

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	
1	1	
2	2	
3	3	
4	4	
5	5	
6	6	
7	7	
8	8	
9	9	

1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	A	A
1	1	1	1	B	B
2	2	2	2	C	C
3	3	3	3	D	D
4	4	4	4	E	E
5	5	5	5		
6	6	6	6		
7	7	7	7		
8	8	8	8		
9	9	9	9		

CONTROLE MIXNFIX


7 V-F	8
A	A
B	B
C	C
D	D
E	E
F	
G	
H	

1. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

2. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

5. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$

6. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$

- (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$

7. (3.000, -2.000)

- (A) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (B) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (C) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (D) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (E) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (F) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (G) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (H) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.

8. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)

- (A)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (C)  $[(1, 1, 2)]$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (E)  $[(1, 2, 3)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
2. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (B) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (C) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (D) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (E) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (F) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (G) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (H) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
4. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
5. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
6. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
7. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
8. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(-1, 1, -1)]$
- (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
- (C)  $[(1, 2, 3)]$
- (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
- (E)  $[(1, 1, 2)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0 ○ 0 ○  
 1 ○ 1 ○  
 2 ○ 2 ○  
 3 ○ 3 ○  
 4 ○ 4 ○  
 5 ○ 5 ○  
 6 ○ 6 ○  
 7 ○ 7 ○  
 8 ○ 8 ○  
 9 ○ 9 ○

1	2	3 V-F	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled (black):

- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 4
- Row 3, Column 5
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 7
- Row 5, Column 1

All other circles are empty (white).

7	8
0 ○ ○	A ○
1 ○ ○	B ○
2 ○ ○	C ○
3 ○ ○	D ○
4 ○ ○	E ○
5 ○ ○	
6 ○ ○	
7 ○ ○	
8 ○ ○	
9 ○ ○	

1. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$

2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

3. (3.000, -2.000)

- (A) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (C) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (D) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (E) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (F) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (G) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (H) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.

4. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)

- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (C)  $[(1, 2, 3)]$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$

5. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

7. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

8. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Identificação:** \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

- 0 ○ 0 ○
- 1 ○ 1 ○
- 2 ○ 2 ○
- 3 ○ 3 ○
- 4 ○ 4 ○
- 5 ○ 5 ○
- 6 ○ 6 ○
- 7 ○ 7 ○
- 8 ○ 8 ○
- 9 ○ 9 ○

1	2	3	4	5	6 V-F
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles are either white or black. The black circles are located at the following positions (row, column): (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6), (7,7), (8,8), (9,9), and (10,10). All other circles are white.

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
2. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (D)  $[(1, 2, 3)]$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
3. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
4. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
5. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
6. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (B) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (C) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (D) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (E) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (F) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (G) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = \begin{bmatrix} 3 & 2 \end{bmatrix}^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (H) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
7. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 7
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 7
- Row 5, Column 3

The remaining 73 circles are white with black outlines.

7	8 V-F
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
4. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $[(1, 2, 3)]$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
5. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
6. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
7. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
8. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (B) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (C) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (D) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (E) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (F) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (G) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (H) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Identificação:** \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0 ○ 0 ○  
 1 ○ 1 ○  
 2 ○ 2 ○  
 3 ○ 3 ○  
 4 ○ 4 ○  
 5 ○ 5 ○  
 6 ○ 6 ○  
 7 ○ 7 ○  
 8 ○ 8 ○  
 9 ○ 9 ○

1	2	3	4 V-F	5	6
0 ○ ○	0 ○ ○	A ○	A ○ ○	A ○	0 ○ ○
1 ○ ○	1 ○ ○	B ○	B ○ ○	B ○	1 ○ ○
2 ○ ○	2 ○ ○	C ○	C ○ ○	C ○	2 ○ ○
3 ○ ○	3 ○ ○	D ○	D ○ ○	D ○	3 ○ ○
4 ○ ○	4 ○ ○	E ○	E ○ ○	E ○	4 ○ ○
5 ○ ○	5 ○ ○		F ○ ○		5 ○ ○
6 ○ ○	6 ○ ○		G ○ ○		6 ○ ○
7 ○ ○	7 ○ ○		H ○ ○		7 ○ ○
8 ○ ○	8 ○ ○				8 ○ ○
9 ○ ○	9 ○ ○				9 ○ ○

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black: (Row, Column) pairs (2,1), (2,2), (3,4), (3,5), (4,3), (4,6), and (4,9). All other circles are white.

7	8
0 ○ ○	A ○
1 ○ ○	B ○
2 ○ ○	C ○
3 ○ ○	D ○
4 ○ ○	E ○
5 ○ ○	
6 ○ ○	
7 ○ ○	
8 ○ ○	
9 ○ ○	

1. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
3. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (C)  $[(1, 2, 3)]$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
4. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (B) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (C) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (D) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (E) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (F) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (G) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (H) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
5. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$
6. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
8. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	
	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>

1. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
3. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (B) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (C) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (D) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (E) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (F) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (G) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (H) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
4. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
6. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 2, 3)]$   
 (B)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (E)  $[(1, 1, 2)]$
7. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
8. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7 V-F	8
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
2. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
5. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
6. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(-1, 1, -1)\}$   
 (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (C)  $\{(1, 1, 2)\}$   
 (D)  $\{(1, 2, 3)\}$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
7. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (B) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (C) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (D) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (E) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (F) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (G) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (H) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
8. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)





1. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$

2. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)

- (A)  $[(1, 2, 3)]$   
 (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (C)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (D)  $[(1, 1, 2)]$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$

3. (3.000, -2.000)

- (A) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (B) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (C) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (D) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (E) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (F) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.

- (G) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (H) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.

4. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$

5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

6. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

7. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*CONTROLE MIXNFIX*

- 0 ○ 0 ○
- 1 ○ 1 ○
- 2 ○ 2 ○
- 3 ○ 3 ○
- 4 ○ 4 ○
- 5 ○ 5 ○
- 6 ○ 6 ○
- 7 ○ 7 ○
- 8 ○ 8 ○
- 9 ○ 9 ○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 5
- Row 4, Column 1
- Row 5, Column 1
- Row 5, Column 3

All other circles are white.

1	2	3	4	5	6
0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	A ○	0 ○ ○	A ○
1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	B ○	1 ○ ○	B ○
2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	C ○	2 ○ ○	C ○
3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	D ○	3 ○ ○	D ○
4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	E ○	4 ○ ○	E ○
5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○		5 ○ ○	
6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○		6 ○ ○	
7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○		7 ○ ○	
8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○		8 ○ ○	
9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○		9 ○ ○	

7 V-F	8
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

1. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

2. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

4. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$

5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

6. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$

- (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$

7. (3.000, -2.000)

- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (B) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (C) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (D) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (E) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (F) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (G) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (H) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.

8. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (B)  $[(1, 2, 3)]$   
 (C)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (D)  $[(1, 1, 2)]$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Identificação:** \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

- 0 ○ 0 ○
- 1 ○ 1 ○
- 2 ○ 2 ○
- 3 ○ 3 ○
- 4 ○ 4 ○
- 5 ○ 5 ○
- 6 ○ 6 ○
- 7 ○ 7 ○
- 8 ○ 8 ○
- 9 ○ 9 ○

1	2	3	4 V-F	5	6
0 ○ ○	A ○	0 ○ ○	A ○ ○	A ○	0 ○ ○
1 ○ ○	B ○	1 ○ ○	B ○ ○	B ○	1 ○ ○
2 ○ ○	C ○	2 ○ ○	C ○ ○	C ○	2 ○ ○
3 ○ ○	D ○	3 ○ ○	D ○ ○	D ○	3 ○ ○
4 ○ ○	E ○	4 ○ ○	E ○ ○	E ○	4 ○ ○
5 ○ ○		5 ○ ○	F ○ ○		5 ○ ○
6 ○ ○		6 ○ ○	G ○ ○		6 ○ ○
7 ○ ○		7 ○ ○	H ○ ○		7 ○ ○
8 ○ ○		8 ○ ○			8 ○ ○
9 ○ ○		9 ○ ○			9 ○ ○

*CONTROLE MIXNFIX*

7	8
0 ○ ○	A ○
1 ○ ○	B ○
2 ○ ○	C ○
3 ○ ○	D ○
4 ○ ○	E ○
5 ○ ○	
6 ○ ○	
7 ○ ○	
8 ○ ○	
9 ○ ○	

1. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
2. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
3. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
4. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (B) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (C) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (D) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (E) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (F) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (G) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (H) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
5. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
8. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (D)  $[(1, 1, 2)]$   
 (E)  $[(1, 2, 3)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>	
G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	
H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/>	

1. (3.000, -2.000)

- (A) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (B) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (D) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (E) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (F) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (G) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (H) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.

2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

3. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

4. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$

(C)  $T(x, y) = 2(y, x)$

(D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$

(E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$

5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ .

Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

6. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)

(A)  $[(1, 1, 2)]$

(B)  $[(1, 2, 3)]$

(C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$

(D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$

(E)  $[(-1, 1, -1)]$

7. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gram-Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

8. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)

(A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$

(B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$

(C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$

(D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$

(E)  $T(x, y) = 2(y, x)$



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
2. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
3. (3.000, -2.000)
  - (A) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
  - (B) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
  - (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
  - (D) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
  - (E) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
  - (F) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
  - (G) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
  - (H) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
4. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
5. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
  - (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
  - (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
6. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
  - (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
  - (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
7. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
  - (A)  $[(1, 2, 3)]$
  - (B)  $[(1, 1, 2)]$
  - (C)  $[(-1, 1, -1)]$
  - (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
  - (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
		5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7 V-F	8
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	
G <input type="radio"/>	
H <input type="radio"/>	

1. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (B)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (C)  $[(1, 2, 3)]$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (E)  $[(1, 1, 2)]$
2. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
3. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
6. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
7. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (B) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (C) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (D) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (E) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (F) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (G) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (H) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
8. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0 ○ 0 ○  
 1 ○ 1 ○  
 2 ○ 2 ○  
 3 ○ 3 ○  
 4 ○ 4 ○  
 5 ○ 5 ○  
 6 ○ 6 ○  
 7 ○ 7 ○  
 8 ○ 8 ○  
 9 ○ 9 ○

1	2	3 V-F	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 4
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 8
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 5
- Row 4, Column 9
- Row 5, Column 3

All other circles are white.

7	8
0 ○ ○	A ○
1 ○ ○	B ○
2 ○ ○	C ○
3 ○ ○	D ○
4 ○ ○	E ○
5 ○ ○	
6 ○ ○	
7 ○ ○	
8 ○ ○	
9 ○ ○	

1. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
3. (3.000, -2.000)
- (A) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (B) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (C) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (E) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (F) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (G) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (H) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
4. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
5. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(-1, 1, -1)\}$
- (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
- (C)  $\{(1, 2, 3)\}$
- (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
- (E)  $\{(1, 1, 2)\}$
6. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gram-Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
8. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	
1	1	
2	2	
3	3	
4	4	
5	5	
6	6	
7	7	
8	8	
9	9	

1	2	3	4	5 V-F	6
0		A	A	A	0
1		B	B	B	1
2		C	C	C	2
3		D	D	D	3
4		E	E	E	4
5				F	5
6				G	6
7				H	7
8					8
9					9

CONTROLE MIXNFIX


7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
	5
	6
	7
	8
	9

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
2. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
3. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 2, 3)]$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (E)  $[(-1, 1, -1)]$
4. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
5. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (B) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (C) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (E) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (F) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (G) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (H) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
7. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
8. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0 ○ 0 ○  
 1 ○ 1 ○  
 2 ○ 2 ○  
 3 ○ 3 ○  
 4 ○ 4 ○  
 5 ○ 5 ○  
 6 ○ 6 ○  
 7 ○ 7 ○  
 8 ○ 8 ○  
 9 ○ 9 ○

1	2	3	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3, Column 3
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 5
- Row 4, Column 7
- Row 5, Column 1
- Row 5, Column 7
- Row 5, Column 9
- Row 5, Column 10

7	8 V-F
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
3. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(1, 2, 3)]$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (E)  $[(-1, 1, -1)]$
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
5. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
6. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
7. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
8. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (B) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (C) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (D) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (E) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (F) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (G) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (H) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

- 0 ○ 0 ○
- 1 ○ 1 ○
- 2 ○ 2 ○
- 3 ○ 3 ○
- 4 ○ 4 ○
- 5 ○ 5 ○
- 6 ○ 6 ○
- 7 ○ 7 ○
- 8 ○ 8 ○
- 9 ○ 9 ○

1	2 V-F	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 2
- Row 3, Column 8
- Row 3, Column 9
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 3

All other circles are white.

7	8
0 ○ ○	0 ○ ○
1 ○ ○	1 ○ ○
2 ○ ○	2 ○ ○
3 ○ ○	3 ○ ○
4 ○ ○	4 ○ ○
5 ○ ○	5 ○ ○
6 ○ ○	6 ○ ○
7 ○ ○	7 ○ ○
8 ○ ○	8 ○ ○
9 ○ ○	9 ○ ○

1. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$

2. (3.000, -2.000)

- (A) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (B) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (C) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (D) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (E) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (F) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (G) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (H) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .

3. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)

- (A)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (C)  $[(1, 1, 2)]$   
 (D)  $[(1, 2, 3)]$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$

4. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$

5. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

7. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>		
G <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		
H <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (B) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (D) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (E) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (F) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (G) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (H) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
2. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
3. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
5. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
6. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
- (B)  $[(-1, 1, -1)]$
- (C)  $[(1, 2, 3)]$
- (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
- (E)  $[(1, 1, 2)]$
7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
8. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 4
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 10
- Row 4, Column 3
- Row 5, Column 3

All other circles are white.

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
3. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (B) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (D) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (E) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (F) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (G) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (H) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
4. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$
5. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 2, 3)]$
- (B)  $[(-1, 1, -1)]$
- (C)  $[(1, 1, 2)]$
- (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
- (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
6. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
7. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
2. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (B) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (C) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (D) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (F) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (G) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (H) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
3. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
4. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
- (B)  $[(-1, 1, -1)]$
- (C)  $[(1, 2, 3)]$
- (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
- (E)  $[(1, 1, 2)]$
5. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
7. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
8. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

1. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (B) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (C) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (E) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (F) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (G) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (H) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
2. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
3. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gram-Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
4. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
5. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
8. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(-1, 1, -1)\}$
- (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
- (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
- (D)  $\{(1, 2, 3)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 2)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

- 0 ○ 0 ○
- 1 ○ 1 ○
- 2 ○ 2 ○
- 3 ○ 3 ○
- 4 ○ 4 ○
- 5 ○ 5 ○
- 6 ○ 6 ○
- 7 ○ 7 ○
- 8 ○ 8 ○
- 9 ○ 9 ○

1	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 3
- Row 2, Column 4
- Row 2, Column 6
- Row 2, Column 10
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 7
- Row 4, Column 3

All other circles are white.

7 V-F	8
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 2, 3)]$   
 (B)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (E)  $[(1, 1, 2)]$
2. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
4. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
5. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
6. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
7. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (B) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (C) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (D) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (E) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (F) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (G) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (H) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>		
	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		
	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$

2. (3.000, -2.000)

- (A) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (C) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (D) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (E) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (F) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (G) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (H) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.

3. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

5. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)

- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(1, 2, 3)]$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (D)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$

6. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$

7. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gram-Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Identificação:** \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

- 0 ○ 0 ○
- 1 ○ 1 ○
- 2 ○ 2 ○
- 3 ○ 3 ○
- 4 ○ 4 ○
- 5 ○ 5 ○
- 6 ○ 6 ○
- 7 ○ 7 ○
- 8 ○ 8 ○
- 9 ○ 9 ○

1	2	3	4 V-F	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 3
- Row 2, Column 5
- Row 2, Column 8
- Row 2, Column 10
- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 9

The remaining 23 circles are white.

7	8
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>

1. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)

(A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$

(B)  $T(x, y) = 2(y, x)$

(C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$

(D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$

(E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$

2. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

4. (3.000, -2.000)

- (A) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (B) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (C) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (E) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (F) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.

- (G) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.

- (H) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.

5. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

7. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)

(A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$

(B)  $[(-1, 1, -1)]$

(C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$

(D)  $[(1, 2, 3)]$

(E)  $[(1, 1, 2)]$

8. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)

(A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$

(B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$

(C)  $T(x, y) = 2(y, x)$

(D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$

(E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6 V-F
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
2. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
4. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
5. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (C)  $[(1, 2, 3)]$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (E)  $[(-1, 1, -1)]$
6. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (B) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (C) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (D) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (E) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (F) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (G) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (H) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
7. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Identificação:** \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

- 0 ○ 0 ○
- 1 ○ 1 ○
- 2 ○ 2 ○
- 3 ○ 3 ○
- 4 ○ 4 ○
- 5 ○ 5 ○
- 6 ○ 6 ○
- 7 ○ 7 ○
- 8 ○ 8 ○
- 9 ○ 9 ○

1	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 4
- Row 3, Column 8
- Row 3, Column 9
- Row 3, Column 10
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 9
- Row 5, Column 1

All other circles are white.

7 V-F		8
A	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	
G	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	
H	<input type="radio"/> <input type="radio"/>	

1. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$

2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

3. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)

- (A)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (E)  $[(1, 2, 3)]$

4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ .

Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

5. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

6. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

7. (3.000, -2.000)

- (A) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (B) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (C) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (D) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (F) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (G) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (H) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.

8. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>	
	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$

2. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

3. (3.000, -2.000)

- (A) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (B) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (C) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (D) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (E) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (F) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (G) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (H) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.

4. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$

5. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

6. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $[(1, 2, 3)]$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (E)  $[(-1, 1, -1)]$

7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Identificação:** \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4	5	6 V-F
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 8
- Row 3, Column 9
- Row 3, Column 10
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 9
- Row 5, Column 3

All other circles are white.

7	8
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>

1. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
2. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
  - (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
  - (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
  - (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
4. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
6. (3.000, -2.000)
  - (A) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
  - (B) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (C) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (D) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (E) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (F) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (G) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (H) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
7. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
  - (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
  - (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
  - (C)  $[(-1, 1, -1)]$
  - (D)  $[(1, 1, 2)]$
  - (E)  $[(1, 2, 3)]$
8. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
  - (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
  - (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0 ○ 0 ○  
 1 ○ 1 ○  
 2 ○ 2 ○  
 3 ○ 3 ○  
 4 ○ 4 ○  
 5 ○ 5 ○  
 6 ○ 6 ○  
 7 ○ 7 ○  
 8 ○ 8 ○  
 9 ○ 9 ○

1	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 3
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 6
- Row 4, Column 8
- Row 4, Column 10

All other circles are white.

7	8 V-F
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

1. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
3. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
5. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
6. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
- (B)  $[(1, 1, 2)]$
- (C)  $[(-1, 1, -1)]$
- (D)  $[(1, 2, 3)]$
- (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
7. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
8. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (C) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (D) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (E) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (F) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (G) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (H) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>		
	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>		
	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>		
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>			
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>			

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
4. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (B) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (D) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (E) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (F) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (G) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (H) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
5. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
- (B)  $[(1, 2, 3)]$
- (C)  $[(1, 1, 2)]$
- (D)  $[(-1, 1, -1)]$
- (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
6. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
7. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
8. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0 ○ 0 ○  
 1 ○ 1 ○  
 2 ○ 2 ○  
 3 ○ 3 ○  
 4 ○ 4 ○  
 5 ○ 5 ○  
 6 ○ 6 ○  
 7 ○ 7 ○  
 8 ○ 8 ○  
 9 ○ 9 ○

1	2	3	4	5	6
0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	A ○	A ○
1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	B ○	B ○
2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	C ○	C ○
3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	D ○	D ○
4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	E ○	E ○
5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○		
6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○		
7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○		
8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○		
9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○		

CONTROLE MIXNFIX

7	8 V-F
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
3. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
5. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
  - (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
  - (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
  - (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
6. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
  - (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
  - (B)  $[(1, 2, 3)]$
  - (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
  - (D)  $[(-1, 1, -1)]$
  - (E)  $[(1, 1, 2)]$
7. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
  - (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
  - (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
8. (3.000, -2.000)
  - (A) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
  - (B) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
  - (C) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
  - (D) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
  - (E) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
  - (F) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
  - (G) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
  - (H) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0 ○ 0 ○  
 1 ○ 1 ○  
 2 ○ 2 ○  
 3 ○ 3 ○  
 4 ○ 4 ○  
 5 ○ 5 ○  
 6 ○ 6 ○  
 7 ○ 7 ○  
 8 ○ 8 ○  
 9 ○ 9 ○

1	2	3	4	5	6 V-F
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles in the main diagonal, from the top-left to the bottom-right, are filled black. There are 10 black circles in total. All other circles are white with black outlines.

7	8
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
2. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
3. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
5. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (B)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (C)  $[(1, 2, 3)]$   
 (D)  $[(1, 1, 2)]$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
6. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (B) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (C) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (D) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (E) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (F) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (G) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (H) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
7. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

2. (3.000, -2.000)

- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (B) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (C) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (D) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (E) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (F) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (G) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (H) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.

3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

4. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)

(A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$

(B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$

(C)  $T(x, y) = 2(y, x)$

(D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$

(E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$

5. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)

(A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$

(B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$

(C)  $T(x, y) = 2(y, x)$

(D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$

(E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$

6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

7. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)

(A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$

(B)  $[(1, 2, 3)]$

(C)  $[(-1, 1, -1)]$

(D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$

(E)  $[(1, 1, 2)]$

8. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gram-Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
			5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
			6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
			7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
			8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
			9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (C)  $[(1, 2, 3)]$   
 (D)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
2. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
3. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
4. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
5. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (B) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (C) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (D) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (F) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (G) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (H) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
7. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

- 0 ○ 0 ○
- 1 ○ 1 ○
- 2 ○ 2 ○
- 3 ○ 3 ○
- 4 ○ 4 ○
- 5 ○ 5 ○
- 6 ○ 6 ○
- 7 ○ 7 ○
- 8 ○ 8 ○
- 9 ○ 9 ○

1	2	3	4	5	6 V-F
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 2
- Row 2, Column 4
- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 7
- Row 4, Column 1

The remaining 23 circles are white.

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
2. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
4. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
5. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
6. (3.000, -2.000)
- (A) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (B) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (C) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (E) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (F) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (G) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (H) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
7. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (B)  $[(1, 2, 3)]$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (E)  $[(1, 1, 2)]$
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 9
- Row 4, Column 2
- Row 4, Column 7
- Row 4, Column 9

All other circles are white.

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
2. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gram-Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
3. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
5. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
6. (3.000, -2.000)
- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (B) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (C) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (D) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (E) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (F) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (G) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (H) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
7. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 2, 3)]$   
 (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (C)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (E)  $[(1, 1, 2)]$
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0 ○ 0 ○  
 1 ○ 1 ○  
 2 ○ 2 ○  
 3 ○ 3 ○  
 4 ○ 4 ○  
 5 ○ 5 ○  
 6 ○ 6 ○  
 7 ○ 7 ○  
 8 ○ 8 ○  
 9 ○ 9 ○

1	2	3	4 V-F	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black (filled):

- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 9
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 2
- Row 4, Column 5
- Row 4, Column 7
- Row 5, Column 3

All other circles are white (empty).

7	8
0 ○ ○	0 ○ ○
1 ○ ○	1 ○ ○
2 ○ ○	2 ○ ○
3 ○ ○	3 ○ ○
4 ○ ○	4 ○ ○
5 ○ ○	5 ○ ○
6 ○ ○	6 ○ ○
7 ○ ○	7 ○ ○
8 ○ ○	8 ○ ○
9 ○ ○	9 ○ ○

1. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

2. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$

3. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)

- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (D)  $[(1, 2, 3)]$   
 (E)  $[(-1, 1, -1)]$

4. (3.000, -2.000)

- (A) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (C) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.

- (D) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (E) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (F) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (G) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (H) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.

5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

6. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$

7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

8. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>				5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>				6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
H <input type="radio"/> <input type="radio"/>				7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. (3.000, -2.000)
- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (B) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (C) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (D) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (E) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (F) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (G) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (H) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
2. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
3. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(-1, 1, -1)]$
- (B)  $[(1, 2, 3)]$
- (C)  $[(1, 1, 2)]$
- (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
- (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
4. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
6. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
8. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Identificação:** \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4 V-F	5	6
0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	A ○ ○	A ○	A ○
1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	B ○ ○	B ○	B ○
2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	C ○ ○	C ○	C ○
3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	D ○ ○	D ○	D ○
4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	E ○ ○	E ○	E ○
5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○	F ○ ○		
6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○	G ○ ○		
7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○	H ○ ○		
8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○			
9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○			

CONTROLE MIXNFIX

[illegible]

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
2. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
4. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (B) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (C) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (D) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (E) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (F) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (G) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (H) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
5. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
6. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
7. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(-1, 1, -1)\}$
- (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
- (C)  $\{(1, 2, 3)\}$
- (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
- (E)  $\{(1, 1, 2)\}$
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

1. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
3. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (B) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (C) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (D) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (F) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (G) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (H) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
5. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
6. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$
- (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
- (C)  $[(-1, 1, -1)]$
- (D)  $[(1, 2, 3)]$
- (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
7. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
8. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ .  
Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
2. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
4. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
5. (3.000, -2.000)
  - (A) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
  - (B) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
  - (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
  - (D) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
  - (E) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
  - (F) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
  - (G) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
  - (H) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
6. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
  - (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
  - (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
  - (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$
7. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
  - (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
  - (B)  $[(1, 2, 3)]$
  - (C)  $[(1, 1, 2)]$
  - (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
  - (E)  $[(-1, 1, -1)]$
8. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
  - (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
  - (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*CONTROLE MIXNFIX*

- 0 ○ 0 ○
- 1 ○ 1 ○
- 2 ○ 2 ○
- 3 ○ 3 ○
- 4 ○ 4 ○
- 5 ○ 5 ○
- 6 ○ 6 ○
- 7 ○ 7 ○
- 8 ○ 8 ○
- 9 ○ 9 ○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3: Column 1
- Row 3: Column 3
- Row 3: Column 4
- Row 3: Column 5
- Row 3: Column 7
- Row 3: Column 8
- Row 3: Column 9
- Row 4: Column 1
- Row 4: Column 2
- Row 4: Column 5
- Row 4: Column 7
- Row 5: Column 3

The remaining 75 circles are white with black outlines.

1	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

7	8 V-F
0 ○ ○	A ○ ○
1 ○ ○	B ○ ○
2 ○ ○	C ○ ○
3 ○ ○	D ○ ○
4 ○ ○	E ○ ○
5 ○ ○	F ○ ○
6 ○ ○	G ○ ○
7 ○ ○	H ○ ○
8 ○ ○	
9 ○ ○	

1. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(1, 2, 3)]$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (D)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
2. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
3. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
5. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
6. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
8. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (B) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (C) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (E) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (F) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (G) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (H) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>

1. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
3. (3.000, -2.000)
  - (A) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
  - (B) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
  - (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
  - (D) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
  - (E) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
  - (F) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
  - (G) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
  - (H) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
5. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
  - (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
  - (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
6. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
7. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
  - (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
  - (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
8. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
  - (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
  - (B)  $[(1, 2, 3)]$
  - (C)  $[(1, 1, 2)]$
  - (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
  - (E)  $[(-1, 1, -1)]$



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
2. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
3. (3.000, -2.000)
  - (A) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
  - (B) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
  - (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
  - (D) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
  - (E) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
  - (F) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
  - (G) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
  - (H) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
5. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
6. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
  - (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
  - (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
7. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
  - (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
  - (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
8. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
  - (A)  $[(1, 1, 2)]$
  - (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
  - (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
  - (D)  $[(1, 2, 3)]$
  - (E)  $[(-1, 1, -1)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>	
G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	
H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>

1. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (B) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (C) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (D) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (E) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (F) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (G) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (H) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
2. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
3. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
4. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
6. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
- (B)  $[(-1, 1, -1)]$
- (C)  $[(1, 1, 2)]$
- (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
- (E)  $[(1, 2, 3)]$
7. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>

1. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$

2. (3.000, -2.000)

- (A) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (B) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (C) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (D) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (E) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (F) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (G) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (H) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.

3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ .

Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

4. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$

5. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

6. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gram-Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

7. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)

- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (C)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (D)  $[(1, 2, 3)]$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$

8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0 ○ 0 ○  
 1 ○ 1 ○  
 2 ○ 2 ○  
 3 ○ 3 ○  
 4 ○ 4 ○  
 5 ○ 5 ○  
 6 ○ 6 ○  
 7 ○ 7 ○  
 8 ○ 8 ○  
 9 ○ 9 ○

1	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles are either filled black or empty white. The filled circles are located at the following coordinates (row, column): (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 6), (2, 7), (2, 8), (2, 9), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (5, 3), (8, 9).

7	8 V-F
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

1. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$

2. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (B)  $[(1, 2, 3)]$   
 (C)  $[(1, 1, 2)]$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (E)  $[(-1, 1, -1)]$

3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ .

Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

4. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

5. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$

(C)  $T(x, y) = 2(y, x)$

(D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$

(E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$

6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

7. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

8. (3.000, -2.000)

- (A) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .

- (B) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.

- (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.

- (D) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.

- (E) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.

- (F) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.

- (G) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.

- (H) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

- 0 ○ 0 ○
- 1 ○ 1 ○
- 2 ○ 2 ○
- 3 ○ 3 ○
- 4 ○ 4 ○
- 5 ○ 5 ○
- 6 ○ 6 ○
- 7 ○ 7 ○
- 8 ○ 8 ○
- 9 ○ 9 ○

1	2	3 V-F	4	5	6
0 ○ ○	A ○	A ○ ○	A ○	0 ○ ○	0 ○ ○
1 ○ ○	B ○	B ○ ○	B ○	1 ○ ○	1 ○ ○
2 ○ ○	C ○	C ○ ○	C ○	2 ○ ○	2 ○ ○
3 ○ ○	D ○	D ○ ○	D ○	3 ○ ○	3 ○ ○
4 ○ ○	E ○	E ○ ○	E ○	4 ○ ○	4 ○ ○
5 ○ ○		F ○ ○		5 ○ ○	5 ○ ○
6 ○ ○		G ○ ○		6 ○ ○	6 ○ ○
7 ○ ○		H ○ ○		7 ○ ○	7 ○ ○
8 ○ ○				8 ○ ○	8 ○ ○
9 ○ ○				9 ○ ○	9 ○ ○

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 2: Column 1
- Row 3: Column 3
- Row 4: Column 1
- Row 5: Column 2
- Row 5: Column 3
- Row 5: Column 5
- Row 5: Column 7
- Row 5: Column 9
- Row 6: Column 1
- Row 6: Column 3

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
2. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
3. (3.000, -2.000)
- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (B) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (C) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (D) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (E) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (F) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (G) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (H) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
4. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 2, 3)]$   
 (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (C)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (D)  $[(1, 1, 2)]$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
5. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
6. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
7. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
2. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
  - (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
  - (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
3. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
4. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
5. (3.000, -2.000)
  - (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
  - (B) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
  - (C) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
  - (D) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
  - (E) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
  - (F) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
  - (G) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
  - (H) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
6. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
  - (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
  - (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
8. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
  - (A)  $[(-1, 1, -1)]$
  - (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
  - (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
  - (D)  $[(1, 2, 3)]$
  - (E)  $[(1, 1, 2)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>	
	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7 V-F	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>

1. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 2, 3)]$   
 (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (D)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (E)  $[(1, 1, 2)]$
2. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
4. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
5. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gram-Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
6. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
7. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (B) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (C) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (D) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (E) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (F) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (G) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (H) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

- 0 ○ 0 ○
- 1 ○ 1 ○
- 2 ○ 2 ○
- 3 ○ 3 ○
- 4 ○ 4 ○
- 5 ○ 5 ○
- 6 ○ 6 ○
- 7 ○ 7 ○
- 8 ○ 8 ○
- 9 ○ 9 ○

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 2: Column 1
- Row 2: Column 2
- Row 2: Column 3
- Row 2: Column 4
- Row 2: Column 9
- Row 2: Column 10
- Row 3: Column 1
- Row 3: Column 2

All other circles are empty.

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. (3.000, -2.000)

- (A) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (B) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (C) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (D) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (E) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (F) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (G) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (H) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .

2. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

3. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$

(D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$

(E)  $T(x, y) = 2(y, x)$

4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

5. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
- (B)  $[(1, 2, 3)]$
- (C)  $[(1, 1, 2)]$
- (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
- (E)  $[(-1, 1, -1)]$

6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

7. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$

8. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4	5 V-F	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 6
- Row 2, Column 10
- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 9
- Row 4, Column 1

All other circles are white.

7	8
0 ○ ○	A ○
1 ○ ○	B ○
2 ○ ○	C ○
3 ○ ○	D ○
4 ○ ○	E ○
5 ○ ○	
6 ○ ○	
7 ○ ○	
8 ○ ○	
9 ○ ○	

1. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
3. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
5. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (C) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (D) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (E) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (F) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (G) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (H) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
6. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
7. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gram-Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
8. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(-1, 1, -1)\}$
- (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
- (C)  $\{(1, 2, 3)\}$
- (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
- (E)  $\{(1, 1, 2)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2 V-F	3	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 10
- Row 4, Column 2
- Row 5, Column 1
- Row 5, Column 3

All other circles are white.

7	8
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
2. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (B) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (C) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (D) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (E) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (F) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (G) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (H) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
4. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 2, 3)]$
- (B)  $[(-1, 1, -1)]$
- (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
- (D)  $[(1, 1, 2)]$
- (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
5. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
6. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
7. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
8. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

- 0 ○ 0 ○
- 1 ○ 1 ○
- 2 ○ 2 ○
- 3 ○ 3 ○
- 4 ○ 4 ○
- 5 ○ 5 ○
- 6 ○ 6 ○
- 7 ○ 7 ○
- 8 ○ 8 ○
- 9 ○ 9 ○

1	2	3 V-F	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				

CONTROLE MIXNFIX

7	8
0 ○ ○	0 ○ ○
1 ○ ○	1 ○ ○
2 ○ ○	2 ○ ○
3 ○ ○	3 ○ ○
4 ○ ○	4 ○ ○
5 ○ ○	5 ○ ○
6 ○ ○	6 ○ ○
7 ○ ○	7 ○ ○
8 ○ ○	8 ○ ○
9 ○ ○	9 ○ ○

1. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
3. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (C) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (D) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (E) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (F) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (G) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (H) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
4. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 2, 3)]$
- (B)  $[(1, 1, 2)]$
- (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
- (D)  $[(-1, 1, -1)]$
- (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
5. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
6. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
8. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
2. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (C)  $[(1, 2, 3)]$   
 (D)  $[(1, 1, 2)]$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
3. (3.000, -2.000)
- (A) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (B) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (D) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (E) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (F) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (G) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (H) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
4. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
5. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
7. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
8. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3: Column 3
- Row 4: Column 2, Column 3, Column 7
- Row 5: Column 3

The remaining 73 circles are white with black outlines.

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)

(A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$

(B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$

(C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$

(D)  $T(x, y) = 2(y, x)$

(E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$

2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ .

Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

3. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)

(A)  $[(1, 1, 2)]$

(B)  $[(-1, 1, -1)]$

(C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$

(D)  $[(1, 2, 3)]$

(E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$

4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

5. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

6. (3.000, -2.000)

- (A) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.

- (B) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .

- (C) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.

- (D) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.

- (E) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.

- (F) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.

- (G) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.

- (H) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.

7. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)

(A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$

(B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$

(C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$

(D)  $T(x, y) = 2(y, x)$

(E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$

8. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gram-Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*CONTROLE MIXNFIX*

- 0 ○ 0 ○
- 1 ○ 1 ○
- 2 ○ 2 ○
- 3 ○ 3 ○
- 4 ○ 4 ○
- 5 ○ 5 ○
- 6 ○ 6 ○
- 7 ○ 7 ○
- 8 ○ 8 ○
- 9 ○ 9 ○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 2: Column 1
- Row 2: Column 2
- Row 2: Column 7
- Row 2: Column 8
- Row 2: Column 9
- Row 2: Column 10
- Row 3: Column 1
- Row 3: Column 2
- Row 3: Column 4
- Row 3: Column 7
- Row 3: Column 9

All other circles are white with black outlines.

1	2	3	4	5	6 V-F
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ .  
Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
2. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
3. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
4. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
5. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
6. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (B) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (C) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (D) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (F) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (G) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (H) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
7. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $[(1, 2, 3)]$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>
	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>

1. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (B)  $[(1, 2, 3)]$   
 (C)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (D)  $[(1, 1, 2)]$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
2. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (B) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (C) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (E) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (F) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (G) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (H) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
3. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
4. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
5. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
7. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Identificação:** \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

- 0 ○ 0 ○
- 1 ○ 1 ○
- 2 ○ 2 ○
- 3 ○ 3 ○
- 4 ○ 4 ○
- 5 ○ 5 ○
- 6 ○ 6 ○
- 7 ○ 7 ○
- 8 ○ 8 ○
- 9 ○ 9 ○

1	2	3	4	5	6 V-F
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

*CONTROLE MIXNFIX*

7	8
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>

1. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
2. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
5. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
6. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (C) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (D) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (E) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (F) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (G) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (H) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
7. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
8. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(-1, 1, -1)\}$
- (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
- (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
- (D)  $\{(1, 2, 3)\}$
- (E)  $\{(1, 1, 2)\}$



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6 V-F
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ .  
Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
2. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
4. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
5. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (B)  $[(1, 2, 3)]$   
 (C)  $[(1, 1, 2)]$   
 (D)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
6. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (B) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (C) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (D) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (F) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (G) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (H) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
7. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$
8. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3 V-F	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>

1. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
3. (3.000, -2.000)
  - (A) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
  - (B) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
  - (C) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
  - (D) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
  - (E) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
  - (F) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
  - (G) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
  - (H) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
5. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
  - (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
  - (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
  - (C)  $[(1, 2, 3)]$
  - (D)  $[(1, 1, 2)]$
  - (E)  $[(-1, 1, -1)]$
6. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
7. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
  - (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
  - (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
8. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
  - (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
  - (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
  - (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

1. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (B) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (C) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (D) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (E) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (F) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (G) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (H) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
2. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
4. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
5. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
7. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
8. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
- (B)  $[(1, 1, 2)]$
- (C)  $[(1, 2, 3)]$
- (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
- (E)  $[(-1, 1, -1)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Identificação:** \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0 ○ 0 ○  
 1 ○ 1 ○  
 2 ○ 2 ○  
 3 ○ 3 ○  
 4 ○ 4 ○  
 5 ○ 5 ○  
 6 ○ 6 ○  
 7 ○ 7 ○  
 8 ○ 8 ○  
 9 ○ 9 ○

1	2	3 V-F	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles are either white or black. The black circles are located at the following positions (row, column): (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6), (7,7), (8,8), (9,9), and (10,10). All other circles are white.

7	8
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>

1. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $[(1, 2, 3)]$   
 (D)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
3. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (B) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (C) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (D) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (E) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (F) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (G) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (H) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
4. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
5. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
7. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
8. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
H <input type="radio"/> <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. There are 7 black circles and 93 white circles. The black circles are located at the following coordinates (row, column) starting from the top-left corner (0,0): (2,3), (2,5), (3,0), (3,3), (3,4), (3,5), and (4,0).

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. (3.000, -2.000)

- (A) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (C) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (D) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (E) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (F) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (G) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (H) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.

2. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)

- (A)  $[(1, 2, 3)]$
- (B)  $[(1, 1, 2)]$
- (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
- (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
- (E)  $[(-1, 1, -1)]$

3. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$

(B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$

(C)  $T(x, y) = 2(y, x)$

(D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$

(E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$

4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

5. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gram-Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

6. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

7. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)

(A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$

(B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$

(C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$

(D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$

(E)  $T(x, y) = 2(y, x)$

8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3 V-F	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 2
- Row 2, Column 5
- Row 2, Column 7
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 4
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 3

All other circles are white.

7	8
0 ○ ○	A ○
1 ○ ○	B ○
2 ○ ○	C ○
3 ○ ○	D ○
4 ○ ○	E ○
5 ○ ○	
6 ○ ○	
7 ○ ○	
8 ○ ○	
9 ○ ○	

1. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
2. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (E)  $[(1, 2, 3)]$
3. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (C) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (D) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (E) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (F) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (G) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (H) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
4. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
5. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
8. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0 ○ 0 ○  
 1 ○ 1 ○  
 2 ○ 2 ○  
 3 ○ 3 ○  
 4 ○ 4 ○  
 5 ○ 5 ○  
 6 ○ 6 ○  
 7 ○ 7 ○  
 8 ○ 8 ○  
 9 ○ 9 ○

1	2	3	4	5	6 V-F
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 4
- Row 2, Column 9
- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 4
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 9

All other circles are white.

7	8
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>

1. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
2. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
5. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
6. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (B) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (D) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (E) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (F) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (G) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (H) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
7. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
8. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(1, 2, 3)]$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (D)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/>
G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/>
H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>

1. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (B) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (D) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (E) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (F) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (G) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (H) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
3. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gram-Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
4. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$
5. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
- (B)  $[(-1, 1, -1)]$
- (C)  $[(1, 1, 2)]$
- (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
- (E)  $[(1, 2, 3)]$
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
7. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
8. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>

1. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$

2. (3.000, -2.000)

- (A) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (B) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (D) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (E) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (F) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (G) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (H) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .

3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ .

Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

4. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

6. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

7. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)

- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$

8. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)

- (A)  $[(1, 2, 3)]$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (E)  $[(-1, 1, -1)]$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Identificação:** \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

- 0 ○ 0 ○
- 1 ○ 1 ○
- 2 ○ 2 ○
- 3 ○ 3 ○
- 4 ○ 4 ○
- 5 ○ 5 ○
- 6 ○ 6 ○
- 7 ○ 7 ○
- 8 ○ 8 ○
- 9 ○ 9 ○

1	2	3	4	5 V-F	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled (black):

- Row 3: Column 1
- Row 3: Column 2
- Row 3: Column 3
- Row 3: Column 7
- Row 4: Column 1
- Row 4: Column 4
- Row 4: Column 7
- Row 5: Column 1

All other circles are empty (white).

7	8
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
2. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
3. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
  - (A)  $[(1, 2, 3)]$
  - (B)  $[(1, 1, 2)]$
  - (C)  $[(-1, 1, -1)]$
  - (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
  - (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
5. (3.000, -2.000)
  - (A) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
  - (B) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
  - (C) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
  - (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
  - (E) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (F) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (G) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (H) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
6. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
7. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
  - (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
  - (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
8. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
  - (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
  - (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
  - (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*CONTROLE MIXNFIX*

- 0 ○ 0 ○
- 1 ○ 1 ○
- 2 ○ 2 ○
- 3 ○ 3 ○
- 4 ○ 4 ○
- 5 ○ 5 ○
- 6 ○ 6 ○
- 7 ○ 7 ○
- 8 ○ 8 ○
- 9 ○ 9 ○

A 10x10 grid of circles representing a binary matrix. The third row from the top has black circles at columns 1, 3, 4, 6, and 9. The fourth row from the top has black circles at columns 3, 4, and 5.

1	2	3 V-F	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $[(1, 2, 3)]$   
 (D)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
2. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
3. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (B) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (C) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (D) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (E) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (F) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (G) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (H) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
4. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
6. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
7. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>		F <input type="radio"/>	
	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		G <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		H <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>			
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>			

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

1. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
3. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
4. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (D)  $[(1, 2, 3)]$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
5. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (B) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (D) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (E) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (F) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (G) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (H) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
6. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
8. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2 V-F	3	4	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
2. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (B) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (C) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (D) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (E) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (F) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (G) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (H) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
3. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$
4. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
5. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gram-Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
6. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
- (B)  $[(-1, 1, -1)]$
- (C)  $[(1, 2, 3)]$
- (D)  $[(1, 1, 2)]$
- (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
7. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>				5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>				6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
H <input type="radio"/> <input type="radio"/>				7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (B) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (C) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (D) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (E) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (F) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (G) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (H) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
2. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
3. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 2, 3)]$
- (B)  $[(1, 1, 2)]$
- (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
- (D)  $[(-1, 1, -1)]$
- (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
4. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
5. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
8. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3	4 V-F	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ .  
Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
2. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
  - (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
  - (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
3. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
4. (3.000, -2.000)
  - (A) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
  - (B) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
  - (C) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
  - (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
  - (E) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (F) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (G) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (H) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
6. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
  - (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
  - (B)  $[(-1, 1, -1)]$
  - (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
  - (D)  $[(1, 1, 2)]$
  - (E)  $[(1, 2, 3)]$
7. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
  - (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
  - (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
8. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>	
G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	
H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>

1. (3.000, -2.000)

- (A) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (B) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (C) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (D) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (E) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (F) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (G) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (H) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.

2. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

3. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)

4. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)

$$(A) T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$$

$$(B) T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$$

$$(C) T(x, y) = 2(y, x)$$

$$(D) T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$$

$$(E) T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$$

5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ .

Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

6. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)

$$(A) [(1, 2, 3)]$$

$$(B) \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$$

$$(C) [(-1, 1, -1)]$$

$$(D) [(1, 1, 2)]$$

$$(E) \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$$

7. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)

$$(A) T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$$

$$(B) T(x, y) = 2(y, x)$$

$$(C) T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$$

$$(D) T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$$

$$(E) T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$$

8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)



Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*CONTROLE MIXNFIX*

- 0 ○ 0 ○
- 1 ○ 1 ○
- 2 ○ 2 ○
- 3 ○ 3 ○
- 4 ○ 4 ○
- 5 ○ 5 ○
- 6 ○ 6 ○
- 7 ○ 7 ○
- 8 ○ 8 ○
- 9 ○ 9 ○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles are either white or black. The black circles are located at the following positions (row, column): (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6), (7,7), (8,8), (9,9), and (10,10). All other circles are white.

1	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

7	8 V-F
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

1. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
  - (A)  $[(1, 2, 3)]$
  - (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
  - (C)  $[(1, 1, 2)]$
  - (D)  $[(-1, 1, -1)]$
  - (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
3. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
  - (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
  - (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
4. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
  - (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
  - (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
6. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
7. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
8. (3.000, -2.000)
  - (A) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
  - (B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
  - (C) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
  - (D) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
  - (E) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
  - (F) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
  - (G) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
  - (H) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.



1. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
3. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
4. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (E)  $[(1, 2, 3)]$
5. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
6. (3.000, -2.000)
- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (B) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (C) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (D) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (E) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (F) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (G) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (H) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
7. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
8. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*CONTROLE MIXNFIX*

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 4
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 8
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 4
- Row 5, Column 1
- Row 5, Column 3

All other circles are white.

1	2	3	4	5 V-F	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
2. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (B)  $[(1, 2, 3)]$   
 (C)  $[(1, 1, 2)]$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
3. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
4. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
5. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (B) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (C) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (D) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (E) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (F) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (G) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (H) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
7. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Identificação:** \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0 ○ 0 ○  
 1 ○ 1 ○  
 2 ○ 2 ○  
 3 ○ 3 ○  
 4 ○ 4 ○  
 5 ○ 5 ○  
 6 ○ 6 ○  
 7 ○ 7 ○  
 8 ○ 8 ○  
 9 ○ 9 ○

1	2	3	4 V-F	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

*CONTROLE MIXNFIX*

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3: Column 1, Column 2, Column 4, Column 6, Column 7, Column 8
- Row 4: Column 1, Column 3, Column 4, Column 5, Column 9
- Row 5: Column 1

All other circles are white with black outlines.

7	8
0 ○ ○	A ○
1 ○ ○	B ○
2 ○ ○	C ○
3 ○ ○	D ○
4 ○ ○	E ○
5 ○ ○	
6 ○ ○	
7 ○ ○	
8 ○ ○	
9 ○ ○	

1. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
3. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
4. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (B) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (C) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (D) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (E) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (F) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (G) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (H) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
6. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(-1, 1, -1)\}$   
 (B)  $\{(1, 1, 2)\}$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (E)  $\{(1, 2, 3)\}$
7. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
8. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4	5 V-F	6
0 ○ ○	A ○	A ○	A ○	A ○ ○	0 ○ ○
1 ○ ○	B ○	B ○	B ○	B ○ ○	1 ○ ○
2 ○ ○	C ○	C ○	C ○	C ○ ○	2 ○ ○
3 ○ ○	D ○	D ○	D ○	D ○ ○	3 ○ ○
4 ○ ○	E ○	E ○	E ○	E ○ ○	4 ○ ○
5 ○ ○				F ○ ○	5 ○ ○
6 ○ ○				G ○ ○	6 ○ ○
7 ○ ○				H ○ ○	7 ○ ○
8 ○ ○					8 ○ ○
9 ○ ○					9 ○ ○

CONTROLE MIXNFIX

7	8
0 ○ ○	0 ○ ○
1 ○ ○	1 ○ ○
2 ○ ○	2 ○ ○
3 ○ ○	3 ○ ○
4 ○ ○	4 ○ ○
5 ○ ○	5 ○ ○
6 ○ ○	6 ○ ○
7 ○ ○	7 ○ ○
8 ○ ○	8 ○ ○
9 ○ ○	9 ○ ○

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
2. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
3. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
4. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(1, 2, 3)]$   
 (C)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
5. (3.000, -2.000)
- (A) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (B) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (C) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (D) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (E) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (F) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (G) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (H) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
6. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
7. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Identificação:** \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0 ○ 0 ○  
 1 ○ 1 ○  
 2 ○ 2 ○  
 3 ○ 3 ○  
 4 ○ 4 ○  
 5 ○ 5 ○  
 6 ○ 6 ○  
 7 ○ 7 ○  
 8 ○ 8 ○  
 9 ○ 9 ○

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 2: Column 1
- Row 2: Column 2
- Row 2: Column 3
- Row 2: Column 5
- Row 2: Column 9
- Row 2: Column 10
- Row 3: Column 1
- Row 3: Column 3
- Row 3: Column 4
- Row 3: Column 5
- Row 3: Column 7
- Row 4: Column 3

1	2	3 V-F	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>	G <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>	H <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>

1. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
3. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (B) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (C) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (D) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (E) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (F) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (G) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (H) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
5. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
6. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gram-Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
7. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (D)  $[(1, 2, 3)]$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
8. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0 ○ 0 ○  
 1 ○ 1 ○  
 2 ○ 2 ○  
 3 ○ 3 ○  
 4 ○ 4 ○  
 5 ○ 5 ○  
 6 ○ 6 ○  
 7 ○ 7 ○  
 8 ○ 8 ○  
 9 ○ 9 ○

1	2	3	4	5	6 V-F
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 3
- Row 2, Column 4
- Row 2, Column 7
- Row 2, Column 10
- Row 3, Column 4
- Row 4, Column 1

All other circles are white.

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
2. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
3. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (E)  $T(x, y) = 2(y, x)$
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
5. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (B)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (D)  $[(1, 1, 2)]$   
 (E)  $[(1, 2, 3)]$
6. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (B) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (C) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (D) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (E) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (F) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (G) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (H) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
7. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5 V-F	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
2. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
3. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
  - (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
  - (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
  - (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
4. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
  - (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
  - (B)  $[(-1, 1, -1)]$
  - (C)  $[(1, 2, 3)]$
  - (D)  $[(1, 1, 2)]$
  - (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
5. (3.000, -2.000)
  - (A) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
  - (B) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
  - (C) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
  - (D) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
  - (E) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
  - (F) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
  - (G) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
  - (H) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
7. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
8. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
  - (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$
  - (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
  - (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
  - (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
  - (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0 ○ 0 ○  
 1 ○ 1 ○  
 2 ○ 2 ○  
 3 ○ 3 ○  
 4 ○ 4 ○  
 5 ○ 5 ○  
 6 ○ 6 ○  
 7 ○ 7 ○  
 8 ○ 8 ○  
 9 ○ 9 ○

1	2	3	4	5 V-F	6
0 ○ ○	A ○	A ○	0 ○ ○	A ○ ○	0 ○ ○
1 ○ ○	B ○	B ○	1 ○ ○	B ○ ○	1 ○ ○
2 ○ ○	C ○	C ○	2 ○ ○	C ○ ○	2 ○ ○
3 ○ ○	D ○	D ○	3 ○ ○	D ○ ○	3 ○ ○
4 ○ ○	E ○	E ○	4 ○ ○	E ○ ○	4 ○ ○
5 ○ ○			5 ○ ○	F ○ ○	5 ○ ○
6 ○ ○			6 ○ ○	G ○ ○	6 ○ ○
7 ○ ○			7 ○ ○	H ○ ○	7 ○ ○
8 ○ ○			8 ○ ○		8 ○ ○
9 ○ ○			9 ○ ○		9 ○ ○

*CONTROLE MIXNFIX*

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ .  
Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
2. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(-1, 1, -1)]$   
(B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
(C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
(D)  $[(1, 2, 3)]$   
(E)  $[(1, 1, 2)]$
3. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
(B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
(C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
(D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
(E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
4. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
5. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
(B) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (C) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
(D) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
(E) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
(F) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
(G) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
(H) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
6. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
7. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
(B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
(C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
(D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
(E)  $T(x, y) = 2(y, x)$
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

*CONTROLE MIXNFIX*

0 ○ 0 ○  
 1 ○ 1 ○  
 2 ○ 2 ○  
 3 ○ 3 ○  
 4 ○ 4 ○  
 5 ○ 5 ○  
 6 ○ 6 ○  
 7 ○ 7 ○  
 8 ○ 8 ○  
 9 ○ 9 ○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 2: Column 1
- Row 2: Column 2
- Row 2: Column 6
- Row 2: Column 7
- Row 2: Column 9
- Row 2: Column 10
- Row 3: Column 4
- Row 3: Column 5

The remaining 79 circles are white with black outlines.

1	2	3	4 V-F	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

7	8
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
2. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
4. (3.000, -2.000)
- (A) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (B) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (C) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (D) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (E) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (F) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (G) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
- (H) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
5. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
7. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (C)  $[(1, 2, 3)]$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
8. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

- 0 ○ 0 ○
- 1 ○ 1 ○
- 2 ○ 2 ○
- 3 ○ 3 ○
- 4 ○ 4 ○
- 5 ○ 5 ○
- 6 ○ 6 ○
- 7 ○ 7 ○
- 8 ○ 8 ○
- 9 ○ 9 ○

1	2	3	4	5	6 V-F
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black (filled):

- Row 2: Column 1
- Row 3: Column 4
- Row 3: Column 5
- Row 3: Column 6
- Row 4: Column 1
- Row 4: Column 3
- Row 4: Column 4
- Row 4: Column 7
- Row 4: Column 9
- Row 5: Column 1
- Row 5: Column 3

All other circles are white (empty).

7	8
0 ○ ○	0 ○ ○
1 ○ ○	1 ○ ○
2 ○ ○	2 ○ ○
3 ○ ○	3 ○ ○
4 ○ ○	4 ○ ○
5 ○ ○	5 ○ ○
6 ○ ○	6 ○ ○
7 ○ ○	7 ○ ○
8 ○ ○	8 ○ ○
9 ○ ○	9 ○ ○

1. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (C)  $[(1, 2, 3)]$   
 (D)  $[(1, 1, 2)]$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
2. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
3. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
5. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
- (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
6. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (B) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (C) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (D) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (E) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (F) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (G) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (H) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
7. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

- 0 ○ 0 ○
- 1 ○ 1 ○
- 2 ○ 2 ○
- 3 ○ 3 ○
- 4 ○ 4 ○
- 5 ○ 5 ○
- 6 ○ 6 ○
- 7 ○ 7 ○
- 8 ○ 8 ○
- 9 ○ 9 ○

1	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black: (Row, Column) pairs (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 10), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 7), (4, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (5, 7), (5, 8), (5, 9), (5, 10), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6), (6, 7), (6, 8), (6, 9), (6, 10), (7, 1), (7, 2), (7, 3), (7, 4), (7, 5), (7, 6), (7, 7), (7, 8), (7, 9), (7, 10), (8, 1), (8, 2), (8, 3), (8, 4), (8, 5), (8, 6), (8, 7), (8, 8), (8, 9), (8, 10), (9, 1), (9, 2), (9, 3), (9, 4), (9, 5), (9, 6), (9, 7), (9, 8), (9, 9), (9, 10), and (10, 1), (10, 2), (10, 3), (10, 4), (10, 5), (10, 6), (10, 7), (10, 8), (10, 9), (10, 10). All other circles are empty white.

7 V-F	8
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
2. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
3. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (B)  $[(1, 1, 2)]$   
 (C)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (E)  $[(1, 2, 3)]$
4. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
6. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
7. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (B) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (C) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (D) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (E) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (F) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (G) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (H) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
8. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0 ○ 0 ○  
 1 ○ 1 ○  
 2 ○ 2 ○  
 3 ○ 3 ○  
 4 ○ 4 ○  
 5 ○ 5 ○  
 6 ○ 6 ○  
 7 ○ 7 ○  
 8 ○ 8 ○  
 9 ○ 9 ○

1	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles in the main diagonal (from top-left to bottom-right) are filled black. There are 10 black circles in total. All other circles are white with black outlines.

7	8 V-F
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (D)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
2. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
3. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
4. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
7. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (C)  $[(1, 2, 3)]$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
8. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (B) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (C) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (D) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (E) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (F) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (G) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (H) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>
1	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	9	<input type="radio"/>

1	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7	8 V-F
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	F <input type="radio"/>
	G <input type="radio"/>
	H <input type="radio"/>

1. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
2. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
3. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
4. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (B)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (E)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
5. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
6. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
7. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 1, 2)]$   
 (B)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (D)  $[(1, 2, 3)]$   
 (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$
8. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.  
 (B) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (C) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (D) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (F) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .  
 (G) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (H) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Identificação:** \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

- 0 ○ 0 ○
- 1 ○ 1 ○
- 2 ○ 2 ○
- 3 ○ 3 ○
- 4 ○ 4 ○
- 5 ○ 5 ○
- 6 ○ 6 ○
- 7 ○ 7 ○
- 8 ○ 8 ○
- 9 ○ 9 ○

1 V-F	2	3	4	5	6
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3: Column 3
- Row 3: Column 4
- Row 3: Column 5
- Row 4: Column 4
- Row 4: Column 5
- Row 7: Column 8
- Row 7: Column 9
- Row 7: Column 10

The black circles form a shape that resembles a stylized letter 'E' or a similar abstract figure.

7	8
0 ○ ○	A ○
1 ○ ○	B ○
2 ○ ○	C ○
3 ○ ○	D ○
4 ○ ○	E ○
5 ○ ○	
6 ○ ○	
7 ○ ○	
8 ○ ○	
9 ○ ○	

1. (3.000, -2.000)
- (A) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.
- (B) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.
- (C) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.
- (D) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.
- (E) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (F) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
- (G) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.
- (H) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.
2. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
3. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (C)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
4. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
5. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
- (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$
- (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$
- (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$
- (E)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$
6. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
7. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
8. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 2, 3)]$
- (B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$
- (C)  $[(1, 1, 2)]$
- (D)  $[(-1, 1, -1)]$
- (E)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação  
Quarto Exercício Escolar - 29-03-2007

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

## IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4 V-F	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black: (Row, Column) pairs (2,1), (2,2), (2,4), (2,5), (2,7), (2,8), (2,9), (2,10), (3,1), (3,4), (3,9). All other circles are empty white.

7	8
0 ○ ○	A ○
1 ○ ○	B ○
2 ○ ○	C ○
3 ○ ○	D ○
4 ○ ○	E ○
5 ○ ○	
6 ○ ○	
7 ○ ○	
8 ○ ○	
9 ○ ○	

1. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i. usual, e  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  base ortogonal, onde  $v_3 = (1, 1, -1)$ . Se  $[(20, 30, -4)]_\alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ , então  $c$  vale: (1.000, -1.000)
2. Seja  $P_2$  equipado com o p.i.:  $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$ . Aplicando Gramm Schmidt à base  $\{1, t, t^2\}$ , respeitando sua ordem, gera uma base ortogonal  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$ . Se  $a$  é o produto das raízes de  $v_3$ , então assinale  $a^{-1}$ . (1.000, -1.000)
3. Um operador auto-adjunto  $T$  do  $\mathbb{R}^3$  com p.i. usual tal que  $Nu(T) = [(1, 1, 0), (2, 1, -1)]$  possui conjunto-imagem: (1.000, -1.000)
- (A)  $[(1, 2, 3)]$   
 (B)  $[(-1, 1, -1)]$   
 (C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 2x - y + z = 0\}$   
 (D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + y + z = 0\}$   
 (E)  $[(1, 1, 2)]$
4. (3.000, -2.000)
- (A) Num operador auto-adjunto o processo de diagonalização estudado resultará automaticamente numa base ortogonal de autovetores.  
 (B) Se um operador é ao mesmo tempo ortogonal e auto-adjunto, então ele é um tipo de reflexão, ou é a identidade.  
 (C) A composição de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é um operador auto-adjunto.  
 (D) A composição de dois operadores auto-adjuntos é auto-adjunto.  
 (E) Seja  $V$  espaço vetorial com p.i.  $\langle, \rangle$  fixo. Se  $A$  é matriz do operador auto-adjunto com relação a uma base ortonormal  $\alpha$ , e  $[v]_\alpha = [3 \ 2]^t$  é um autovetor associado a  $\lambda = 3$ , então  $\langle A[1 \ 2]^t, [v]_\alpha \rangle$  é 14.  
 (F) Num operador ortogonal os autovetores (se existirem) associados a  $\lambda = 1$  são ortogonais aos autovetores (caso existam) associados a  $\lambda = -1$ .
- (G) Num operador auto-adjunto, ou os autovetores estão no núcleo, ou são ortogonais a ele.  
 (H) A composição de dois operadores ortogonais é ortogonal.
5. Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 - y_1y_2$ . O valor de  $a$  para que a norma da projeção ortogonal de  $(a, 22)$  sobre  $(2, 1)$  seja  $\sqrt{5}$  é: (1.000, -1.000)
6. Considere  $T, R$  e  $S$  operadores do  $\mathbb{R}^2$  tais que:  $T = R \circ S$ , onde  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  são autovetores de  $R$  e  $S$ , aos quais o operador  $R$  associa respectivamente os autovalores 2 e -1, e o operador  $S$  associa respectivamente os autovalores 1 e 2. Então  $T$  só pode ser: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (C)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (D)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$
7. Dado o operador  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , tal que  $T(x, y, z) = (3x - y + z, -x + 3y + z, 4z)$ , encontre o produto de seus autovalores elevados às respectivas multiplicidades algébricas. (1.000, -1.000)
8. O operador do  $\mathbb{R}^2$  que faz uma reflexão em torno da reta de equação  $y = 2x$  seguida de uma rotação anti-horária de  $45^\circ$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{10}(-7x + y, x + 7y)$   
 (B)  $T(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(-2x + y, x + 2y)$   
 (C)  $T(x, y) = \frac{1}{4}(3x + y, x + 3y)$   
 (D)  $T(x, y) = 2(y, x)$   
 (E)  $T(x, y) = (-2x + y, 2x + y)$