

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles, intended for a dot plot. The grid consists of 10 rows and 10 columns of empty circles.

1	2	3	4	5 Prof.	6 V-F
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			I <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0, 1 e 3.
 (B) 1 e 2.
 (C) -1, 0 e 1
 (D) -1 e 2.
 (E) 0 e 1.
2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
3. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gram-Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
4. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
5. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (B) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (C) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (D) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (E) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (F) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (G) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (H) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (I) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 2
- Row 2, Column 3
- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 9
- Row 4, Column 3

All other circles are white.

1	2	3 Prof.	4	5	6 V-F
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					I <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					

1. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
3. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0 e 1.
 (B) -1, 0 e 1
 (C) 1 e 2.
 (D) 0, 1 e 3.
 (E) -1 e 2.
5. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (B) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
 (C) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (D) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (E) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (F) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (G) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (H) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (I) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 4
- Row 3, Column 5
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 7
- Row 5, Column 1

All other circles are white.

1	2	3	4 V-F	5 Prof.	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			I <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					

1. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
3. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (B) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (C) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (D) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (E) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (F) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (G) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (H) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (I) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
5. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) -1 e 2.
 (B) 1 e 2.
 (C) -1, 0 e 1
 (D) 0 e 1.
 (E) 0, 1 e 3.

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles are either white or black. The black circles are located at the following positions (row, column): (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6), (7,7), (8,8), (9,9), and (10,10). All other circles are white.

1 V-F	2	3	4	5 Prof.	6
A <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
G <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
H <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
I <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

1. Responda V ou F:

(3.000, -3.000)

- (A) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (B) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (C) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (D) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (E) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (F) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (G) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (H) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (I) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.

2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são:

(1.500, -1.500)

- (A) 0 e 1.
(B) 1 e 2.

- (C) -1 e 2.
(D) -1, 0 e 1
(E) 0, 1 e 3.

3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é:

(1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
(B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
(C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
(D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
(E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$

4. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i..

(1.500, -1.500)

5. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$.

(1.500, 0.000)

6. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base:

(1.000, -1.000)

- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
(B) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
(C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
(D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
(E) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4 V-F	5 Prof.	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			I <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 7
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 7
- Row 5, Column 3

The shape formed by these black circles is a 3x4 rectangle with a 1x2 extension on the left side of the bottom row.

1. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
3. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (B) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (C) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (D) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (E) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (F) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (G) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (H) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (I) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
5. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0, 1 e 3.
 (B) -1, 0 e 1
 (C) 0 e 1.
 (D) -1 e 2.
 (E) 1 e 2.



1	2	3 V-F	4	5 Prof.	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		I <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
					9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0 e 1.
 (B) -1 e 2.
 (C) 1 e 2.
 (D) 0, 1 e 3.
 (E) -1, 0 e 1
3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (B) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (C) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (D) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (E) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (F) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (G) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (H) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
 (I) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
4. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (D) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
5. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
6. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

1. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (B) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (C) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (D) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (E) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (F) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (G) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (H) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (I) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.

2. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- (B) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$

- (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
- (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- (E) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$

3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
- (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
- (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
- (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
- (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$

4. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

5. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

- (A) 0 e 1.
- (B) 0, 1 e 3.
- (C) -1, 0 e 1
- (D) 1 e 2.
- (E) -1 e 2.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4 Prof.	5	6 V-F
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				I <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 4
- Row 3, Column 6
- Row 4, Column 5
- Row 4, Column 9
- Row 5, Column 1

All other circles are white.

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$

2. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

- (A) 1 e 2.
 (B) 0, 1 e 3.
 (C) 0 e 1.
 (D) -1 e 2.
 (E) -1, 0 e 1

4. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

5. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

- (A) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$

- (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$

6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (B) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (C) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (D) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (E) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (F) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (G) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (H) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (I) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 8
- Row 3, Column 9
- Row 4, Column 5
- Row 4, Column 9

All other circles are white.

1 Prof.	2	3	4	5 V-F	6
0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			I <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				

1. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
2. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
3. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (B) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) -1 e 2.
 (B) 0 e 1.
 (C) 1 e 2.
 (D) 0, 1 e 3.
 (E) -1, 0 e 1
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (B) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (C) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (D) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (E) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (F) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (G) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
 (H) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (I) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black (filled):

- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 5
- Row 4, Column 1
- Row 5, Column 1
- Row 5, Column 3

All other circles are white (empty).

1	2	3 Prof.	4	5	6 V-F
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					I <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					

1. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
2. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
3. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) -1, 0 e 1
 (B) -1 e 2.
 (C) 0 e 1.
 (D) 0, 1 e 3.
 (E) 1 e 2.
5. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (B) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (C) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (D) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
 (E) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (F) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (G) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (H) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (I) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2 V-F	3	4	5	6 Prof.
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>
	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
	I <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			

CONTROLE MIXNFIX

1. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$

2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (B) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (C) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (D) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (E) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (F) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (G) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
 (H) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.

(I) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.

3. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

- (A) -1, 0 e 1
 (B) 0 e 1.
 (C) 1 e 2.
 (D) 0, 1 e 3.
 (E) -1 e 2.

5. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$

6. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4 V-F	5	6 Prof.
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>
			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
			H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
			I <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 2
- Row 2, Column 4
- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 7
- Row 4, Column 3

All other circles are white.

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 1 e 2.
 (B) -1, 0 e 1
 (C) 0 e 1.
 (D) 0, 1 e 3.
 (E) -1 e 2.
2. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (B) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (C) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (D) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (E) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (F) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (G) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (H) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (I) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
5. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
6. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4	5 V-F	6 Prof.
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				I <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles in the main diagonal, from the top-left to the bottom-right, are filled black. There are 10 black circles in total. All other circles are white with black outlines.

1. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é
- $$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

- (A) 0 e 1.
- (B) -1, 0 e 1
- (C) 0, 1 e 3.
- (D) 1 e 2.
- (E) -1 e 2.

3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
- (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
- (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
- (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
- (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$

4. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

- (A) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
- (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- (C) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
- (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
- (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$

5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (B) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (C) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (D) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (E) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (F) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (G) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (H) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (I) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.

6. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3 Prof.	4 V-F.	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			I <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 8
- Row 3, Column 9
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 7
- Row 5, Column 1

1. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
3. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (B) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (C) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (D) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (E) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (F) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (G) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (H) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (I) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
5. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0 e 1.
 (B) 0, 1 e 3.
 (C) 1 e 2.
 (D) -1, 0 e 1
 (E) -1 e 2.
6. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2 Prof.	3 V-F	4	5	6
A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
		I <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3, Column 4
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 8
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 5
- Row 4, Column 9
- Row 5, Column 3

The black circles form a shape that resembles a stylized letter 'G' or a similar abstract figure.

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$

2. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (B) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (C) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (D) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (E) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (F) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (G) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (H) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que

$G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.

- (I) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.

4. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$

5. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

- (A) -1 e 2.
 (B) 0, 1 e 3.
 (C) -1, 0 e 1
 (D) 0 e 1.
 (E) 1 e 2.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2 Prof.	3	4 V-F	5	6
A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
			H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
			I <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
					9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
2. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 1 e 2.
 (B) -1 e 2.
 (C) 0 e 1.
 (D) 0, 1 e 3.
 (E) -1, 0 e 1
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (B) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (C) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (D) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (E) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (F) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (G) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (H) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (I) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
5. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
6. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0 e 1.
 (B) -1 e 2.
 (C) -1, 0 e 1
 (D) 1 e 2.
 (E) 0, 1 e 3.
2. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (B) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (C) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (D) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
 (E) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (F) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (G) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (H) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (I) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
4. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
5. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0 ○ 0 ○
 1 ○ 1 ○
 2 ○ 2 ○
 3 ○ 3 ○
 4 ○ 4 ○
 5 ○ 5 ○
 6 ○ 6 ○
 7 ○ 7 ○
 8 ○ 8 ○
 9 ○ 9 ○

1	2 Prof.	3	4 V-F	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			I <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 2
- Row 3, Column 8
- Row 3, Column 9
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 3

All other circles are white.

1. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal

$\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

2. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$

4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (B) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (C) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (D) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y$

$= (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.

- (E) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (F) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (G) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (H) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (I) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.

5. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

- (A) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$

6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

- (A) 0 e 1.
 (B) -1 e 2.
 (C) 0, 1 e 3.
 (D) 1 e 2.
 (E) -1, 0 e 1

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2 Prof.	3	4 V-F	5	6
A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	I <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 4
- Row 2, Column 5
- Row 2, Column 7
- Row 2, Column 10
- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 5

All other circles are white.

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) -1 e 2.
 (B) 0 e 1.
 (C) 0, 1 e 3.
 (D) -1, 0 e 1
 (E) 1 e 2.
2. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
3. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (B) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (C) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (D) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (E) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (F) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (G) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (H) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
 (I) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
5. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2 V-F	3	4 Prof.	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>				
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>				
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>				
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	I <input type="radio"/> <input type="radio"/>				
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 4
- Row 3, Column 5
- Row 4, Column 3
- Row 5, Column 3
- Row 9, Column 10

All other circles are white.

1. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (B) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (C) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (D) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (E) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (F) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (G) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (H) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (I) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
- (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
- (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
- (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
- (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
4. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
5. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
- (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- (D) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
- (E) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 1 e 2.
- (B) 0, 1 e 3.
- (C) -1, 0 e 1
- (D) -1 e 2.
- (E) 0 e 1.

1. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (D) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
2. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
4. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (B) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (C) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (D) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (E) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (F) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (G) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (H) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = P D P^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (I) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0, 1 e 3.
 (B) 0 e 1.
 (C) 1 e 2.
 (D) -1, 0 e 1
 (E) -1 e 2.

1. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
2. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gram-Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
4. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (D) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (B) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (C) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (D) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (E) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (F) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (G) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (H) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (I) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0 e 1.
 (B) 0, 1 e 3.
 (C) -1 e 2.
 (D) -1, 0 e 1
 (E) 1 e 2.

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 2: Column 1
- Row 3: Column 3
- Row 4: Column 5
- Row 5: Column 7
- Row 6: Column 9
- Row 7: Column 3
- Row 8: Column 5
- Row 9: Column 7
- Row 10: Column 9

1 Prof.	2	3	4	5	6 V-F
0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	I <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

1. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0 e 1.
(B) 1 e 2.
(C) -1 e 2.
(D) 0, 1 e 3.
(E) -1, 0 e 1
3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
(B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
(C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
(D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
(E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
4. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
(B) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
(C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
(D) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
(E) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
5. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
(B) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
(C) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
(D) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
(E) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
(F) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
(G) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
(H) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
(I) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 4
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 10
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 7
- Row 4, Column 9

All other circles are white.

1 Prof.	2	3	4 V-F	5	6
0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		I <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				

1. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
2. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0 e 1.
(B) -1, 0 e 1
(C) 1 e 2.
(D) -1 e 2.
(E) 0, 1 e 3.
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
(B) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
(C) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
(D) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
(E) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (F) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (G) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (H) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (I) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
5. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
(B) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
(C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
(D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
(E) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
(B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
(C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
(D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
(E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$

1	2 V-F	3	4	5	6 Prof.
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>
	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
	I <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

(A) 0, 1 e 3.
 (B) 1 e 2.
 (C) 0 e 1.
 (D) -1, 0 e 1
 (E) -1 e 2.

2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (B) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (C) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (D) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (E) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (F) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (G) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (H) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (I) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y$

$= (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.

3. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gram Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

(A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$

5. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

(A) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$

6. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2 Prof.	3	4	5 V-F	6
A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		I <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			

CONTROLE MIXNFIX

1. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
2. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
3. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (B) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (C) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (D) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (E) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (F) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (G) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (H) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (I) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) -1, 0 e 1
 (B) 1 e 2.
 (C) 0, 1 e 3.
 (D) -1 e 2.
 (E) 0 e 1.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3, Column 4
- Row 3, Column 8
- Row 3, Column 9
- Row 3, Column 10
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 9
- Row 5, Column 1

1 V-F	2 Prof.	3	4	5	6
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>				5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>				6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
H <input type="radio"/> <input type="radio"/>				7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
I <input type="radio"/> <input type="radio"/>				8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

1. Responda V ou F:

(3.000, -3.000)

- (A) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (B) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (C) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (D) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (E) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (F) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (G) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (H) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (I) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.

2. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

3. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
- (C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
- (D) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
- (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$

4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
- (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
- (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
- (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
- (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$

5. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

- (A) 0 e 1.
- (B) -1, 0 e 1
- (C) 0, 1 e 3.
- (D) 1 e 2.
- (E) -1 e 2.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

CONTROLE MIXNFIX

1 V-F	2	3	4	5	6 Prof.
A <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
G <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
H <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
I <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>			

1. Responda V ou F:

(3.000, -3.000)

- (A) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (B) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (C) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (D) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (E) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (F) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (G) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (H) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (I) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.

2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são:

(1.500, -1.500)

- (A) 1 e 2.

- (B) 0 e 1.

- (C) 0, 1 e 3.

- (D) -1, 0 e 1

- (E) -1 e 2.

3. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Encontre a base ortogonal

$\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i..

(1.500, -1.500)

4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é:

(1.500, -1.500)

- (A)
- $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 8x - 2y + 3z = 0\}$

- (B)
- $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = z\}$

- (C)
- $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x + y + 3z = 0\}$

- (D)
- $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y = 0\}$

- (E)
- $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y - 4z = 0\}$

5. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base:

(1.000, -1.000)

- (A)
- $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$

- (B)
- $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$

- (C)
- $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$

- (D)
- $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$

- (E)
- $\{(-1, 1, 1, 1)\}$

6. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$.

(1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2 Prof.	3	4 V-F	5	6
A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	I <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 8
- Row 3, Column 10
- Row 4, Column 3

All other circles are white.

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
2. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
3. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (B) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (C) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (D) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (E) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (F) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (G) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (H) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (I) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
5. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0, 1 e 3.
 (B) 0 e 1.
 (C) -1 e 2.
 (D) 1 e 2.
 (E) -1, 0 e 1
6. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$

1. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é
- $$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$

3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (B) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (C) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (D) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (E) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (F) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (G) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P

é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.

- (H) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.

- (I) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.

4. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$

5. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

- (A) 0, 1 e 3.
 (B) 0 e 1.
 (C) -1 e 2.
 (D) -1, 0 e 1
 (E) 1 e 2.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3 Prof.	4	5 V-F	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	I <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The third row from the top contains 10 black circles, while all other circles are white.

1. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (E) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 1 e 2.
 (B) -1, 0 e 1
 (C) 0 e 1.
 (D) 0, 1 e 3.
 (E) -1 e 2.
3. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
4. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (B) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (C) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (D) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (E) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (F) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (G) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (H) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (I) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$

1. Responda V ou F:

(3.000, -3.000)

- (A) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.

- (B) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.

- (C) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.

- (D) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.

- (E) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.

- (F) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.

- (G) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.

- (H) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.

- (I) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.

2. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

- (A) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$

- (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$

- (C) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$

- (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$

- (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$

3. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)4. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)5. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$

- (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$

- (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$

- (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$

- (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$

6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

- (A) 0 e 1.

- (B) -1 e 2.

- (C) -1, 0 e 1

- (D) 1 e 2.

- (E) 0, 1 e 3.

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 2: Column 1
- Row 3: Column 5
- Row 4: Column 1
- Row 4: Column 2
- Row 4: Column 3
- Row 4: Column 9
- Row 5: Column 3

The remaining 79 circles are white with black outlines.

1	2	3 Prof.	4	5	6 V-F
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				I <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
2. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
3. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0 e 1.
 (B) 1 e 2.
 (C) -1 e 2.
 (D) -1, 0 e 1
 (E) 0, 1 e 3.
5. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (B) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (C) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
 (D) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (E) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (F) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (G) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (H) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (I) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3 Prof.	4 V-F.	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			I <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. In the third row from the top, the second, third, fifth, seventh, and ninth circles are black. In the fourth row from the top, the second and third circles are black, and the fifth circle is black. All other circles are white.

1. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
2. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (E) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
3. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (B) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (C) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (D) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (E) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (F) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (G) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (H) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (I) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
5. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0 e 1.
 (B) 0, 1 e 3.
 (C) -1 e 2.
 (D) 1 e 2.
 (E) -1, 0 e 1

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 4
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 2
- Row 4, Column 7
- Row 4, Column 9
- Row 5, Column 1
- Row 5, Column 3

All other circles are white.

1	2	3	4 Prof.	5	6 V-F
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				I <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) -1, 0 e 1
(B) 0, 1 e 3.
(C) 1 e 2.
(D) -1 e 2.
(E) 0 e 1.
2. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
3. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
(B) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
(C) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
(D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
(E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
4. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
5. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
(B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
(C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
(D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
(E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
(B) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
(C) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
(D) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
(E) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
(F) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
(G) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
(H) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
(I) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1 V-F	2	3	4	5 Prof.	6
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				
H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				
I <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 2
- Row 2, Column 4
- Row 2, Column 7
- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 7
- Row 4, Column 1

All other circles are white.

1. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (B) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (C) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (D) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (E) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (F) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (G) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (H) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (I) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
2. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
3. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- (B) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
- (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
- (E) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 1 e 2.
- (B) -1, 0 e 1
- (C) 0 e 1.
- (D) -1 e 2.
- (E) 0, 1 e 3.
5. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
- (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
- (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
- (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
- (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 3
- Row 2, Column 7
- Row 2, Column 8
- Row 2, Column 9
- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 9

All other circles are white.

1	2	3 V-F	4	5 Prof.	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		I <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					

1. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal

$\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$

3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (B) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (C) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (D) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (E) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (F) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (G) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.

(H) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.

(I) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.

4. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

- (A) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$

5. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

- (A) -1, 0 e 1
 (B) 0 e 1.
 (C) 1 e 2.
 (D) -1 e 2.
 (E) 0, 1 e 3.

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3 V-F	4	5 Prof.	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		I <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					

1. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (B) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (C) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (D) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
 (E) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (F) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (G) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (H) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (I) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
4. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (B) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
5. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) -1, 0 e 1
 (B) 1 e 2.
 (C) -1 e 2.
 (D) 0, 1 e 3.
 (E) 0 e 1.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4 V-F	5 Prof.	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	I <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles are white with black outlines. A diagonal line of 10 black circles runs from the bottom-left corner to the top-right corner. The black circles are located at the following coordinates (row, column): (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (7, 7), (8, 8), (9, 9), and (10, 10). All other circles are white.

1. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (B) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 1 e 2.
 (B) 0 e 1.
 (C) -1, 0 e 1
 (D) -1 e 2.
 (E) 0, 1 e 3.
3. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (B) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (C) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (D) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (E) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (F) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (G) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (H) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (I) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
5. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles, totaling 100 circles. All circles are filled black, representing a 100% probability distribution.

1	2	3 Prof.	4	5 V-F	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				I <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					

1. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) -1, 0 e 1
(B) 0, 1 e 3.
(C) 1 e 2.
(D) -1 e 2.
(E) 0 e 1.
3. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
(B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
(C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
(D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
(E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (B) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (C) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (D) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (E) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (F) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (G) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (H) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (I) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
6. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
(B) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
(C) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
(D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
(E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$



1 V-F	2	3 Prof.	4	5	6
A ○ ○	A ○	0/4 ○	A ○	A ○	0 ○ ○
B ○ ○	B ○	1/4 ○	B ○	B ○	1 ○ ○
C ○ ○	C ○	2/4 ○	C ○	C ○	2 ○ ○
D ○ ○	D ○	3/4 ○	D ○	D ○	3 ○ ○
E ○ ○	E ○	4/4 ○	E ○	E ○	4 ○ ○
F ○ ○					5 ○ ○
G ○ ○					6 ○ ○
H ○ ○					7 ○ ○
I ○ ○					8 ○ ○
					9 ○ ○

1. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (B) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (C) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (D) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (E) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (F) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (G) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (H) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (I) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.

2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$

- (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
- (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
- (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
- (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$

3. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

- (A) -1, 0 e 1
- (B) 1 e 2.
- (C) 0, 1 e 3.
- (D) -1 e 2.
- (E) 0 e 1.

5. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
- (C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
- (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- (E) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$

6. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)



Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 8
- Row 4, Column 2
- Row 4, Column 3
- Row 5, Column 1

All other circles are white.

1	2	3 V-F	4	5	6 Prof.
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>
		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
		I <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

1. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (B) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (C) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (D) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (E) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (F) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (G) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (H) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
 (I) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
4. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
5. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0 e 1.
 (B) -1, 0 e 1
 (C) 0, 1 e 3.
 (D) 1 e 2.
 (E) -1 e 2.
6. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2 Prof.	3	4	5 V-F	6
A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	I <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3: Column 1, Column 3, Column 4, Column 5, Column 7, Column 8, Column 9
- Row 4: Column 1, Column 2, Column 5, Column 7
- Row 5: Column 3

All other circles are white with black outlines.

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0 e 1.
 (B) 0, 1 e 3.
 (C) 1 e 2.
 (D) -1, 0 e 1
 (E) -1 e 2.
2. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
4. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (B) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (C) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (D) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (E) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (F) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (G) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (H) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (I) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
6. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3: Column 2, Column 4, Column 5
- Row 4: Column 2, Column 7, Column 9

The remaining 73 circles are white with black outlines.

1 V-F	2	3	4 Prof.	5	6
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				
H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				
I <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				

1. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (B) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (C) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (D) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (E) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (F) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (G) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (H) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.

(I) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.

2. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

- (A) -1, 0 e 1
- (B) 0, 1 e 3.
- (C) 1 e 2.
- (D) 0 e 1.
- (E) -1 e 2.

4. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

5. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
- (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
- (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
- (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
- (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$

6. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
- (D) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
- (E) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$



Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 8
- Row 4, Column 2
- Row 4, Column 5
- Row 4, Column 7
- Row 5, Column 1

The black circles form a shape that resembles a stylized letter 'G' or a similar abstract figure.

1	2	3 V-F	4 Prof.	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		I <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
					9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 1 e 2.
(B) 0, 1 e 3.
(C) -1, 0 e 1
(D) -1 e 2.
(E) 0 e 1.
2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
(B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
(C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
(D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
(E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
(B) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
(C) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
(D) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
(E) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
(F) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (G) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (H) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (I) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
4. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
5. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
(B) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
(C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
(D) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
(E) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
6. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 2: Column 1
- Row 2: Column 2
- Row 2: Column 5
- Row 2: Column 6
- Row 2: Column 7
- Row 2: Column 8
- Row 3: Column 1
- Row 3: Column 2
- Row 3: Column 7
- Row 3: Column 9
- Row 4: Column 1
- Row 4: Column 3

All other circles are white with black outlines.

1	2 V-F	3 Prof.	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	I <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

(A) -1, 0 e 1
(B) 0 e 1.
(C) -1 e 2.
(D) 0, 1 e 3.
(E) 1 e 2.

2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
(B) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
(C) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
(D) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
(E) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
(F) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
(G) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
(H) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.

(I) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.

3. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

4. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
(B) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
(C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
(D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
(E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$

5. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
(B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
(C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
(D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
(E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$



Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles in the main diagonal, from the top-left to the bottom-right, are filled black. There are 10 black circles in total. All other circles are white with black outlines.

1	2	3 V-F	4	5 Prof.	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
		I <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
					9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

1. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (B) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) -1, 0 e 1
 (B) 0, 1 e 3.
 (C) -1 e 2.
 (D) 1 e 2.
 (E) 0 e 1.
3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
 (B) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (C) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (D) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (E) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (F) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (G) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (H) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (I) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
5. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
6. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1 V-F	2 Prof.	3	4	5	6
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
I <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3: Column 2
- Row 3: Column 3
- Row 3: Column 4
- Row 3: Column 6
- Row 3: Column 7
- Row 3: Column 8
- Row 3: Column 9
- Row 4: Column 1
- Row 4: Column 2
- Row 4: Column 3
- Row 4: Column 9
- Row 5: Column 3

All other circles are empty.

1. Responda V ou F:

(3.000, -3.000)

- (A) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (B) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (C) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (D) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (E) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (F) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (G) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (H) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (I) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.

2. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

3. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

4. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$

5. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

- (A) 0 e 1.
 (B) 0, 1 e 3.
 (C) 1 e 2.
 (D) -1, 0 e 1
 (E) -1 e 2.

6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles in the main diagonal, from the top-left to the bottom-right, are filled black. There are 10 black circles in total. All other circles are white with black outlines.

1	2 Prof.	3	4	5 V-F	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				I <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					

1. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gram-Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
2. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) -1, 0 e 1
(B) -1 e 2.
(C) 1 e 2.
(D) 0, 1 e 3.
(E) 0 e 1.
4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
(B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
(C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
(D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
(E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (B) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (C) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (D) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (E) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (F) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (G) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (H) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (I) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
6. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
(B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
(C) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
(D) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
(E) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2 V-F	3 Prof.	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	I <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 5
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 2
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 7
- Row 5, Column 1

All other circles are white.

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0, 1 e 3.
 (B) -1 e 2.
 (C) -1, 0 e 1
 (D) 1 e 2.
 (E) 0 e 1.
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (B) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (C) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (D) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (E) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (F) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
 (G) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (H) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (I) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
3. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
4. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
5. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3 V-F	4	5 Prof.	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	I <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3, Column 4
- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 9
- Row 3, Column 10
- Row 4, Column 2
- Row 4, Column 5
- Row 4, Column 9
- Row 5, Column 3

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
2. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gram-Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (B) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (C) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (D) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (E) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (F) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (G) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (H) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (I) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0 e 1.
 (B) -1 e 2.
 (C) 0, 1 e 3.
 (D) 1 e 2.
 (E) -1, 0 e 1
5. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
6. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4 V-F	5 Prof.	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		I <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 2: Column 1
- Row 2: Column 2
- Row 2: Column 3
- Row 2: Column 4
- Row 2: Column 9
- Row 2: Column 10
- Row 3: Column 1
- Row 3: Column 2

All other circles are empty.

1. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
2. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (B) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (C) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (D) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (E) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (F) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (G) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
 (H) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (I) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
5. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) -1 e 2.
 (B) 0, 1 e 3.
 (C) 1 e 2.
 (D) 0 e 1.
 (E) -1, 0 e 1

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 10
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 10

All other circles are white.

1 V-F	2 Prof.	3	4	5	6
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>				5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>				6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
H <input type="radio"/> <input type="radio"/>				7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
I <input type="radio"/> <input type="radio"/>				8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

- 1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (B) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (C) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (D) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (E) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (F) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (G) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (H) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (I) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- 2.** Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
- 3.** Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
- (B) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
- (C) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
- (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- 4.** Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
- (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
- (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
- (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
- (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
- 5.** Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
- 6.** Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 1 e 2.
- (B) 0, 1 e 3.
- (C) -1, 0 e 1
- (D) -1 e 2.
- (E) 0 e 1.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3 Prof.	4	5	6 V-F
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				I <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 10
- Row 4, Column 2
- Row 5, Column 1
- Row 5, Column 3

All other circles are white.

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 1 e 2.
(B) 0 e 1.
(C) -1 e 2.
(D) -1, 0 e 1
(E) 0, 1 e 3.
2. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
3. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
(B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
(C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
(D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
(E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
5. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
(B) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
(C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
(D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
(E) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
(B) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
(C) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
(D) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
(E) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
(F) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
(G) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
(H) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
(I) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3 Prof.	4	5 V-F	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				I <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					

1. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
2. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
3. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (B) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (C) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (D) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (E) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (F) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (G) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (H) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (I) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0, 1 e 3.
 (B) 0 e 1.
 (C) -1 e 2.
 (D) 1 e 2.
 (E) -1, 0 e 1

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2: Column 1
- Row 2: Column 2
- Row 2: Column 4
- Row 2: Column 5
- Row 2: Column 6
- Row 2: Column 8
- Row 2: Column 10
- Row 3: Column 2
- Row 3: Column 3
- Row 3: Column 7
- Row 4: Column 3

All other circles are white.

1 Prof.	2 V-F	3	4	5	6
0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
	F <input type="radio"/>				5 <input type="radio"/>
	G <input type="radio"/>				6 <input type="radio"/>
	H <input type="radio"/>				7 <input type="radio"/>
	I <input type="radio"/>				8 <input type="radio"/>
					9 <input type="radio"/>

1. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (B) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (C) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (D) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (E) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (F) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (G) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (H) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (I) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
3. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- (B) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
- (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
- (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- (E) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0, 1 e 3.
- (B) -1, 0 e 1
- (C) -1 e 2.
- (D) 1 e 2.
- (E) 0 e 1.
5. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
- (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
- (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
- (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
- (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
6. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles are white with black outlines. A diagonal line of 10 black circles runs from the top-left corner to the bottom-right corner. The black circles are located at positions (row, column) where row equals column, starting from (1,1) and ending at (10,10). All other circles are white.

1	2 Prof.	3	4 V-F	5	6
A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
			H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
			I <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

1. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
2. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (B) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (C) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (D) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (E) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (F) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (G) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (H) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
 (I) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
5. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) -1 e 2.
 (B) 0, 1 e 3.
 (C) 0 e 1.
 (D) 1 e 2.
 (E) -1, 0 e 1

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2 Prof.	3	4 V-F	5	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			I <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 2: Column 1
- Row 2: Column 2
- Row 2: Column 7
- Row 2: Column 8
- Row 2: Column 9
- Row 2: Column 10
- Row 3: Column 1
- Row 3: Column 2
- Row 3: Column 4
- Row 3: Column 7
- Row 3: Column 9

All other circles are white with black outlines.

1. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é
- $$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

2. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
- (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
- (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
- (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
- (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$

4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (B) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (C) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (D) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (E) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P

é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.

- (F) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.

- (G) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.

- (H) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.

- (I) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.

5. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

- (A) 0, 1 e 3.
- (B) 1 e 2.
- (C) -1, 0 e 1
- (D) 0 e 1.
- (E) -1 e 2.

6. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- (B) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
- (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
- (E) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles in the main diagonal, from the top-left to the bottom-right, are filled black. There are 10 black circles in total. All other circles are white with black outlines.

1	2	3	4 V-F	5	6 Prof.
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>
		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	I <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) -1, 0 e 1
 (B) -1 e 2.
 (C) 1 e 2.
 (D) 0, 1 e 3.
 (E) 0 e 1.
3. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (B) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (C) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (D) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (E) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (F) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (G) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (H) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (I) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
5. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
6. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
 Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

1 V-F	2	3 Prof.	4	5	6
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>					5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>					6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
H <input type="radio"/> <input type="radio"/>					7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
I <input type="radio"/> <input type="radio"/>					8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
					9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>						

1. Responda V ou F:

(3.000, -3.000)

- (A) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (B) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (C) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (D) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (E) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (F) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (G) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (H) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (I) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.

2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

- (A) 0, 1 e 3.
- (B) 0 e 1.

(C) -1, 0 e 1

(D) 1 e 2.

(E) -1 e 2.

3. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)4. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
- (B) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
- (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- (D) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
- (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$

5. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
- (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
- (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
- (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
- (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$

6. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)



Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3 V-F	4 Prof.	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	I <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0 e 1.
 (B) 0, 1 e 3.
 (C) -1, 0 e 1
 (D) 1 e 2.
 (E) -1 e 2.
2. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (B) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
 (C) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (D) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (E) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (F) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (G) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (H) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (I) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
4. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
5. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
6. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1 Prof.	2	3	4	5 V-F	6
0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		I <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles are either white or black. The black circles are located at the following positions (row, column): (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6), (7,7), (8,8), (9,9), and (10,10). All other circles are white.

1. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
2. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
3. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (B) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (C) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (D) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (E) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = P D P^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (F) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (G) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (H) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (I) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0 e 1.
 (B) 0, 1 e 3.
 (C) 1 e 2.
 (D) -1, 0 e 1
 (E) -1 e 2.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1 V-F	2 Prof.	3	4	5	6
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>				5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>				6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
H <input type="radio"/> <input type="radio"/>				7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
I <input type="radio"/> <input type="radio"/>				8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

1. Responda V ou F:

(3.000, -3.000)

- (A) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (B) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (C) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (D) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (E) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (F) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (G) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (H) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (I) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.

2. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

- (A) 1 e 2.
 (B) 0, 1 e 3.
 (C) 0 e 1.
 (D) -1 e 2.
 (E) -1, 0 e 1

4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$

5. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

6. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles are either white or black. The black circles are located at the following positions (row, column): (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6), (7,7), (8,8), (9,9), and (10,10). All other circles are white.

1	2	3	4 Prof.	5 V-F	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				I <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					

1. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0 e 1.
 (B) 1 e 2.
 (C) 0, 1 e 3.
 (D) -1 e 2.
 (E) -1, 0 e 1
4. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (B) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (C) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (D) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (E) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (F) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (G) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (H) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (I) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
6. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1 V-F	2	3 Prof.	4	5	6
A ○ ○	A ○	0/4 ○	A ○	0 ○ ○	A ○
B ○ ○	B ○	1/4 ○	B ○	1 ○ ○	B ○
C ○ ○	C ○	2/4 ○	C ○	2 ○ ○	C ○
D ○ ○	D ○	3/4 ○	D ○	3 ○ ○	D ○
E ○ ○	E ○	4/4 ○	E ○	4 ○ ○	E ○
F ○ ○				5 ○ ○	
G ○ ○				6 ○ ○	
H ○ ○				7 ○ ○	
I ○ ○				8 ○ ○	
				9 ○ ○	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 5
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 4
- Row 4, Column 5
- Row 4, Column 9
- Row 5, Column 1

The black circles form a shape that resembles a stylized letter 'G' or a similar abstract figure.

1. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (B) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (C) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (D) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (E) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (F) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (G) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (H) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (I) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.

2. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

- (A) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
- (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$

- (C) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
- (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$

3. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
- (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
- (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
- (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
- (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$

5. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

- (A) 1 e 2.
- (B) 0, 1 e 3.
- (C) -1 e 2.
- (D) 0 e 1.
- (E) -1, 0 e 1

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 2
- Row 2, Column 5
- Row 2, Column 7
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 4
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 3

The remaining 23 circles are white.

1	2 V-F	3 Prof.	4	5	6
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	I <input type="radio"/> <input type="radio"/>			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0, 1 e 3.
 (B) -1 e 2.
 (C) 0 e 1.
 (D) -1, 0 e 1
 (E) 1 e 2.
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (B) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
 (C) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (D) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (E) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (F) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (G) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (H) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (I) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
3. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
5. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
6. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$



Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. In the third row from the top, the first, fourth, and ninth circles are black. In the fourth row from the top, the first, fourth, fifth, seventh, and ninth circles are black. All other circles are white.

1	2	3 Prof.	4	5	6 V-F
A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
			5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
			6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
			7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
			8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		I <input type="radio"/> <input type="radio"/>
			9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		

1. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
3. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
4. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
5. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 1 e 2.
 (B) 0 e 1.
 (C) 0, 1 e 3.
 (D) -1 e 2.
 (E) -1, 0 e 1.
6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (B) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
 (C) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (D) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (E) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (F) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (G) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (H) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (I) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
 Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	
1	1	
2	2	
3	3	
4	4	
5	5	
6	6	
7	7	
8	8	
9	9	

1	2	3	4	5 V-F	6 Prof.
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/>			F <input type="radio"/>	
	6 <input type="radio"/>			G <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/>			H <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/>			I <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/>				

CONTROLE MIXNFIX

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>								

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0, 1 e 3.
 (B) -1, 0 e 1
 (C) -1 e 2.
 (D) 0 e 1.
 (E) 1 e 2.
2. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
4. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (B) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (C) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (D) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (E) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (F) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (G) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (H) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (I) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
6. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1 V-F	2 Prof.	3	4	5	6
A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
I <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 7
- Row 4, Column 4
- Row 4, Column 5
- Row 4, Column 7
- Row 4, Column 9
- Row 5, Column 1
- Row 5, Column 3

All other circles are white.

1. Responda V ou F:

(3.000, -3.000)

- (A) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (B) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (C) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (D) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (E) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (F) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (G) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (H) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (I) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.

2. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$.

(1.500, 0.000)

3. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

4. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são:

(1.500, -1.500)

- (A) 0 e 1.
 (B) -1, 0 e 1
 (C) 0, 1 e 3.
 (D) -1 e 2.
 (E) 1 e 2.

5. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é:

(1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$

6. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base:

(1.000, -1.000)

- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black: (Row, Column) pairs (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 7), (3, 1), (3, 4), (3, 7), and (4, 1). All other circles are white with black outlines.

1 V-F	2	3	4	5	6 Prof.
A <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
G <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
H <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
I <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>			
		9 <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>			

1. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (B) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (C) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (D) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (E) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (F) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (G) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (H) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (I) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.

2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$

(B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$

(C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$

(D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$

(E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$

3. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

4. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

(A) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$

(B) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$

(C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$

(D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$

(E) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$

5. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

(A) 0 e 1.

(B) 1 e 2.

(C) -1, 0 e 1

(D) 0, 1 e 3.

(E) -1 e 2.

6. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2 Prof.	3	4	5	6 V-F
A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	I <input type="radio"/> <input type="radio"/>
				9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	

CONTROLE MIXNFIX

[illegible]

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)

(A) -1 e 2.
 (B) 0, 1 e 3.
 (C) 0 e 1.
 (D) -1, 0 e 1
 (E) 1 e 2.

2. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)

(A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$

4. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)

(A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$

5. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal

$\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)

6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

(A) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.

(B) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.

(C) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.

(D) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.

(E) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.

(F) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.

(G) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.

(H) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.

(I) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.



Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 4
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 9
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 4

All other circles are white.

1	2	3 Prof.	4 V-F.	5	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		F <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		G <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		H <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>		I <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0, 1 e 3.
(B) 1 e 2.
(C) -1, 0 e 1
(D) -1 e 2.
(E) 0 e 1.
2. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
3. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
(B) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
(C) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
- (D) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (E) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (F) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (G) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (H) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (I) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
5. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
(B) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
(C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
(D) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
(E) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
(B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
(C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
(D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
(E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3: Column 1, Column 3, Column 7, Column 8, Column 9
- Row 4: Column 1, Column 3, Column 4

All other circles are white with black outlines.

1	2	3	4	5 V-F	6 Prof.
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>
	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			H <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			I <input type="radio"/> <input type="radio"/>	
	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>				

1. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) -1 e 2.
 (B) 0 e 1.
 (C) 0, 1 e 3.
 (D) -1, 0 e 1
 (E) 1 e 2.
2. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
4. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (B) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (C) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
 (D) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (E) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (F) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (G) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (H) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (I) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
6. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4 V-F	5	6 Prof.
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			F <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			G <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			H <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>			I <input type="radio"/> <input type="radio"/>		
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3, Column 2
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 4
- Row 4, Column 5
- Row 4, Column 9
- Row 5, Column 2
- Row 5, Column 9

1. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
2. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 1 e 2.
(B) 0 e 1.
(C) -1, 0 e 1
(D) -1 e 2.
(E) 0, 1 e 3.
3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
(B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
(C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
(D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
(E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
(B) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
(C) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (D) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (E) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (F) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (G) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (H) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (I) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
5. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
(B) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
(C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
(D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
(E) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
6. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação - 2005.2
Quarto Exercício Escolar - 24/03/2006



Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

1	2	3	4 Prof.	5	6 V-F
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					F <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					G <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					H <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					I <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 4, Column 4
- Row 4, Column 5
- Row 4, Column 7
- Row 4, Column 8
- Row 5, Column 1
- Row 5, Column 4
- Row 5, Column 7
- Row 6, Column 1

All other circles are white.

1. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
2. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
 (B) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (C) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
 (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
 (E) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0, 1 e 3.
 (B) 0 e 1.
 (C) -1 e 2.
 (D) -1, 0 e 1
 (E) 1 e 2.
4. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
5. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
 (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
 (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
 (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$
 (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
 (B) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
 (C) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
 (D) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
 (E) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
 (F) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
 (G) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
 (H) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
 (I) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.



Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

0	○	0	○
1	○	1	○
2	○	2	○
3	○	3	○
4	○	4	○
5	○	5	○
6	○	6	○
7	○	7	○
8	○	8	○
9	○	9	○

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 2: Column 1
- Row 3: Columns 1, 2, 3, 4, 5, 8
- Row 4: Columns 4, 5, 7, 9
- Row 5: Columns 1, 3

The remaining 75 circles are white with black outlines.

1	2 V-F	3	4	5 Prof.	6
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/> <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0/4 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/> <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1/4 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/> <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2/4 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/> <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3/4 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/> <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4/4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	F <input type="radio"/> <input type="radio"/>				
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	G <input type="radio"/> <input type="radio"/>				
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	H <input type="radio"/> <input type="radio"/>				
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	I <input type="radio"/> <input type="radio"/>				
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>					

1. Considere \mathbb{R}^3 com o p.i. cuja matriz é $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre a base ortogonal $\{u, v, w\}$ pelo método de Gramm Schmidt a partir da base $\{(1, 0, 0), (1, 0, 2), (0, 1, 1)\}$ nesta ordem, e marque $\langle u + v + w, u + v + w \rangle$, neste p.i.. (1.500, -1.500)
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Se A é matriz de operador ortogonal então $\langle A^n v, A^n u \rangle = \langle v, u \rangle$, estes vetores com coordenadas em base ortonormal.
- (B) Para saber se um operador é auto-adjunto, basta verificar se sua matriz numa base qualquer é simétrica.
- (C) Se A e B são matrizes de operadores ortogonais numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador ortogonal.
- (D) A multiplicidade geométrica é sempre menor ou igual à algébrica.
- (E) A matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ não é diagonalizável.
- (F) Seja G matriz de um p.i. Como G é simétrica, então é diagonalizável. Então podemos dizer que $G = PDP^{-1}$, onde D é matriz diagonal e P é uma matriz invertível. Substituindo isso na expressão $\langle X, Y \rangle = X^t G Y = X^t P D P^{-1} Y = (P^t X)^t D P^{-1} Y = (P^{-1} X)^t D P^{-1} Y$, o que significa dizer que estamos mudando as coordenadas de X e Y para uma base onde o p.i. funciona quase como o usual, a diferença é que os autovalores podem não ser iguais a 1.
- (G) Um operador do \mathbb{R}^3 que é ortogonal e auto-adjunto, se não for identidade então é uma reflexão em torno de algum eixo ou plano coordenado ou origem.
- (H) Os autovalores de operadores auto-adjuntos são sempre 1 ou -1.
- (I) Se A e B são matrizes de operadores auto-adjuntos numa mesma base ortonormal, então AB é matriz de operador auto-adjunto.
3. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (x - y, -x + 2y + z, y + z)$. Seus autovalores são: (1.500, -1.500)
- (A) 0, 1 e 3.
- (B) 0 e 1.
- (C) -1 e 2.
- (D) -1, 0 e 1
- (E) 1 e 2.
4. Considere \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. O subespaço $[(1, 1, -1, 1), (2, 1, 0, 1)]^\perp$ possui como base: (1.000, -1.000)
- (A) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1)\}$
- (B) $\{(0, 1, 0, -1), (2, -1, 1, 1)\}$
- (C) $\{(-1, 1, 1, 1)\}$
- (D) $\{(-1, 2, 1, 0), (0, -1, 0, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
- (E) $\{(-1, 2, 1, 0), (2, -1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)\}$
5. Responder na folha avulsa: Mostre que o determinante da matriz de um p.i. é positivo. Sugestão: Use que $a = \langle X, X \rangle = X^t G X$ é uma matriz 1×1 e multiplique por X à esquerda e por X^t à direita e que a é positivo para $X \neq 0$. (1.500, 0.000)
6. Considere o operador linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $T(x, y, z) = (3x, 8x + y, 8x - 2y + 3z)$. O seu autoespaço de maior dimensão é: (1.500, -1.500)
- (A) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + 2y = 0\}$
- (B) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | y - 4z = 0\}$
- (C) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 3x + y + 3z = 0\}$
- (D) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | 8x - 2y + 3z = 0\}$
- (E) $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = z\}$