

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
F	5	5	5	5	F
	6	6	6	6	
	7	7	7	7	
	8	8	8	8	
	9	9	9	9	

CONTROLE MIXNFX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que:

(1.000, -1.000)

- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (D) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (E) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (F) Nenhuma das outras alternativas.

- 2.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é:

(1.000, 0.000)

- 3.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base.

(1.000, 0.000)

- 4.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$.

(2.000, 0.000)

- 5.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$.

(1.000, 0.000)

- 6.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é:

(1.000, 0.000)

- (A) $y = \frac{4}{3}x$
- (B) $y = x$
- (C) $y = \frac{1}{2}x$
- (D) $y = 0$
- (E) $x = 0$
- (F) $y = -x$

- 7.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a.

(1.000, 0.000)

- 8.** Responda V ou F:

(2.000, 0.000)

- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (E) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	0	A	0	0
B	1	1	B	1	1
C	2	2	C	2	2
D	3	3	D	3	3
E	4	4	E	4	4
F	5	5	F	5	5
	6		6	6	6
	7		7	7	7
	8		8	8	8
	9		9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
	5
	6
	7
	8
	9

1. Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que:

(1.000, -1.000)

- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Nenhuma das outras alternativas.
- (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.

2. Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$.

(2.000, 0.000)

3. Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é:

(1.000, 0.000)

- (A) $y = x$
- (B) $y = \frac{4}{3}x$
- (C) $y = 0$
- (D) $y = \frac{1}{2}x$
- (E) $y = -x$
- (F) $x = 0$

4. Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base.

(1.000, 0.000)

5. Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a .

(1.000, 0.000)

6. Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é:

(1.000, 0.000)

7. Responda V ou F:

(2.000, 0.000)

- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.

8. Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$.

(1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	A	A
1	1	1	1	B	B
2	2	2	2	C	C
3	3	3	3	D	D
4	4	4	4	E	E
5	5	5	5	F	F
6	6	6	6		
7	7	7	7		
8	8	8	8		
9	9	9	9		

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	●	○	○	○	○	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	●	○	●	○	○	●	○	○	○	●	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	
6	
7	
8	
9	

1. Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

2. Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)

3. Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

4. Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

5. Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = \frac{1}{2}x$
- (B) $x = 0$
- (C) $y = 0$
- (D) $y = -x$
- (E) $y = \frac{4}{3}x$
- (F) $y = x$

6. Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (C) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (D) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (E) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (F) Nenhuma das outras alternativas.

7. Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

8. Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (E) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	A	0	0	A	0
1	B	1	1	B	1
2	C	2	2	C	2
3	D	3	3	D	3
4	E	4	4	E	4
5	F	5	5	F	5
6		6	6		6
7		7	7		7
8		8	8		8
9		9	9		9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. **(1.000, 0.000)**
- 2.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: **(1.000, -1.000)**
- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (B) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (C) Nenhuma das outras alternativas.
 (D) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (E) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (F) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- 3.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. **(1.000, 0.000)**
- 4.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. **(1.000, 0.000)**
- 5.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: **(1.000, 0.000)**
- (A) $x = 0$
 (B) $y = 0$
 (C) $y = \frac{4}{3}x$
 (D) $y = \frac{1}{2}x$
 (E) $y = x$
 (F) $y = -x$
- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. **(2.000, 0.000)**
- 7.** Responda V ou F: **(2.000, 0.000)**
- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- 8.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: **(1.000, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F	6
A	A	0	0	A	0
B	B	1	1	B	1
C	C	2	2	C	2
D	D	3	3	D	3
E	E	4	4	E	4
F	F	5	5		5
		6	6		6
		7	7		7
		8	8		8
		9	9		9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	●	●	●	●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Nenhuma das outras alternativas.
- (B) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (C) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.

- 2.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = \frac{1}{2}x$
- (B) $x = 0$
- (C) $y = -x$
- (D) $y = \frac{4}{3}x$
- (E) $y = x$
- (F) $y = 0$

- 3.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

- 4.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 5.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.

- 6.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

- 7.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

- 8.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	0	0	A	0
1	B	1	1	B	1
2	C	2	2	C	2
3	D	3	3	D	3
4	E	4	4	E	4
5		5	5	F	5
6		6	6		6
7		7	7		7
8		8	8		8
9		9	9		9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. **(1.000, 0.000)**

- 2.** Responda V ou F: **(2.000, 0.000)**

- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (B) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (E) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.

- 3.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: **(1.000, 0.000)**

- 4.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. **(1.000, 0.000)**

- 5.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: **(1.000, 0.000)**

- (A) $y = 0$
- (B) $x = 0$
- (C) $y = \frac{1}{2}x$
- (D) $y = -x$
- (E) $y = \frac{4}{3}x$
- (F) $y = x$

- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. **(2.000, 0.000)**

- 7.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. **(1.000, 0.000)**

- 8.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: **(1.000, -1.000)**

- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (E) Nenhuma das outras alternativas.
- (F) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
A	0	0	0	A	0
B	1	1	1	B	1
C	2	2	2	C	2
D	3	3	3	D	3
E	4	4	4	E	4
F	5	5	5		5
	6	6	6		6
	7	7	7		7
	8	8	8		8
	9	9	9		9

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $x = 0$
- (B) $y = x$
- (C) $y = \frac{1}{2}x$
- (D) $y = 0$
- (E) $y = \frac{4}{3}x$
- (F) $y = -x$

- 2.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 3.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

- 4.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

- 5.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (E) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.

- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

- 7.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

- 8.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base orthonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Nenhuma das outras alternativas.
- (C) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (D) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (E) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (F) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	A	0	0	A
1	1	B	1	1	B
2	2	C	2	2	C
3	3	D	3	3	D
4	4	E	4	4	E
5	F	5	5	5	F
6		6	6	6	
7		7	7	7	
8		8	8	8	
9		9	9	9	

CONTROLE MIXNFIX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	●	●	●	0	●	0	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
2	0	0	0	●	0	●	0	0	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
3	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. **(1.000, 0.000)**
- 2.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: **(1.000, 0.000)**
- (A) $y = 0$
 (B) $y = \frac{4}{3}x$
 (C) $y = x$
 (D) $y = -x$
 (E) $x = 0$
 (F) $y = \frac{1}{2}x$
- 3.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. **(1.000, 0.000)**
- 4.** Responda V ou F: **(2.000, 0.000)**
- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (D) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- 5.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. **(2.000, 0.000)**
- 6.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: **(1.000, -1.000)**
- (A) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (C) Nenhuma das outras alternativas.
 (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (E) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (F) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- 7.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . **(1.000, 0.000)**
- 8.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: **(1.000, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●
○	○	○	○	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1 V-F	2	3	4	5	6
A	○	0	○	0	○
B	○	1	○	1	○
C	○	2	○	2	○
D	○	3	○	3	○
E	○	4	○	4	○
	5	○	5	○	5
	6	○	6	○	6
	7	○	7	○	7
	8	○	8	○	8
	9	○	9	○	9

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

- 1.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (D) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- 2.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 7.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = 0$
 (B) $y = -x$
 (C) $y = \frac{1}{2}x$
 (D) $y = x$
 (E) $y = \frac{4}{3}x$
 (F) $x = 0$

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	A	0	A	0	0
1	B	1	B	1	1
2	C	2	C	2	2
3	D	3	D	3	3
4	E	4	E	4	4
5	F	5	F	5	5
6		6		6	
7		7		7	
8		8		8	
9		9		9	

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	●	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{4}{3}x$
 (B) $y = 0$
 (C) $y = \frac{1}{2}x$
 (D) $y = x$
 (E) $y = -x$
 (F) $x = 0$
- 3.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base orthonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (B) Nenhuma das outras alternativas.
 (C) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- 5.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 7.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (E) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- 8.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	A	A
1	1	1	1	B	B
2	2	2	2	C	C
3	3	3	3	D	D
4	4	4	4	E	E
5	5	5	5	F	F
6	6	6	6		
7	7	7	7		
8	8	8	8		
9	9	9	9		

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 4.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base orthonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (C) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- 6.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{1}{2}x$
 (B) $x = 0$
 (C) $y = \frac{4}{3}x$
 (D) $y = 0$
 (E) $y = x$
 (F) $y = -x$
- 7.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 8.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (D) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4 V-F	5	6
A	0	0	A	0	0
B	1	1	B	1	1
C	2	2	C	2	2
D	3	3	D	3	3
E	4	4	E	4	4
F	5	5	F	5	5
	6	6		6	6
	7	7		7	7
	8	8		8	8
	9	9		9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	○	○	○	○	●	○	●	○
●	○	●	●	○	○	○	●	○	●	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

1. Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = 0$
- (B) $x = 0$
- (C) $y = \frac{1}{2}x$
- (D) $y = -x$
- (E) $y = x$
- (F) $y = \frac{4}{3}x$

2. Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

3. Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)

4. Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.

5. Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Nenhuma das outras alternativas.
- (B) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (C) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (E) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.

6. Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

7. Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

8. Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	0	A	0	0
1	1	1	B	1	1
2	2	2	C	2	2
3	3	3	D	3	3
4	4	4	E	4	4
5	5	5	F	5	5
6	6	6		6	6
7	7	7		7	7
8	8	8		8	8
9	9	9		9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	●	○	●	○	●	●	○	●	●	●	○	●	●	●	○
●	○	●	○	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	○
B	○
C	○
D	○
E	○
F	○

- 1.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. **(1.000, 0.000)**
- 2.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. **(1.000, 0.000)**
- 3.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: **(1.000, 0.000)**
- 4.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: **(1.000, -1.000)**
- (A) Nenhuma das outras alternativas.
 (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (D) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (F) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- 5.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. **(1.000, 0.000)**
- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. **(2.000, 0.000)**
- 7.** Responda V ou F: **(2.000, 0.000)**
- (A) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- 8.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: **(1.000, 0.000)**
- (A) $y = 0$
 (B) $x = 0$
 (C) $y = -x$
 (D) $y = \frac{4}{3}x$
 (E) $y = x$
 (F) $y = \frac{1}{2}x$

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	A	A	0	A
1	1	B	B	1	B
2	2	C	C	2	C
3	3	D	D	3	D
4	4	E	E	4	E
5	5	F		5	F
6	6			6	
7	7			7	
8	8			8	
9	9			9	

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)

- 2.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

- 3.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = \frac{4}{3}x$
- (B) $y = -x$
- (C) $x = 0$
- (D) $y = \frac{1}{2}x$
- (E) $y = x$
- (F) $y = 0$

- 4.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.

- 5.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 6.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Nenhuma das outras alternativas.
- (B) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (C) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (D) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (E) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (F) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.

- 7.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

- 8.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	●	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
0	0	0	A	A	A
1	1	1	B	B	B
2	2	2	C	C	C
3	3	3	D	D	D
4	4	4	E	E	E
5	5	5	F	F	
6	6	6			
7	7	7			
8	8	8			
9	9	9			

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 3.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (C) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (D) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (E) Nenhuma das outras alternativas.
 (F) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- 5.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{4}{3}x$
 (B) $y = x$
 (C) $x = 0$
 (D) $y = -x$
 (E) $y = 0$
 (F) $y = \frac{1}{2}x$
- 6.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (E) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- 7.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
A	0	○	A	○	○
B	1	○	B	○	○
C	2	○	C	○	○
D	3	○	D	○	○
E	4	○	E	○	○
F	5	○		5	○
	6	○		6	○
	7	○		7	○
	8	○		8	○
	9	○		9	○

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = \frac{1}{2}x$
- (B) $y = -x$
- (C) $x = 0$
- (D) $y = \frac{4}{3}x$
- (E) $y = 0$
- (F) $y = x$

- 2.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 3.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.

- 4.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)

- 5.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

- 6.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

- 7.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Nenhuma das outras alternativas.
- (B) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (D) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.

- 8.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	●	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	●	○	○	●	○	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6		
A	0	○ ○	A	0	○ ○		
B	1	○ ○	B	1	○ ○		
C	2	○ ○	C	2	○ ○		
D	3	○ ○	D	3	○ ○		
E	4	○ ○	E	4	○ ○		
F	5	○ ○	5	○ ○	F	5	○ ○
	6	○ ○	6	○ ○		6	○ ○
	7	○ ○	7	○ ○		7	○ ○
	8	○ ○	8	○ ○		8	○ ○
	9	○ ○	9	○ ○		9	○ ○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (B) Nenhuma das outras alternativas.
 (C) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (D) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (F) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- 2.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 3.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- 4.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = x$
 (B) $x = 0$
 (C) $y = \frac{4}{3}x$
 (D) $y = \frac{1}{2}x$
 (E) $y = 0$
 (F) $y = -x$
- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 7.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
A	0	0	A	0	A
B	1	1	B	1	B
C	2	2	C	2	C
D	3	3	D	3	D
E	4	4	E	4	E
F	5	5	F	5	
	6		6	6	
	7		7	7	
	8		8	8	
	9		9	9	

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = \frac{1}{2}x$
- (B) $y = x$
- (C) $y = \frac{4}{3}x$
- (D) $y = -x$
- (E) $x = 0$
- (F) $y = 0$

- 2.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

- 3.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (D) Nenhuma das outras alternativas.
- (E) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (F) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.

- 4.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

- 5.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 6.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (E) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.

- 7.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

- 8.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F	6
A	A	0	0	A	0
B	B	1	1	B	1
C	C	2	2	C	2
D	D	3	3	D	3
E	E	4	4	E	4
F	F	5	5		5
		6	6		6
		7	7		7
		8	8		8
		9	9		9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	●	○	●	○	○	●	●	○	●
●	○	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que:

(1.000, -1.000)

- (A) Nenhuma das outras alternativas.
- (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (C) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.

- 2.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = \frac{4}{3}x$
- (B) $y = -x$
- (C) $x = 0$
- (D) $y = x$
- (E) $y = \frac{1}{2}x$
- (F) $y = 0$

- 3.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é:

(1.000, 0.000)

- 4.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

- 5.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (C) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.

- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$.

(2.000, 0.000)

- 7.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

- 8.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$.

(1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
A	0	0	A	0	A
B	1	1	B	1	B
C	2	2	C	2	C
D	3	3	D	3	D
E	4	4	E	4	E
F	5	5	F	5	
	6			6	
	7			7	
	8			8	
	9			9	

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que:

(1.000, -1.000)

- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (D) Nenhuma das outras alternativas.
- (E) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (F) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.

- 2.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base.

(1.000, 0.000)

- 3.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é:

- (A) $y = \frac{1}{2}x$
- (B) $y = x$
- (C) $x = 0$
- (D) $y = -x$
- (E) $y = \frac{4}{3}x$
- (F) $y = 0$

- 4.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$.

(2.000, 0.000)

- 5.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[2, 1, -1, 3]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a .

(1.000, 0.000)

- 6.** Responda V ou F:

(2.000, 0.000)

- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.

- 7.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$.

(1.000, 0.000)

- 8.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é:

(1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	0	A	A	0
1	1	1	B	B	1
2	2	2	C	C	2
3	3	3	D	D	3
4	4	4	E	E	4
5	5	5	F		5
6	6	6			6
7	7	7			7
8	8	8			8
9	9	9			9

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{4}{3}x$
 (B) $y = x$
 (C) $y = 0$
 (D) $y = \frac{1}{2}x$
 (E) $x = 0$
 (F) $y = -x$
- 5.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 7.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (B) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (C) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (D) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (E) Nenhuma das outras alternativas.
 (F) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- 8.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	A	0	0
1	B	B	B	1	1
2	C	C	C	2	2
3	D	D	D	3	3
4	E	E	E	4	4
5		F	F	5	5
6				6	6
7				7	7
8				8	8
9				9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 2.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 - (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 - (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 - (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 - (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- 3.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{1}{2}x$
 - (B) $y = -x$
 - (C) $y = x$
 - (D) $y = \frac{4}{3}x$
 - (E) $y = 0$
 - (F) $x = 0$
- 4.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A)** Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (B)** Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C)** Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (D)** Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (E)** Nenhuma das outras alternativas.
- (F)** Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- 5.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 6.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 7.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F	6
0	A	0	0	A	A
1	B	1	1	B	B
2	C	2	2	C	C
3	D	3	3	D	D
4	E	4	4	E	E
5	F	5	5		F
6		6	6		
7		7	7		
8		8	8		
9		9	9		

CONTROLE MIXNFX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. **(1.000, 0.000)**

- 2.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: **(1.000, 0.000)**

- (A) $y = \frac{4}{3}x$
- (B) $y = 0$
- (C) $y = \frac{1}{2}x$
- (D) $x = 0$
- (E) $y = -x$
- (F) $y = x$

- 3.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. **(1.000, 0.000)**

- 4.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. **(2.000, 0.000)**

- 5.** Responda V ou F: **(2.000, 0.000)**

- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.

(C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.

(D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.

(E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.

- 6.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: **(1.000, -1.000)**

(A) Nenhuma das outras alternativas.

(B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.

(C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.

(D) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.

(E) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.

(F) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.

- 7.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. **(1.000, 0.000)**

- 8.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: **(1.000, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	A	0	A	0	0
1	B	1	B	1	1
2	C	2	C	2	2
3	D	3	D	3	3
4	E	4	E	4	4
5	F	5	F	5	5
6		6		6	
7		7		7	
8		8		8	
9		9		9	

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	○	●	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	●	○	○	●	●	○	●	●	○	●	●	●	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. **(1.000, 0.000)**

- (C) $y = -x$
 (D) $y = \frac{4}{3}x$
 (E) $y = 0$
 (F) $y = \frac{1}{2}x$

- 2.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base orthonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: **(1.000, -1.000)**

- (A) Nenhuma das outras alternativas.
 (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (C) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (E) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (F) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.

- 3.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: **(1.000, 0.000)**

- 4.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: **(1.000, 0.000)**

- (A) $x = 0$
 (B) $y = x$

- 5.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. **(2.000, 0.000)**

- 6.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. **(1.000, 0.000)**

- 7.** Responda V ou F: **(2.000, 0.000)**

- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (B) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (C) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (E) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.

- 8.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. **(1.000, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
●	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
A	0	0	0	A	0
B	1	1	1	B	1
C	2	2	2	C	2
D	3	3	3	D	3
E	4	4	4	E	4
F	5	5	5	F	5
	6	6			6
	7	7			7
	8	8			8
	9	9			9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = \frac{1}{2}x$
- (B) $y = \frac{4}{3}x$
- (C) $y = x$
- (D) $y = 0$
- (E) $x = 0$
- (F) $y = -x$

- 2.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

- 3.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

- 4.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Nenhuma das outras alternativas.
- (B) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (C) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.

- (D) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.

- 5.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (D) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (E) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.

- 6.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

- 7.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

- 8.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	●	0	0	0	●	0	0	0	●	0	0	●	0	0	0	●	0	0	0
0	0	0	0	0	●	0	0	0	0	●	0	0	0	0	0	●	0	0	0
0	0	●	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	0	A	A	0
1	0	1	B	B	1
2	0	2	C	C	2
3	0	3	D	D	3
4	0	4	E	E	4
5	0	5	F		5
6	0	6			6
7	0	7			7
8	0	8			8
9	0	9			9

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

- 2.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

- 3.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

- 4.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = \frac{1}{2}x$
- (B) $y = x$
- (C) $y = -x$
- (D) $x = 0$
- (E) $y = 0$
- (F) $y = \frac{4}{3}x$

- 5.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.

- (D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.

- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

- 7.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 8.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (B) Nenhuma das outras alternativas.
- (C) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (D) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (E) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (F) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
0	0	A	0	A	
1	1	B	1	B	
2	2	C	2	C	
3	3	D	3	D	
4	4	E	4	E	
5	5	F	5	F	
6	6		6		
7	7		7		
8	8		8		
9	9		9		

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 2.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Nenhuma das outras alternativas.
 (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (C) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (D) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (E) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (F) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- 4.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $x = 0$
 (B) $y = 0$
 (C) $y = -x$
 (D) $y = \frac{1}{2}x$
 (E) $y = \frac{4}{3}x$
 (F) $y = x$
- 6.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- 7.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	0	0
1	B	B	1	1	1
2	C	C	2	2	2
3	D	D	3	3	3
4	E	E	4	4	4
5	F	F	5	5	5
6			6	6	6
7			7	7	7
8			8	8	8
9			9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. **(1.000, 0.000)**

- 2.** Responda V ou F: **(2.000, 0.000)**

- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.

- 3.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: **(1.000, 0.000)**

- (A) $y = -x$
- (B) $x = 0$
- (C) $y = \frac{4}{3}x$
- (D) $y = x$
- (E) $y = \frac{1}{2}x$
- (F) $y = 0$

- 4.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. **(1.000, 0.000)**

- 5.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. **(2.000, 0.000)**

- 6.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: **(1.000, 0.000)**

- 7.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. **(1.000, 0.000)**

- 8.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: **(1.000, -1.000)**

- (A) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (B) Nenhuma das outras alternativas.
- (C) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (D) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3 V-F	4	5	6
0	0	A	0	A	0
1	1	B	1	B	1
2	2	C	2	C	2
3	3	D	3	D	3
4	4	E	4	E	4
5	5		5	F	5
6	6		6		6
7	7		7		7
8	8		8		8
9	9		9		9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	○	○	○	○	●	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. **(1.000, 0.000)**

- 2.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. **(1.000, 0.000)**

- 3.** Responda V ou F: **(2.000, 0.000)**

- (A) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (B) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (E) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.

- 4.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. **(2.000, 0.000)**

- 5.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: **(1.000, -1.000)**

- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (D) Nenhuma das outras alternativas.
- (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.

- 6.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . **(1.000, 0.000)**

- 7.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: **(1.000, 0.000)**

- (A) $y = \frac{4}{3}x$
- (B) $y = x$
- (C) $y = -x$
- (D) $y = \frac{1}{2}x$
- (E) $x = 0$
- (F) $y = 0$

- 8.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: **(1.000, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	0	A	A	0
1	1	1	B	B	1
2	2	2	C	C	2
3	3	3	D	D	3
4	4	4	E	E	4
5	5	5	F		5
6	6	6			6
7	7	7			7
8	8	8			8
9	9	9			9

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)
- 2.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{1}{2}x$
 (B) $x = 0$
 (C) $y = -x$
 (D) $y = 0$
 (E) $y = \frac{4}{3}x$
 (F) $y = x$
- 5.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (C) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- 6.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 7.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Nenhuma das outras alternativas.
 (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (F) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- 8.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
A	0	0	A	0	A
B	1	1	B	1	B
C	2	2	C	2	C
D	3	3	D	3	D
E	4	4	E	4	E
F	5	5	F	5	F
	6		6	6	
	7		7	7	
	8		8	8	
	9		9	9	

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que:

(1.000, -1.000)

- (A) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (D) Nenhuma das outras alternativas.
- (E) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (F) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.

- 2.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

- 3.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = \frac{4}{3}x$
- (B) $y = x$
- (C) $y = \frac{1}{2}x$
- (D) $x = 0$
- (E) $y = -x$
- (F) $y = 0$

- 4.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

- 5.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

- 6.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.

- 7.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

- 8.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
A	0	○	A	○	○
B	1	○	B	○	○
C	2	○	C	○	○
D	3	○	D	○	○
E	4	○	E	○	○
F	5	○		5	○
	6	○		6	○
	7	○		7	○
	8	○		8	○
	9	○		9	○

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que:

(1.000, -1.000)

- (A) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C) Nenhuma das outras alternativas.
- (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (E) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (F) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.

- 2.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é:

(1.000, 0.000)

- 3.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.

- 4.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

- 5.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

- 6.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

- 7.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = 0$
- (B) $y = x$
- (C) $x = 0$
- (D) $y = -x$
- (E) $y = \frac{4}{3}x$
- (F) $y = \frac{1}{2}x$

- 8.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	●	○	○
●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	●	○	○
○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5	6					
0	○	A	0	○	A	0	○	0	○	○
1	○	B	1	○	B	1	○	1	○	○
2	○	C	2	○	C	2	○	2	○	○
3	○	D	3	○	D	3	○	3	○	○
4	○	E	4	○	E	4	○	4	○	○
5	○	F	5	○		5	○	5	○	○
6	○		6	○		6	○	6	○	○
7	○		7	○		7	○	7	○	○
8	○		8	○		8	○	8	○	○
9	○		9	○		9	○	9	○	○

7	8		
0	○	A	○
1	○	B	○
2	○	C	○
3	○	D	○
4	○	E	○
5	○	F	○
6	○		
7	○		
8	○		
9	○		

- 1.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: **(1.000, 0.000)**
- 2.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: **(1.000, 0.000)**
- (A) $y = x$
 (B) $y = 0$
 (C) $y = \frac{1}{2}x$
 (D) $y = -x$
 (E) $y = \frac{4}{3}x$
 (F) $x = 0$
- 3.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. **(1.000, 0.000)**
- 4.** Responda V ou F: **(2.000, 0.000)**
- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (B) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- 5.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. **(2.000, 0.000)**
- 6.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. **(1.000, 0.000)**
- 7.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. **(1.000, 0.000)**
- 8.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: **(1.000, -1.000)**
- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (B) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (C) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (D) Nenhuma das outras alternativas.
 (E) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (F) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5
0	0	A	0	0
1	1	B	1	1
2	2	C	2	2
3	3	D	3	3
4	4	E	4	4
5	5		5	5
6	6		6	6
7	7		7	7
8	8		8	8
9	9		9	9

6	7	8
0	A	A
1	B	B
2	C	C
3	D	D
4	E	E
5	F	F
6		
7		
8		
9		

- 1.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. **(1.000, 0.000)**

- 2.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. **(1.000, 0.000)**

- 3.** Responda V ou F: **(2.000, 0.000)**

- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.

- 4.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. **(1.000, 0.000)**

- 5.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: **(1.000, 0.000)**

- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. **(2.000, 0.000)**

- 7.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: **(1.000, 0.000)**

- (A) $y = \frac{4}{3}x$
- (B) $x = 0$
- (C) $y = -x$
- (D) $y = x$
- (E) $y = \frac{1}{2}x$
- (F) $y = 0$

- 8.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: **(1.000, -1.000)**

- (A) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (B) Nenhuma das outras alternativas.
- (C) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (D) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (E) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	●	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5
0	0	A	0	0
1	1	B	1	1
2	2	C	2	2
3	3	D	3	3
4	4	E	4	4
5	5		5	5
6	6		6	6
7	7		7	7
8	8		8	8
9	9		9	9

6	7	8
0	A	A
1	B	B
2	C	C
3	D	D
4	E	E
5	F	F
6		
7		
8		
9		

- 1.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 3.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 - (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 - (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 - (D) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 - (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- 4.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 5.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 7.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{4}{3}x$
 - (B) $x = 0$
 - (C) $y = -x$
 - (D) $y = \frac{1}{2}x$
 - (E) $y = x$
 - (F) $y = 0$
- 8.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 - (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 - (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 - (D) Nenhuma das outras alternativas.
 - (E) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 - (F) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	○	○	●	○	○	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	0	A	0	A	A
1	1	B	1	B	B
2	2	C	2	C	C
3	3	D	3	D	D
4	4	E	4	E	E
5	5		5	F	F
6	6		6		
7	7		7		
8	8		8		
9	9		9		

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. **(1.000, 0.000)**

- 2.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. **(2.000, 0.000)**

- 3.** Responda V ou F: **(2.000, 0.000)**
- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 - (B) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 - (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 - (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 - (E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.

- 4.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. **(1.000, 0.000)**

- 5.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: **(1.000, -1.000)**

- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (D) Nenhuma das outras alternativas.
- (E) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (F) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.

- 6.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: **(1.000, 0.000)**

- (A) $y = \frac{4}{3}x$
- (B) $y = 0$
- (C) $y = -x$
- (D) $y = \frac{1}{2}x$
- (E) $x = 0$
- (F) $y = x$

- 7.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: **(1.000, 0.000)**

- 8.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . **(1.000, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	○	○	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1 V-F	2	3	4	5	6
A	○	0	○	0	○
B	○	1	○	1	○
C	○	2	○	2	○
D	○	3	○	3	○
E	○	4	○	4	○
	5	○	5	○	○
	6	○	6	○	○
	7	○	7	○	○
	8	○	8	○	○
	9	○	9	○	○

7	8
A	○
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- 2.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 3.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (B) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (C) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- 5.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a: (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque 6 $\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)
- 7.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{4}{3}x$
 (B) $x = 0$
 (C) $y = \frac{1}{2}x$
 (D) $y = x$
 (E) $y = -x$
 (F) $y = 0$
- 8.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	●	○	○	○	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	A	A	0	0
1	1	B	B	1	1
2	2	C	C	2	2
3	3	D	D	3	3
4	4	E	E	4	4
5	5	F		5	5
6	6			6	6
7	7			7	7
8	8			8	8
9	9			9	9

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. **(1.000, 0.000)**
- 2.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. **(2.000, 0.000)**
- 3.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: **(1.000, 0.000)**
- (A) $x = 0$
 - (B) $y = -x$
 - (C) $y = 0$
 - (D) $y = \frac{4}{3}x$
 - (E) $y = x$
 - (F) $y = \frac{1}{2}x$
- 4.** Responda V ou F: **(2.000, 0.000)**
- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 - (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 - (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 - (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 - (E) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- 5.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. **(1.000, 0.000)**
- 6.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . **(1.000, 0.000)**
- 7.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: **(1.000, -1.000)**
- (A) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 - (B) Nenhuma das outras alternativas.
 - (C) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 - (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 - (E) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 - (F) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- 8.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: **(1.000, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	0	A	0	A	A
1	1	B	1	B	B
2	2	C	2	C	C
3	3	D	3	D	D
4	4	E	4	E	E
5	5		5	F	F
6	6		6		
7	7		7		
8	8		8		
9	9		9		

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 3.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 - (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 - (C) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 - (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 - (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- 4.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{4}{3}x$
 - (B) $y = 0$
 - (C) $y = \frac{1}{2}x$
- 6.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 - (B) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 - (C) Nenhuma das outras alternativas.
 - (D) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 - (E) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 - (F) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- 7.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 8.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3 V-F	4	5	6
0	A	A	0	0	0
1	B	B	1	1	1
2	C	C	2	2	2
3	D	D	3	3	3
4	E	E	4	4	4
5	F		5	5	5
6			6	6	6
7			7	7	7
8			8	8	8
9			9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base orthonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (B) Nenhuma das outras alternativas.
 (C) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (D) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (E) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (F) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- 3.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (C) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- 4.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 6.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)
- 7.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = -x$
 (B) $y = \frac{1}{2}x$
 (C) $y = x$
 (D) $y = \frac{4}{3}x$
 (E) $x = 0$
 (F) $y = 0$
- 8.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	A	A	0	0
1	1	B	B	1	1
2	2	C	C	2	2
3	3	D	D	3	3
4	4	E	E	4	4
5	5	F		5	5
6	6			6	6
7	7			7	7
8	8			8	8
9	9			9	9

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)
- 3.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $x = 0$
 (B) $y = 0$
 (C) $y = x$
 (D) $y = \frac{4}{3}x$
 (E) $y = -x$
 (F) $y = \frac{1}{2}x$
- 4.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (B) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (E) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- 5.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 7.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (B) Nenhuma das outras alternativas.
 (C) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (E) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (F) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	0	A	A	0
1	1	1	B	B	1
2	2	2	C	C	2
3	3	3	D	D	3
4	4	4	E	E	4
5	5	5	F	F	5
6	6	6			6
7	7	7			7
8	8	8			8
9	9	9			9

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)
- 3.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{4}{3}x$
 (B) $y = -x$
 (C) $y = 0$
 (D) $y = \frac{1}{2}x$
 (E) $x = 0$
 (F) $y = x$
- 5.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- 6.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)
- 7.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 8.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (C) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●
●	●	●	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
0	0	0	A	0	A
1	1	1	B	1	B
2	2	2	C	2	C
3	3	3	D	3	D
4	4	4	E	4	E
5	5	5	F	5	
6	6	6		6	
7	7	7		7	
8	8	8		8	
9	9	9		9	

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = x$
 (B) $y = 0$
 (C) $y = \frac{4}{3}x$
 (D) $y = \frac{1}{2}x$
 (E) $x = 0$
 (F) $y = -x$
- 5.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 6.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- 7.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)
- 8.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (C) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (D) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (F) Nenhuma das outras alternativas.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
F	5	5	5	5	F
	6	6	6	6	
	7	7	7	7	
	8	8	8	8	
	9	9	9	9	

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	○	○	●	●	○	●	●	○	○	●	●	○	●	●	○
○	●	○	●	○	○	○	●	●	○	●	●	○	○	●	●	○	●	●	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Nenhuma das outras alternativas.
 (B) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (D) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (E) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (F) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- 2.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{4}{3}x$
 (B) $y = 0$
 (C) $y = x$
 (D) $y = -x$
 (E) $x = 0$
 (F) $y = \frac{1}{2}x$
- 4.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 5.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 6.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- 7.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	A	0	0	A
1	1	B	1	1	B
2	2	C	2	2	C
3	3	D	3	3	D
4	4	E	4	4	E
5	5	F	5	5	F
6	6		6	6	
7	7		7	7	
8	8		8	8	
9	9		9	9	

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base orthonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (B) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (C) Nenhuma das outras alternativas.
 (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (F) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- 3.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 4.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $x = 0$
 (B) $y = 0$
 (C) $y = \frac{4}{3}x$
 (D) $y = -x$
 (E) $y = \frac{1}{2}x$
 (F) $y = x$
- 7.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 8.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (B) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
A	0	0	0	A	0
B	1	1	1	B	1
C	2	2	2	C	2
D	3	3	3	D	3
E	4	4	4	E	4
F	5	5	5		5
	6	6	6		6
	7	7	7		7
	8	8	8		8
	9	9	9		9

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

1. Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = x$
- (B) $x = 0$
- (C) $y = -x$
- (D) $y = 0$
- (E) $y = \frac{1}{2}x$
- (F) $y = \frac{4}{3}x$

2. Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)

3. Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

4. Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

5. Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (B) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.

- (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (E) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.

6. Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

7. Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

8. Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (D) Nenhuma das outras alternativas.
- (E) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (F) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	○	○	●	○	●	○	●	●	○	●	●	●	○	●	●	●
○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	●	○	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F	
0	○	○	A	0	○	○
1	○	○	B	1	○	○
2	○	○	C	2	○	○
3	○	○	D	3	○	○
4	○	○	E	4	○	○
5	○	○	F	5	○	○
6	○	○		6	○	○
7	○	○		7	○	○
8	○	○		8	○	○
9	○	○		9	○	○

7	8	
0	○	○
1	○	○
2	○	○
3	○	○
4	○	○
5	○	○
6	○	○
7	○	○
8	○	○
9	○	○

- 1.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- (C) $y = 0$
(D) $y = \frac{4}{3}x$
(E) $y = -x$
(F) $y = x$
- 2.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
(B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
(C) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
(D) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
(E) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
(F) Nenhuma das outras alternativas.
- 3.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $x = 0$
(B) $y = \frac{1}{2}x$
- 5.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 6.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
(B) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
(C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
(D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
(E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- 7.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	0	A	0	0
B	1	1	B	1	1
C	2	2	C	2	2
D	3	3	D	3	3
E	4	4	E	4	4
F	5	5	F	5	5
	6		6	6	6
	7		7	7	7
	8		8	8	8
	9		9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (B) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (C) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (D) Nenhuma das outras alternativas.
 (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (F) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- 2.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 3.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{1}{2}x$
 (B) $x = 0$
 (C) $y = \frac{4}{3}x$
 (D) $y = 0$
 (E) $y = x$
 (F) $y = -x$
- 4.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)
- 5.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 7.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (B) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (E) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- 8.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●
●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1 V-F	2	3	4	5	6
A	○	○	0	○	○
B	○	○	1	○	○
C	○	○	2	○	○
D	○	○	3	○	○
E	○	○	4	○	○
			F	○	○
5	○	○	5	○	○
6	○	○	6	○	○
7	○	○	7	○	○
8	○	○	8	○	○
9	○	○	9	○	○

7	8	
0	○	○
1	○	○
2	○	○
3	○	○
4	○	○
5	○	○
6	○	○
7	○	○
8	○	○
9	○	○

- 1.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (C) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (E) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- 2.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)
- 4.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = -x$
 (B) $y = x$
 (C) $y = \frac{4}{3}x$
 (D) $y = 0$
 (E) $y = \frac{1}{2}x$
 (F) $x = 0$
- 5.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (B) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (C) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (D) Nenhuma das outras alternativas.
 (E) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (F) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- 7.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	0	A	0	A
1	B	1	B	1	B
2	C	2	C	2	C
3	D	3	D	3	D
4	E	4	E	4	E
5		5	F	5	F
6		6		6	
7		7		7	
8		8		8	
9		9		9	

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○
●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 2.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 - (B) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 - (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 - (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 - (E) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- 3.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 - (B) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 - (C) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- 5.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = x$
 - (B) $x = 0$
 - (C) $y = -x$
 - (D) $y = 0$
 - (E) $y = \frac{1}{2}x$
 - (F) $y = \frac{4}{3}x$
- 7.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 8.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	0	A	0	A
1	1	1	B	1	B
2	2	2	C	2	C
3	3	3	D	3	D
4	4	4	E	4	E
5	5	5	F	5	F
6	6	6		6	
7	7	7		7	
8	8	8		8	
9	9	9		9	

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	○	○	●	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	○	○	●	○	●	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)
- 4.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (B) Nenhuma das outras alternativas.
 (C) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (D) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (E) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (F) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- 5.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = -x$
 (B) $x = 0$
 (C) $y = 0$
 (D) $y = \frac{1}{2}x$
 (E) $y = \frac{4}{3}x$
 (F) $y = x$
- 7.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- 8.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	0	0	A	0
1	B	1	1	B	1
2	C	2	2	C	2
3	D	3	3	D	3
4	E	4	4	E	4
5		5	5	F	5
6		6	6		6
7		7	7		7
8		8	8		8
9		9	9		9

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. **(1.000, 0.000)**

- 2.** Responda V ou F: **(2.000, 0.000)**

- (A) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (D) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.

- 3.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: **(1.000, 0.000)**

- 4.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. **(2.000, 0.000)**

- 5.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: **(1.000, -1.000)**

- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (D) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (E) Nenhuma das outras alternativas.
- (F) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.

- 6.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. **(1.000, 0.000)**

- 7.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . **(1.000, 0.000)**

- 8.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: **(1.000, 0.000)**

- (A) $y = \frac{4}{3}x$
- (B) $y = \frac{1}{2}x$
- (C) $y = x$
- (D) $y = -x$
- (E) $x = 0$
- (F) $y = 0$

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	●	○	○	○	●	○	○	○	●	○	○	○	●	○	●
●	●	○	○	○	●	●	○	○	●	○	○	○	●	●	○	○	●	○	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	0	A	A	0	A
1	1	B	B	1	B
2	2	C	C	2	C
3	3	D	D	3	D
4	4	E	E	4	E
5	5	F	F	5	F
6	6			6	
7	7			7	
8	8			8	
9	9			9	

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)
- 3.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
 - (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 - (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 - (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 - (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 - (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- 4.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
 - (A) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 - (B) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 - (C) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- 5.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
 - (A) $x = 0$
 - (B) $y = x$
 - (C) $y = \frac{1}{2}x$
 - (D) $y = -x$
 - (E) $y = \frac{4}{3}x$
 - (F) $y = 0$
- 7.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
 - (D) Nenhuma das outras alternativas.
 - (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 - (F) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4 V-F	5	6
A	0	0	A	0	0
B	1	1	B	1	1
C	2	2	C	2	2
D	3	3	D	3	3
E	4	4	E	4	4
F	5	5		5	5
	6	6		6	6
	7	7		7	7
	8	8		8	8
	9	9		9	9

CONTROLE MIXNFIX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	●	●	0	0	●	●	0	0	0	0	0
2	●	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	●	●	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

1. Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = -x$
- (B) $y = 0$
- (C) $y = x$
- (D) $y = \frac{4}{3}x$
- (E) $y = \frac{1}{2}x$
- (F) $x = 0$

2. Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

3. Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

4. Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (D) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (E) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.

5. Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

6. Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

7. Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

8. Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (D) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (E) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Nenhuma das outras alternativas.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	●	●	●	○	○	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
0	○	○	A	○	0
1	○	○	B	○	1
2	○	○	C	○	2
3	○	○	D	○	3
4	○	○	E	○	4
5	○	○	F	○	5
6	○	○		6	○
7	○	○		7	○
8	○	○		8	○
9	○	○		9	○

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

- 1.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = 0$
 - (B) $x = 0$
 - (C) $y = x$
 - (D) $y = \frac{1}{2}x$
 - (E) $y = \frac{4}{3}x$
 - (F) $y = -x$
- 3.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 - (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 - (C) Nenhuma das outras alternativas.
 - (D) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 - (E) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 - (F) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- 4.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 5.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 - (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 - (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 - (D) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 - (E) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- 6.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 7.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 8.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5	6
A	0	A	A	0	0
B	1	B	B	1	1
C	2	C	C	2	2
D	3	D	D	3	3
E	4	E	E	4	4
F	5	F		5	5
	6			6	6
	7			7	7
	8			8	8
	9			9	9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que:

(1.000, -1.000)

- (A) Nenhuma das outras alternativas.
- (B) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (C) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (E) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (F) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.

- 2.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base.

(1.000, 0.000)

- 3.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é:

- (A) $y = \frac{1}{2}x$
- (B) $y = \frac{4}{3}x$
- (C) $y = -x$
- (D) $x = 0$
- (E) $y = 0$
- (F) $y = x$

- 4.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.

- 5.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

- 6.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$.

(1.000, 0.000)

- 7.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

- 8.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é:

(1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____ **Identificação:** _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

1	2	3	4	5 V-F	6
A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>	A <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/>
B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>	B <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/>
C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>	C <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/>
D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>	D <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/>
E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>	E <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/>
F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>	F <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/>		5 <input type="radio"/>
	6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>		6 <input type="radio"/>
	7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>		7 <input type="radio"/>
	8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>		8 <input type="radio"/>
	9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>		9 <input type="radio"/>

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 Go board diagram. The board consists of 100 empty circles arranged in a 10x10 grid. There are several black circular stones placed on the board, representing a game position. The stones are located at the following coordinates: (3,3), (3,4), (4,3), (4,4), (7,3), (7,4), (9,2), and (9,3). The board is set against a white background.

7	8
0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	0 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	1 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	2 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	3 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	4 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	5 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	6 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	7 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	8 <input type="radio"/> <input type="radio"/>
9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>	9 <input type="radio"/> <input type="radio"/>

- 1.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = \frac{4}{3}x$
- (B) $y = 0$
- (C) $x = 0$
- (D) $y = \frac{1}{2}x$
- (E) $y = -x$
- (F) $y = x$

- 2.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

- 3.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base orthonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (B) Nenhuma das outras alternativas.
- (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.

- 4.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 5.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (C) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.

- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

- 7.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

- 8.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
0	0	A	A	0	A
1	1	B	B	1	B
2	2	C	C	2	C
3	3	D	D	3	D
4	4	E	E	4	E
5	5	F	F	5	
6	6			6	
7	7			7	
8	8			8	
9	9			9	

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. **(1.000, 0.000)**
- 2.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. **(1.000, 0.000)**
- 3.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: **(1.000, -1.000)**
- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (B) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (C) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (D) Nenhuma das outras alternativas.
 (E) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (F) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- 4.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: **(1.000, 0.000)**
- (A) $y = x$
- 5.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. **(1.000, 0.000)**
- 6.** Responda V ou F: **(2.000, 0.000)**
- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- 7.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: **(1.000, 0.000)**
- 8.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. **(2.000, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	●
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	0	A	A	0
1	1	1	B	B	1
2	2	2	C	C	2
3	3	3	D	D	3
4	4	4	E	E	4
5	5	5	F		5
6	6	6			6
7	7	7			7
8	8	8			8
9	9	9			9

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $x = 0$
 - (B) $y = x$
 - (C) $y = 0$
 - (D) $y = \frac{1}{2}x$
 - (E) $y = \frac{4}{3}x$
 - (F) $y = -x$
- 5.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 - (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 - (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- 6.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 7.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 - (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 - (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 - (D) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 - (E) Nenhuma das outras alternativas.
 - (F) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- 8.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
0	○ ○	A	0	○ ○	A
1	○ ○	B	1	○ ○	B
2	○ ○	C	2	○ ○	C
3	○ ○	D	3	○ ○	D
4	○ ○	E	4	○ ○	E
5	○ ○	F	5	○ ○	F
6	○ ○		6	○ ○	
7	○ ○		7	○ ○	
8	○ ○		8	○ ○	
9	○ ○		9	○ ○	

7	8
0	○ ○
1	○ ○
2	○ ○
3	○ ○
4	○ ○
5	○ ○
6	○ ○
7	○ ○
8	○ ○
9	○ ○

- 1.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)
- 2.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{1}{2}x$
 (B) $y = 0$
 (C) $y = -x$
 (D) $y = x$
 (E) $y = \frac{4}{3}x$
 (F) $x = 0$
- 3.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 5.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (B) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- 6.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (D) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (E) Nenhuma das outras alternativas.
 (F) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- 7.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 8.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

	1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	A	0	0
B	1	1	1	B	1	1
C	2	2	2	C	2	2
D	3	3	3	D	3	3
E	4	4	4	E	4	4
F	5	5	5	F	5	5
	6	6	6		6	6
	7	7	7		7	7
	8	8	8		8	8
	9	9	9		9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que:

(1.000, -1.000)

- (A) Nenhuma das outras alternativas.
- (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (D) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (E) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (F) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.

- 2.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a.

(1.000, 0.000)

- 3.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$.

(1.000, 0.000)

- 4.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é:

(1.000, 0.000)

- (A) $y = -x$
- (B) $y = \frac{1}{2}x$

- (C) $x = 0$
- (D) $y = \frac{4}{3}x$
- (E) $y = x$
- (F) $y = 0$

- 5.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base.

(1.000, 0.000)

- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$.

(2.000, 0.000)

- 7.** Responda V ou F:

(2.000, 0.000)

- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (D) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (E) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.

- 8.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é:

(1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	○	○	●	●	○	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	○	○	A	○	○
1	○	○	B	○	○
2	○	○	C	○	○
3	○	○	D	○	○
4	○	○	E	○	○
5	○	○	F	○	○
6	○	○		6	○
7	○	○		7	○
8	○	○		8	○
9	○	○		9	○

7	8 V-F
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

- 1.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$.
(1.000, 0.000)

- 2.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que:
(1.000, -1.000)

- (A) Nenhuma das outras alternativas.
- (B) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (C) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (D) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (E) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (F) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.

- 3.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é:
(1.000, 0.000)

- 4.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$.
(2.000, 0.000)

- 5.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base.
(1.000, 0.000)

- 6.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é:
(1.000, 0.000)

- (A) $y = \frac{1}{2}x$
- (B) $y = x$
- (C) $y = \frac{4}{3}x$
- (D) $y = -x$
- (E) $y = 0$
- (F) $x = 0$

- 7.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a.
(1.000, 0.000)

- 8.** Responda V ou F:
(2.000, 0.000)

- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	A	A	0	0
1	1	B	B	1	1
2	2	C	C	2	2
3	3	D	D	3	3
4	4	E	E	4	4
5	5	F	F	5	5
6	6			6	6
7	7			7	7
8	8			8	8
9	9			9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	●	●	●	○	●	●	●	●
●	●	●	●	○	○	○	○	●	○	●	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{1}{2}x$
 (B) $y = 0$
 (C) $x = 0$
 (D) $y = x$
 (E) $y = \frac{4}{3}x$
 (F) $y = -x$
- 4.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- 5.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 7.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- 8.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●
●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	0	0	0	0
B	B	1	1	1	1
C	C	2	2	2	2
D	D	3	3	3	3
E	E	4	4	4	4
F		5	5	5	5
		6	6	6	6
		7	7	7	7
		8	8	8	8
		9	9	9	9

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = \frac{1}{2}x$
- (B) $y = \frac{4}{3}x$
- (C) $x = 0$
- (D) $y = x$
- (E) $y = -x$
- (F) $y = 0$

- 2.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (E) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.

- 3.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

- 4.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

- 5.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

- 6.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 7.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (E) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Nenhuma das outras alternativas.

- 8.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3 V-F	4	5	6
A	A	A	0	0	0
B	B	B	1	1	1
C	C	C	2	2	2
D	D	D	3	3	3
E	E	E	4	4	4
F	F		5	5	5
			6	6	6
			7	7	7
			8	8	8
			9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = -x$
 (B) $y = \frac{1}{2}x$
 (C) $y = \frac{4}{3}x$
 (D) $x = 0$
 (E) $y = x$
 (F) $y = 0$
- 2.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (D) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (E) Nenhuma das outras alternativas.
 (F) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- 3.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- 4.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 5.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 6.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 7.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5
A	0	0	0	0
B	1	1	1	1
C	2	2	2	2
D	3	3	3	3
E	4	4	4	4
	5	5	5	5
	6	6	6	6
	7	7	7	7
	8	8	8	8
	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

6	7	8
0	A	A
1	B	B
2	C	C
3	D	D
4	E	E
5	F	F
6		
7		
8		
9		

- 1.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- 2.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 6.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 7.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (C) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (E) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (F) Nenhuma das outras alternativas.
- 8.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $x = 0$
 (B) $y = \frac{1}{2}x$
 (C) $y = -x$
 (D) $y = x$
 (E) $y = \frac{4}{3}x$
 (F) $y = 0$

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	0	0	0	A	A
B	1	1	1	B	B
C	2	2	2	C	C
D	3	3	3	D	D
E	4	4	4	E	E
	5	5	5	F	F
	6	6	6		
	7	7	7		
	8	8	8		
	9	9	9		

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	○
●	○	○	●	●	○	●	●	○	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (E) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- 2.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$.
 Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = 0$
 (B) $y = \frac{1}{2}x$
- 6.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (C) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (D) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (E) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (F) Nenhuma das outras alternativas.
- 7.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	○	○	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	0	A	0	A	0
1	1	B	1	B	1
2	2	C	2	C	2
3	3	D	3	D	3
4	4	E	4	E	4
5	5		5	F	5
6	6		6		6
7	7		7		7
8	8		8		8
9	9		9		9

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 3.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
 - (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 - (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 - (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 - (D) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 - (E) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- 4.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- 6.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 7.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
 - (A) $y = -x$
 - (B) $y = x$
 - (C) $y = \frac{1}{2}x$
 - (D) $y = \frac{4}{3}x$
 - (E) $y = 0$
 - (F) $x = 0$
- 8.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
0	0	A	A	0	0
1	1	B	B	1	1
2	2	C	C	2	2
3	3	D	D	3	3
4	4	E	E	4	4
5	5	F	F	5	5
6	6			6	6
7	7			7	7
8	8			8	8
9	9			9	9

CONTROLE MIXNFIX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{1}{2}x$
 (B) $x = 0$
 (C) $y = 0$
 (D) $y = x$
 (E) $y = -x$
 (F) $y = \frac{4}{3}x$
- 3.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Nenhuma das outras alternativas.
 (B) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (C) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (D) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (E) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (F) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- 4.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 5.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 6.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (C) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- 7.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3 V-F	4	5	6
A	A	A	0	0	0
B	B	B	1	1	1
C	C	C	2	2	2
D	D	D	3	3	3
E	E	E	4	4	4
F	F		5	5	5
			6	6	6
			7	7	7
			8	8	8
			9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que:

(1.000, -1.000)

- (A) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (C) Nenhuma das outras alternativas.
- (D) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (E) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.

- 2.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = 0$
- (B) $y = \frac{1}{2}x$
- (C) $y = -x$
- (D) $y = \frac{4}{3}x$
- (E) $y = x$
- (F) $x = 0$

- 3.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.

- (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.

- (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.

- 4.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

- 5.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 6.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

- 7.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)

- 8.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1 V-F	2	3	4	5	6
A	0	A	0	0	A
B	1	B	1	1	B
C	2	C	2	2	C
D	3	D	3	3	D
E	4	E	4	4	E
	5	F	5	5	F
	6		6	6	
	7		7	7	
	8		8	8	
	9		9	9	

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- 2.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $x = 0$
 (B) $y = \frac{1}{2}x$
 (C) $y = \frac{4}{3}x$
 (D) $y = 0$
 (E) $y = x$
 (F) $y = -x$
- 4.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 5.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (C) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (D) Nenhuma das outras alternativas.
 (E) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (F) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- 7.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	0	0	0	0
B	B	1	1	1	1
C	C	2	2	2	2
D	D	3	3	3	3
E	E	4	4	4	4
F		5	5	5	5
		6	6	6	6
		7	7	7	7
		8	8	8	8
		9	9	9	9

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que:

(1.000, -1.000)

- (A) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C) Nenhuma das outras alternativas.
- (D) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (E) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (F) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.

- 2.** Responda V ou F:

(2.000, 0.000)

- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (E) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.

- 3.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base.

(1.000, 0.000)

- 4.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é:

(1.000, 0.000)

- 5.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a.

(1.000, 0.000)

- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$.

(2.000, 0.000)

- 7.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$.

(1.000, 0.000)

- 8.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é:

- (A) $y = \frac{1}{2}x$
- (B) $y = x$
- (C) $x = 0$
- (D) $y = \frac{4}{3}x$
- (E) $y = -x$
- (F) $y = 0$

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	0	A	0	0	A
1	1	B	1	1	B
2	2	C	2	2	C
3	3	D	3	3	D
4	4	E	4	4	E
5	5		5	5	F
6	6		6	6	
7	7		7	7	
8	8		8	8	
9	9		9	9	

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 2.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 3.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- 4.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 5.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (D) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (E) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (F) Nenhuma das outras alternativas.
- 7.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{1}{2}x$
 (B) $x = 0$
 (C) $y = 0$
 (D) $y = -x$
 (E) $y = \frac{4}{3}x$
 (F) $y = x$
- 8.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5
0	A	0	0	0
1	B	1	1	1
2	C	2	2	2
3	D	3	3	3
4	E	4	4	4
5		5	5	5
6		6	6	6
7		7	7	7
8		8	8	8
9		9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6	7	8
0	A	A
1	B	B
2	C	C
3	D	D
4	E	E
5	F	F
6		
7		
8		
9		

- 1.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)

- 2.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (C) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (E) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.

- 3.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

- 4.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 5.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

- 6.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

- 7.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (C) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (D) Nenhuma das outras alternativas.
- (E) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.

- 8.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $x = 0$
- (B) $y = \frac{4}{3}x$
- (C) $y = 0$
- (D) $y = \frac{1}{2}x$
- (E) $y = -x$
- (F) $y = x$

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
F	5	5	5	5	
	6	6	6	6	
	7	7	7	7	
	8	8	8	8	
	9	9	9	9	

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	●	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	●	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = -x$
- (B) $y = x$
- (C) $y = 0$
- (D) $x = 0$
- (E) $y = \frac{4}{3}x$
- (F) $y = \frac{1}{2}x$

- 2.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

- 3.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

- 4.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

- 5.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 6.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (E) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.

- 7.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (C) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (D) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (E) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Nenhuma das outras alternativas.

- 8.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	●	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	●	●	●	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1 V-F	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
	5	5	5	5	F
	6	6	6	6	
	7	7	7	7	
	8	8	8	8	
	9	9	9	9	

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (C) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- 2.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 3.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 5.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{1}{2}x$
 (B) $y = \frac{4}{3}x$
 (C) $y = -x$
 (D) $y = x$
 (E) $y = 0$
 (F) $x = 0$
- 7.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (B) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (C) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (D) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (E) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (F) Nenhuma das outras alternativas.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	●	●	○	●	●	●	○	●	●	●	○	●	●	●	○
○	○	○	●	○	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5	6
0	○	○	A	0	○
1	○	○	B	1	○
2	○	○	C	2	○
3	○	○	D	3	○
4	○	○	E	4	○
5	○	○	F	5	○
6	○	○		6	○
7	○	○		7	○
8	○	○		8	○
9	○	○		9	○

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

- 1.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

- 2.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = \frac{1}{2}x$
- (B) $y = -x$
- (C) $y = 0$
- (D) $y = \frac{4}{3}x$
- (E) $y = x$
- (F) $x = 0$

- 3.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

- 4.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (C) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.

- 5.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (D) Nenhuma das outras alternativas.
- (E) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (F) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.

- 6.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 7.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

- 8.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	0	0
1	B	B	1	1	1
2	C	C	2	2	2
3	D	D	3	3	3
4	E	E	4	4	4
5	F	F	5	5	5
6			6	6	6
7			7	7	7
8			8	8	8
9			9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

- 2.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.

- 3.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = \frac{1}{2}x$
- (B) $y = \frac{4}{3}x$
- (C) $y = 0$
- (D) $y = x$
- (E) $y = -x$
- (F) $x = 0$

- 4.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)

- 5.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)

- 6.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 7.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Nenhuma das outras alternativas.

- 8.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	○	●	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
●	○	●	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	0	A	0	A
1	1	1	B	1	B
2	2	2	C	2	C
3	3	3	D	3	D
4	4	4	E	4	E
5	5	5		5	F
6	6	6		6	
7	7	7		7	
8	8	8		8	
9	9	9		9	

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 2.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

- 3.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

- 4.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (C) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (E) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.

- 5.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

- 6.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Nenhuma das outras alternativas.
- (C) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (D) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (E) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (F) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.

- 7.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $x = 0$
- (B) $y = \frac{4}{3}x$
- (C) $y = x$
- (D) $y = \frac{1}{2}x$
- (E) $y = -x$
- (F) $y = 0$

- 8.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	A	A	0	0
1	1	B	B	1	1
2	2	C	C	2	2
3	3	D	D	3	3
4	4	E	E	4	4
5	5	F	F	5	5
6	6			6	6
7	7			7	7
8	8			8	8
9	9			9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = 0$
 (B) $y = \frac{1}{2}x$
 (C) $y = x$
 (D) $y = \frac{4}{3}x$
 (E) $y = -x$
 (F) $x = 0$
- 4.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Nenhuma das outras alternativas.
 (B) Autovalores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (C) Autovalores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (D) Autovalores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- 5.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 6.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovalores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 7.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- 8.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
A	0	0	0	A	
B	1	1	1	B	
C	2	2	2	C	
D	3	3	3	D	
E	4	4	4	E	
F	5	5	5	F	
	6	6	6		
	7	7	7		
	8	8	8		
	9	9	9		

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	○	●	○	●	●	●	●	●
○	●	●	○	○	●	○	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = \frac{1}{2}x$
- (B) $y = -x$
- (C) $y = 0$
- (D) $y = x$
- (E) $y = \frac{4}{3}x$
- (F) $x = 0$

- 2.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

- 3.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

- 4.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

- 5.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (B) Nenhuma das outras alternativas.
- (C) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (D) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.

- 6.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.

- 7.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 8.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	A	A	0	A	0
1	B	B	1	B	1
2	C	C	2	C	2
3	D	D	3	D	3
4	E	E	4	E	4
5	F		5	F	5
6			6		6
7			7		7
8			8		8
9			9		9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = 0$
 (B) $x = 0$
 (C) $y = -x$
 (D) $y = \frac{4}{3}x$
 (E) $y = x$
 (F) $y = \frac{1}{2}x$
- 3.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (C) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (D) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (E) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- 4.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (B) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (D) Nenhuma das outras alternativas.
 (E) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (F) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 7.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)
- 8.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	0	0	0	0
B	B	1	1	1	1
C	C	2	2	2	2
D	D	3	3	3	3
E	E	4	4	4	4
F		5	5	5	5
		6	6	6	6
		7	7	7	7
		8	8	8	8
		9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○
○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	●	○	○	●	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = x$
- (B) $y = \frac{1}{2}x$
- (C) $y = -x$
- (D) $x = 0$
- (E) $y = 0$
- (F) $y = \frac{4}{3}x$

- 2.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (E) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.

- 3.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)

- 4.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

- 5.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)

- 6.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

- 7.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (C) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (D) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (E) Nenhuma das outras alternativas.
- (F) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.

- 8.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○
●	○	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6	
0	○	○	A	0	○	○
1	○	○	B	1	○	○
2	○	○	C	2	○	○
3	○	○	D	3	○	○
4	○	○	E	4	○	○
5	○	○	F	5	○	○
6	○	○		6	○	○
7	○	○		7	○	○
8	○	○		8	○	○
9	○	○		9	○	○

7	8			
0	○	○	A	○
1	○	○	B	○
2	○	○	C	○
3	○	○	D	○
4	○	○	E	○
5	○	○	F	○
6	○	○		○
7	○	○		○
8	○	○		○
9	○	○		○

- 1.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{1}{2}x$
 (B) $y = x$
 (C) $x = 0$
 (D) $y = \frac{4}{3}x$
 (E) $y = -x$
 (F) $y = 0$
- 3.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 5.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- 6.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 7.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)
- 8.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (C) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (D) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (E) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (F) Nenhuma das outras alternativas.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	●	○	●	○	○	●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
0	0	0	A	A	A
1	1	1	B	B	B
2	2	2	C	C	C
3	3	3	D	D	D
4	4	4	E	E	E
5	5	5	F	F	
6	6	6			
7	7	7			
8	8	8			
9	9	9			

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. **(1.000, 0.000)**
- 2.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. **(2.000, 0.000)**
- 3.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. **(1.000, 0.000)**
- 4.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: **(1.000, -1.000)**
- (A) Nenhuma das outras alternativas.
 (B) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (C) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (D) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (E) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (F) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- 5.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: **(1.000, 0.000)**
- (A) $x = 0$
 (B) $y = x$
 (C) $y = \frac{4}{3}x$
 (D) $y = 0$
 (E) $y = \frac{1}{2}x$
 (F) $y = -x$
- 6.** Responda V ou F: **(2.000, 0.000)**
- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- 7.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: **(1.000, 0.000)**
- 8.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. **(1.000, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	0	0	0	0
B	B	1	1	1	1
C	C	2	2	2	2
D	D	3	3	3	3
E	E	4	4	4	4
F		5	5	5	5
		6	6	6	6
		7	7	7	7
		8	8	8	8
		9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = -x$
 (B) $x = 0$
 (C) $y = 0$
 (D) $y = \frac{1}{2}x$
 (E) $y = x$
 (F) $y = \frac{4}{3}x$
- 2.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- 3.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 5.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)
- 7.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (C) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (E) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (F) Nenhuma das outras alternativas.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	0	A	A	0
1	1	1	B	B	1
2	2	2	C	C	2
3	3	3	D	D	3
4	4	4	E	E	4
5	5	5	F		5
6	6	6			6
7	7	7			7
8	8	8			8
9	9	9			9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●
●	○	●	●	●	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 3.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $x = 0$
 - (B) $y = -x$
 - (C) $y = \frac{1}{2}x$
 - (D) $y = \frac{4}{3}x$
 - (E) $y = 0$
 - (F) $y = x$
- 5.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 - (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 - (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 7.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 - (B) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 - (C) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 - (D) Nenhuma das outras alternativas.
 - (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 - (F) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	0	A	0	A	0
1	1	B	1	B	1
2	2	C	2	C	2
3	3	D	3	D	3
4	4	E	4	E	4
5	5		5	F	5
6	6		6		6
7	7		7		7
8	8		8		8
9	9		9		9

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. **(1.000, 0.000)**

- 2.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: **(1.000, 0.000)**

- 3.** Responda V ou F: **(2.000, 0.000)**

- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (E) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.

- 4.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. **(1.000, 0.000)**

- 5.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: **(1.000, 0.000)**

- (A) $y = x$
- (B) $y = \frac{4}{3}x$

- (C) $y = 0$
- (D) $y = -x$
- (E) $x = 0$
- (F) $y = \frac{1}{2}x$

- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. **(2.000, 0.000)**

- 7.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . **(1.000, 0.000)**

- 8.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: **(1.000, -1.000)**

- (A) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (C) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (D) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (E) Nenhuma das outras alternativas.
- (F) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	A	0	A	0
1	1	B	1	B	1
2	2	C	2	C	2
3	3	D	3	D	3
4	4	E	4	E	4
5	5	F	5		5
6	6		6		6
7	7		7		7
8	8		8		8
9	9		9		9

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 2.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (C) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (D) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (E) Nenhuma das outras alternativas.
 (F) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- 4.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 5.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- 6.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 7.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = -x$
 (B) $y = 0$
 (C) $y = x$
 (D) $x = 0$
 (E) $y = \frac{4}{3}x$
 (F) $y = \frac{1}{2}x$
- 8.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	●	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	A	0
B	1	1	1	B	1
C	2	2	2	C	2
D	3	3	3	D	3
E	4	4	4	E	4
F	5	5	5	F	5
	6	6	6		6
	7	7	7		7
	8	8	8		8
	9	9	9		9

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que:

(1.000, -1.000)

- (A) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (D) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (E) Nenhuma das outras alternativas.
- (F) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.

- 2.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base.

(1.000,

0.000)

- 3.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é:

(1.000, 0.000)

- 4.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a.

(1.000,

0.000)

- 5.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é:

(1.000, 0.000)

- (A) $y = 0$
- (B) $y = \frac{4}{3}x$
- (C) $y = x$
- (D) $y = -x$
- (E) $x = 0$
- (F) $y = \frac{1}{2}x$

- 6.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$.

(1.000, 0.000)

- 7.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$.

(2.000, 0.000)

- 8.** Responda V ou F:

(2.000, 0.000)

- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	○	○	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	A	0
B	1	1	1	B	1
C	2	2	2	C	2
D	3	3	3	D	3
E	4	4	4	E	4
F	5	5	5	F	5
	6	6	6		6
	7	7	7		7
	8	8	8		8
	9	9	9		9

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = 0$
 (B) $y = \frac{1}{2}x$
 (C) $y = \frac{4}{3}x$
 (D) $y = -x$
 (E) $y = x$
 (F) $x = 0$
- 2.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 4.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- 6.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 7.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 8.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	A	0	A	A
1	1	B	1	B	B
2	2	C	2	C	C
3	3	D	3	D	D
4	4	E	4	E	E
5	5	F	5		F
6	6		6		
7	7		7		
8	8		8		
9	9		9		

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 2.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{4}{3}x$
 (B) $y = -x$
 (C) $y = \frac{1}{2}x$
 (D) $y = x$
 (E) $x = 0$
 (F) $y = 0$
- 4.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)
- 5.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- 6.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Nenhuma das outras alternativas.
 (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (C) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (D) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (E) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (F) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- 7.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	0	A	0	0
B	1	1	B	1	1
C	2	2	C	2	2
D	3	3	D	3	3
E	4	4	E	4	4
F	5	5	F	5	5
	6	6		6	6
	7	7		7	7
	8	8		8	8
	9	9		9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $x = 0$
 (B) $y = x$
 (C) $y = 0$
 (D) $y = -x$
 (E) $y = \frac{4}{3}x$
 (F) $y = \frac{1}{2}x$
- 2.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 3.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (B) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (C) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- 5.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 6.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 7.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- 8.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
F	5	5	5	5	F
	6	6	6	6	
	7	7	7	7	
	8	8	8	8	
	9	9	9	9	

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que:

(1.000, -1.000)

- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Nenhuma das outras alternativas.
- (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (D) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.

- 2.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é:

(1.000, 0.000)

- 3.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a.

(1.000, 0.000)

- 4.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base.

(1.000, 0.000)

- 5.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$.

(1.000, 0.000)

- 6.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é:

- (A) $y = x$
- (B) $x = 0$
- (C) $y = -x$
- (D) $y = \frac{4}{3}x$
- (E) $y = 0$
- (F) $y = \frac{1}{2}x$

- 7.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$.

(2.000, 0.000)

- 8.** Responda V ou F:

(2.000, 0.000)

- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	0
B	1	1	1	1	1
C	2	2	2	2	2
D	3	3	3	3	3
E	4	4	4	4	4
F	5	5	5	5	5
	6	6	6	6	6
	7	7	7	7	7
	8	8	8	8	8
	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	○
B	○
C	○
D	○
E	○
F	○

- 1.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que:

(1.000, -1.000)

- (A) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (B) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (C) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (D) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (E) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Nenhuma das outras alternativas.

- 2.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é:

(1.000, 0.000)

- 3.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base.

(1.000, 0.000)

- 4.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$.

(2.000, 0.000)

- 5.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$.

(1.000, 0.000)

- 6.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a.

(1.000, 0.000)

- 7.** Responda V ou F:

(2.000, 0.000)

- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.

- 8.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é:

(1.000, 0.000)

- (A) $y = -x$
- (B) $y = \frac{1}{2}x$
- (C) $x = 0$
- (D) $y = 0$
- (E) $y = \frac{4}{3}x$
- (F) $y = x$

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	●	○	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1 V-F	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
	5	5	5	5	F
	6	6	6	6	
	7	7	7	7	
	8	8	8	8	
	9	9	9	9	

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (E) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- 2.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 4.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 5.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Nenhuma das outras alternativas.
 (B) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (C) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (D) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (E) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (F) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- 7.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = 0$
 (B) $y = \frac{4}{3}x$
 (C) $y = -x$
 (D) $x = 0$
 (E) $y = \frac{1}{2}x$
 (F) $y = x$

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	A	0
1	B	B	1	B	1
2	C	C	2	C	2
3	D	D	3	D	3
4	E	E	4	E	4
5		F	5	F	5
6			6		6
7			7		7
8			8		8
9			9		9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 2.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 - (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 - (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 - (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 - (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- 3.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 - (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 - (C) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 - (D) Nenhuma das outras alternativas.
 - (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 - (F) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- 4.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = -x$
 - (B) $y = x$
 - (C) $y = 0$
 - (D) $y = \frac{1}{2}x$
 - (E) $y = \frac{4}{3}x$
 - (F) $x = 0$
- 6.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 7.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	○	○	●	○	●	○	●	○	○	○	●	○	●	○
●	●	○	○	●	●	○	●	○	○	○	○	○	●	○	○	●	●	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
A	0	○ ○	A	0	○ ○
B	1	○ ○	B	1	○ ○
C	2	○ ○	C	2	○ ○
D	3	○ ○	D	3	○ ○
E	4	○ ○	E	4	○ ○
F	5	○ ○	F	5	○ ○
	6	○ ○		6	○ ○
	7	○ ○		7	○ ○
	8	○ ○		8	○ ○
	9	○ ○		9	○ ○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que:

(1.000, -1.000)

- (A) Nenhuma das outras alternativas.
- (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (D) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (E) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (F) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.

- 2.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$.

(1.000, 0.000)

- 3.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (C) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (D) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (E) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.

- 4.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = \frac{4}{3}x$
- (B) $y = x$
- (C) $x = 0$
- (D) $y = -x$
- (E) $y = 0$
- (F) $y = \frac{1}{2}x$

- 5.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

- 6.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

- 7.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 8.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
A	0	0	A	0	0
B	1	1	B	1	1
C	2	2	C	2	2
D	3	3	D	3	3
E	4	4	E	4	4
F	5	5	F	5	5
	6	6		6	6
	7	7		7	7
	8	8		8	8
	9	9		9	9

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = 0$
 (B) $y = x$
 (C) $y = -x$
 (D) $y = \frac{4}{3}x$
 (E) $x = 0$
 (F) $y = \frac{1}{2}x$
- 2.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base orthonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2\rangle = \langle v_1, A^t v_2\rangle = \langle v_1, Av_2\rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2\rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2\rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2\rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2\rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2\rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2\rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2\rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (B) Nenhuma das outras alternativas.
 (C) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (D) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- 5.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 6.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 7.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 8.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (D) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	○	○	○	○
B	B	○	○	○	○
C	C	○	○	○	○
D	D	○	○	○	○
E	E	○	○	○	○
F		F	○	○	○
			6	○	○
			6	○	○
			6	○	○
			7	○	○
			7	○	○
			7	○	○
			8	○	○
			8	○	○
			8	○	○
			9	○	○
			9	○	○
			9	○	○

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

- 1.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = 0$
 - (B) $y = \frac{1}{2}x$
 - (C) $y = x$
 - (D) $x = 0$
 - (E) $y = -x$
 - (F) $y = \frac{4}{3}x$
- 2.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 - (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 - (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 - (D) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 - (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- 3.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base orthonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 - (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 - (C) Nenhuma das outras alternativas.
- 4.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 7.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	A	0	0	0	A
1	B	1	1	1	B
2	C	2	2	2	C
3	D	3	3	3	D
4	E	4	4	4	E
5	F	5	5	5	F
6		6	6	6	
7		7	7	7	
8		8	8	8	
9		9	9	9	

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (B) Nenhuma das outras alternativas.
 (C) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (D) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (E) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (F) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- 3.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $x = 0$
 (B) $y = 0$
 (C) $y = -x$
 (D) $y = \frac{1}{2}x$
 (E) $y = \frac{4}{3}x$
 (F) $y = x$
- 7.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (E) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- 8.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	A	A	0	A
1	1	B	B	1	B
2	2	C	C	2	C
3	3	D	D	3	D
4	4	E	E	4	E
5	5	F		5	F
6	6			6	
7	7			7	
8	8			8	
9	9			9	

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	●	●	○	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○
○	●	●	●	●	○	○	○	●	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = x$
 (B) $x = 0$
 (C) $y = \frac{1}{2}x$
 (D) $y = -x$
 (E) $y = \frac{4}{3}x$
 (F) $y = 0$
- 4.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- 5.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (B) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (C) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (D) Nenhuma das outras alternativas.
 (E) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (F) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- 7.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 8.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	A	0
1	B	B	1	B	1
2	C	C	2	C	2
3	D	D	3	D	3
4	E	E	4	E	4
5		F	5	F	5
6			6		6
7			7		7
8			8		8
9			9		9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 2.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 - (B) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 - (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 - (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 - (E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- 3.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 - (B) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 - (C) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 - (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 - (E) Nenhuma das outras alternativas.
 - (F) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- 4.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = -x$
 - (B) $x = 0$
 - (C) $y = 0$
 - (D) $y = \frac{1}{2}x$
 - (E) $y = \frac{4}{3}x$
 - (F) $y = x$
- 6.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 7.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	0	0	0	A	0
B	1	1	1	B	1
C	2	2	2	C	2
D	3	3	3	D	3
E	4	4	4	E	4
F	5	5	5	F	5
	6	6	6		6
	7	7	7		7
	8	8	8		8
	9	9	9		9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (B) Um operador que possui todos os seus autovalores nulos é inversível.
 (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- 2.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{4}{3}x$
 (B) $x = 0$
 (C) $y = -x$
 (D) $y = \frac{1}{2}x$
 (E) $y = 0$
 (F) $y = x$
- 3.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (C) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (D) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (E) Nenhuma das outras alternativas.
 (F) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- 6.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 7.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6		
A	0	○ ○	A	0	○ ○		
B	1	○ ○	B	1	○ ○		
C	2	○ ○	C	2	○ ○		
D	3	○ ○	D	3	○ ○		
E	4	○ ○	E	4	○ ○		
F	5	○ ○	5	○ ○	F	5	○ ○
	6	○ ○	6	○ ○		6	○ ○
	7	○ ○	7	○ ○		7	○ ○
	8	○ ○	8	○ ○		8	○ ○
	9	○ ○	9	○ ○		9	○ ○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = \frac{4}{3}x$
- (B) $y = x$
- (C) $y = \frac{1}{2}x$
- (D) $x = 0$
- (E) $y = 0$
- (F) $y = -x$

- 2.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

- 3.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (B) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.

- 4.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 5.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (B) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (D) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Nenhuma das outras alternativas.

- 6.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

- 7.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

- 8.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	0	0	A	0
B	B	1	1	B	1
C	C	2	2	C	2
D	D	3	3	D	3
E	E	4	4	E	4
F		5	5	F	5
		6	6		6
		7	7		7
		8	8		8
		9	9		9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que:

(1.000, -1.000)

- (A) Nenhuma das outras alternativas.
- (B) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (E) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.

- 2.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.

- 3.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

- 4.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

- 5.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = \frac{4}{3}x$
- (B) $y = 0$
- (C) $y = x$
- (D) $x = 0$
- (E) $y = -x$
- (F) $y = \frac{1}{2}x$

- 6.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

- 7.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

- 8.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	0	A	A	A
1	1	1	B	B	B
2	2	2	C	C	C
3	3	3	D	D	D
4	4	4	E	E	E
5	5	5	F	F	F
6	6	6			
7	7	7			
8	8	8			
9	9	9			

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. **(1.000, 0.000)**
- 2.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. **(2.000, 0.000)**
- 3.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. **(1.000, 0.000)**
- 4.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: **(1.000, 0.000)**
- (A) $x = 0$
 (B) $y = \frac{1}{2}x$
 (C) $y = \frac{4}{3}x$
 (D) $y = x$
 (E) $y = 0$
 (F) $y = -x$
- 5.** Responda V ou F: **(2.000, 0.000)**
- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (C) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- 6.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: **(1.000, -1.000)**
- (A) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (C) Nenhuma das outras alternativas.
 (D) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (E) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (F) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- 7.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. **(1.000, 0.000)**
- 8.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: **(1.000, 0.000)**

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	○	○	A	○	○
B	○	○	B	○	○
C	○	○	C	○	○
D	○	○	D	○	○
E	○	○	E	○	○
F	○	○	F	○	○
			6	○	○
			7	○	○
			8	○	○
			9	○	○

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	○	○	○	○	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8				
0	○	○	0	○	○
1	○	○	1	○	○
2	○	○	2	○	○
3	○	○	3	○	○
4	○	○	4	○	○
5	○	○	5	○	○
6	○	○	6	○	○
7	○	○	7	○	○
8	○	○	8	○	○
9	○	○	9	○	○

- 1.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (C) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- 2.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $x = 0$
 (B) $y = \frac{1}{2}x$
 (C) $y = -x$
 (D) $y = \frac{4}{3}x$
 (E) $y = x$
 (F) $y = 0$
- 3.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base orthonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Nenhuma das outras alternativas.
 (B) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (C) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- 4.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 5.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 6.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)
- 7.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 8.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	○	○	●	●	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	0	0	0	A
1	B	1	1	1	B
2	C	2	2	2	C
3	D	3	3	3	D
4	E	4	4	4	E
5		5	5	5	F
6		6	6	6	
7		7	7	7	
8		8	8	8	
9		9	9	9	

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 2.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (E) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.

- 3.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)

- 4.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

- 5.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

- 6.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Nenhuma das outras alternativas.
- (C) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (D) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (E) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (F) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.

- 7.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = x$
- (B) $y = \frac{1}{2}x$
- (C) $y = -x$
- (D) $y = 0$
- (E) $x = 0$
- (F) $y = \frac{4}{3}x$

- 8.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3 V-F	4	5	6
0	A	A	0	0	0
1	B	B	1	1	1
2	C	C	2	2	2
3	D	D	3	3	3
4	E	E	4	4	4
5	F		5	5	5
6			6	6	6
7			7	7	7
8			8	8	8
9			9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 - (B) Nenhuma das outras alternativas.
 - (C) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 - (D) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 - (E) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 - (F) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- 3.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 - (B) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 - (C) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 - (D) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 - (E) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- 4.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 6.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 7.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = \frac{1}{2}x$
 - (B) $x = 0$
 - (C) $y = 0$
 - (D) $y = -x$
 - (E) $y = x$
 - (F) $y = \frac{4}{3}x$
- 8.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	●	●	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	0	A	0	0	A
1	1	B	1	1	B
2	2	C	2	2	C
3	3	D	3	3	D
4	4	E	4	4	E
5	5		5	5	F
6	6		6	6	
7	7		7	7	
8	8		8	8	
9	9		9	9	

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque 6 $\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)

- 2.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 3.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (D) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.

- 4.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

- 5.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

- 6.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = \frac{4}{3}x$
- (B) $y = -x$
- (C) $y = x$
- (D) $x = 0$
- (E) $y = 0$
- (F) $y = \frac{1}{2}x$

- 7.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (B) Nenhuma das outras alternativas.
- (C) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (E) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (F) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.

- 8.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
0	○	A	○	0	○
1	○	B	1	○	1
2	○	C	2	○	2
3	○	D	3	○	3
4	○	E	4	○	4
5	○	F	5	○	5
6	○		6	○	6
7	○		7	○	7
8	○		8	○	8
9	○		9	○	9

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque 6 $\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)

- 2.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Autovalores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (B) Autovalores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (C) Autovalores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (D) Autovalores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (E) Autovalores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (F) Nenhuma das outras alternativas.

- 3.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 4.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)

- 5.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (B) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (C) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
- (D) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (E) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.

- 6.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovalores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

- 7.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $x = 0$
- (B) $y = -x$
- (C) $y = 0$
- (D) $y = \frac{1}{2}x$
- (E) $y = \frac{4}{3}x$
- (F) $y = x$

- 8.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	A	0	0	0
1	1	B	1	1	1
2	2	C	2	2	2
3	3	D	3	3	3
4	4	E	4	4	4
5	5	F	5	5	5
6	6		6	6	6
7	7		7	7	7
8	8		8	8	8
9	9		9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	●	○	○	●	○	○	●	●
●	●	○	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8 V-F
A	○ A
B	○ B
C	○ C
D	○ D
E	○ E
F	○ F

- 1.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. **(1.000, 0.000)**
- 2.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. **(1.000, 0.000)**
- 3.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: **(1.000, 0.000)**
- (A) $y = \frac{1}{2}x$
 (B) $x = 0$
 (C) $y = \frac{4}{3}x$
 (D) $y = -x$
 (E) $y = x$
 (F) $y = 0$
- 4.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. **(2.000, 0.000)**
- 5.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . **(1.000, 0.000)**
- 6.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: **(1.000, 0.000)**
- 7.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: **(1.000, -1.000)**
- (A) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (C) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (D) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (E) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (F) Nenhuma das outras alternativas.
- 8.** Responda V ou F: **(2.000, 0.000)**
- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (B) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (C) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (E) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○
○	●	○	●	●	●	○	●	○	●	○	●	●	○	●	○	●	●	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6														
0	○	○	A	○	0	○	○	0	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
1	○	○	B	○	1	○	○	B	○	1	○	○	1	○	○	1	○	○	○
2	○	○	C	○	2	○	○	C	○	2	○	○	2	○	○	2	○	○	○
3	○	○	D	○	3	○	○	D	○	3	○	○	3	○	○	3	○	○	○
4	○	○	E	○	4	○	○	E	○	4	○	○	4	○	○	4	○	○	○
5	○	○	F	○	5	○	○	F	○	5	○	○	5	○	○	5	○	○	○
6	○	○		6	○	○			6	○	○		6	○		6	○	○	○
7	○	○		7	○	○			7	○	○		7	○		7	○	○	○
8	○	○		8	○	○			8	○	○		8	○		8	○	○	○
9	○	○		9	○	○			9	○	○		9	○		9	○	○	○

7	8 V-F				
0	○	○	A	○	○
1	○	○	B	○	○
2	○	○	C	○	○
3	○	○	D	○	○
4	○	○	E	○	○
5	○	○			
6	○	○			
7	○	○			
8	○	○			
9	○	○			

- 1.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $x = 0$
 (B) $y = \frac{1}{2}x$
 (C) $y = 0$
 (D) $y = -x$
 (E) $y = x$
 (F) $y = \frac{4}{3}x$
- 3.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (C) Nenhuma das outras alternativas.
 (D) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- 5.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 6.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 7.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 8.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (C) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
 (D) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (E) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	●	●	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	○	A	○	A	○
1	○	○	B	○	○
2	○	○	C	○	○
3	○	○	D	○	○
4	○	○	E	○	○
5	○	○	F	○	○
6	○	○		○	○
7	○	○		○	○
8	○	○		○	○
9	○	○		○	○

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

- 1.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)

- 2.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)

- (A) $y = 0$
- (B) $y = x$
- (C) $y = -x$
- (D) $y = \frac{4}{3}x$
- (E) $x = 0$
- (F) $y = \frac{1}{2}x$

- 3.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)

- (A) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- (B) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
- (C) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
- (D) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
- (E) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.

- 4.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6\|u_3\|^2$. (2.000, 0.000)

- 5.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)

- (A) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
- (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
- (C) Nenhuma das outras alternativas.
- (D) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
- (E) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
- (F) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.

- 6.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

- 7.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a . (1.000, 0.000)

- 8.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
F	5	5	5	5	F
	6	6	6	6	
	7	7	7	7	
	8	8	8	8	
	9	9	9	9	

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	●	●	●
○	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle(x_1, y_1), (x_2, y_2)\rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = 0$
 (B) $y = \frac{1}{2}x$
 (C) $y = x$
 (D) $y = \frac{4}{3}x$
 (E) $y = -x$
 (F) $x = 0$
- 2.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 3.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 4.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 5.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 6.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base ortonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (B) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (C) Nenhuma das outras alternativas.
 (D) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.
 (E) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (F) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- 7.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (B) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (C) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (D) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (E) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- 8.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2009.2
 Quarto Exercício Escolar - 30/11/2009

Nome: _____

Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	A	0
1	1	1	1	B	1
2	2	2	2	C	2
3	3	3	3	D	3
4	4	4	4	E	4
5	5	5	5	F	5
6	6	6	6		6
7	7	7	7		7
8	8	8	8		8
9	9	9	9		9

CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	●	●	●	●	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8 V-F
A	A
B	B
C	C
D	D
E	E
F	F

- 1.** Considere P_{100} com o p.i. $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt$. Seja θ o ângulo entre os vetores t^n e t^{n+1} . Encontre o valor de n para que $\cos(\theta)$ seja igual a $\frac{15}{26}\sqrt{3}$. (1.000, 0.000)
- 2.** Considere o operador do \mathbb{R}^3 cuja matriz na base canônica é: $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. A soma dos seus autovalores é: (1.000, 0.000)
- 3.** Considere a matriz B de uma outra questão. Encontre uma base de autovetores de B de tal forma que a primeira coordenada em cada um deles é 1. Marque a soma do quadrado das coordenadas de todos os vetores da base. (1.000, 0.000)
- 4.** Considere o \mathbb{R}^3 com o p.i. definido por $\langle u, v \rangle = u^t G v$, onde $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Considere a base $\alpha = \{(1, 0, 1), (0, 1, -1), (0, 0, -1)\}$, e u_3 o terceiro vetor da base obtida por Gramm Schmidt a partir da base α . Marque $6||u_3||^2$. (2.000, 0.000)
- 5.** Considere o espaço vetorial V com p.i. fixo. Considere um operador linear cuja matriz numa base orthonormal é A . Acompanhe a seguinte argumentação: $\langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, A^t v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle$. Logo: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle = \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle$, e daí: $\langle \lambda_1 v_1, v_2 \rangle - \langle v_1, \lambda_2 v_2 \rangle = 0$. Portanto: $\lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle - \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Então: $(\lambda_1 - \lambda_2) \langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Podemos concluir que: (1.000, -1.000)
- (A) Autovetores distintos de operadores ortogonais são ortogonais.
 (B) Autovetores distintos de operadores auto-adjuntos são ortogonais.
 (C) Autovetores de operadores ortogonais associados a autovalores distintos são ortogonais.
- 6.** Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^4 com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, -1, 1), v_2, v_3, v_4\}$ uma base ortogonal. Se $[(2, 1, -1, 3)]_\alpha = (a \ b \ c \ d)^t$, então marque a. (1.000, 0.000)
- 7.** Considere o \mathbb{R}^2 com o p.i. definido por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. O complemento ortogonal da reta $y = -2x$ é: (1.000, 0.000)
- (A) $y = 0$
 (B) $y = -x$
 (C) $x = 0$
 (D) $y = x$
 (E) $y = \frac{1}{2}x$
 (F) $y = \frac{4}{3}x$
- 8.** Responda V ou F: (2.000, 0.000)
- (A) A composta de um operador não inversível com um operador inversível possui um autovalor nulo.
 (B) Um operador que possui todos os seus autovalores não nulos é inversível.
 (C) Um operador auto-adjunto não pode ser ortogonal.
 (D) Se um operador de V com $\dim(V) = n$ possui n autovalores distintos, então ele é diagonalizável.
 (E) A composta de um operador auto-adjunto com um operador ortogonal é auto-adjunta.
- Dicas:**
 (D) Autovetores de operadores auto-adjuntos associados a autovalores distintos são ortogonais.
 (E) Nenhuma das outras alternativas.
 (F) Autovetores não ortogonais de um operador linear só podem estar associados ao mesmo autovalor.