

Departamento de Matemática – CCEN – UFPE
Computação Gráfica - Primeiro Semestre– 2002
Segunda Lista de Exercícios-Entrega:19/07/2002

1. (1,0 pt.)Mostre que os polinômios de Bernstein B_i^n formam uma base para o espaço dos polinômios de grau n . Em seguida considere o operador $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$; mostre que ele é um produto interno. Calcule a medida dos ângulos que os polinômios de Bernstein de grau 3 fazem entre si.
2. (1,0 pt.)Esboce uma curva de Bézier de grau 4, juntamente com sua poligonal de controle, de tal forma que a curva passe pelo vértice de controle \mathbf{b}_2 . Use a forma de Bernstein para determinar que condições devemos impor em \mathbf{b}_2 (em função dos demais pontos de controle) para que $\mathbf{b}_2 = \mathbf{b}_0^4(\frac{1}{2})$.
3. (1,0 pt.)Mostre que o polinômio de Bernstein B_i^n possui um único valor de máximo no intervalo $[0,1]$, correspondente a $t = i/n$. Encontre o valor de máximo e indique o que acontece para um n muito grande.
4. (0,5 pt.) Considere os pontos de controle que são encontrados da seguinte forma: \mathbf{b}_0 é o simétrico de \mathbf{b}_3 em relação a um sistema de coordenadas arbitrário, e \mathbf{b}_1 é o simétrico de \mathbf{b}_2 em relação a este mesmo sistema. Mostre que a curva de Bézier correspondente a esta poligonal de controle passa pela origem daquele sistema.
5. (0,5 pt.) Sabemos que a única operação que podemos fazer com pontos, cujo resultado é também ponto, é a soma baricêntrica. No entanto, um sistema gráfico robusto pode ainda permitir que o usuário coloque somas não baricêntricas, se fizer uma compensação interna envolvendo a origem do sistema de coordenadas utilizado pelo usuário. Assim, como deve se comportar um sistema gráfico quando se depara com uma destas somas não baricêntricas de pontos intencionalmente colocada pelo usuário, sobretudo quando ele tem que fazer mudanças de coordenadas em que translações estejam envolvidas?
6. (0,5 pt.)Faça um esboço da curva de Bézier gerada pela poligonal $(1,1),(3,4),(2,5),(3,4)$ e $(1,1)$ (nesta ordem), e um esboço da curva de Bézier da primeira derivada e também da segunda derivada (todas com suas respectivas poligonais de controle).
7. (0,5 pt.)Considere uma cúbica de Bézier qualquer. Expresse \mathbf{b}_0 em termos dos demais vértices de tal forma que a derivada da cúbica se anule para $t = 1/3$. Faça um esboço de uma curva nestas condições e de sua primeira derivada.
8. (0,5 pt.)Considere a curva de Bézier $\mathbf{b}(t)$ cuja poligonal é dada pelos pontos: $(0,0),(0,1),(1,0)$ e $(0,0)$ (nesta ordem), com $t \in [0, 1]$. Para que valores do parâmetro t a derivada desta cúbica é paralela à reta $y = 2x - 1$?
9. (1,0 pt.)Sejam $(1, -1)$ e $(-1, -1)$ os vetores de controle da curva da segunda derivada de uma certa curva de Bézier. Sabendo-se que a curva é uma aplicação do intervalo $[5, 8]$ no plano afim, que $\mathbf{b}_2 = (1, 1)$ e que $\frac{d\mathbf{b}}{du}(8) = (2, 2)$, encontre os demais pontos da curva de Bézier e faça seu esboço.
10. (1,5 pt.)Considere duas cúbicas de Bézier controladas pelos pontos $\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3$, e $\mathbf{b}_3, \mathbf{b}_4, \mathbf{b}_5$ e \mathbf{b}_6 . São dados $\mathbf{b}_0 = (-1, -1)$, $\mathbf{b}_1 = (0, 3)$, $\mathbf{b}_2 = (0, 1)$, $\mathbf{b}_3 = (\frac{2}{3}, 1)$, $\mathbf{b}_4 = (1, 1)$ e $\mathbf{b}_6 = (3, 1)$. As curvas são aplicações dos intervalos $[1, u_1]$ e $[u_1, 4]$, onde $u_1 \in]1, 4[$.
 - (a) Determine o valor u_1 para que as curvas sejam \mathcal{C}^1 na junção.
 - (b) Determine \mathbf{b}_5 de tal forma que as curvas sejam \mathcal{C}^2 na junção.
 - (c) Faça um esboço da curva composta.
11. (0,5 pt.) Mostre que uma curva Bézier cúbica não planar não pode ter um ponto onde a primeira derivada se anula.
12. (1,5 pt.)Considere a poligonal $(0,0),(1,1),(2,3),(3,1)$ e $(5,2)$ e a curva de Bézier $\mathbf{b}^4(t)$ definida sobre o intervalo $[0,1]$. Encontre os pontos de controle de uma curva de Bézier $\mathbf{c}^4(t)$ definida sobre $[1,3]$ tal que a curva obtida pela concatenação de $\mathbf{b}^4(t)$ e $\mathbf{c}^4(t)$ seja \mathcal{C}^2 mas não \mathcal{C}^3 na junção.
13. Considere uma curva de Bézier $\mathbf{b}_0^2(t)$ controlada pelos pontos $(0, 0)$, $(3, 3)$ e $(6, 0)$.