

Falhas em Redes, Avaliação de Risco e Vulnerabilidade de Sistemas

Cláudio T. Cristino Sóstenes Lins,

Depto. de Matemática, CCEN, UFPE,

50740-540, Recife, Pernambuco

E-mail: ctc@dmат.ufpe.br, sostenes@dmат.ufpe.br,

Gauss Moutinho Cordeiro

Depto. de Estatística e Informática, UFRPE,

52171-900, Recife, Pernambuco

E-mail: gauss@deinfo.ufrpe.br

Resumo Este trabalho tem por objetivo descrever um modelo de propagação de falhas, avaliação de risco e estudo de vulnerabilidade de sistemas que possam ser representados por grafos ou outras estruturas combinatórias, de modo que a relação física ou lógica dos componentes de tais sistemas sejam explicitados pela estrutura do grafo. O enfoque deste estudo será sistemas de geração e transmissão de energia elétrica, comumente representado por uma rede elétrica: um grafo (dirigido) sobre o qual se define uma função de resistência das arestas e uma conseqüente função de potencial absoluto dos vértices. Neste ambiente, a rede é suposta satisfazer as leis de Kirchhoff. Uma alteração da rede para uma nova representação, tem por objetivo descrever problemas de propagação de falhas ou “sinais de queima”, que perturbam o sistema e causam a perda de conjuntos de componentes.

Palavras-chave atribuição probabilística de risco; métricas de risco; redes elétricas; vulnerabilidade.

Introdução

Estaremos interessados na modelagem matemático-estatística de redes elétricas, no que diz respeito aos riscos de grandes acidentes (ou de acidentes). Busca-se fornecer respostas a algumas questões:

1. Que métricas devem ser utilizadas para mensurar o risco de acidentes e grandes perdas em redes elétricas?
2. Como as métricas são afetadas por diferentes estruturas da rede elétrica e pelos sistemas de proteção e prevenção a serem utilizados?
3. Como utilizar as métricas para avaliar empreendimentos de múltiplas instalações?

4. Como comparar o risco relativo de diferentes instalações?

5. Como mapear os riscos relativos de diferentes componentes de uma instalação?

Iremos estabelecer um procedimento sistemático de avaliação e hierarquização probabilística de riscos em redes elétricas, também aplicável a qualquer rede, usado no apoio à decisão, em termos de gestão de riscos. O modelo irá identificar medidas probabilísticas do risco global da rede elétrica, permitindo sua estratificação e hierarquização nas diversas instalações e seus componentes.

Tradicionalmente, utilizam-se técnicas de avaliação probabilística de risco, que necessitam de parâmetros estimados a partir de séries históricas do próprio processo e/ou das bases de dados de referência. Existe, porém, uma dificuldade em tal tratamento: o tamanho da rede e a dinâmica da rede, como resposta da própria consideração das conseqüências de um acidente.

Modelagem de sistemas elétricos

Define-se como uma *rede elétrica*, $N = (V, E, r)$, um grafo $G_N = (V, E)$, em que V representa um conjunto de componentes e E algum tipo de ligação entre tais componentes, a princípio, uma ligação física. Sobre o conjunto de arestas, define-se uma função real não-negativa, r , denominada *resistência das arestas de G_N* . Define-se, ainda, uma outra função sobre as arestas de G_N , $\nu : E \rightarrow \mathbb{R}$, denominada por *diferença de potencial* e que é denotada por $\nu(e) = \nu_e = \nu_{uv}$, para uma aresta $e = [uv]$. Neste caso fica definida uma *corrente elétrica* por:

$$i_e = \frac{\nu_e}{r_e}. \quad (1)$$

Esta corrente é considerada *fluir* de u para v . Neste contexto, é exigido que o sistema satisfaça às seguintes propriedades:

1. A soma das diferenças de potencial ao redor de qualquer ciclo de G_N é nula.
2. A soma das correntes de entrada e de saída em cada vértice de G_N é zero.

Estas duas propriedades são chamadas, respectivamente, *Lei de potencial de Kirchhoff* e *Lei de corrente de Kirchhoff*.

Para cada vértice v de G_N define-se um *potencial absoluto* \mathbf{V}_v tal que $\nu_{uv} = \mathbf{V}_u - \mathbf{V}_v$. Para a determinação destes potenciais absolutos, considere a atribuição das diferenças de potencial sobre as arestas de G_N . Pela Lei de potencial de Kirchhoff, para dois uv -caminhos, $ux_1x_2 \dots x_kv$ e $uy_1y_2 \dots y_mv$, temos que

$$\nu_{ux_1} + \nu_{x_1x_2} + \dots + \nu_{x_kv} = \nu_{uy_1} + \nu_{y_1y_2} + \dots + \nu_{y_mv}. \quad (2)$$

Assim é fixado para um determinado vértice v , denominado de referência, o potencial absoluto $\mathbf{V}_v = 0$ e

$$\mathbf{V}_u = \nu_{ux_1} + \nu_{x_1x_2} + \dots + \nu_{x_{k-1}x_k} + \nu_{x_kv}, \quad (3)$$

para um uv -caminho qualquer. Tal vértice de referência é tomado para cada componente conexa de G_N .

Vulnerabilidade de uma rede

A partir de sua topologia, uma rede pode receber índices que medem sua robustez, no sentido de conectividade e eficiência de fluxo, ou de forma oposta, a rede por ser classificada por índices de vulnerabilidade. Seja \mathcal{V} um índice de vulnerabilidade de uma rede. Para tal índice é exigida as seguintes propriedades:

- (V.1) \mathcal{V} é invariante por isomorfismo.
- (V.2) $\mathcal{V}(N_1) \geq \mathcal{V}(N)$ se N_1 é obtido de N , adicionado-se uma nova aresta.
- (V.3) $\mathcal{V}(N)$ é computável em tempo polinomial, com respeito ao número de vértices de N .

Por exemplo, considere a seguinte função:

$$\mathcal{V}(N) = \exp \left[\frac{M - m}{n} + n - |E| - 2 + \frac{2}{n} \right]. \quad (4)$$

Em (4), $n = |V(N)|$, M é o grau máximo de N e m é o grau mínimo de N . Para redes representadas

por K_n , o grafo completo com n vértices, S_n , a estrela com $n + 1$ vértices e o ciclo C_n , temos:

$$\mathcal{V}(K_n) = \exp \left[\frac{-n^3 + 3n^2 - 4n + 4}{2n} \right];$$

$$\mathcal{V}(S_n) = \exp [0] = 1;$$

$$\mathcal{V}(C_n) = \exp \left[-2 + \frac{2}{n} \right].$$

Efetivamente, as funções de vulnerabilidade indicam para uma determinada configuração da rede, o quanto ela pode ser protegida devido à conectividade de sua topologia.

Acidentes na rede

Entende-se por *acidente* numa rede os sinais originados na própria rede ou fora dela que causam danos físicos aos equipamentos e desequilíbrios do fluxo normal dessa rede. Tais sinais serão denominados *sinais de queima*, sem nenhum tipo de conotação, por enquanto. Por exemplo, considerando-se a rede elétrica, um curto-circuito de qualquer espécie seria um sinal de queima, que representa um acidente na rede. A severidade de um acidente pode ser medida pelo custo de equipamentos afetados, penalização por queda no fluxo, ou outras métricas que podem ser definidas, conforme o ponto de vista de pesquisa.

Um dos objetivos deste trabalho é analisar o risco associado a cada cenário de acidente, o que diretamente classificaria os diversos componentes da rede conforme esse fator. Tal classificação corresponde a uma métrica que estabelece um subsídio decisório de planejamento da rede, de sua proteção, ou de reforço nesta proteção.

Risco

Seja G um grafo conexo. Para cada vértice (equipamento) v de G suponha que exista uma probabilidade $P(v)$ de surgimento de um sinal de queima. Tal sinal se propaga pela rede através de caminhos dirigidos a partir de v .

Cada aresta de G é munida de um dispositivo (função) que, a partir do surgimento do sinal de queima em v , remove as arestas que saem de v ($e_1 = [vv_1], \dots, e_k = [vv_k]$) com probabilidade $q(e_i) = q_{e_i} = 1 - p_{e_i}$.

Seja $C : V(G) \rightarrow \mathbb{R}^+$ uma função, denominada *custo do vértice* v .

Define-se o *risco* de um vértice v , $R(v)$, como:

$$\begin{aligned}
 R(v) = & \prod_{u \in \Gamma(v)} q_{vu} \left[P(v)C(v) \right. \\
 & + \sum_{u \in \Gamma(v)} \left[C(u) + C(v) \right] P(u)p_{uv} \prod_{\substack{w \in \Gamma(u) \\ w \neq v}} q_{uw} \\
 & + \sum_{u \in \Gamma(v)} \sum_{w \in \Gamma(u)} \left[C(w) + C(u) + C(v) \right] \\
 & \times P(w)p_{wu}p_{uv} \prod_{\substack{x \in \Gamma(w) \\ x \neq u}} q_{wx} \prod_{\substack{y \in \Gamma(u) \\ y \notin \{v, w\}}} q_{uy} \Big],
 \end{aligned} \tag{5}$$

em que $\Gamma(v)$ representa a vizinhança de v .

Vamos interpretar a equação (5): a primeira parcela do lado direito representa o risco de um sinal de queima ocorrer em v e não se propagar para outras arestas (proteção funcionou). Neste caso, o equipamento v queima e possui um custo $C(v)$. A segunda parcela representa o surgimento de um sinal de queima em algum vizinho u de v , a aresta $[uv]$ não foi removida e todas as outras arestas incidentes a u foram removidas, o risco de v passa a ser tais probabilidades vezes a soma dos custos de v e u . A terceira parcela indica que o sinal de queima foi em um vértice w cuja distância até v é 2, e somente as arestas que unem v a w não foram removidas, nesse caso, o risco de v é calculado por tais probabilidades vezes a soma dos custos dos vértices de tais 2-caminhos.

Podemos definir o risco externo de um vértice v como sendo o risco de que um sinal de queima chegue a v sem considerá-lo como fonte do sinal:

$$\begin{aligned}
 R'(v) = & \sum_{u \in \Gamma(v)} \left[C(u) + C(v) \right] P(u)p_{uv} \prod_{\substack{w \in \Gamma(u) \\ w \neq v}} q_{uw} \\
 & + \sum_{u \in \Gamma(v)} \sum_{w \in \Gamma(u)} \left[C(w) + C(u) + C(v) \right] \\
 & \times P(w)p_{wu}p_{uv} \prod_{\substack{x \in \Gamma(w) \\ x \neq u}} q_{wx} \prod_{\substack{y \in \Gamma(u) \\ y \notin \{v, w\}}} q_{uy}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Neste caso, não é considerada a primeira parcela da equação (5) e o peso maior do risco está associado à falha da proteção.

Esta definição vai ao encontro da definição clássica de risco, que é Probabilidade \times Custo, em que custo é dado conforme o estudo que se esteja fazendo.

Esta métrica possui algumas boas propriedades, dadas a seguir.

Proposição 1. *Seja G o grafo que represente uma rede. Considere dois vértices v e u de G , tais que eles sejam simétricos em relação ao grafo, ou seja, que tenham localmente a mesma estrutura da vizinhança (considerando-se até a sua 2-vizinhança), e que tais vizinhanças recebam os mesmos parâmetros de custo e probabilidades de propagação. Então para u e v é atribuído o mesmo risco, R .*

A Figura 1 ilustra a situação dada pela Proposição (1).

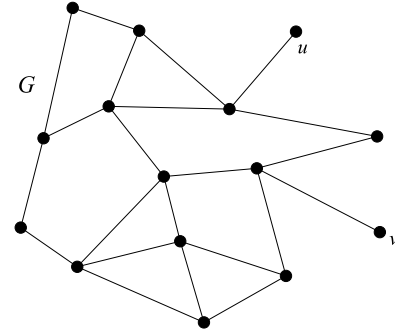


Figura 1:

A demonstração de tal fato segue diretamente da definição do risco. Note, também, que outra propriedade pode seguir da definição, equipamentos com a mesma estrutura de vizinhança, como na proposição, mas que possuam custos diferentes, terão riscos distintos.

No caso real, atendendo a leis físicas, existe uma direção que o sinal de queima obedece, significando que o grafo de isolamento é dirigido e com possíveis arestas duplas (dirigidas opostamente), representando o mesmo disjuntor/equipamento de proteção. Consideraremos, porém, esta simplificação do modelo.

Outra métrica

Definindo outra métrica, agora com a seguinte filosofia: o risco de um vértice é dado pela probabilidade de queima de tal vértice (equipamento) e de tal queima gere um sinal de queima para outros vértices. Usando a mesma notação anterior:

$$\begin{aligned}
 \tilde{R}(v) = & P(v) \prod_{u \in \Gamma(v)} q_{vu} \left\{ C(v) \right. \\
 & + \sum_{u \in \Gamma(v)} p_{vu} \left(C(v) + C(u) \right) \prod_{\substack{w \in \Gamma(u) \\ w \neq v}} q_{uw} \\
 & + \sum_{u \in \Gamma(v)} \sum_{w \in \Gamma(u) \setminus v} p_{vu} p_{uw} \left(C(v) + C(u) + C(w) \right) \\
 & \times \prod_{\substack{x \in \Gamma(w) \\ x \neq u}} q_{wx} \prod_{\substack{y \in \Gamma(u) \\ y \notin \{v, w\}}} q_{uy} \\
 & \left. + \text{falhas por 3-caminhos...} \right\}
 \end{aligned} \tag{7}$$

Esta maneira de descrever o risco também é fortemente influenciada pela topologia da rede, no sentido de que simetrias e assimetrias locais são refletidas nos valores desse índice. As falhas por 3-caminhos são desprezíveis, na maioria das vezes, por conta das probabilidades se tornarem muito pequenas. Existe, porém, a ressalva de que deve-se levar em consideração os custo de equipamentos de vizinhanças mais abrangentes.

Novamente, pode-se considerar a contribuição do acidente devido à falha das proteções como:

$$\begin{aligned}
 \tilde{R}'(v) = & P(v) \left\{ \sum_{u \in \Gamma(v)} p_{vu} \left(C(v) + C(u) \right) \prod_{\substack{w \in \Gamma(u) \\ w \neq v}} q_{uw} \right. \\
 & + \sum_{u \in \Gamma(v)} \sum_{w \in \Gamma(u) \setminus v} p_{vu} p_{uw} \left(C(v) + C(u) + C(w) \right) \\
 & \times \prod_{\substack{x \in \Gamma(w) \\ x \neq u}} q_{wx} \prod_{\substack{y \in \Gamma(u) \\ y \notin \{v, w\}}} q_{uy} \\
 & \left. + \text{falhas por 3-caminhos...} \right\}
 \end{aligned} \tag{8}$$

A modelagem da rede elétrica

Numa primeira aproximação, tem-se uma rede N modelada por um grafo. Na Figura 2, está representada um exemplo de uma rede elétrica. G_i representam geradores, T_i - transformadores, B -

barramento e D_i - disjuntores. A proteção, por simplicidade resume-se aos disjuntores, ou seja, a lógica da proteção que atua sobre os disjuntores está implícita.

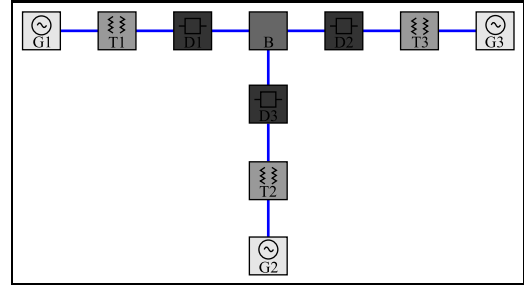


Figura 2: Rede elétrica.

Com a retirada do grafo dos vértices que representam os disjuntores, o grafo é desconectado (Figura 3).

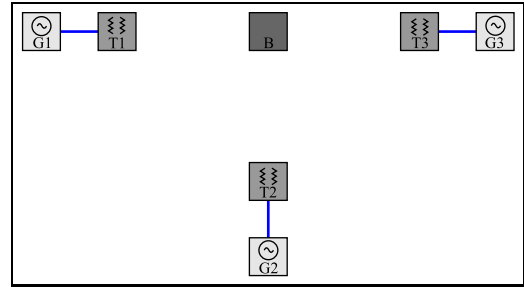


Figura 3: Componentes conexas formadas pela remoção dos disjuntores.

Note que as componentes conexas originadas desta operação são compostas por vértices (equipamentos) que possuem o mesmo nível de segurança local, no sentido que eventos de falha ocorridos localmente não são debelados por nenhuma proteção. As componentes conexas serão denominadas *setores*.

O grafo de isolamento

Seja \mathcal{G}_N um novo grafo definido como se segue: os vértices correspondem aos setores da rede elétrica definidas acima e dois vértices são ligados por uma aresta se existir um disjuntor entre eles (Figura 4). Denomina-se tal grafo como *grafo de isolamento*.

Analisando-se tal grafo, vê-se que eventos de falha propagam-se de um vértice-setor para outro, através das arestas que representam disjuntores, coerente com a idéia da proteção.

Define-se, agora, a distância entre dois vértices-setores como a distância canônica em um grafo:

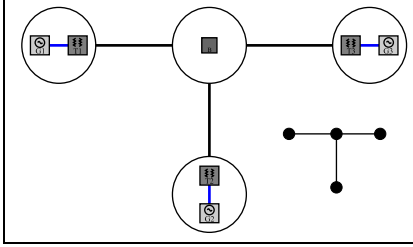


Figura 4: Grafo de isolamento, \mathcal{G}_N .

é o comprimento do menor caminho unindo dois vértices. Assim, se $P = v_0, d_1, v_1, \dots, v_{k-1}, d_k, v_k$ ($v_i \in V(\mathcal{G}_N)$ e $d_j \in E(\mathcal{G}_N)$) é o menor caminho entre os vértices v_0 e v_k em \mathcal{G}_N , $\text{dist}(v_0, v_k) = k$ e para que um evento de falha em v_0 se propague até v_k é necessário que este passe por k disjuntores (arestas).

Risco de um acidente

Seja $\mathcal{G}_N = (V, E)$ o grafo de isolamento de uma rede elétrica. Neste caso, os vértices V são os setores da rede elétrica e as arestas E são os disjuntores da rede elétrica. Considere o seguinte cenário: Nasce um problema (por exemplo, altas correntes, como reflexo de um curto circuito) num setor que se propaga para setores adjacentes devido a disjuntores que “falham” em proteger esses setores adjacentes.

Tendo em mente este tipo de situação, definimos formalmente um acidente em \mathcal{G}_N como um par

$$(v, \{e_1, \dots, e_n\}),$$

onde v é um vértice de \mathcal{G}_N (interpretado como setor de origem do problema) e $\{e_1, \dots, e_n\}$ é um subconjunto (possivelmente vazio) de arestas de \mathcal{G}_N (interpretado como os disjuntores que falharam). Além disso, o subgrafo $\mathcal{G}_N[e_1, \dots, e_n] + \{v\}$ (isto é, o subgrafo de \mathcal{G}_N , induzido por $\{e_1, \dots, e_n\}$ mais o vértice v) deve ser conexo. O subgrafo $\mathcal{G}_N[e_1, \dots, e_n] + \{v\}$ é chamado de *alvo* do acidente $(v, \{e_1, \dots, e_n\})$, pois se trata do maior subgrafo de G atingido pelo acidente.

Vamos supor algumas hipóteses para cálculo de risco:

- Para cada setor v o número de nascimentos de problema num ano é uma variável aleatória

$$N_v = \begin{cases} 1, & \text{com probabilidade } p_v; \\ 0, & \text{com probabilidade } 1 - p_v \end{cases}$$

- a probabilidade de que o disjuntor e falhe, quando exigido é p_e e a dele funcionar quando exigido é $1 - p_e$.

Com isso, a probabilidade de acontecer o acidente $a = (v, \{e_1, \dots, e_n\})$ num ano é

$$P(a) = p_v \times \prod_{i=1}^n p_{e_i} \times \prod_{e \in E'} (1 - p_e), \quad (9)$$

em que $E' = \{e \in E \setminus \{e_1, \dots, e_n\} \mid u, w = \text{extremidades}(e) \text{ e } \{u, w\} \cap \text{alvo}(a) \neq \emptyset\}$. O custo do acidente a é dado por $C(a)$. Logo, o risco do acidente a é dado por

$$R(a) = P(a) \times C(a) \quad (10)$$

Quando o objetivo de análise é o risco de um setor v , então define-se o risco do setor como sendo:

$$R(v) = \sum_{a \in A'} R(a), \quad (11)$$

onde $A' = \{a \text{ é acidente} \mid v \in \text{alvo}(a)\}$. Ou seja o risco de um setor é definido como a soma dos riscos de todos os acidentes que têm aquele setor em seu alvo.

Obtenção de parâmetros e modelagem de falhas

Como visto nas métricas de risco definidas nas seções anteriores, é necessário que se tenha uma distribuição de probabilidades de falha sobre os vértices (equipamentos) e sobre as arestas (proteção). Os modelos utilizados baseiam-se em dados históricos dos próprios equipamentos. Se $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ é o conjunto de vértices de uma rede, que representa os componentes de um sistema elétrico, pode-se associar a tal conjunto a função

$$s(v_i) = s_i = \begin{cases} 0, & \text{se } v_i \text{ falhou,} \\ 1, & \text{se } v_i \text{ está OK.} \end{cases} \quad (12)$$

Em termos de componentes, a n -upla $s = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ representa o estado do sistema. Neste caso, tomando p_i e $q_i = 1 - p_i$ como as probabilidades de falha e de funcionamento do i -ésimo componente, temos que a probabilidade de um estado do sistema é:

$$p(s) = \prod_{i=1}^{n_f} p_i \prod_{j=1}^{n-n_f} q_j. \quad (13)$$

em que n_f é o número de componentes falhados. Obviamente, se todos os componentes estão em funcionamento, então $n_f = 0$ e $p(s) = \prod_{i=1}^n q_i$. Denotando-se a frequência de um estado s por $f(s)$ e por $d(s)$ a duração de tal estado, temos que

$$f(s) = p(s) \sum_{k=1}^n \alpha_k, \text{ e} \quad (14)$$

$$d(s) = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \alpha_k}. \quad (15)$$

em que

$$\alpha_k = \begin{cases} \lambda_k, & \text{taxa de falha} \\ \mu_k, & \text{taxa de reparo.} \end{cases} \quad (16)$$

Tais taxas são obtidas a partir do histórico do componente [5]. Se S denota o conjunto de todas os estados do sistema, a probabilidade acumulada de falha do sistema é dada por

$$P_f = \sum_s \in Sp(s), \quad (17)$$

sendo a frequência de falha dada por

$$F_f = \sum_{s \in S} f(s) - \sum_{i,j \in S} f_{ij}, \quad (18)$$

em que f_{ij} é a frequência de transição do estado i para o estado j . Finalmente,

$$D_f = \frac{P_f}{F_f} \quad (19)$$

é a duração acumulada da frequência de falha do sistema. Os processos de transição podem ser avaliados por meio de simulações de Monte Carlo sequencial ou não-sequencial.

Considerações Finais

A modelagem de um sistema elétrico via redes e grafos de isolamento com o objetivo de se obter métricas de classificação ou hierarquização de seus componentes ou instalações pode ser feito via os índices aqui tratados. O risco de acidentes estipula uma determinada frequência de ocorrência que deve ser investigada via modelos probabilístico de atribuição de falhas. Através das técnicas apresentadas, um modelo de mapeamento de risco por ser implantado, com a ressalva de que parâmetros para equipamentos devam ser obtidos criteriosamente.

Agradecimentos

Esta pesquisa é financiada pela CHESF – Companhia Hidro Elétrica do São Francisco, através do programa de Pesquisa e Desenvolvimento.

Referências

- [1] R. Albert, and A.L. Barabási, Statistical mechanics of complex networks, *Rev. Modern Physics*, **74**: pp.47-97, 2002.
- [2] H. Bühlmann, *Mathematical Methods in Risk Theory*, Springer-Verlag, New York, 1970.
- [3] T. Bedford e R. Cooke, *Probabilistic Risk Analysis: Foundations and Methods*, Cambridge University Press, Cambridge, 2001.
- [4] D.S. Callaway *et alli*, Network Robustness and Fragility: Percolation on Random Graphs, *Physical Review Letters*, **85**, 25: pp.5468-5471, 2000.
- [5] Cordeiro, G.M., Lins, S., Cristino, C.T., Confiabilidade de Sistemas e Avaliação Probabilística de Riscos, a aparecer na *Revista Brasileira de Matemática e Estatística*.
- [6] R. Criado *et alli*, Effective Measurement of Network Vulnerability Under Random and Intentional Attacks, *Journal of Mathematical Modeling and Algorithms*, **4**: pp. 307-316, 2005.