
9	9	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4 Prof.	5	6
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>		F <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/>		G <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>				7 <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/>				8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>				9 <input type="radio"/>	

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/> </						

1. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: **(1.000, -1.000)**
2. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i + j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: **(1.500, -1.500)**
  - (A)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (B)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (C)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (D)  $(1, 1, 2)$
  - (E)  $(1, 2, 1)$
3. Assinale V ou F: **(2.500, -2.500)**
  - (A) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (B) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (C) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (D) Considere três pontos não colineares e um ponto  $P$  que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para  $P$ .
  - (E) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (F) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (G) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.
4. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. **(2.000, 0.000)**
5. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $C^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: **(1.000, -1.000)**
6. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: **(1.000, -1.000)**
  - (A)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (B)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (C)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (D)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (E)  $(2, \frac{3}{2})$
7. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. **(1.000, -1.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4 Prof.	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

**7 V-F**

A ☐ ☐

B ☐ ☐

C ☐ ☐

D ☐ ☐

E ☐ ☐

F ☐ ☐

G ☐ ☐

1. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (B)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (C)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (E)  $(\frac{5}{2}, 2)$
2. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
3. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
4. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição (0,5), a articulação braço-antebraço na posição (0,3) e a outra extremidade do antebraço na posição (0,0). Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
5. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem): (0,0), (0,32), (16,32) e (16,0). Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor (32,0) então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
6. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A) (1,1,2)
  - (B)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (C)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (D) (1,2,1)
  - (E)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
7. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (B) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (C) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (D) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (E) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (F) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (G) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.



Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	○
1	1	○
2	2	○
3	3	○
4	4	○
5	5	○
6	6	○
7	7	○
8	8	○
9	9	○

1	2	3	4 Prof.	5	6
A ○	0 ○ ○	A ○	0/4 ○	0 ○ ○	0 ○ ○
B ○	1 ○ ○	B ○	1/4 ○	1 ○ ○	1 ○ ○
C ○	2 ○ ○	C ○	2/4 ○	2 ○ ○	2 ○ ○
D ○	3 ○ ○	D ○	3/4 ○	3 ○ ○	3 ○ ○
E ○	4 ○ ○	E ○	4/4 ○	4 ○ ○	4 ○ ○
	5 ○ ○			5 ○ ○	5 ○ ○
	6 ○ ○			6 ○ ○	6 ○ ○
	7 ○ ○			7 ○ ○	7 ○ ○
	8 ○ ○			8 ○ ○	8 ○ ○
	9 ○ ○			9 ○ ○	9 ○ ○

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	○	○	○	●	○	○
●	○	●	○	○	○	○	●	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F
A ○ ○
B ○ ○
C ○ ○
D ○ ○
E ○ ○
F ○ ○
G ○ ○

1. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (B)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (C)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (D)  $(1, 1, 2)$
  - (E)  $(1, 2, 1)$
2. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
3. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0, 0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1, 0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1, 2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0, 2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2, 0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2, 2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (B)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (C)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (D)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (E)  $(\frac{5}{2}, 2)$
4. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição (0,5), a articulação braço-antebraço na posição (0,3) e a outra extremidade do antebraço na posição (0,0). Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
5. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem): (0,0), (0,32), (16,32) e (16,0). Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor (32,0) então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
6. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos [11,13] e [13,17], respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3, 0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2, 1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1, 1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
7. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (B) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (C) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (D) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (E) A enésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (F) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (G) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	○
1	1	○
2	2	○
3	3	○
4	4	○
5	5	○
6	6	○
7	7	○
8	8	○
9	9	○

1	2	3	4 Prof.	5 V-F	6
0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	0/4 ○	A ○ ○	A ○
1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	1/4 ○	B ○ ○	B ○
2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	2/4 ○	C ○ ○	C ○
3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	3/4 ○	D ○ ○	D ○
4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	4/4 ○	E ○ ○	E ○
5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○		F ○ ○	
6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○		G ○ ○	
7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○			
8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○			
9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○			

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	●	○	●	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7
A ○
B ○
C ○
D ○
E ○

1. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: **(1.000, -1.000)**
2. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: **(1.000, -1.000)**
3. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. **(1.000, -1.000)**
4. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. **(2.000, 0.000)**
5. Assinale V ou F: **(2.500, -2.500)**
  - (A) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (B) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
- (C) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
- (D) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
- (E) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
- (F) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
- (G) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
6. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: **(1.000, -1.000)**
  - (A)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (C)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (D)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (E)  $(\frac{5}{2}, 2)$
7. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: **(1.500, -1.500)**
  - (A)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (B)  $(1, 2, 1)$
  - (C)  $(1, 1, 2)$
  - (D)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (E)  $(1, 1, \frac{1}{2})$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4	5 Prof.	6 V-F
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. Six circles are filled black, while the others are white. The black circles are located at the following (row, column) coordinates: (2,2), (2,6), (2,7), (2,8), (3,3), and (4,1). All other circles are white.

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (B)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (C)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (D)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (E)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
2. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
3. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (B)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (C)  $(1, 1, 2)$
  - (D)  $(1, 2, 1)$
  - (E)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
4. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
5. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
6. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (B) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.
  - (C) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (D) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (E) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (F) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (G) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
7. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3 Prof.	4	5 V-F	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. Most circles are white with a black outline. Seven circles are solid black, forming a shape that resembles a stylized letter 'G' or a specific pattern. The black circles are located at the following (row, column) coordinates (starting from the top-left corner): (3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 8), (4, 1), (4, 5), and (5, 3).

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9



1. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (B)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (C)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (E)  $(2, \frac{3}{2})$
2. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
3. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição (0,5), a articulação braço-antebraço na posição (0,3) e a outra extremidade do antebraço na posição (0,0). Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
4. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (B) (1,2,1)
  - (C)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (D)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (E) (1,1,2)
5. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (B) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (C) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (D) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (E) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (F) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (G) A enésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
6. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
7. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem): (0,0), (0,32), (16,32) e (16,0). Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor (32,0) então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	○
1	1	○
2	2	○
3	3	○
4	4	○
5	5	○
6	6	○
7	7	○
8	8	○
9	9	○

1	2	3	4	5 V-F	6 Prof.
A ○	0 ○ ○	A ○	0 ○ ○	A ○ ○	0/4 ○
B ○	1 ○ ○	B ○	1 ○ ○	B ○ ○	1/4 ○
C ○	2 ○ ○	C ○	2 ○ ○	C ○ ○	2/4 ○
D ○	3 ○ ○	D ○	3 ○ ○	D ○ ○	3/4 ○
E ○	4 ○ ○	E ○	4 ○ ○	E ○ ○	4/4 ○
	5 ○ ○		5 ○ ○	F ○ ○	
	6 ○ ○		6 ○ ○	G ○ ○	
	7 ○ ○		7 ○ ○		
	8 ○ ○		8 ○ ○		
	9 ○ ○		9 ○ ○		

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	●	●	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	
0	○ ○
1	○ ○
2	○ ○
3	○ ○
4	○ ○
5	○ ○
6	○ ○
7	○ ○
8	○ ○
9	○ ○

1. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (B)  $(1, 2, 1)$
  - (C)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (D)  $(1, 1, 2)$
  - (E)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
2. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
3. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0, 0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1, 0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1, 2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0, 2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2, 0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2, 2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (B)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (C)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (D)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (E)  $(\frac{5}{2}, 2)$
4. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0, 0)$ ,  $(0, 32)$ ,  $(16, 32)$  e  $(16, 0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32, 0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
5. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (B) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (C) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.
  - (D) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (E) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (F) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (G) Considere três pontos não colineares e um ponto  $P$  que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para  $P$ .
6. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0, 5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0, 3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0, 0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
7. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11, 13]$  e  $[13, 17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3, 0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2, 1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1, 1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1 Prof.	2	3 V-F	4	5	6
0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 3
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 5
- Row 4, Column 7
- Row 4, Column 9
- Row 4, Column 10
- Row 5, Column 1

All other circles are white.

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição (0,5), a articulação braço-antebraço na posição (0,3) e a outra extremidade do antebraço na posição (0,0). Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
2. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem): (0,0), (0,32), (16,32) e (16,0). Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor (32,0) então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
3. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (B) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.
  - (C) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (D) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (E) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (F) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (G) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
4. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (B) (1,2,1)
  - (C) (1,1,2)
  - (D)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (E)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
5. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (C)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (E)  $(\frac{5}{2}, 2)$
6. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $C^2$ , parametrizadas pelos intervalos [11,13] e [13,17], respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
7. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



**Nome:** \_\_\_\_\_ **Identificação:** \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3 Prof.	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 2
- Row 3, Column 8
- Row 3, Column 9
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 3

All other circles are white.

**7 V-F**

A ☐ ☐

B ☐ ☐

C ☐ ☐

D ☐ ☐

E ☐ ☐

F ☐ ☐

G ☐ ☐

1. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A) (1,1,2)
  - (B) (1,2,1)
  - (C)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (D)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (E)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
2. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem): (0,0), (0,32), (16,32) e (16,0). Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor (32,0) então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
3. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição (0,5), a articulação braço-antebraço na posição (0,3) e a outra extremidade do antebraço na posição (0,0). Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
4. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos [11,13] e [13,17], respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
5. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
6. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (B)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (C)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (E)  $(1, \frac{3}{2})$
7. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (B) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (C) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (D) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (E) A enésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (F) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (G) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2 Prof.	3	4 V-F	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 4
- Row 2, Column 5
- Row 2, Column 7
- Row 2, Column 10
- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 5

All other circles are white.

**7**

A ☐

B ☐

C ☐

D ☐

E ☐

1. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
2. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
3. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (B)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (C)  $(1, 2, 1)$
  - (D)  $(1, 1, 2)$
  - (E)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
4. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (B) A enésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (C) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (D) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (E) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (F) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (G) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
5. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3, 0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2, 1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1, 1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
6. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
7. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (B)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (C)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (E)  $(\frac{5}{2}, 2)$

**7 Prof.**  
0/4 ☐  
1/4 ☐  
2/4 ☐  
3/4 ☐  
4/4 ☐

1. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
2. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
3. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
4. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(1,1,2)$
  - (B)  $(1,2,1)$
  - (C)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (D)  $(1,1, \frac{1}{2})$
  - (E)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
5. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (B) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (C) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (D) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (E) A enésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (F) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (G) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
6. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (B)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (C)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (E)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
7. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1	2	3	4 V-F	5	6 Prof.
0	0	A	A	A	0/4
1	1	B	B	B	1/4
2	2	C	C	C	2/4
3	3	D	D	D	3/4
4	4	E	E	E	4/4
5	5		F		
6	6		G		
7	7				
8	8				
9	9				

### CONTROLE MIXNFIX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

7	
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

1. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
2. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
3. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (B)  $(1, 2, 1)$
  - (C)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (D)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (E)  $(1, 1, 2)$
4. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (B) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (C) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (D) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (E) Considere três pontos não colineares e um ponto  $P$  que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para  $P$ .
  - (F) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.
  - (G) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
5. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (C)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (D)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (E)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
6. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
7. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1 V-F	2	3 Prof.	4	5	6
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

*CONTROLE MIXNFIX*

7

A ☐

B ☐

C ☐

D ☐

E ☐



1. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
- (B) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
- (C) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
- (D) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
- (E) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
- (F) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
- (G) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.

2. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)

- (A) (1,1,2)
- (B) (1,2,1)
- (C)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
- (D)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
- (E)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$

3. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição (0,5), a articulação braço-antebraço na posição (0,3) e a outra extremidade do antebraço na posição (0,0).

Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)

4. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3, 0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2, 1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1, 1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)

5. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem): (0,0), (0,32), (16,32) e (16,0). Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor (32,0) então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)

6. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)

7. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0, 0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1, 0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1, 2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0, 2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2, 0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2, 2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)

- (A)  $(\frac{5}{2}, 2)$
- (B)  $(2, \frac{3}{2})$
- (C)  $(\frac{7}{2}, 1)$
- (D)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
- (E)  $(1, \frac{3}{2})$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4	5 Prof.	6 V-F
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 2: Column 1
- Row 3: Column 3
- Row 4: Column 5
- Row 5: Column 7
- Row 6: Column 9
- Row 7: Column 3
- Row 8: Column 5
- Row 9: Column 7
- Row 10: Column 9

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
2. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (B)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (C)  $(1, 1, 2)$
  - (D)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (E)  $(1, 2, 1)$
3. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
4. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (B)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (C)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (E)  $(\frac{7}{2}, 1)$
5. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
6. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (B) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (C) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (D) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (E) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (F) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (G) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
7. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2 Prof.	3	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black (filled):

- Row 2, Column 2
- Row 2, Column 4
- Row 2, Column 6
- Row 2, Column 8
- Row 2, Column 10
- Row 3, Column 1

The remaining 54 circles are white (empty).

**7 V-F**

A ☐ ☐

B ☐ ☐

C ☐ ☐

D ☐ ☐

E ☐ ☐

F ☐ ☐

G ☐ ☐

1. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: **(1.000, -1.000)**
2. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. **(2.000, 0.000)**
3. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. **(1.000, -1.000)**
4. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: **(1.500, -1.500)**
  - (A)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (B)  $(1, 1, 2)$
  - (C)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (D)  $(1, 2, 1)$
  - (E)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
5. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: **(1.000, -1.000)**
  - (A)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (C)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (D)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (E)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
6. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $C^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: **(1.000, -1.000)**
7. Assinale V ou F: **(2.500, -2.500)**
  - (A) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (B) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (C) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (D) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (E) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (F) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.
  - (G) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2 V-F	3	4 Prof.	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	F <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	G <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black (filled):

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 3
- Row 2, Column 5
- Row 2, Column 8
- Row 2, Column 10
- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 9

The remaining 23 circles are white (empty).

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (B)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (C)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (D)  $(1, 2, 1)$
  - (E)  $(1, 1, 2)$
2. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (B) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (C) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (D) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (E) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (F) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (G) Considere três pontos não colineares e um ponto  $P$  que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para  $P$ .
3. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0, 0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1, 0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1, 2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0, 2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2, 0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2, 2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (C)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (E)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
4. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0, 5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0, 3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0, 0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
5. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $C^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11, 13]$  e  $[13, 17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3, 0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2, 1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1, 1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
6. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0, 0)$ ,  $(0, 32)$ ,  $(16, 32)$  e  $(16, 0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32, 0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
7. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2 V-F	3	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles in the main diagonal, from the top-left to the bottom-right, are filled black. There are 10 black circles in total. All other circles are white with black outlines.

**7 Prof.**

0/4 ☐

1/4 ☐

2/4 ☐

3/4 ☐

4/4 ☐

1. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
2. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (B) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (C) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (D) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (E) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (F) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.
  - (G) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
3. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
4. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (B)  $(1, 1, 2)$
  - (C)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (D)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (E)  $(1, 2, 1)$
5. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (C)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (E)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
6. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
7. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2 Prof.	3	4	5 V-F	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 4
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 8
- Row 4, Column 9
- Row 4, Column 10
- Row 5, Column 1

All other circles are white.

7  
A ☐  
B ☐  
C ☐  
D ☐  
E ☐

1. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
2. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição (0,5), a articulação braço-antebraço na posição (0,3) e a outra extremidade do antebraço na posição (0,0). Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
3. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos [11,13] e [13,17], respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
4. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem): (0,0), (0,32), (16,32) e (16,0). Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor (32,0) então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
5. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (B) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (C) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (D) Considere três pontos não colineares e um ponto  $P$  que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para  $P$ .
  - (E) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (F) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (G) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
6. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (B)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (C)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (D)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (E)  $(1, \frac{3}{2})$
7. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (B)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (C)  $(1, 1, 2)$
  - (D)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (E)  $(1, 2, 1)$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

*CONTROLE MIXNFIX*

**7 Prof.**

0/4 ☐

1/4 ☐

2/4 ☐

3/4 ☐

4/4 ☐

1. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: **(1.000, -1.000)**
2. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i + j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: **(1.500, -1.500)**
  - (A)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (B)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (C)  $(1, 2, 1)$
  - (D)  $(1, 1, 2)$
  - (E)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
3. Assinale V ou F: **(2.500, -2.500)**
  - (A) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (B) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (C) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (D) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (E) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (F) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (G) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
4. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: **(1.000, -1.000)**
  - (A)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (B)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (C)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (E)  $(1, \frac{3}{2})$
5. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. **(1.000, -1.000)**
6. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $C^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: **(1.000, -1.000)**
7. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. **(2.000, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	<input type="radio"/>
1	1	<input type="radio"/>
2	2	<input type="radio"/>
3	3	<input type="radio"/>
4	4	<input type="radio"/>
5	5	<input type="radio"/>
6	6	<input type="radio"/>
7	7	<input type="radio"/>
8	8	<input type="radio"/>
9	9	<input type="radio"/>

1	2	3	4 Prof.	5 V-F	6
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>			F <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>			G <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>				
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>				
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>				

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7
0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>



1. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: **(1.000, -1.000)**
2. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: **(1.000, -1.000)**
3. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: **(1.000, -1.000)**
  - (A)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (C)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (D)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (E)  $(1, \frac{3}{2})$
4. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. **(2.000, 0.000)**
5. Assinale V ou F: **(2.500, -2.500)**
  - (A) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (B) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (C) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (D) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.
  - (E) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (F) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (G) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
6. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: **(1.500, -1.500)**
  - (A)  $(1,2,1)$
  - (B)  $(1,1,2)$
  - (C)  $(1,1,\frac{1}{2})$
  - (D)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (E)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
7. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. **(1.000, -1.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	○
1	1	○
2	2	○
3	3	○
4	4	○
5	5	○
6	6	○
7	7	○
8	8	○
9	9	○

1	2 V-F	3	4	5	6 Prof.
A ○	A ○ ○	0 ○ ○	A ○	0 ○ ○	0/4 ○
B ○	B ○ ○	1 ○ ○	B ○	1 ○ ○	1/4 ○
C ○	C ○ ○	2 ○ ○	C ○	2 ○ ○	2/4 ○
D ○	D ○ ○	3 ○ ○	D ○	3 ○ ○	3/4 ○
E ○	E ○ ○	4 ○ ○	E ○	4 ○ ○	4/4 ○
	F ○ ○	5 ○ ○		5 ○ ○	
	G ○ ○	6 ○ ○		6 ○ ○	
		7 ○ ○		7 ○ ○	
		8 ○ ○		8 ○ ○	
		9 ○ ○		9 ○ ○	

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	●	○	●	○	○
●	○	●	○	●	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7
0 ○ ○
1 ○ ○
2 ○ ○
3 ○ ○
4 ○ ○
5 ○ ○
6 ○ ○
7 ○ ○
8 ○ ○
9 ○ ○

1. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (C)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (D)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (E)  $(2, \frac{3}{2})$
2. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (B) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (C) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (D) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (E) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (F) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (G) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
3. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
4. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (B)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (C)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (D)  $(1, 2, 1)$
  - (E)  $(1, 1, 2)$
5. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
6. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
7. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $C^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4	5 V-F	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

*CONTROLE MIXNFIX*

**7 Prof.**  
0/4 ☐  
1/4 ☐  
2/4 ☐  
3/4 ☐  
4/4 ☐

1. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (B)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (C)  $(1, 2, 1)$
  - (D)  $(1, 1, 2)$
  - (E)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
2. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
3. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (C)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (D)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (E)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
4. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
5. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (B) A enésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (C) Considere três pontos não colineares e um ponto  $P$  que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para  $P$ .
  - (D) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (E) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (F) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (G) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
6. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
7. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

CONTROLE MIXNFIX

1 Prof.	2	3	4	5	6
0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

**7 V-F**

A ☐ ☐

B ☐ ☐

C ☐ ☐

D ☐ ☐

E ☐ ☐

F ☐ ☐

G ☐ ☐

1. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição (0,5), a articulação braço-antebraço na posição (0,3) e a outra extremidade do antebraço na posição (0,0). Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
2. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
3. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
4. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (B)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (C)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (E)  $(2, \frac{3}{2})$
5. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem): (0,0), (0,32), (16,32) e (16,0). Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor (32,0) então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
6. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (B)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (C)  $(1, 2, 1)$
  - (D)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (E)  $(1, 1, 2)$
7. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (B) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (C) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (D) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (E) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (F) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (G) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles in the main diagonal (from top-left to bottom-right) are filled black. There are 10 black circles in total. All other circles are white with black outlines.

**7 Prof.**  
0/4 ☐  
1/4 ☐  
2/4 ☐  
3/4 ☐  
4/4 ☐

1. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: **(1.000, -1.000)**
2. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: **(1.500, -1.500)**
  - (A)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (B)  $(1, 2, 1)$
  - (C)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (D)  $(1, 1, 2)$
  - (E)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
3. Assinale V ou F: **(2.500, -2.500)**
  - (A) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (B) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (C) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (D) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (E) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (F) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (G) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
4. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3, 0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2, 1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1, 1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: **(1.000, -1.000)**
5. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0, 0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1, 0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1, 2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0, 2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2, 0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2, 2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: **(1.000, -1.000)**
  - (A)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (C)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (E)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
6. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. **(1.000, -1.000)**
7. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. **(2.000, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2 V-F	3	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3: Column 2, Column 3, Column 5, Column 7, Column 9
- Row 4: Column 2, Column 3, Column 5

All other circles are white with black outlines.

**7 Prof.**

0/4 ☐

1/4 ☐

2/4 ☐

3/4 ☐

4/4 ☐

1. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
2. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (B) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (C) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (D) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (E) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (F) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (G) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
3. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
4. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
5. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (C)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (E)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
6. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(1,2,1)$
  - (B)  $(1,1,2)$
  - (C)  $(1,1, \frac{1}{2})$
  - (D)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (E)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
7. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 4
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 2
- Row 4, Column 7
- Row 4, Column 9
- Row 5, Column 1
- Row 5, Column 3

All other circles are white.

**7 Prof.**  
0/4 ☐  
1/4 ☐  
2/4 ☐  
3/4 ☐  
4/4 ☐

1. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (B) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (C) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (D) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (E) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (F) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (G) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
2. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
3. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
4. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
5. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (B)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (C)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (D)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (E)  $(1, \frac{3}{2})$
6. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(1,2,1)$
  - (B)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (C)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (D)  $(1,1,2)$
  - (E)  $(1,1, \frac{1}{2})$
7. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	<input type="radio"/>
1	1	<input type="radio"/>
2	2	<input type="radio"/>
3	3	<input type="radio"/>
4	4	<input type="radio"/>
5	5	<input type="radio"/>
6	6	<input type="radio"/>
7	7	<input type="radio"/>
8	8	<input type="radio"/>
9	9	<input type="radio"/>

1	2	3	4 Prof.	5	6
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7 V-F
A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>
G <input type="radio"/>



1. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: **(1.000, -1.000)**
2. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: **(1.000, -1.000)**
  - (A)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (B)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (C)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (E)  $(1, \frac{3}{2})$
3. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: **(1.000, -1.000)**
4. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. **(2.000, 0.000)**
5. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: **(1.500, -1.500)**
  - (A)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (B)  $(1, 1, 2)$
  - (C)  $(1, 2, 1)$
  - (D)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (E)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
6. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. **(1.000, -1.000)**
7. Assinale V ou F: **(2.500, -2.500)**
  - (A) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (B) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (C) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (D) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (E) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.
  - (F) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (G) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	<input type="radio"/>
1	1	<input type="radio"/>
2	2	<input type="radio"/>
3	3	<input type="radio"/>
4	4	<input type="radio"/>
5	5	<input type="radio"/>
6	6	<input type="radio"/>
7	7	<input type="radio"/>
8	8	<input type="radio"/>
9	9	<input type="radio"/>

1	2	3 Prof.	4 V-F	5	6
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>		F <input type="radio"/>		
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		G <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>				
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>				
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>				

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>							

1. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
2. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
3. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
4. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (B) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (C) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (D) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (E) Considere três pontos não colineares e um ponto  $P$  que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para  $P$ .
  - (F) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (G) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
5. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (B)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (C)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (D)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (E)  $(2, \frac{3}{2})$
6. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (B)  $(1, 1, 2)$
  - (C)  $(1, 2, 1)$
  - (D)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (E)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
7. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $C^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4	5 V-F	6 Prof.
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

*CONTROLE MIXNFIX*

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
2. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (B)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (C)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (E)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
3. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (B)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (C)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (D)  $(1, 2, 1)$
  - (E)  $(1, 1, 2)$
4. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
5. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (B) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (C) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (D) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (E) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (F) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (G) A enésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
6. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
7. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2 V-F	3	4	5 Prof.	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles are either white or black. The black circles are located at the following positions (row, column): (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (7, 7), (8, 8), (9, 9), and (10, 10). All other circles are white.

**7**

A ☐

B ☐

C ☐

D ☐

E ☐

1. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (B)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (C)  $(1, 1, 2)$
  - (D)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (E)  $(1, 2, 1)$
2. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (B) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (C) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (D) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (E) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (F) Considere três pontos não colineares e um ponto  $P$  que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para  $P$ .
  - (G) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
3. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
4. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
5. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
6. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $C^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
7. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (C)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (D)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (E)  $(1, \frac{3}{2})$



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1 Prof.	2 V-F	3	4	5	6
0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

*CONTROLE MIXNFIX*

[illegible]

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição (0,5), a articulação braço-antebraço na posição (0,3) e a outra extremidade do antebraço na posição (0,0). Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
2. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (B) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (C) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (D) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (E) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (F) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.
  - (G) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
3. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
4. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (B)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (C)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (D)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (E)  $(2, \frac{3}{2})$
5. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A) (1,1,2)
  - (B) (1,2,1)
  - (C)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (D)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (E)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
6. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem): (0,0), (0,32), (16,32) e (16,0). Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor (32,0) então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
7. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4 V-F	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 8
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 2
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 5
- Row 5, Column 1
- Row 5, Column 3

All other circles are white.

**7 Prof.**

0/4 ☐

1/4 ☐

2/4 ☐

3/4 ☐

4/4 ☐

1. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
2. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (C)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (D)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (E)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
3. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A) (1,1,2)
  - (B) (1,2,1)
  - (C)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (D)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (E)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
4. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (B) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (C) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (D) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.
  - (E) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (F) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (G) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
5. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
6. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
7. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	○
1	1	○
2	2	○
3	3	○
4	4	○
5	5	○
6	6	○
7	7	○
8	8	○
9	9	○

1	2	3	4	5 Prof.	6 V-F
0 ○ ○	A ○	0 ○ ○	A ○	0/4 ○	A ○ ○
1 ○ ○	B ○	1 ○ ○	B ○	1/4 ○	B ○ ○
2 ○ ○	C ○	2 ○ ○	C ○	2/4 ○	C ○ ○
3 ○ ○	D ○	3 ○ ○	D ○	3/4 ○	D ○ ○
4 ○ ○	E ○	4 ○ ○	E ○	4/4 ○	E ○ ○
5 ○ ○		5 ○ ○			F ○ ○
6 ○ ○		6 ○ ○			G ○ ○
7 ○ ○		7 ○ ○			
8 ○ ○		8 ○ ○			
9 ○ ○		9 ○ ○			

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7
0 ○ ○
1 ○ ○
2 ○ ○
3 ○ ○
4 ○ ○
5 ○ ○
6 ○ ○
7 ○ ○
8 ○ ○
9 ○ ○

1. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
2. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (C)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (D)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (E)  $(2, \frac{3}{2})$
3. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
4. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (B)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (C)  $(1, 1, 2)$
  - (D)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (E)  $(1, 2, 1)$
5. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
6. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (B) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (C) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (D) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (E) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.
  - (F) A enésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (G) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
7. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	○
1	1	○
2	2	○
3	3	○
4	4	○
5	5	○
6	6	○
7	7	○
8	8	○
9	9	○

1 V-F	2	3	4	5	6
A ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	A ○	0 ○ ○	A ○
B ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	B ○	1 ○ ○	B ○
C ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	C ○	2 ○ ○	C ○
D ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	D ○	3 ○ ○	D ○
E ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	E ○	4 ○ ○	E ○
F ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○		5 ○ ○	
G ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○		6 ○ ○	
	7 ○ ○	7 ○ ○		7 ○ ○	
	8 ○ ○	8 ○ ○		8 ○ ○	
	9 ○ ○	9 ○ ○		9 ○ ○	

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	○	●	●	●	○
●	●	○	○	●	○	●	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 Prof.
0/4 ○
1/4 ○
2/4 ○
3/4 ○
4/4 ○



1. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
- (B) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
- (C) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
- (D) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
- (E) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
- (F) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
- (G) Considere três pontos não colineares e um ponto  $P$  que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para  $P$ .
2. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
3. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
4. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
- (A)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
- (B)  $(1, 2, 1)$
- (C)  $(1, 1, 2)$
- (D)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
- (E)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
5. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $C^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3, 0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2, 1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1, 1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
6. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0, 0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1, 0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1, 2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0, 2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2, 0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2, 2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
- (A)  $(2, \frac{3}{2})$
- (B)  $(1, \frac{3}{2})$
- (C)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
- (D)  $(\frac{7}{2}, 1)$
- (E)  $(\frac{5}{2}, 2)$
7. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)



**7**

A ☐

B ☐

C ☐

D ☐

E ☐

1. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição (0,5), a articulação braço-antebraço na posição (0,3) e a outra extremidade do antebraço na posição (0,0). Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
2. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (B) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (C) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (D) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (E) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (F) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (G) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
3. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (B) (1,2,1)
  - (C) (1,1,2)
  - (D)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (E)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
4. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
5. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3, 0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2, 1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1, 1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
6. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem): (0,0), (0,32), (16,32) e (16,0). Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor (32,0) então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
7. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0, 0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1, 0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1, 2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0, 2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2, 0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2, 2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (C)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (E)  $(\frac{5}{2}, 2)$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	<input type="radio"/>
1	1	<input type="radio"/>
2	2	<input type="radio"/>
3	3	<input type="radio"/>
4	4	<input type="radio"/>
5	5	<input type="radio"/>
6	6	<input type="radio"/>
7	7	<input type="radio"/>
8	8	<input type="radio"/>
9	9	<input type="radio"/>

1 Prof.	2	3	4	5	6
0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>								

1. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição (0,5), a articulação braço-antebraço na posição (0,3) e a outra extremidade do antebraço na posição (0,0). Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
  - (B)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (C)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (D) (1,1,2)
  - (E) (1,2,1)
2. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
3. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (B)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (C)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (E)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
4. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
5. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem): (0,0), (0,32), (16,32) e (16,0). Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor (32,0) então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
6. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $C^2$ , parametrizadas pelos intervalos [11,13] e [13,17], respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
7. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (B) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (C) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (D) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (E) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (F) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (G) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4 V-F	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles are either white or black. The black circles are located at the following positions (row, column): (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6), (7,7), (8,8), (9,9), and (10,10). All other circles are white.

**7 Prof.**  
0/4 ☐  
1/4 ☐  
2/4 ☐  
3/4 ☐  
4/4 ☐

1. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A) (1,2,1)
  - (B)  $(1,1,\frac{1}{2})$
  - (C)  $(\frac{1}{2},1,2)$
  - (D) (1,1,2)
  - (E)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
2. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (B)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (C)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (E)  $(2, \frac{3}{2})$
3. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
4. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (B) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (C) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (D) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (E) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (F) A enésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (G) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
5. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
6. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
7. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	○
1	1	○
2	2	○
3	3	○
4	4	○
5	5	○
6	6	○
7	7	○
8	8	○
9	9	○

1 Prof.	2	3	4	5 V-F	6
0/4 ○	A ○	0 ○ ○	A ○	A ○ ○	0 ○ ○
1/4 ○	B ○	1 ○ ○	B ○	B ○ ○	1 ○ ○
2/4 ○	C ○	2 ○ ○	C ○	C ○ ○	2 ○ ○
3/4 ○	D ○	3 ○ ○	D ○	D ○ ○	3 ○ ○
4/4 ○	E ○	4 ○ ○	E ○	E ○ ○	4 ○ ○
		5 ○ ○		F ○ ○	5 ○ ○
		6 ○ ○		G ○ ○	6 ○ ○
		7 ○ ○			7 ○ ○
		8 ○ ○			8 ○ ○
		9 ○ ○			9 ○ ○

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	○	●	○	●	○	○
○	●	●	○	●	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7
0 ○ ○
1 ○ ○
2 ○ ○
3 ○ ○
4 ○ ○
5 ○ ○
6 ○ ○
7 ○ ○
8 ○ ○
9 ○ ○

1. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição (0,5), a articulação braço-antebraço na posição (0,3) e a outra extremidade do antebraço na posição (0,0). Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
  - (A)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (B)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (C)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (D)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (E)  $(1, \frac{3}{2})$
2. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0, 0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1, 0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1, 2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0, 2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2, 0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2, 2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (B)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (C)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (D)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (E)  $(1, \frac{3}{2})$
3. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem): (0,0), (0,32), (16,32) e (16,0). Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor (32,0) então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
  - (A) (1,1,2)
  - (B)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (C)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (D) (1,2,1)
  - (E)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
4. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A) (1,1,2)
  - (B)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (C)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (D) (1,2,1)
  - (E)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
5. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricêntricas.
  - (B) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (C) Considere três pontos não colineares e um ponto  $P$  que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para  $P$ .
  - (D) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (E) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (F) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricêntricas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (G) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
6. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
  - (A) (1,1,2)
  - (B)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (C)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (D) (1,2,1)
  - (E)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
7. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11, 13]$  e  $[13, 17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3, 0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2, 1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1, 1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
  - (A) (1,1,2)
  - (B)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (C)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (D) (1,2,1)
  - (E)  $(1, 1, \frac{1}{2})$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1 Prof.	2	3	4 V-F	5	6
0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3: Column 2
- Row 3: Column 3
- Row 3: Column 4
- Row 3: Column 6
- Row 3: Column 7
- Row 3: Column 8
- Row 3: Column 9
- Row 4: Column 1
- Row 4: Column 2
- Row 4: Column 3
- Row 4: Column 9
- Row 5: Column 3

All other circles are empty.

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição (0,5), a articulação braço-antebraço na posição (0,3) e a outra extremidade do antebraço na posição (0,0). Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
2. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (C)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (D)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (E)  $(\frac{7}{2}, 1)$
3. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A) (1,1,2)
  - (B)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (C)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (D)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (E) (1,2,1)
4. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
- (B) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
- (C) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.
- (D) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
- (E) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
- (F) A enésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
- (G) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
5. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem): (0,0), (0,32), (16,32) e (16,0). Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor (32,0) então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
6. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
7. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $C^2$ , parametrizadas pelos intervalos [11,13] e [13,17], respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4	5 Prof.	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles are either white or black. The black circles are located at the following positions (row, column): (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6), (7,7), (8,8), (9,9), and (10,10). All other circles are white.

**7 V-F**

A ☐ ☐

B ☐ ☐

C ☐ ☐

D ☐ ☐

E ☐ ☐

F ☐ ☐

G ☐ ☐

1. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
2. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(\frac{5}{2}, 2)$
  - (C)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (D)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (E)  $(2, \frac{3}{2})$
3. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A) (1,2,1)
  - (B)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (C)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (D)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (E) (1,1,2)
4. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem): (0,0), (0,32), (16,32) e (16,0). Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor (32,0) então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
5. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição (0,5), a articulação braço-antebraço na posição (0,3) e a outra extremidade do antebraço na posição (0,0). Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
6. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
7. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) Considere três pontos não colineares e um ponto P que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para P.
  - (B) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (C) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (D) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (E) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (F) A enésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (G) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3 Prof.	4	5	6
0 ○ ○	0 ○ ○	0/4 ○	0 ○ ○	A ○	A ○
1 ○ ○	1 ○ ○	1/4 ○	1 ○ ○	B ○	B ○
2 ○ ○	2 ○ ○	2/4 ○	2 ○ ○	C ○	C ○
3 ○ ○	3 ○ ○	3/4 ○	3 ○ ○	D ○	D ○
4 ○ ○	4 ○ ○	4/4 ○	4 ○ ○	E ○	E ○
5 ○ ○	5 ○ ○		5 ○ ○		
6 ○ ○	6 ○ ○		6 ○ ○		
7 ○ ○	7 ○ ○		7 ○ ○		
8 ○ ○	8 ○ ○		8 ○ ○		
9 ○ ○	9 ○ ○		9 ○ ○		

*CONTROLE MIXNFIX*

**7 V-F**

A ☐ ☐

B ☐ ☐

C ☐ ☐

D ☐ ☐

E ☐ ☐

F ☐ ☐

G ☐ ☐



1. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
2. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
3. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
4. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)
5. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (B)  $(1, 1, 2)$
  - (C)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (D)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (E)  $(1, 2, 1)$
6. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (B)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (C)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (D)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (E)  $(\frac{5}{2}, 2)$
7. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (B) Considere três pontos não colineares e um ponto  $P$  que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para  $P$ .
  - (C) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (D) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.
  - (E) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (F) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (G) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear para Computação  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/03/2006



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	<input type="radio"/>
1	1	<input type="radio"/>
2	2	<input type="radio"/>
3	3	<input type="radio"/>
4	4	<input type="radio"/>
5	5	<input type="radio"/>
6	6	<input type="radio"/>
7	7	<input type="radio"/>
8	8	<input type="radio"/>
9	9	<input type="radio"/>

1	2	3	4 Prof.	5 V-F	6
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>			F <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>			G <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>				
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>				
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>				

### CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>							

1. Considere duas curvas de Bézier com pontos de controle  $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_n$  e  $\mathbf{b}_n, \dots, \mathbf{b}_{2n}$ , que formam uma curva composta  $\mathcal{C}^2$ , parametrizadas pelos intervalos  $[11,13]$  e  $[13,17]$ , respectivamente. Se  $\mathbf{b}_{n-2} = (-3,0)$ ,  $\mathbf{b}_{n-1} = (-2,1)$  e  $\mathbf{b}_n = (-1,1)$ , então a soma das coordenadas de  $\mathbf{b}_{n+2}$  é: (1.000, -1.000)
2. Considere a curva de Bézier de grau 4 cujos 4 primeiros pontos de controle são (nesta ordem):  $(0,0)$ ,  $(0,32)$ ,  $(16,32)$  e  $(16,0)$ . Se sua primeira derivada para  $t = \frac{1}{2}$  é o vetor  $(32,0)$  então, para o último ponto, quando somamos suas duas coordenadas, obtemos: (1.000, -1.000)
3. Considere duas curvas de Bézier: uma cúbica, com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (0,0)$ ,  $\mathbf{b}_1 = (1,0)$ ,  $\mathbf{b}_2 = (1,2)$ , e  $\mathbf{b}_3 = (0,2)$ ; e uma quadrática com pontos de controle:  $\mathbf{b}_0 = (-2,0)$  e  $\mathbf{b}_2 = (-2,2)$ . Sabendo-se que as duas curvas se tangenciam nos respectivos pontos médios, então o ponto  $\mathbf{b}_1$  é igual a: (1.000, -1.000)
  - (A)  $(1, \frac{3}{2})$
  - (B)  $(-\frac{3}{2}, 1)$
  - (C)  $(2, \frac{3}{2})$
  - (D)  $(\frac{7}{2}, 1)$
  - (E)  $(\frac{5}{2}, 2)$
4. Responda na folha avulsa: Considere a simulação (bidimensional) de um braço conectado a um antebraço por meio de uma articulação que o permite rotacionar em relação ao braço. O braço por sua vez pode rotacionar em relação a uma articulação na outra extremidade ("ombro"). Inicialmente o conjunto está na vertical, com a articulação do "ombro" na posição  $(0,5)$ , a articulação braço-antebraço na posição  $(0,3)$  e a outra extremidade do antebraço na posição  $(0,0)$ . Encontre a posição em que vai estar esta extremidade do antebraço, após a aplicação de rotações anti-horárias de  $30^\circ$  no "ombro" e de  $60^\circ$  no antebraço em relação ao braço, utilizando exclusivamente transformações afins em coordenadas homogêneas. (2.000, 0.000)
5. Assinale V ou F: (2.500, -2.500)
  - (A) As derivadas de curvas de Bézier são combinações baricênticas de vetores. Para o resultado dar um vetor não era necessário ter este tipo de restrição.
  - (B) No espaço tridimensional, a superfície produzida por uma interpolação bilinear é um hiperbolóide de revolução.
  - (C) Toda transformação afim preserva os coeficientes de combinações baricênticas.
  - (D) No espaço tridimensional, rotações em torno de retas que não passam na origem não são lineares.
  - (E) A composta de transformações afins na forma de coordenadas homogêneas admite a representação de translações apenas na primeira e na última matrizes.
  - (F) A  $n$ -ésima derivada de uma curva de Bézier de grau  $n$  é o vetor nulo.
  - (G) Considere três pontos não colineares e um ponto  $P$  que é combinação baricêntrica dos três. Devido a esta restrição, podemos excluir algumas regiões do plano como possíveis localizações para  $P$ .
6. Considere a superfície de Bézier biquadrática cujos pontos de controle são da forma:  $\mathbf{b}_{ij} = (i, j, (i+j) \bmod 2)$ . Então o ponto  $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  é igual a: (1.500, -1.500)
  - (A)  $(1, 1, \frac{1}{2})$
  - (B)  $(\frac{1}{2}, 1, 2)$
  - (C)  $(1, 1, 2)$
  - (D)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$
  - (E)  $(1, 2, 1)$
7. Considere um retângulo de tamanho  $9 \times 8$  e seu centróide, que é o ponto de interseção de suas diagonais. Considere as quatro curvas de Bézier quadráticas cujos pontos de controle são formados pelas extremidades das arestas do retângulo e o seu centróide, sendo que, para cada curva de Bézier, o centróide é o ponto de controle que não pertence à curva. Assinale a área do retângulo tangenciado pelas quatro curvas. (1.000, -1.000)