

Centro de Informática - UFPE
Processamento Gráfico - Segundo Semestre— 2003
Primeira Lista de Exercícios-Entrega:16/02/2004

1. Considere a malha de controle composta por: $\mathbf{b}_{00} = (0, 0, 0)$, $\mathbf{b}_{01} = (0, 1, 1)$, $\mathbf{b}_{02} = (0, 2, 0)$, $\mathbf{b}_{10} = (1, 0, 1)$, $\mathbf{b}_{11} = (1, 1, 2)$, $\mathbf{b}_{12} = (1, 2, 1)$, $\mathbf{b}_{20} = (2, 0, 0)$, $\mathbf{b}_{21} = (2, 1, 1)$ e $\mathbf{b}_{22} = (2, 2, 0)$. A superfície de Bézier Tensorial é uma aplicação $\mathbf{b}_{00}^{2,2} : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{E}^3$, onde $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(0, 0) = \mathbf{b}_{00}$, $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(0, 1) = \mathbf{b}_{02}$, $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(1, 0) = \mathbf{b}_{20}$ e $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(1, 1) = \mathbf{b}_{22}$, caracterizada por ser o resultado da aplicação do algoritmo de de Casteljau a esta malha.
 - (a) Encontre $\mathbf{b}_{00}^{2,2}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.
 - (b) Faça um esboço da superfície junto com a malha de controle. Observe que o ponto encontrado no item anterior pertence ao plano que contém os pontos \mathbf{b}_{01} , \mathbf{b}_{10} , \mathbf{b}_{21} e \mathbf{b}_{12} . Faça o esboço deste plano, que é tangente à superfície.
 - (c) As curvas isoparamétricas são curvas de Bézier. Encontre os pontos de controle da curva para a qual $s = \frac{1}{4}$, bem como para a curva tal que $t = \frac{3}{4}$.
 - (d) Encontre as equações cartesianas das curvas das bordas.
 - (e) Mostre que a equação cartesiana da superfície é $z - 1 = -\frac{(x-1)^2}{2} - \frac{(y-1)^2}{2}$.
2. Demonstre que uma superfície de Bézier tensorial é invariante afim (avaliação de um ponto por de Casteljau comuta com operador afim). Demonstre também que a superfície de Bézier tensorial interpola as curvas de Bézier das bordas.
3. Dada a malha de controle de uma superfície de Bézier, podemos usar o algoritmo de de Casteljau para computar $\mathbf{b}^{m,n}(u, v)$ de três formas distintas: pela forma direta ou pelas duas formas tensoriais (avaliando-se na direção de u e depois na de v ; e o inverso). Faça uma comparação do número de interpolações lineares de cada forma para graus arbitrários m, n .
4. Encontre pontos de controle que geram o cilindro reto parabólico $y = x^2$. Encontre também pontos de controle de uma superfície de Bézier tensorial bicúbica tal que todas as curvas isoparamétricas em u tenham um ponto em que a primeira derivada se anula.
5. Mostre que o algoritmo direto de de Casteljau é equivalente ao algoritmo que utiliza a abordagem tensorial (de Casteljau de curva) para geração de superfície tensorial de Bézier.
6. A configuração de câmera apresentada em aula induz um tronco de pirâmide de visualização, de tal forma que suas arestas (ao serem prolongadas) passam pelo foco e pelos vértices da janela de visualização, localizada no plano de vista. Suponha que, numa representação de câmera, no lugar dos parâmetros h_x e h_y dois ângulos são fornecidos: um deles é o ângulo que duas faces opostas fazem entre si, e o outro é o ângulo que as outras duas faces fazem entre si. No lugar do foco, o centro da janela é dado. Além disso, a origem no sistema projetado fica no canto superior esquerdo. Encontre as expressões que convertem de uma representação para a outra, e encontre a expressão da projeção em perspectiva nesta representação.
7. Para mostrar que uma curva de Bézier não satisfaz a propriedade da invariância por projeções em perspectiva, considere o seguinte contra-exemplo: a câmera virtual possui os seguintes parâmetros: $\mathbf{N} = (0, 0, -1)$, $\mathbf{V} = (0, 1, 0)$, $\mathbf{C} = (0, 0, 1)$, $h_x = h_y = d = 1$ e os pontos de controle da cúbica: $\mathbf{b}_0 = (-1, -1, 0)$, $\mathbf{b}_1 = (-1, 1, 0)$, $\mathbf{b}_2 = (1, 1, 10)$, $\mathbf{b}_3 = (1, -1, 10)$, para $t = \frac{1}{2}$.
8. Considere uma câmera virtual cuja projeção utilizada é ortogonal. Que parâmetros são minimamente necessários para configurar esta câmera? Mostre que uma curva de Bézier satisfaz a propriedade de invariância por projeção ortogonal. Em coordenadas de vista, qual é a expressão deste tipo de projeção?
9. Os objetos a serem mostrados na tela devem estar à frente da câmera, ou seja, à frente do plano de vista. Identifique os efeitos em termos de aparência ao se manipular o parâmetro d bem como h_x e h_y . Qual é a diferença entre a manipulação de d e a de h_x e h_y ?

10. Considere a cúbica de Bézier dada por $\mathbf{b}_0 = (-1, -1, 0)$, $\mathbf{b}_1 = (-1, 1, 0)$, $\mathbf{b}_2 = (1, 1, 10)$, $\mathbf{b}_3 = (1, -1, 10)$. Pretende-se mover uma câmera para produzir uma animação, de forma que sua trajetória é descrita por esta curva de Bézier, com d , h_x e h_y constantes. A câmera deve apontar na direção tangente ao movimento, mantendo sempre a mesma orientação dos objetos projetados. Encontre as expressões $\mathbf{N}(t)$, $\mathbf{V}(t)$, $\mathbf{U}(t)$ e $\mathbf{C}(t)$ para $t \in [0, 1]$.
11. Uma estudante de P.G. está com um objeto cujo ponto central é $(1, 0, -1)$. Ela posicionou a câmera com o foco igual a $(2, 1, 1)$. A câmera aponta na direção do ponto central do objeto, com a vertical na direção do eixo OZ. Ela pretende rotacionar o objeto diversas vezes por um ângulo de 10° em torno do ponto central. Encontre as transformações que devem ser aplicadas aos parâmetros da câmera: N , U , V , C , d , h_x e h_y para produzir o mesmo efeito da citada rotação do objeto que a estudante pretende fazer.
12. Considere uma câmera configurada da seguinte forma: $C = (0, 0, -2)$, $V = (0, 1, 0)$, $N = (0, 0, 1)$, $d = 1$, $h_x = h_y = 10$. Pretende-se utilizar o algoritmo do Pintor para resolver o problema de visibilidade na visualização de dois triângulos: um com vértices $(1, 1, 10)$, $(2, 1, 10)$ e $(1, 2, 10)$, e o outro com vértices: $(1, 7, 0)$, $(7, 1, 0)$ e $(1, 1, 15)$. Descreva o problema que está ocorrendo, no caso de se usar a coordenada z do baricentro, ou sua distância para o foco na ordenação dos triângulos. Como os algoritmos de z -buffer, *ray tracing* básico e o BSP resolvem este problema?
13. Suponha que uma árvore de BSP foi montada para resolver a visibilidade de uma família de triângulos, resultando no seguinte conjunto de nós: $(9\ 5\ 3)$, $(10\ 9\ 7)$, $(8\ 7\ 6)$, $(1\ 3\ 4)$ e $(2\ 4\ 11)$, onde, nesta notação, $(A\ B\ C)$, A é o filho da direita, que corresponde a uma face que está na frente da face do nó, B é o nó, e C é o filho da esquerda, que corresponde a uma face que está atrás da face do nó. A câmera foi posicionada numa partição tal que ela fica à frente das seguintes faces: 2, 4, 11 e 7; e atrás das demais faces. Encontre a sequência de faces a ser utilizada, de forma a evitar que faces escondidas sejam desenhadas.
14. Considere um sistema gráfico em que o algoritmo de visibilidade é o *ray tracing* básico. Os parâmetros da câmera são N , U , V , C , d , h_x e h_y , e se pretende trabalhar com uma grade de pixels de 400×400 . Encontre a equação de um “raio” (reta paramétrica) para o ponto que tem coordenadas de tela (x_0, y_0) , em coordenadas de vista e mundiais. Quais são as interseções desta reta com a esfera centrada em $(0, 0, 0)$ de raio r ?
15. Considere um sistema que trabalha com superfícies triangularizadas. A câmera pode se aproximar da superfície e até penetrá-la. Neste caso, como o corte de um triângulo deve ser feito, conhecendo-se os seus vértices? O corte pode resultar num quadrilátero? Posteriormente à projeção dos vértices, um corte bidimensional deve ser feito, contra a janela induzida por h_x e h_y . Neste caso, pode-se criar polígonos com mais de 3 lados? Quais tipos de polígonos podem ser criados a partir do corte bidimensional? Descreva o “pipeline” gráfico.