

Departamento de Matemática – CCEN – UFPE  
Computação Gráfica - Primeiro Semestre– 2002  
Primeira Lista de Exercícios-Entrega:21/06/2002

1. Mostre que a média ponderada de pontos em que a soma dos pesos é zero, resulta num vetor.
2. Considere os seguintes conjuntos de vetores do  $\mathbb{R}^2$ :  $\alpha = \{(1, 1), (2, 1)\}$ ,  $\beta = \{(1, 1), (-1, 1)\}$  e a matriz  $M = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ .
  - a) Usando a definição, mostre que  $\alpha$  e  $\beta$  são bases de  $\mathbb{R}^2$ .
  - b) Encontre  $[I]_{\beta}^{\alpha}$  e  $[I]_{\alpha}^{\beta}$ .
  - c) Mostre que a matriz  $M$  é uma matriz de mudança de base. Em seguida encontre bases  $\gamma$  e  $\sigma$  tais que  $[I]_{\alpha}^{\gamma} = M$  e  $[I]_{\sigma}^{\beta} = M$ .
  - d) Ortonormalize a base  $\alpha$  (p.i. usual).
3. Encontre uma transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  que faz uma reflexão em torno do plano  $\pi = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | z = x - 2y\}$ , seguida de uma rotação de  $30^\circ$  em torno da reta perpendicular a  $\pi$ , no sentido anti-horário.
4. Considere o quadrado de vértices  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(0, 1)$  e  $(1, 1)$ . Mostre que a transformação afim que rotaciona em  $30^\circ$  o quadrado em torno de seu centro no sentido anti-horário não é linear. Encontre esta transformação e exiba as imagens dos vértices.
5. Mostre que só existe uma única forma de exprimir um ponto qualquer do plano  $\pi = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y - z = 2\}$  como combinação baricêntrica dos seguintes três pontos não colineares de  $\pi$ :  $(1, 1, 0)$ ,  $(1, 0, -1)$  e  $(0, 1, -1)$ .
6. Considere os três pontos não colineares e o plano  $\pi$  da questão anterior. Verifique se a interseção de  $\pi$  com a reta que passa pelos pontos  $(-1, -1, -1)$  e  $(0, 0, -\frac{1}{2})$  é um ponto interno ao triângulo formado pelos três pontos acima mencionados.
7. Mostre que se as imagens de três pontos não colineares por uma transformação afim são conhecidas, então se pode determinar a expressão desta transformação.
8. Mostre que a imagem de um quadrado por uma transformação afim é um paralelogramo.
9. Determine a transformação afim em coordenadas cartesianas  $T : \mathbb{E}^2 \rightarrow \mathbb{E}^2$  que associa os pontos  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  e  $(1, 1)$  aos pontos  $(-1, 0)$ ,  $(0, 1)$  e  $(0, -1)$ , respectivamente, de duas formas distintas: utilizando a definição de que  $T$  é uma transformação linear seguida de uma translação, e a propriedade de que  $T$  preserva combinações baricêntricas.