

-INF01047- Aula 17 Visualização 3D: Projeções



Modelo geométrico



Pipeline de visualização
→

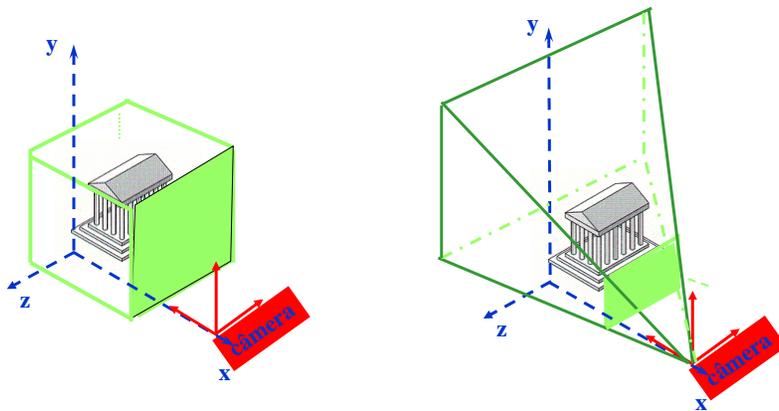
Imagem



Modificado de M.M. Oliveira



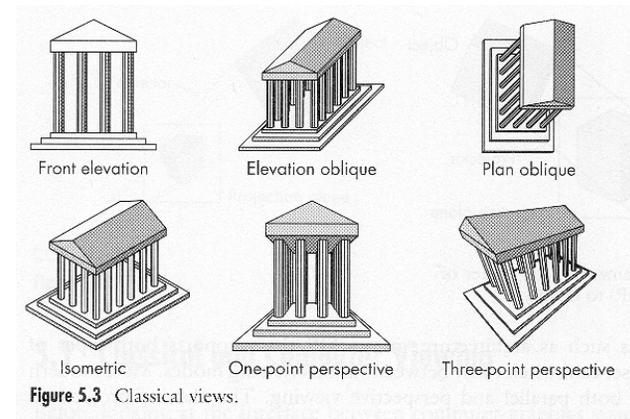
Visualização 3D



- Projeção ortográfica x projeção perspectiva

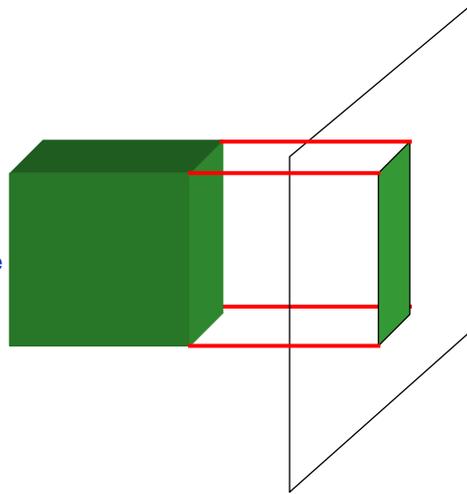


Projeções paralelas e perspectiva



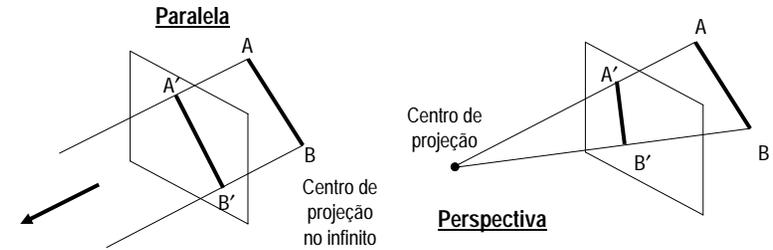
Projeções

- Pontos em $R^n \rightarrow R^{n-1}$
- Projeção definida por **linhas projetoras ou projetantes**
 - partem de um centro de projeção
 - atravessam cada ponto que define um objeto e
 - interceptam uma superfície de projeção

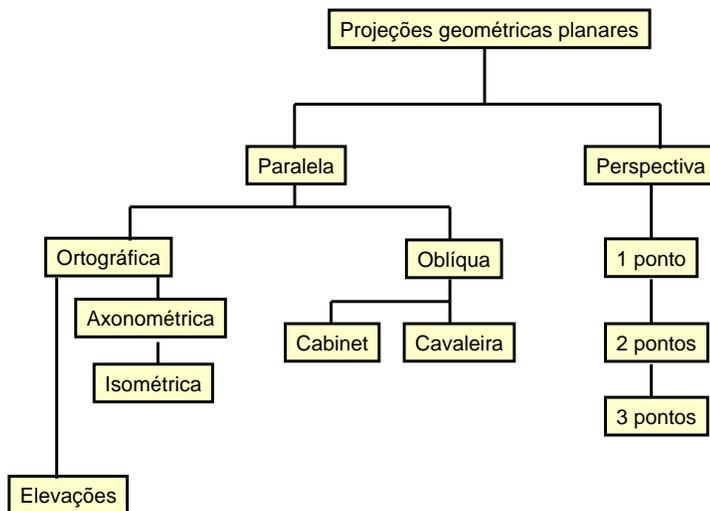


Projeções

- Usualmente em Computação Gráfica:
 - projeções planares: superfície de projeção é plana
 - projeções geométricas: linhas projetoras são representadas por **retas**
- Tipos (**Paralela** ou **Perspectiva**)



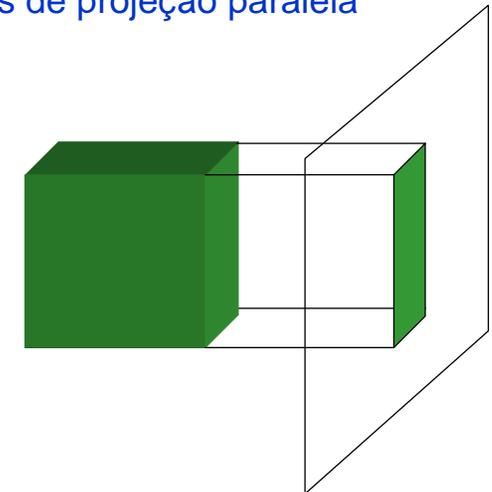
Taxonomia das projeções



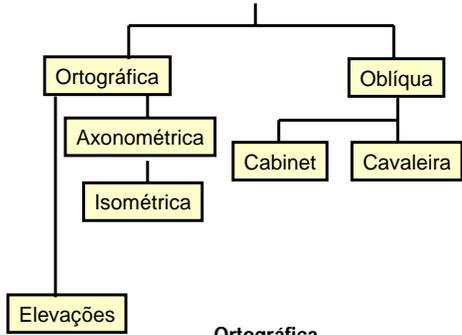
Projeção Paralela Ortográfica

- Caso mais simples de projeção paralela

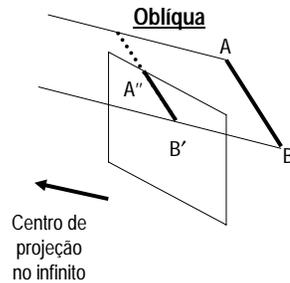
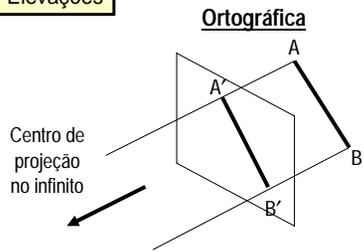
3D	2D
(x,y,z)	(x,y)
	(x,z)
	(y,z)



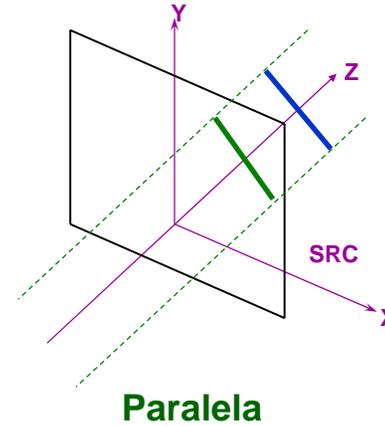
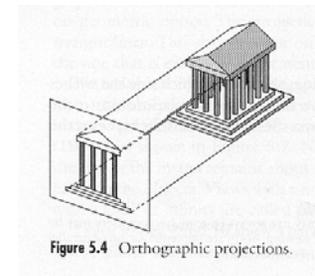
Projeção Paralela



- Especificada pela direção de projeção e não por um ponto
 - Centro de projeção no infinito

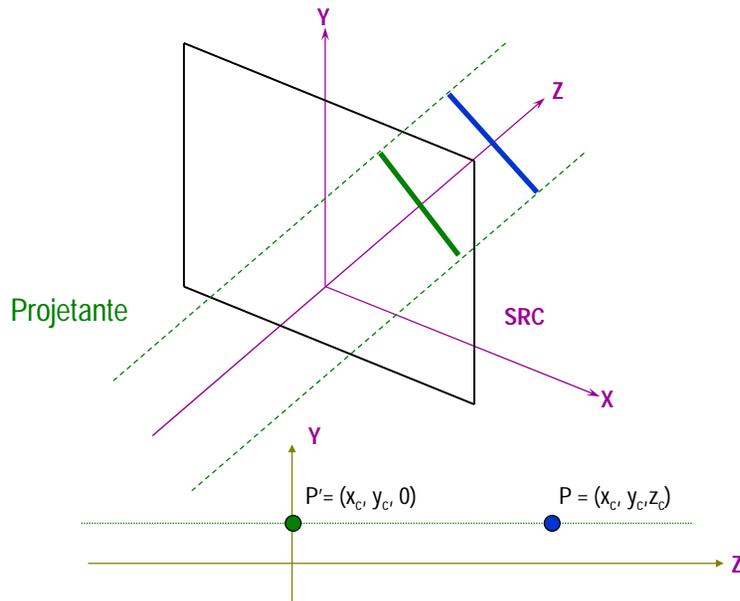


Tipos de projeção: paralela

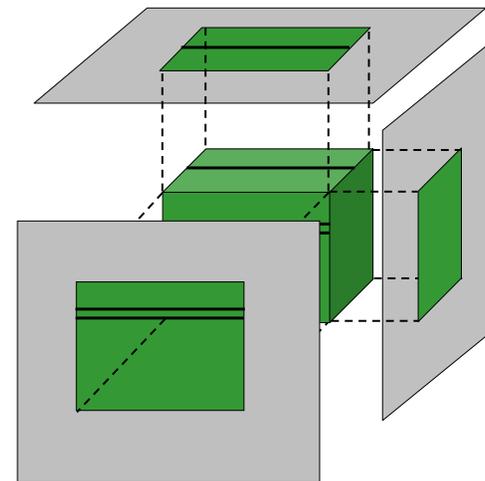


- Projeção paralela ortográfica
 - P' = projeção de $P = (x,y,z)$ no plano XY
 - $P' = (x,y,0)$

Projeção Paralela Ortográfica



Vistas ortográficas



- Mais comuns
 - Front-elevation
 - Side-elevation
 - Plan-elevation
- Direção de projeção paralela a um dos eixos principais (x, y, z)
- Plano de projeção perpendicular ao eixo

Projeções paralelas ortográficas axonométricas

- Plano de projeção NÃO é perpendicular a um dos eixos principais
- Amostra várias faces do objeto ao mesmo tempo
- É preservado o paralelismo entre as linhas
- Não são preservados ângulos entre as linhas
- Distâncias podem ser medidas ao longo dos eixos principais (considerando fatores de escala)

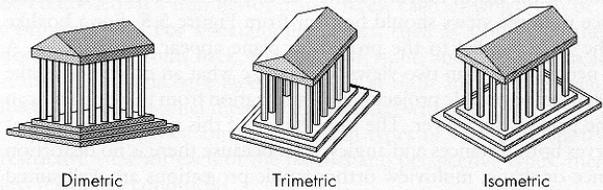
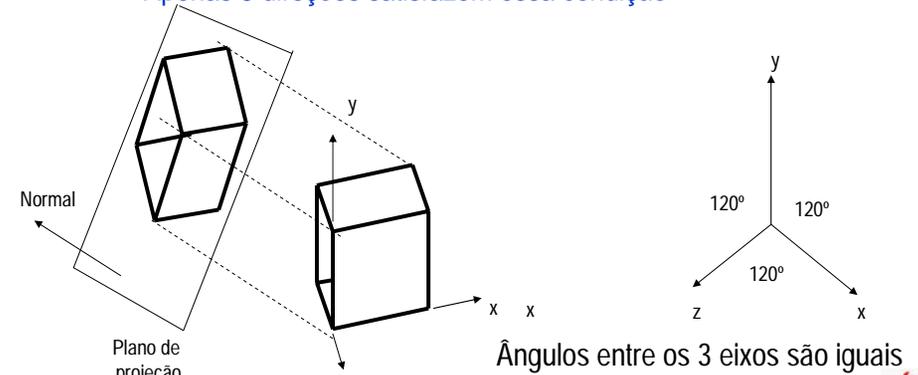


Figure 5.7 Axonometric views.



Isométrica

- **Projeção axonométrica mais comum**
 - Normal do plano de projeção equidistante aos 3 eixos principais
 - Ângulos com os eixos são preservados
 - Apenas 8 direções satisfazem essa condição



Projeções paralelas ortográficas

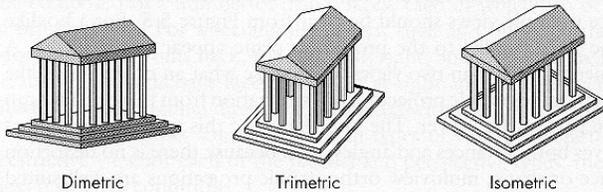


Figure 5.7 Axonometric views.

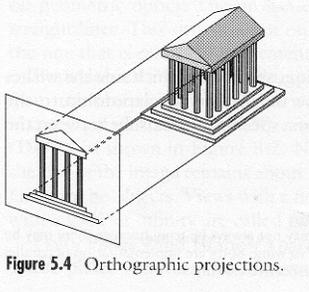


Figure 5.4 Orthographic projections.

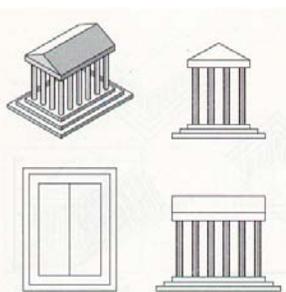
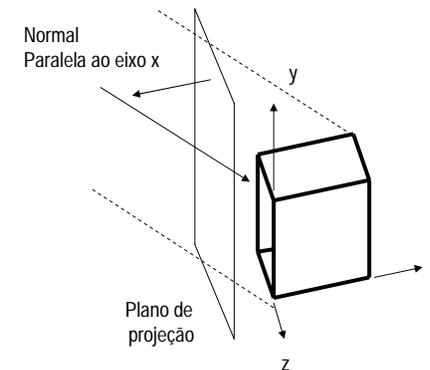


Figure 5.5 Temple and three multiview orthographic projections.



Projeção paralela oblíqua

- Normal ao plano de projeção difere da direção de projeção
- Normalmente, o plano de projeção é perpendicular a um dos eixos principais
 - Usada frequentemente em ilustrações de livros (fácil de desenhar)



Projeção paralela oblíqua

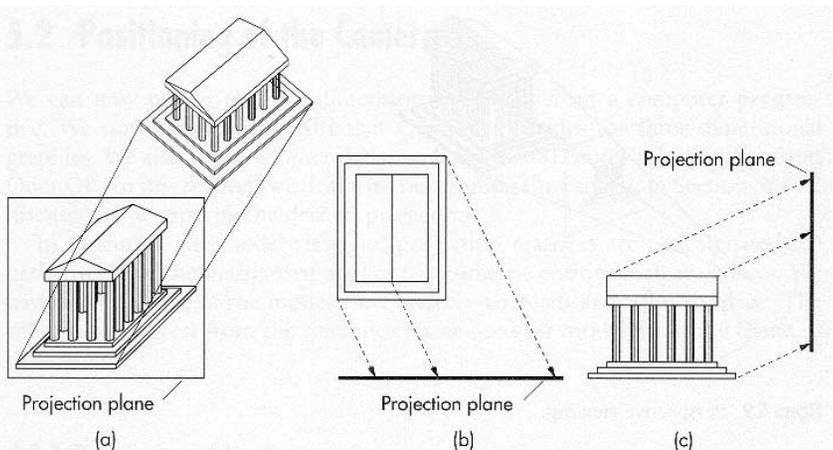
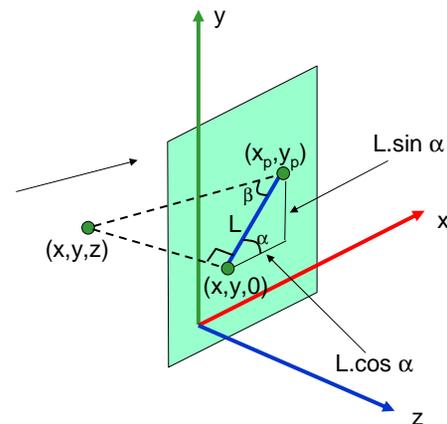


Figure 5.8 Oblique view. (a) Construction. (b) Top view. (c) Side view.

Geometria de projeções oblíquas



- Plano de projeção: x, y
- Direção de Projeção
- β : ângulo entre a linha projetada e a direção de projeção
- α é o ângulo com a horizontal
- Comprimento L depende do ângulo β e da coordenada z do ponto a ser projetado:
 $\tan \beta = z/L$
 $L = z/(\tan \beta) = z \cdot l$
 onde l é o inverso de $\tan \beta$

$$x_p = x + L \cdot \cos \alpha = x + z \cdot l \cdot \cos \alpha$$

$$y_p = y + L \cdot \sin \alpha = y + z \cdot l \cdot \sin \alpha$$

Hearn & Baker pag 442

Geometria de projeções oblíquas

$$x_p = x + z(l \cos \alpha)$$

$$y_p = y + z(l \sin \alpha)$$

e

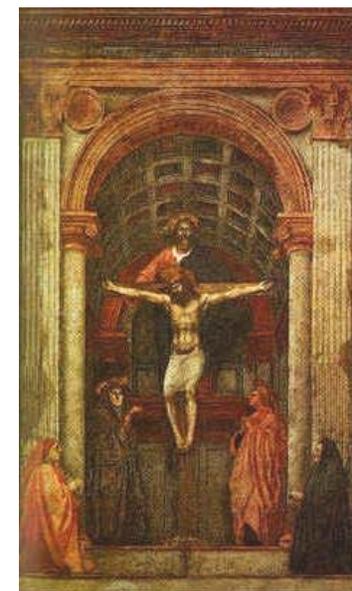
$$M_{ob} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & l \cos \alpha & 0 \\ 0 & 1 & l \sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

• Algumas projeções típicas

- $\beta = 90^\circ$ (projeção ortográfica)
- $\beta = 30^\circ$ ou 45° ($\tan \beta = 1$) (projeção cavaleira)
- $\beta = 63.4^\circ$ ($\tan \beta = 2$) (projeção cabinet)

Perspectiva

- Primeira pintura em perspectiva
 - *Trinity with the Virgin, St. John and Donors*
 - Masaccio, 1427



Projeção perspectiva

- **Definição:**
 - plano de projeção e
 - centro de projeção
- **Propriedades:**
 - tamanho da projeção de um objeto varia inversamente com a distância ao centro de projeção
 - Linhas paralelas, em geral, não são projetadas paralelamente
 - Ângulos só são preservados nas faces paralelas ao plano de projeção
 - Distâncias não são preservadas

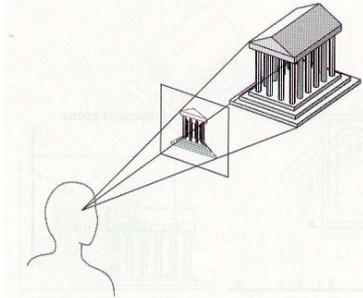
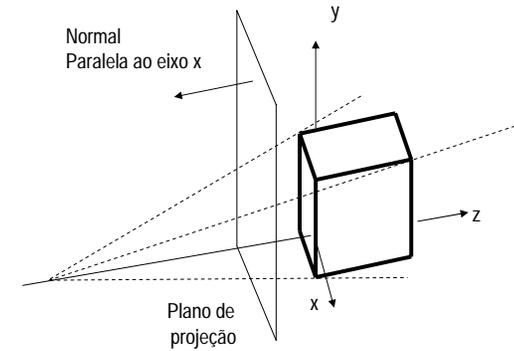


Figure 5.9 Perspective viewing.

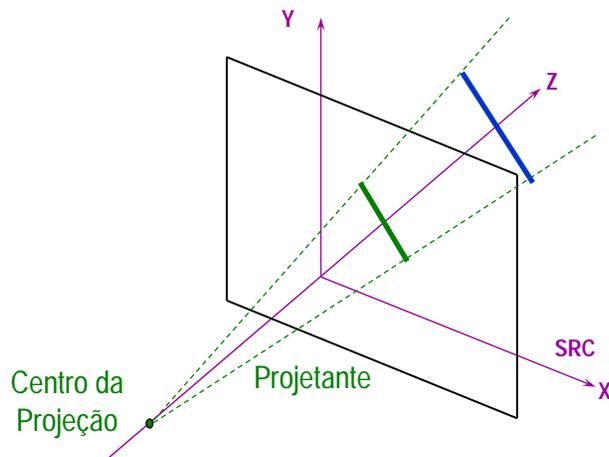


Figure 5.10 Classical perspective views: The (a) three-, (b) two-, and (c) one-point perspectives.

Perspectiva

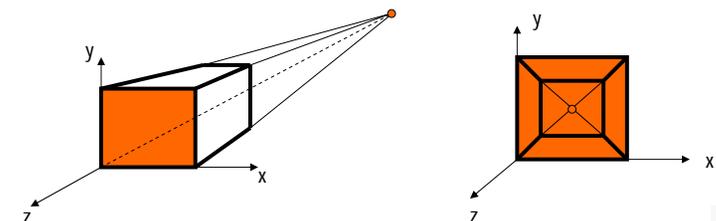


Projeção perspectiva



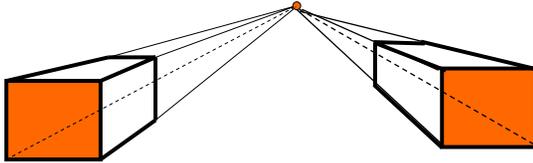
Projeção perspectiva

- Linhas paralelas a um eixo principal convergem para o ponto de fuga de um eixo (onde o eixo intercepta o plano de projeção)
 - Perspectiva é classificada conforme o número de pontos de fuga
 - Corresponde ao número de eixos interceptados pelo plano de projeção



1-point perspective

- Plano de projeção corta apenas um eixo

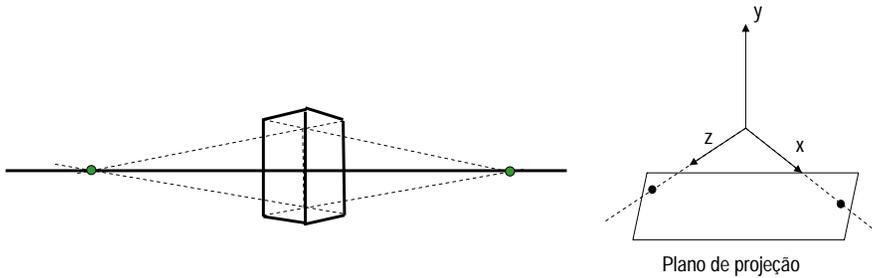


1-point perspective

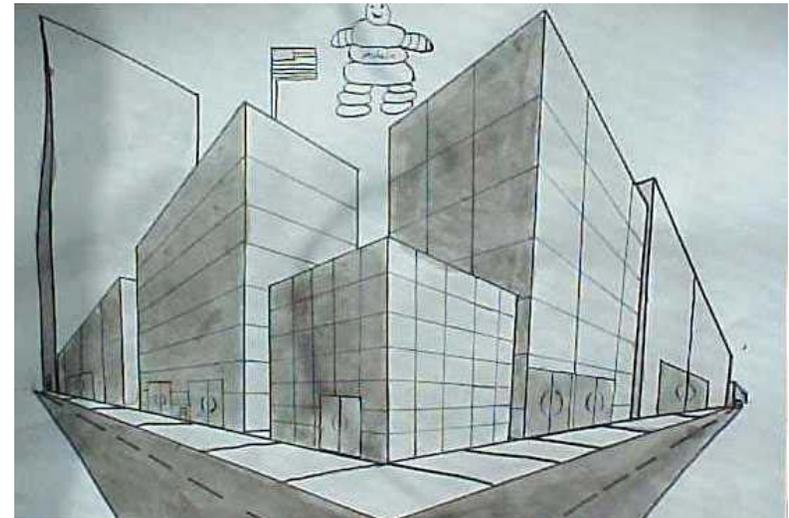
- A painting (*The Piazza of St. Mark, Venice*) done by Canaletto in 1735-45 in one-point perspective.



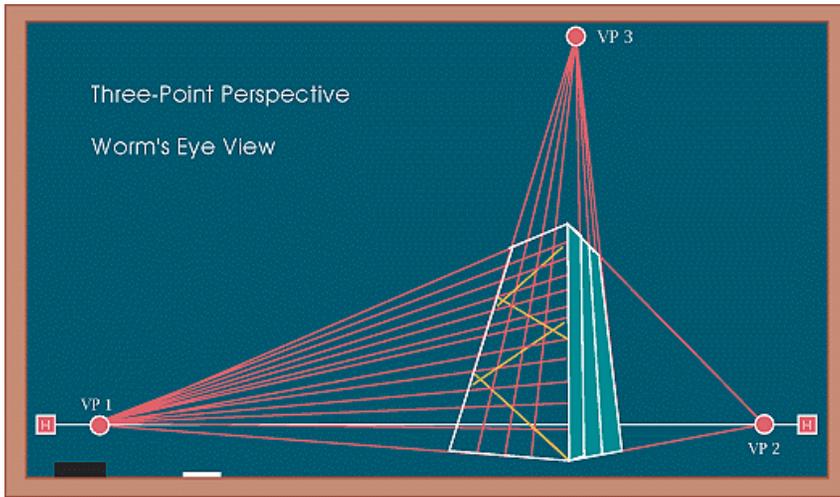
2-point perspective



2-point perspective

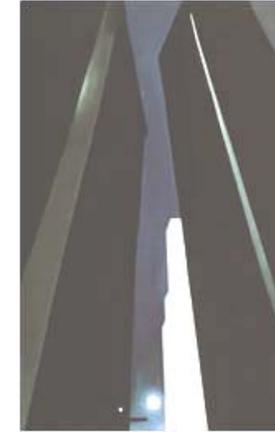


3-point perspective

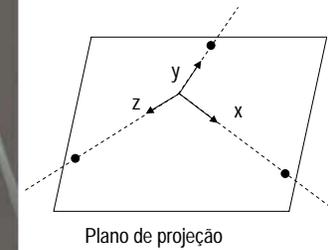


3-point perspective

- City Night, 1926)
 - Georgia O'Keefe

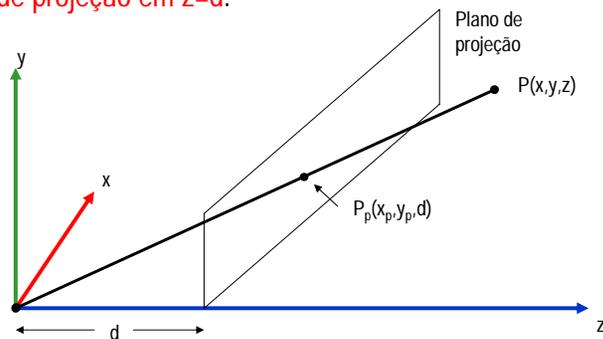


- Acrescenta pouco em relação a perspectiva com 2 pontos de fuga



Projeção perspectiva – caso mais simples

Centro de projeção na origem,
Plano de projeção em $z=d$.

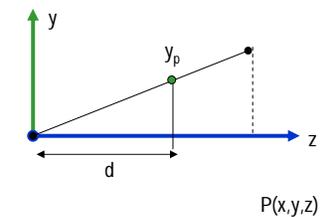
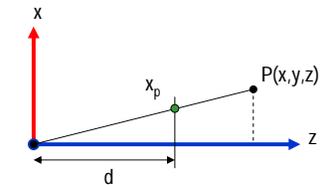
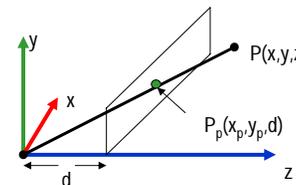


Projeção perspectiva – caso mais simples

From similar triangles :

$$\frac{x_p}{d} = \frac{x}{z}, \quad \frac{y_p}{d} = \frac{y}{z}$$

$$x_p = \frac{d \cdot x}{z} = \frac{x}{z/d}; \quad y_p = \frac{d \cdot y}{z} = \frac{y}{z/d}$$



Ponto como matriz coluna (pós-multiplicação)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & d & g & d_x \\ b & e & h & d_y \\ c & f & i & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Escalas, Rotações (aponta para a submatriz 3x3 superior esquerda)

Translações (aponta para a coluna 4 superior)

Projeções (aponta para a linha 4 inferior)

Determinar a matriz perspectiva.



Projeção perspectiva

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$w = z/d$$

$$X_p = x' / w$$

$$Y_p = y' / w$$

$$Z_p = z' / w = d$$

Atenção!
Esta formulação é para
centro de projeção na
origem.



Encontrando o ponto de fuga

- O ponto de fuga de um eixo é o ponto onde o eixo intercepta o plano de projeção
 - Em coordenadas homogêneas
 - Eixo x = (1,0,0,0)
 - Eixo y = (0,1,0,0)
 - Eixo z = (0,0,1,0)
 - Exercício!

