

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	A	A
1	1	1	1	B	B
2	2	2	2	C	C
3	3	3	3	D	D
4	4	4	4	E	E
5	5	5	5	F	F
6	6	6	6		
7	7	7	7		
8	8	8	8		
9	9	9	9		

7 V-F		
A	○	○
B	○	○
C	○	○
D	○	○
E	○	○
F	○	○

- 1.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$   
 (B)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$   
 (C)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (D)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$   
 (E)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
 (F)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .  
 (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .  
 (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .  
 (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .  
 (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .  
 (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- 7.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .  
 (B) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .  
 (C) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.  
 (D) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.  
 (E) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.  
 (F) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	A	0	A	0
1	1	B	1	B	1
2	2	C	2	C	2
3	3	D	3	D	3
4	4	E	4	E	4
5	5	F	5	F	5
6	6		6		6
7	7		7		7
8	8		8		8
9	9		9		9

7
A
B
C
D
E
F

- 1.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (B)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (C)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (D)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (E)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (F)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)
- 5.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (B) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (C) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (D) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (E) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (F) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (B)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (C)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (D)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (E)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (F)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	●	○	○	○	○	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	●	○	○	●	○	○	○	●	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	0	A	0	A	0
1	1	B	1	B	1
2	2	C	2	C	2
3	3	D	3	D	3
4	4	E	4	E	4
5	5	F	5	F	5
6	6		6		6
7	7		7		7
8	8		8		8
9	9		9		9

7
A
B
C
D
E
F

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 3.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (B) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (C) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (D) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (E) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (F) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do

ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]^\alpha_\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .

- 6.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + ||v||^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (B)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (C)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (D)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (E)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (F)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

1	2	3 V-F	4	5	6
0	0	A	A	A	0
1	1	B	B	B	1
2	2	C	C	C	2
3	3	D	D	D	3
4	4	E	E	E	4
5	5	F	F	F	5
6	6		6		6
7	7		7		7
8	8		8		8
9	9		9		9

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)
- 2.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)
- 3.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
  - (B) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
  - (C) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
  - (D) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
  - (E) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
  - (F) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
  - (B)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
  - (C)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
  - (D)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
  - (E)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
  - (F)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
  - (B)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
  - (C)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
  - (D)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
  - (E)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
  - (F)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	●	●	●	●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F															
0	○	○	A	0	○	○	0	○	A	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
1	○	○	B	1	○	○	1	○	B	○	○	B	○	○	○	○	○	○	○	○
2	○	○	C	2	○	○	2	○	C	○	○	C	○	○	○	○	○	○	○	○
3	○	○	D	3	○	○	3	○	D	○	○	D	○	○	○	○	○	○	○	○
4	○	○	E	4	○	○	4	○	E	○	○	E	○	○	○	○	○	○	○	○
5	○	○	F	5	○	○	5	○	F	○	○	F	○	○	○	○	○	○	○	○
6	○	○		6	○	○	6	○		○	○		○	○	○	○	○	○	○	○
7	○	○		7	○	○	7	○		○	○		○	○	○	○	○	○	○	○
8	○	○		8	○	○	8	○		○	○		○	○	○	○	○	○	○	○
9	○	○		9	○	○	9	○		○	○		○	○	○	○	○	○	○	○

7			
0	○	○	○
1	○	○	○
2	○	○	○
3	○	○	○
4	○	○	○
5	○	○	○
6	○	○	○
7	○	○	○
8	○	○	○
9	○	○	○

- 1.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (B)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (D)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (E)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (F)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (B)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (C)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (D)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (E)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (F)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$

- 6.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (B) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (C) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (D) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (E) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (F) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	0	A	A	0	A
1	1	B	B	1	B
2	2	C	C	2	C
3	3	D	D	3	D
4	4	E	E	4	E
5	5	F	F	5	F
6	6		6		
7	7		7		
8	8		8		
9	9		9		

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 3.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (B) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (C) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos qe os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (D) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (E) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (F) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

(A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .

(B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .

(C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .

(D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .

(E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .

(F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U: \begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

(A)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$

(B)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$

(C)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$

(D)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$

(E)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$

(F)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$

- 7.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + ||v||^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3 V-F	4	5	6
A	0		A	0	
B	1		B	1	
C	2		C	2	
D	3		D	3	
E	4		E	4	
F	5		F	5	
	6			6	
	7			7	
	8			8	
	9			9	

**CONTROLE MIXNFX**

●			●			●		●			●			●			●		
●			●			●		●			●			●			●		
●			●			●		●			●			●			●		

7	
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2,1), (1,-1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 3.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (B) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (C) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (D) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (E) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de

índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .

- (F) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U: \begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (B)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (C)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (D)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (F)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 7.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○
○	○	○	○	●	○	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
A	A	0	0	0	A
B	B	1	1	1	B
C	C	2	2	2	C
D	D	3	3	3	D
E	E	4	4	4	E
F	F	5	5	5	F
		6	6	6	
		7	7	7	
		8	8	8	
		9	9	9	

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
 (B)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (C)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$   
 (D)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$   
 (E)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$   
 (F)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .  
 (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .  
 (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .  
 (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .  
 (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .  
 (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 5.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)
- 6.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.  
 (B) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.  
 (C) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.  
 (D) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .  
 (E) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.  
 (F) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .  
 (G) Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●
○	○	○	○	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	0	0	0	A
1	B	1	1	1	B
2	C	2	2	2	C
3	D	3	3	3	D
4	E	4	4	4	E
5	F	5	5	5	F
6		6	6	6	
7		7	7	7	
8		8	8	8	
9		9	9	9	

7
A
B
C
D
E
F

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 2.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (B) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (C) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (D) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (E) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (F) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)
- 4.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
  - (B)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
  - (C)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
  - (D)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
  - (E)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
  - (F)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
  - (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
  - (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
  - (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
  - (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
  - (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

1	2	3 V-F	4	5	6
A	A	A	0	0	0
B	B	B	1	1	1
C	C	C	2	2	2
D	D	D	3	3	3
E	E	E	4	4	4
F	F	F	5	5	5
			6	6	6
			7	7	7
			8	8	8
			9	9	9

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (B)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (C)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (D)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (F)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .

- 3.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (B) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (C) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por

Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .

- (D) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (E) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (F) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.

- 4.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	A	0	0	0	A
1	B	1	1	1	B
2	C	2	2	2	C
3	D	3	3	3	D
4	E	4	4	4	E
5	F	5	5	5	F
6		6	6	6	
7		7	7	7	
8		8	8	8	
9		9	9	9	

### CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F		
A	○	○
B	○	○
C	○	○
D	○	○
E	○	○
F	○	○

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (B)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (C)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (D)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (E)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (F)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 5.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .

- 7.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (B) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (C) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (D) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (E) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (F) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	A	0
B	1	1	1	B	1
C	2	2	2	C	2
D	3	3	3	D	3
E	4	4	4	E	4
F	5	5	5	F	5
	6	6	6		6
	7	7	7		7
	8	8	8		8
	9	9	9		9

### CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	○	○	○	○	●	●	○	○	○
●	○	●	●	○	○	○	○	●	○	○	○	○
○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F
A
B
C
D
E
F

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2,1), (1,-1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x+y-2z+w=0 \\ 2x+5y-5z+5w=0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$   
 (B)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
 (C)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$   
 (D)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$   
 (E)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$   
 (F)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 7.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (B) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (C) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (D) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (E) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (F) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	●	○	●	○	●	●	○	●	●	●	○	●	●	●	○
●	○	●	○	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
A	0	0	0	A	0
B	1	1	1	B	1
C	2	2	2	C	2
D	3	3	3	D	3
E	4	4	4	E	4
F	5	5	5	F	5
	6	6	6		6
	7	7	7		7
	8	8	8		8
	9	9	9		9

7
A
B
C
D
E
F

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U: \begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (B)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (C)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (E)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (F)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 4.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

- 5.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (B) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (C) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.

- (D) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .

- (E) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.

- (F) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
0	○	○	A	○	A
1	○	○	B	○	B
2	○	○	C	○	C
3	○	○	D	○	D
4	○	○	E	○	E
5	○	○	F	○	F
6	○	○		6	○
7	○	○		7	○
8	○	○		8	○
9	○	○		9	○

7		
0	○	○
1	○	○
2	○	○
3	○	○
4	○	○
5	○	○
6	○	○
7	○	○
8	○	○
9	○	○

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (B)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (C)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (D)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (E)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (F)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 5.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (B) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (C) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (D) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (E) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (F) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.

- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	●	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	●	●	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1 V-F	2	3	4	5	6
A	○	0	○	0	○
B	○	1	○	1	○
C	○	2	○	2	○
D	○	3	○	3	○
E	○	4	○	4	○
F	○	5	○	5	○
	6	○	6	○	6
	7	○	7	○	7
	8	○	8	○	8
	9	○	9	○	9

7	
A	○
B	○
C	○
D	○
E	○
F	○

- 1.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.  
 (B) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.  
 (C) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .  
 (D) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.  
 (E) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .  
 (F) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)
- 4.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]^\alpha_\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .  
 (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .  
 (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .  
 (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .  
 (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .  
 (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$   
 (B)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
 (C)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$   
 (D)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$   
 (E)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (F)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F	6
A	0	0	A	A	0
B	1	1	B	B	1
C	2	2	C	C	2
D	3	3	D	D	3
E	4	4	E	E	4
F	5	5	F	F	5
	6	6			6
	7	7			7
	8	8			8
	9	9			9

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2,1), (1,-1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (B)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (C)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (E)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (F)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$

- 5.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (B) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (C) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (D) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (E) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.

- (F) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

- 6.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	●	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	●	○	○	●	○	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	A	A	0	0	0
1	B	B	1	1	1
2	C	C	2	2	2
3	D	D	3	3	3
4	E	E	4	4	4
5	F	F	5	5	5
6			6	6	6
7			7	7	7
8			8	8	8
9			9	9	9

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . **(1.500, -1.500)**
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: **(1.000, -1.000)**
- (A)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
  - (B)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
  - (C)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
  - (D)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
  - (E)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
  - (F)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- 3.** Responda V ou F: **(2.500, -2.500)**
- (A) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
  - (B) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
  - (C) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
  - (D) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
  - (E) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
  - (F) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): **(1.000, -1.000)**
- (A)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (B)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (D)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (E)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (F)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . **(1.000, -1.000)**
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . **(1.500, -1.500)**
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . **(1.500, -1.500)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	A	0	0	0	0
B	B	1	1	1	1
C	C	2	2	2	2
D	D	3	3	3	3
E	E	4	4	4	4
F	F	5	5	5	5
		6	6	6	6
		7	7	7	7
		8	8	8	8
		9	9	9	9

### *CONTROLE MIXNFX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F		
A	○	○
B	○	○
C	○	○
D	○	○
E	○	○
F	○	○

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2,1), (1,-1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .  
 (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .  
 (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .  
 (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .  
 (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .  
 (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 7.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .  
 (B) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.  
 (C) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.  
 (D) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.  
 (E) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.  
 (F) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$   
 (B)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (C)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$   
 (D)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$   
 (E)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$   
 (F)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- 3.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	●	○	●	○	○	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	●
●	○	●	○	●	●	○	●	○	○	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5	6
0	○	A	○	0	○
1	○	B	○	1	○
2	○	C	○	2	○
3	○	D	○	3	○
4	○	E	○	4	○
5	○	F	○	5	○
6	○		6	○	6
7	○		7	○	7
8	○		8	○	8
9	○		9	○	9

7
A
B
C
D
E
F

- 1.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . **(1.500, -1.500)**

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): **(1.000, -1.000)**

- (A)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (B)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (C)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (D)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (E)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (F)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . **(1.500, -1.500)**

- 4.** Responda V ou F: **(2.500, -2.500)**

- (A) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (B) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (C) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo

igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .

- (D) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (E) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (F) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . **(1.000, -1.000)**

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . **(1.500, -1.500)**

- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: **(1.000, -1.000)**

- (A)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (B)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (C)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (D)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (E)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (F)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	●	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	A	0	A	A
1	1	B	1	B	B
2	2	C	2	C	C
3	3	D	3	D	D
4	4	E	4	E	E
5	5	F	5	F	F
6	6		6		
7	7		7		
8	8		8		
9	9		9		

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + ||v||^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (B)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (D)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (E)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (F)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 5.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (B) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (C) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (D) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (E) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (F) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (B)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (C)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (D)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (F)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	0	A	0	0	0
B	1	B	1	1	1
C	2	C	2	2	2
D	3	D	3	3	3
E	4	E	4	4	4
F	5	F	5	5	5
	6		6	6	6
	7		7	7	7
	8		8	8	8
	9		9	9	9

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

**1.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (B) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (C) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (D) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.

(E) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(F) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .

**2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

**3.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (B)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (C)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (D)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$

(E)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$

(F)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$

**4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .

**5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

**6.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + ||v||^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

**7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	0	0	0	A	0
B	1	1	1	B	1
C	2	2	2	C	2
D	3	3	3	D	3
E	4	4	4	E	4
F	5	5	5	F	5
	6	6	6		6
	7	7	7		7
	8	8	8		8
	9	9	9		9

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

**1.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos qe os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (B) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (C) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (D) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (E) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (F) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.

**2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2,1), (1,-1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .

**3.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

**4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

**5.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x+y-2z+w=0 \\ 2x+5y-5z+5w=0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$   
 (B)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (C)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$   
 (D)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$   
 (E)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
 (F)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$

**6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

**7.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
A	A	0	0	0	A
B	B	1	1	1	B
C	C	2	2	2	C
D	D	3	3	3	D
E	E	4	4	4	E
F	F	5	5	5	F
		6	6	6	
		7	7	7	
		8	8	8	
		9	9	9	

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (B)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$   
 (C)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
 (D)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$   
 (E)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$   
 (F)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .  
 (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .  
 (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .  
 (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .  
 (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .  
 (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 5.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)
- 6.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (B) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (C) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (D) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (E) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (F) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	0	A	0	0
B	1	1	B	1	1
C	2	2	C	2	2
D	3	3	D	3	3
E	4	4	E	4	4
F	5	5	F	5	5
	6	6		6	6
	7	7		7	7
	8	8		8	8
	9	9		9	9

### *CONTROLE MIXNFX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	○	●	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	●	○	○	●	●	○	●	●	○	●	●	●	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F		
A	○	○
B	○	○
C	○	○
D	○	○
E	○	○
F	○	○

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
 (B)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (C)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$   
 (D)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$   
 (E)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$   
 (F)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- 2.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .  
 (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .  
 (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .  
 (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .  
 (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .  
 (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)
- 7.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.  
 (B) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .  
 (C) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.  
 (D) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .  
 (E) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.  
 (F) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
●	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	0	0	0	A
B	B	1	1	1	B
C	C	2	2	2	C
D	D	3	3	3	D
E	E	4	4	4	E
F	F	5	5	5	F
		6	6	6	
		7	7	7	
		8	8	8	
		9	9	9	

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2,1), (1,-1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .

- 2.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (B) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (C) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (D) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (E) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (F) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ : (7, -1, 0), (0, 1, 6), (5, 0, 2), (1, 1, 6), (3, 2, 1) e (2, 1, -1). (1.500, -1.500)

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x+y-2z+w=0 \\ 2x+5y-5z+5w=0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (B)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (C)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (D)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (E)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (F)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$

- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	●	0	0	●	0	●	●	●	●	●	●	●
0	0	0	0	●	●	●	●	●	●	●	●	●
0	0	●	●	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	A	0	0
1	B	B	B	1	1
2	C	C	C	2	2
3	D	D	D	3	3
4	E	E	E	4	4
5	F	F	F	5	5
6				6	6
7				7	7
8				8	8
9				9	9

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ .

(1.500, -1.500)

- 2.** Responda V ou F:

(2.500, -2.500)

- (A) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (B) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (C) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (D) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos qe os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (E) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.

- (F) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é:

(1.000, -1.000)

- (A)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
 (B)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (C)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$   
 (D)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$

(E)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$ (F)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$ 

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas):

(1.000, -1.000)

(A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .

(B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .

(C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .

(D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .

(E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .

(F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ .

(1.000, -1.000)

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ .

(1.500, -1.500)

- 7.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + ||v||^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ .

(1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	A	A
1	1	1	1	B	B
2	2	2	2	C	C
3	3	3	3	D	D
4	4	4	4	E	E
5	5	5	5	F	F
6	6	6	6		
7	7	7	7		
8	8	8	8		
9	9	9	9		

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F		
A	○	○
B	○	○
C	○	○
D	○	○
E	○	○
F	○	○

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)
- 3.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^{\perp}$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (B)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (C)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (D)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (F)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- 7.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (B) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (C) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (D) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (E) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (F) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFX***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3 V-F	4	5	6
A	A	A	0	0	0
B	B	B	1	1	1
C	C	C	2	2	2
D	D	D	3	3	3
E	E	E	4	4	4
F	F	F	5	5	5
			6	6	6
			7	7	7
			8	8	8
			9	9	9

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (B)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (C)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (D)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (E)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (F)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .

- 3.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (B) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (C) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo

igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .

- (D) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (E) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (F) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 7.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + ||v||^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
A	0	0	0	A	A
B	1	1	1	B	B
C	2	2	2	C	C
D	3	3	3	D	D
E	4	4	4	E	E
F	5	5	5	F	F
	6	6	6		
	7	7	7		
	8	8	8		
	9	9	9		

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U: \begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é:

(1.000, -1.000)

- (A)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (B)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (C)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (D)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (F)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ .

(1.500, -1.500)

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ .

(1.000, -1.000)

- 4.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ : (7, -1, 0), (0, 1, 6), (5, 0, 2), (1, 1, 6), (3, 2, 1) e (2, 1, -1).

(1.500, -1.500)

- 5.** Responda V ou F:

(2.500, -2.500)

- (A) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .

- (B) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.

- (C) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

- (D) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.

- (E) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.

- (F) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas):

(1.000, -1.000)

- (A)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .

- (B)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .

- (C)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .

- (D)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .

- (E)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .

- (F)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .

- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ .

(1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	●	●	0	0	●	0	●	●	0	0	0	0
●	0	●	0	●	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	A	0	0
1	B	B	B	1	1
2	C	C	C	2	2
3	D	D	D	3	3
4	E	E	E	4	4
5	F	F	F	5	5
6				6	6
7				7	7
8				8	8
9				9	9

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 2.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (B) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (C) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos qe os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (D) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (E) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (F) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (B)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (C)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (D)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (E)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (F)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + ||v||^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	0	0
1	B	B	1	1	1
2	C	C	2	2	2
3	D	D	3	3	3
4	E	E	4	4	4
5	F	F	5	5	5
6			6	6	6
7			7	7	7
8			8	8	8
9			9	9	9

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . **(1.500, -1.500)**
- 2.** Responda V ou F: **(2.500, -2.500)**
- Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
  - Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
  - Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
  - Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos qe os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
  - Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
  - Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): **(1.000, -1.000)**
- $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
  - $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: **(1.000, -1.000)**
- $\{(1, 0, -1, 1)\}$
  - $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
  - $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
  - $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
  - $\{(1, -2, -1, -2)\}$
  - $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . **(1.000, -1.000)**
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . **(1.500, -1.500)**
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . **(1.500, -1.500)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	A	A
1	1	1	1	B	B
2	2	2	2	C	C
3	3	3	3	D	D
4	4	4	4	E	E
5	5	5	5	F	F
6	6	6	6		
7	7	7	7		
8	8	8	8		
9	9	9	9		

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

**7 V-F**

A	○	○
B	○	○
C	○	○
D	○	○
E	○	○
F	○	○

- 1.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+x)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x+y-2z+w=0 \\ 2x+5y-5z+5w=0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$   
 (B)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$   
 (C)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (D)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$   
 (E)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
 (F)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .  
 (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .  
 (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .  
 (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .  
 (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .  
 (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- 7.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.  
 (B) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.  
 (C) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .  
 (D) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.  
 (E) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .  
 (F) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	●	○	○
●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	●	○	○
○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	○ ○	A	○ ○	0	○ ○
1	○ ○	B	○ ○	1	○ ○
2	○ ○	C	○ ○	2	○ ○
3	○ ○	D	○ ○	3	○ ○
4	○ ○	E	○ ○	4	○ ○
5	○ ○	F	○ ○ ○	5	○ ○
6	○ ○		6	○ ○	6
7	○ ○		7	○ ○	7
8	○ ○		8	○ ○	8
9	○ ○		9	○ ○	9

7	
0	○ ○
1	○ ○
2	○ ○
3	○ ○
4	○ ○
5	○ ○
6	○ ○
7	○ ○
8	○ ○
9	○ ○

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]^\alpha_\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .

- 3.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (B) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (C) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (D) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (E) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.

- (F) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (B)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$   
 (C)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$   
 (D)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$   
 (E)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
 (F)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 7.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	0	A
1	B	B	1	1	B
2	C	C	2	2	C
3	D	D	3	3	D
4	E	E	4	4	E
5	F	F	5	5	F
6			6	6	
7			7	7	
8			8	8	
9			9	9	

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 2.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (B) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (C) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (D) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (E) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (F) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (B)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (C)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (D)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$

(E)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$

(F)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .

- 7.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + ||v||^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	A	0	0	0	A
B	B	1	1	1	B
C	C	2	2	2	C
D	D	3	3	3	D
E	E	4	4	4	E
F	F	5	5	5	F
		6	6	6	
		7	7	7	
		8	8	8	
		9	9	9	

***CONTROLE MIXNFX***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.  
 (B) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.  
 (C) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .  
 (D) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.  
 (E) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .  
 (F) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$   
 (B)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$   
 (C)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (D)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$   
 (E)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
 (F)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .  
 (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .  
 (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .  
 (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .  
 (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .  
 (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- 7.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	A	0
B	1	1	1	B	1
C	2	2	2	C	2
D	3	3	3	D	3
E	4	4	4	E	4
F	5	5	5	F	5
	6	6	6		6
	7	7	7		7
	8	8	8		8
	9	9	9		9

### CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	○	○	●	○	●	○	○	○	○
○	●	○	○	●	○	●	○	●	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F		
A	○	○
B	○	○
C	○	○
D	○	○
E	○	○
F	○	○

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U: \begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é:  
(1.000, -1.000)
- (A)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (B)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$   
 (C)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$   
 (D)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$   
 (E)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$   
 (F)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ .  
(1.000, -1.000)
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ .  
(1.500, -1.500)
- 4.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ : (7, -1, 0), (0, 1, 6), (5, 0, 2), (1, 1, 6), (3, 2, 1) e (2, 1, -1).  
(1.500, -1.500)
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas):  
(1.000, -1.000)
- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  

$$2x - 6y + 12 = 0.$$
  
(1.500, -1.500)
- 7.** Responda V ou F:  
(2.500, -2.500)
- (A) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (B) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (C) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (D) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (E) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (F) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	○	○	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5	6
0	○ ○	A	0	○ ○	A
1	○ ○	B	1	○ ○	B
2	○ ○	C	2	○ ○	C
3	○ ○	D	3	○ ○	D
4	○ ○	E	4	○ ○	E
5	○ ○	F	5	○ ○	F
6	○ ○		6	○ ○	
7	○ ○		7	○ ○	
8	○ ○		8	○ ○	
9	○ ○		9	○ ○	

7	
0	○ ○
1	○ ○
2	○ ○
3	○ ○
4	○ ○
5	○ ○
6	○ ○
7	○ ○
8	○ ○
9	○ ○

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
  - (B)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
  - (C)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
  - (D)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
  - (E)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
  - (F)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- 3.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)
- 4.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
  - (B) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos qe os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
  - (C) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
  - (D) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
  - (E) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- 5.** Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
  - (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
  - (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
  - (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
  - (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
  - (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFX***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	●	○	○	○	○
3	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○
4	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
A	0	0	A	0	0
B	1	1	B	1	1
C	2	2	C	2	2
D	3	3	D	3	3
E	4	4	E	4	4
F	5	5	F	5	5
	6	6		6	6
	7	7		7	7
	8	8		8	8
	9	9		9	9

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U: \begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$   
 (B)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$   
 (C)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (D)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$   
 (E)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$   
 (F)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .  
 (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .  
 (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .  
 (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .  
 (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .  
 (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)
- 5.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (B) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (C) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (D) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (E) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (F) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- 6.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + ||v||^2$ : (7, -1, 0), (0, 1, 6), (5, 0, 2), (1, 1, 6), (3, 2, 1) e (2, 1, -1). (1.500, -1.500)
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	0	A	0	0
1	B	1	B	1	1
2	C	2	C	2	2
3	D	3	D	3	3
4	E	4	E	4	4
5	F	5	F	5	5
6		6		6	6
7		7		7	7
8		8		8	8
9		9		9	9

7
A
B
C
D
E
F

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 2.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (B) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (C) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (D) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (E) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (F) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .

- 5.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (B)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (C)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (D)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (E)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (F)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFX***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

1	2	3	4	5 V-F	6
A	0	0	0	A	A
B	1	1	1	B	B
C	2	2	2	C	C
D	3	3	3	D	D
E	4	4	4	E	E
F	5	5	5	F	F
	6	6	6		
	7	7	7		
	8	8	8		
	9	9	9		

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U: \begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$   
 (B)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
 (C)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$   
 (D)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$   
 (E)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$   
 (F)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- 2.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 5.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .  
 (B)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .  
 (C)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .  
 (D)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .  
 (E)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .  
 (F)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	A	A	0	A
1	1	B	B	1	B
2	2	C	C	2	C
3	3	D	D	3	D
4	4	E	E	4	E
5	5	F	F	5	F
6	6			6	
7	7			7	
8	8			8	
9	9			9	

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .  
 (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .  
 (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .  
 (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .  
 (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .  
 (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .

- 4.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.  
 (B) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

- (C) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.

- (D) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.

- (E) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .

- (F) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$   
 (B)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$   
 (C)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (D)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$   
 (E)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
 (F)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$

- 7.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
0	0	0	A	0	A
1	1	1	B	1	B
2	2	2	C	2	C
3	3	3	D	3	D
4	4	4	E	4	E
5	5	5	F	5	F
6	6	6		6	
7	7	7		7	
8	8	8		8	
9	9	9		9	

7
A
B
C
D
E
F

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .

- 5.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ : (7, -1, 0), (0, 1, 6), (5, 0, 2), (1, 1, 6), (3, 2, 1) e (2, 1, -1). (1.500, -1.500)

- 6.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (B) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (C) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (D) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (E) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (F) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.

- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (B)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (C)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (D)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (F)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	0		A	0	
B	1		B	1	
C	2		C	2	
D	3		D	3	
E	4		E	4	
F	5		F	5	
	6			6	
	7			7	
	8			8	
	9			9	

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

**1.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (B) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (C) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (D) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (E) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (F) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**2.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (B)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (C)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (D)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (F)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$

**3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

**4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .

**5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

**6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

**7.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + ||v||^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	0	A
1	B	B	1	1	B
2	C	C	2	2	C
3	D	D	3	3	D
4	E	E	4	4	E
5	F	F	5	5	F
6			6	6	
7			7	7	
8			8	8	
9			9	9	

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

- 2.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (B) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (C) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (D) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (E) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.

- (F) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (B)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .

- (C)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (D)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (E)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (F)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (B)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (C)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (D)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (E)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (F)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$

- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	0	A	A	A
1	1	1	B	B	B
2	2	2	C	C	C
3	3	3	D	D	D
4	4	4	E	E	E
5	5	5	F	F	F
6	6	6			
7	7	7			
8	8	8			
9	9	9			

***CONTROLE MIXNFX***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

7		
0	0	0
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0
5	0	0
6	0	0
7	0	0
8	0	0
9	0	0

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)
- 2.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
  - (B)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
  - (C)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
  - (D)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
  - (E)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
  - (F)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- 5.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
  - (B) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
  - (C) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
  - (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
  - (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
  - (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
  - (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
  - (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5	6
A	0	0	A	0	A
B	1	1	B	1	B
C	2	2	C	2	C
D	3	3	D	3	D
E	4	4	E	4	E
F	5	5	F	5	F
	6	6		6	
	7	7		7	
	8	8		8	
	9	9		9	

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2,1), (1,-1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 4.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (B) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de

$\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .

- (C) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (D) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (E) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (F) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U: \begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$   
 (B)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (C)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
 (D)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$   
 (E)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$   
 (F)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$

- 7.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	A	A	A	0
1	1	B	B	B	1
2	2	C	C	C	2
3	3	D	D	D	3
4	4	E	E	E	4
5	5	F	F	F	5
6	6				6
7	7				7
8	8				8
9	9				9

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 2.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (B)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (C)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (D)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (E)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (F)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .

- 5.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (B) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (C) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (D) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (E) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (F) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	A	A	A	0
1	1	B	B	B	1
2	2	C	C	C	2
3	3	D	D	D	3
4	4	E	E	E	4
5	5	F	F	F	5
6	6			6	
7	7			7	
8	8			8	
9	9			9	

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + ||v||^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .  
(B)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .  
(C)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .  
(D)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .  
(E)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .  
(F)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- 4.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.  
(B) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .  
(C) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x+y-2z+w=0 \\ 2x+5y-5z+5w=0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^{\perp}$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$   
(B)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$   
(C)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
(D)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
(E)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$   
(F)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	A	A	0	0
1	1	B	B	1	1
2	2	C	C	2	2
3	3	D	D	3	3
4	4	E	E	4	4
5	5	F	F	5	5
6	6			6	6
7	7			7	7
8	8			8	8
9	9			9	9

### CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F		
A	○	○
B	○	○
C	○	○
D	○	○
E	○	○
F	○	○

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .  
(B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .  
(C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .  
(D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .  
(E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .  
(F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$   
(B)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$   
(C)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$   
(D)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$   
(E)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
(F)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- 5.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)
- 7.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .  
(B) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .  
(C) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.  
(D) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.  
(E) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.  
(F) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○
●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6															
0	○	○	A	○	0	○	○	0	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
1	○	○	B	○	1	○	○	1	○	○	B	○	1	○	○	1	○	○	○	○
2	○	○	C	○	2	○	○	2	○	○	C	○	2	○	○	2	○	○	○	○
3	○	○	D	○	3	○	○	3	○	○	D	○	3	○	○	3	○	○	○	○
4	○	○	E	○	4	○	○	4	○	○	E	○	4	○	○	4	○	○	○	○
5	○	○	F	○	5	○	○	5	○	○	F	○	5	○	○	5	○	○	○	○
6	○	○		6	○	○	6	○	○			6	○	○	6	○	○	6	○	○
7	○	○		7	○	○	7	○	○			7	○	○	7	○	○	7	○	○
8	○	○		8	○	○	8	○	○			8	○	○	8	○	○	8	○	○
9	○	○		9	○	○	9	○	○			9	○	○	9	○	○	9	○	○

7 V-F		
A	○	○
B	○	○
C	○	○
D	○	○
E	○	○
F	○	○

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ .

(1.500, -1.500)

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é:

(1.000, -1.000)

- (A)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (B)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (C)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (E)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (F)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$

- 3.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ .

(1.500, -1.500)

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ .

(1.500, -1.500)

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas):

(1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .

(B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .

(C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .

(D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .

(E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .

(F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ .

(1.000, -1.000)

- 7.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

(A) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.

(B) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(C) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.

(D) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.

(E) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .

(F) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	○	○	●	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	○	○	●	○	●	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	●	○	○	●	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6														
0	○	○	A	0	○	○	0	○	A	○	○	A	○	○	0	○	○	0	
1	○	○	B	1	○	○	1	○	B	○	○	B	○	○	1	○	○	1	○
2	○	○	C	2	○	○	2	○	C	○	○	C	○	○	2	○	○	2	○
3	○	○	D	3	○	○	3	○	D	○	○	D	○	○	3	○	○	3	○
4	○	○	E	4	○	○	4	○	E	○	○	E	○	○	4	○	○	4	○
5	○	○	F	5	○	○	5	○	F	○	○	F	○	○	5	○	○	5	○
6	○	○		6	○	○	6	○							6	○	○	6	○
7	○	○		7	○	○	7	○							7	○	○	7	○
8	○	○		8	○	○	8	○							8	○	○	8	○
9	○	○		9	○	○	9	○							9	○	○	9	○

7			
0	○	○	0
1	○	○	1
2	○	○	2
3	○	○	3
4	○	○	4
5	○	○	5
6	○	○	6
7	○	○	7
8	○	○	8
9	○	○	9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
  - (B)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
  - (C)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
  - (D)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
  - (E)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
  - (F)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 4.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)
- 5.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
F	5	5	5	5	F
	6	6	6	6	
	7	7	7	7	
	8	8	8	8	
	9	9	9	9	

### CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	○	○	○	○	●	●	●	●	●
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	
A	○
B	○
C	○
D	○
E	○
F	○

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U: \begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (B)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (C)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (D)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (E)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (F)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (B) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (C) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (D) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (E) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (F) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.

- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	0	0	A	A	0
B	1	1	B	B	1
C	2	2	C	C	2
D	3	3	D	D	3
E	4	4	E	E	4
F	5	5	F	F	5
	6	6			6
	7	7			7
	8	8			8
	9	9			9

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

**1.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (B) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (C) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (D) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (E) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (F) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.

**2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}. \text{ Seja } \alpha = \{v_1, v_2, v_3\} \text{ uma base}$$

ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

**3.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

**4.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x+y-2z+w=0 \\ 2x+5y-5z+5w=0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$   
 (B)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$   
 (C)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$   
 (D)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
 (E)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (F)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$

**5.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .  
 (B)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .  
 (C)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .  
 (D)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .  
 (E)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .  
 (F)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .

**6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

**7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	0	0	0	0
B	B	1	0	0	1
C	C	2	0	0	2
D	D	3	0	0	3
E	E	4	0	0	4
F	F	5	0	0	5
		6	0	0	6
		7	0	0	7
		8	0	0	8
		9	0	0	9

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2,1), (1,-1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .

- 2.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (B) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (C) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (D) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (E) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (F) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U: \begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (B)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (C)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (D)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (E)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (F)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ : (1.000, -1.000)

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 7.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + ||v||^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	●	●	●	○	○	●	●	●
●	●	●	●	○	●	●	○	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
A	A	0	0	A	0
B	B	1	1	B	1
C	C	2	2	C	2
D	D	3	3	D	3
E	E	4	4	E	4
F	F	5	5	F	5
		6	6		6
		7	7		7
		8	8		8
		9	9		9

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$   
 (B)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
 (C)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (D)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$   
 (E)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$   
 (F)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .  
 (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .  
 (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .  
 (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .  
 (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .  
 (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- 3.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ : (7, -1, 0), (0, 1, 6), (5, 0, 2), (1, 1, 6), (3, 2, 1) e (2, 1, -1). (1.500, -1.500)
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)
- 5.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.  
 (B) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.  
 (C) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.  
 (D) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .  
 (E) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.  
 (F) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	A	A	A	0
1	1	B	B	B	1
2	2	C	C	C	2
3	3	D	D	D	3
4	4	E	E	E	4
5	5	F	F	F	5
6	6			6	
7	7			7	
8	8			8	
9	9			9	

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)
- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- 4.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (B) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (C) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (B)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (C)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (D)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (E)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (F)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	0	0	0	0
B	B	1	1	1	1
C	C	2	2	2	2
D	D	3	3	3	3
E	E	4	4	4	4
F	F	5	5	5	5
		6	6	6	6
		7	7	7	7
		8	8	8	8
		9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7
A
B
C
D
E
F

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2,1), (1,-1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .

- 2.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (B) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (C) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (D) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (E) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (F) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.

- 3.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
 (B)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$   
 (C)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$   
 (D)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$   
 (E)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (F)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
A	0	0	A	A	0
B	1	1	B	B	1
C	2	2	C	C	2
D	3	3	D	D	3
E	4	4	E	E	4
F	5	5	F	F	5
	6	6			6
	7	7			7
	8	8			8
	9	9			9

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U: \begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)
- (A)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (B)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$   
 (C)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$   
 (D)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$   
 (E)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
 (F)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)
- 3.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)
- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)
- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .  
 (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .  
 (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .  
 (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- 5.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)
- (A) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .  
 (B) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.  
 (C) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.  
 (D) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .  
 (E) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.  
 (F) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)
- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	●
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	A	A	0	0	0
1	B	B	1	1	1
2	C	C	2	2	2
3	D	D	3	3	3
4	E	E	4	4	4
5	F	F	5	5	5
6			6	6	6
7			7	7	7
8			8	8	8
9			9	9	9

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (B)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (C)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (D)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (E)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (F)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$

- 3.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (B) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (C) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (D) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (E) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (F) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + ||v||^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3 V-F	4	5	6
0	A	A	0	0	0
1	B	B	1	1	1
2	C	C	2	2	2
3	D	D	3	3	3
4	E	E	4	4	4
5	F	F	5	5	5
6			6	6	6
7			7	7	7
8			8	8	8
9			9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7
A
B
C
D
E
F

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . **(1.000, -1.000)**

- 2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): **(1.000, -1.000)**

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .

- 3.** Responda V ou F: **(2.500, -2.500)**

- (A) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (B) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (C) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (D) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .

(E) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.

(F) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . **(1.500, -1.500)**

- 5.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + ||v||^2$ : (7, -1, 0), (0, 1, 6), (5, 0, 2), (1, 1, 6), (3, 2, 1) e (2, 1, -1). **(1.500, -1.500)**

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . **(1.500, -1.500)**

- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: **(1.000, -1.000)**

- (A)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (B)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (C)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (D)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (F)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	0	0
1	B	B	1	1	1
2	C	C	2	2	2
3	D	D	3	3	3
4	E	E	4	4	4
5	F	F	5	5	5
6			6	6	6
7			7	7	7
8			8	8	8
9			9	9	9

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . **(1.500, -1.500)**

- 2.** Responda V ou F: **(2.500, -2.500)**

- (A) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (B) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (C) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (D) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (E) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (F) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x+y-2z+w=0 \\ 2x+5y-5z+5w=0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: **(1.000, -1.000)**

- (A)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (B)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
 (C)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$   
 (D)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$   
 (E)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$   
 (F)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): **(1.000, -1.000)**

- (A)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (B)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (C)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (D)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (E)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (F)  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . **(1.500, -1.500)**

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . **(1.000, -1.000)**

- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . **(1.500, -1.500)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
F	5	5	5	5	F
	6	6	6	6	
	7	7	7	7	
	8	8	8	8	
	9	9	9	9	

***CONTROLE MIXNFX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	○	○	●	●	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F

A	○	○
B	○	○
C	○	○
D	○	○
E	○	○
F	○	○

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U: \begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (B)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (C)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (D)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (E)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$
- (F)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$

- 2.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_\alpha^\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .

- 7.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (B) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (C) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (D) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1 + t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (E) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (F) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1 V-F	2	3	4	5	6	
A	○	○	0	○	○	
B	○	○	1	○	○	
C	○	○	2	○	○	
D	○	○	3	○	○	
E	○	○	4	○	○	
F	○	○	5	○	○	
	6	○	○	6	○	○
	7	○	○	7	○	○
	8	○	○	8	○	○
	9	○	○	9	○	○

7	
A	○
B	○
C	○
D	○
E	○
F	○

**1.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.
- (B) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (C) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (D) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (E) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (F) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .

**2.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

**3.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]^\alpha_\alpha$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2, 1), (1, -1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .

(D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .

(E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .

(F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .

**4.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x+z, -x+2y+z, ax+z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + \|v\|^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

**5.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ . (1.500, -1.500)

**6.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$
. Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)

**7.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U$ :  $\begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$   
 (B)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$   
 (C)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$   
 (D)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$   
 (E)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$   
 (F)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.2  
 Quarto Exercício Escolar - 14/12/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFX***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
2	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●
3	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●
4	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	○	○	0	○
B	B	○	○	1	○
C	C	○	○	2	○
D	D	○	○	3	○
E	E	○	○	4	○
F	F	○	○	5	○
		6	○	6	○
		7	○	7	○
		8	○	8	○
		9	○	9	○

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

- 1.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com um p.i. fixo. Se  $T$  é um operador auto-adjunto devido ao fato de que  $[T]_{\alpha}^{\alpha}$  é matriz simétrica, onde  $\alpha = \{(2,1), (1,-1)\}$ , então o p.i. ao qual nos referimos só pode ser dado por (em coordenadas cartesianas): (1.000, -1.000)

- (A)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 + y_1y_2$ .
- (B)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ .
- (C)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{8}(3x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2)$ .
- (D)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{6}(x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + y_1y_2)$ .
- (E)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = \frac{1}{9}(2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 5y_1y_2)$ .
- (F)  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$ .

- 2.** Responda V ou F: (2.500, -2.500)

- (A) Qualquer operador pode ser ortogonal, basta que se escolha o p.i. adequado.
- (B) Nem toda matriz de produto interno é diagonalizável.
- (C) Em  $P_2$  com p.i.  $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(t)q(t)dt$ , o polinômio  $1+t$  possui norma  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- (D) Para um operador auto-adjunto, os autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais, mas isto não significa que autovetores associados a um mesmo autovalor não possam ser ortogonais.
- (E) Seja  $V$  com p.i. fixo e  $\alpha = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  base de  $V$ . Seja  $\alpha'$  a base obtida a partir de  $\alpha$ , onde alguns vetores de índices no máximo igual a  $k$  foram permutados. Os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha$  são os mesmos que os vetores de índices maiores que  $k$  da base ortogonalizada por Gramm Schmidt a partir de  $\alpha'$ .
- (F) Um operador ortogonal pode deixar de ser ortogonal se o p.i. for mudado, embora a matriz deste operador com relação a qualquer base não tenha mudado.

- 3.** Considere o  $\mathbb{R}^4$  com o p.i. usual, e considere o subespaço  $U: \begin{cases} x + y - 2z + w = 0 \\ 2x + 5y - 5z + 5w = 0 \end{cases}$ . Uma base de  $U^\perp$  é: (1.000, -1.000)

- (A)  $\{(3, 2, 0, -1), (1, 0, -1, 1)\}$
- (B)  $\{(0, 3, -1, 3), (-1, 2, 1, 2)\}$
- (C)  $\{(0, 1, 0, 1)\}$
- (D)  $\{(1, -2, -1, -2)\}$
- (E)  $\{(1, 0, -1, 1)\}$
- (F)  $\{(0, 1, 0, 1), (1, 2, 1, -1)\}$

- 4.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. usual. Considere os vetores:  $v_1 = (1, 1, -1)$ ,  $v_2 = (1, 0, -1)$  e  $v_3 = (0, 0, 1)$ . Considere as bases  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  e  $\beta = \{v_3, v_2, v_1\}$ . Aplique o método de Gramm Schmidt a  $\alpha$  e a  $\beta$ , obtendo  $\alpha'$  e  $\beta'$ , respectivamente. Marque a medida do ângulo (em graus, arredondando para o inteiro mais próximo) entre o último vetor de  $\alpha'$  e o último vetor de  $\beta'$ : (1.500, -1.500)

- 5.** Considere o  $\mathbb{R}^2$  com o p.i.  $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3y_1y_2$ . Encontre  $d^2$ , onde  $d$  é a distância do ponto  $P = (48, 45)$  à reta de equação:  $2x - 6y + 12 = 0$ . (1.500, -1.500)

- 6.** Considere o operador do  $\mathbb{R}^3$  dado por:  $T(x, y, z) = (x + z, -x + 2y + z, ax + z)$ , onde  $a \in \mathbb{R}$ . Determine o valor de  $a$  para que um dos autovalores de  $T$  seja igual a 7. Dentre os vetores seguintes, determine  $v$ , o único da lista que é autovetor de  $T$  associado ao autovalor 7, e marque  $a + ||v||^2$ :  $(7, -1, 0)$ ,  $(0, 1, 6)$ ,  $(5, 0, 2)$ ,  $(1, 1, 6)$ ,  $(3, 2, 1)$  e  $(2, 1, -1)$ . (1.500, -1.500)

- 7.** Considere o  $\mathbb{R}^3$  com o p.i. cuja matriz é:  $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ -5 & 11 & 7 \\ -3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ . Seja  $\alpha = \{v_1, v_2, v_3\}$  uma base ortogonal, onde  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (1, 0, 1)$ . Determine o coeficiente de Fourier com respeito a  $v_3$ . (1.000, -1.000)