

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	A	A
1	1	1	1	B	B
2	2	2	2	C	C
3	3	3	3	D	D
4	4	4	4	E	E
5	5	5	5		
6	6	6	6		
7	7	7	7		
8	8	8	8		
9	9	9	9		

CONTROLE MIXNFIX

7 V-F
A
B
C
D
E
F

1. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
2. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
4. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
5. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (D) $a = 1$ e $b = 0$
 (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
6. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
7. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (C) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (D) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (E) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (F) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 2
- Row 2, Column 3
- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 9
- Row 4, Column 3

All other circles are white.

7

A ☐

B ☐

C ☐

D ☐

E ☐

1. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
2. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
3. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
4. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (B) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (E) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (F) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
7. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (B) $a = 1$ e $b = 0$
- (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (E) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.

Universidade Federal de Pernambuco
 Centro de Informática
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
 Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3 V-F	4	5	6
0	0	A	0	A	0
1	1	B	1	B	1
2	2	C	2	C	2
3	3	D	3	D	3
4	4	E	4	E	4
5	5	F	5		5
6	6		6		6
7	7		7		7
8	8		8		8
9	9		9		9

CONTROLE MIXNFIX

●		●	●	●				●	
		●				●			
●									

7
A
B
C
D
E

1. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
2. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (C) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (D) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (E) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (F) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
4. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
5. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
6. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
7. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (B) $a = 1$ e $b = 0$
- (C) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (E) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles in the main diagonal (from top-left to bottom-right) are filled black. There are 10 black circles in total. All other circles are white with black outlines.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
2. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
 - (A) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 - (B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 - (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 - (D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 - (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
3. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
4. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
 - (A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 - (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 - (C) $a = 1$ e $b = 0$
 - (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 - (E) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
 - (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 - (B) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 - (C) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 - (D) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
 - (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 - (F) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0	
1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1	
2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2	
3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3	
4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4	
5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5	
6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6	
7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7	
8		8		8		8		8		8		8		8		8		8		8					

1	2	3	4 V-F	5	6
A ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐
B ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐
C ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐
D ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐
E ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐
	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	F ☐ ☐	5 ☐ ☐	
	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐		6 ☐ ☐	
	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐		7 ☐ ☐	
	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐		8 ☐ ☐	
	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐		9 ☐ ☐	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 7
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 7
- Row 5, Column 3

The black circles form a shape that resembles a stylized letter 'G' or a similar abstract figure.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (B) $a = 1$ e $b = 0$
 (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (E) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
2. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
3. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (B) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (C) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (D) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
6. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0	
1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1	
2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2	
3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3	
4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4	
5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5	
6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6	
7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7	
8		8		8		8		8		8		8		8		8		8		8					

1 V-F	2	3	4	5	6
A ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐	A ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
B ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐	B ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
C ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐	C ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
D ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐	D ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
E ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐	E ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
F ☐ ☐	5 ☐ ☐			5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
	6 ☐ ☐			6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
	7 ☐ ☐			7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
	8 ☐ ☐			8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
	9 ☐ ☐			9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 2
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 6
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 6
- Row 4, Column 8

All other circles are white.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (D) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
- (E) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (F) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.

2. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

3. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$

- (D) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

4. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (C) $a = 1$ e $b = 0$
- (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$

5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram-Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

6. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

7. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3: Column 1, Column 4, Column 6, Column 7, Column 9
- Row 4: Column 1
- Row 5: Column 3

All other circles are white with black outlines.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

(A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(E) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

2. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B =$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (B) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (D) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

(F) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação

4. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (B) $a = 1$ e $b = 0$
- (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (D) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (E) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.

5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

7. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

1. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (C) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (D) $a = 1$ e $b = 0$
 (E) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
2. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
4. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
5. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (B) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
 (C) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (D) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 8
- Row 3, Column 9
- Row 4, Column 5
- Row 5, Column 1

All other circles are white.

1	2 V-F	3	4	5	6
0 ☐ ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐ ☐
1 ☐ ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐ ☐
2 ☐ ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐ ☐
3 ☐ ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐ ☐
4 ☐ ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐ ☐
5 ☐ ☐	F ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	
6 ☐ ☐		6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	
7 ☐ ☐		7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	
8 ☐ ☐		8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	
9 ☐ ☐		9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	

7

A ☐

B ☐

C ☐

D ☐

E ☐

1. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_{\pi}^u\|$, onde

$u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (B) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (D) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (F) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.

3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

4. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a

soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

6. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (C) $a = 1$ e $b = 0$
- (D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (E) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.

7. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3 V-F	4	5	6
A ☐	A ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
B ☐	B ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
C ☐	C ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
D ☐	D ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
E ☐	E ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
		F ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
			6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
			7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
			8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
			9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black (filled):

- Row 3: Column 2
- Row 3: Column 3
- Row 3: Column 5
- Row 4: Column 1
- Row 5: Column 1
- Row 5: Column 3
- Row 9: Column 8
- Row 9: Column 9

All other circles are white (empty).

7
0 ○ ○
1 ○ ○
2 ○ ○
3 ○ ○
4 ○ ○
5 ○ ○
6 ○ ○
7 ○ ○
8 ○ ○
9 ○ ○

1. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (C) $a = 1$ e $b = 0$
- (D) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (E) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.

2. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$

3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (C) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.

(D) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.

(E) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação

(F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

4. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram-Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

6. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles at the following coordinates (row, column) are black: (3,3), (3,4), (4,3), (4,5), (5,3), and (5,7). All other circles are white.

1 V-F	2	3	4	5	6
A ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐ ☐
B ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐ ☐
C ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐ ☐
D ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐ ☐
E ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐ ☐
F ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	
	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	
	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	
	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	
	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	

7

A ☐

B ☐

C ☐

D ☐

E ☐

1. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (B) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (C) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (E) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

2. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram-Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

4. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a

soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

6. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (B) $a = 1$ e $b = 0$
- (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.

7. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4	5	6
A ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	A ☐	0 ☐
B ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	B ☐	1 ☐
C ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	C ☐	2 ☐
D ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	D ☐	3 ☐
E ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	E ☐	4 ☐
	5 ☐	5 ☐	5 ☐		5 ☐
	6 ☐	6 ☐	6 ☐		6 ☐
	7 ☐	7 ☐	7 ☐		7 ☐
	8 ☐	8 ☐	8 ☐		8 ☐
	9 ☐	9 ☐	9 ☐		9 ☐

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 2
- Row 2, Column 4
- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 7
- Row 4, Column 3

All other circles are white.

7 V-F

A ☐ ☐

B ☐ ☐

C ☐ ☐

D ☐ ☐

E ☐ ☐

F ☐ ☐

1. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

(A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(B) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(C) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

2. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}. \text{ Seja } k = \|\text{proj}_{\pi} u\|, \text{ onde}$$

$u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

3. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle =$

$\int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

4. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}. \text{ Seja } d \text{ o equivalente a 10 vezes a}$$

soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

5. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

(A) $a = 1$ e $b = 0$

(B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.

(C) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.

(D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.

(E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$

6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram-Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

7. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

(A) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.

(B) Uma matriz simétrica é diagonalizável.

(C) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação

(D) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.

(E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

(F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3: Column 1, Column 3, Column 6, Column 8, Column 9
- Row 4: Column 1, Column 3, Column 5, Column 7, Column 9
- Row 5: Column 1, Column 3

All other circles are white with black outlines.

1	2	3	4	5 V-F	6
A ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	A ☐	0 ☐
B ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	B ☐	1 ☐
C ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	C ☐	2 ☐
D ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	D ☐	3 ☐
E ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	E ☐	4 ☐
	5 ☐	5 ☐	5 ☐	F ☐	5 ☐
	6 ☐	6 ☐	6 ☐		6 ☐
	7 ☐	7 ☐	7 ☐		7 ☐
	8 ☐	8 ☐	8 ☐		8 ☐
	9 ☐	9 ☐	9 ☐		9 ☐

7

A ☐

B ☐

C ☐

D ☐

E ☐

1. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (B) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (C) $a = 1$ e $b = 0$
 (D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
2. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
4. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (C) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (E) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (F) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
6. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
7. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

Nome: _____ Identificação: _____

0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0	
1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1	
2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2	
3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3	
4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4	
5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5	
6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6	
7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7	
8		8		8		8		8		8		8		8		8		8		8					

1	2	3 V-F	4	5	6
0 ☐ ☐	A ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐
1 ☐ ☐	B ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐
2 ☐ ☐	C ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐
3 ☐ ☐	D ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐
4 ☐ ☐	E ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐
5 ☐ ☐		F ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	
6 ☐ ☐			6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	
7 ☐ ☐			7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	
8 ☐ ☐			8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	
9 ☐ ☐			9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
2. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (C) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (D) $a = 1$ e $b = 0$
 (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (C) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (D) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (E) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
 (F) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
4. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
5. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
6. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4	5 V-F	6
0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐ ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐
1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐ ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐
2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐ ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐
3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐ ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐
4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐ ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐
5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐		F ☐ ☐	5 ☐ ☐
6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐			6 ☐ ☐
7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐			7 ☐ ☐
8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐			8 ☐ ☐
9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐			9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3, Column 4
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 6
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 5
- Row 4, Column 8
- Row 5, Column 3

The black circles form a shape that resembles a stylized letter 'G' or a similar abstract figure.

7

A ☐

B ☐

C ☐

D ☐

E ☐

1. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
2. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
3. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
4. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (B) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (D) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (F) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram-Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
7. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (B) $a = 1$ e $b = 0$
- (C) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (E) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	0	A	A	0
1	B	1	B	B	1
2	C	2	C	C	2
3	D	3	D	D	3
4	E	4	E	E	4
5	F	5			5
6		6			6
7		7			7
8		8			8
9		9			9

CONTROLE MIXNFIX

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (C) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (D) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (E) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
3. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
4. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (C) $a = 1$ e $b = 0$
- (D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
5. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
6. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2 V-F	3	4	5	6
0 ☐ ☐	A ☐ ☐	A ☐	A ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
1 ☐ ☐	B ☐ ☐	B ☐	B ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
2 ☐ ☐	C ☐ ☐	C ☐	C ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
3 ☐ ☐	D ☐ ☐	D ☐	D ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
4 ☐ ☐	E ☐ ☐	E ☐	E ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
5 ☐ ☐	F ☐ ☐			5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
6 ☐ ☐				6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
7 ☐ ☐				7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
8 ☐ ☐				8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
9 ☐ ☐				9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles, totaling 100 circles. All circles are white, indicating a uniform probability distribution where every outcome has an equal chance of occurring.

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (B) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (C) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (D) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (E) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
3. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
4. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (B) $a = 1$ e $b = 0$
- (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
7. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4	5	6
A ☐	A ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
B ☐	B ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
C ☐	C ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
D ☐	D ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
E ☐	E ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
		5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
		6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
		7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
		8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
		9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 2
- Row 3, Column 8
- Row 3, Column 9
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 3

All other circles are white.

7 V-F

A ☐ ☐

B ☐ ☐

C ☐ ☐

D ☐ ☐

E ☐ ☐

F ☐ ☐

1. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
2. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (C) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (E) $a = 1$ e $b = 0$
3. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
4. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
6. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
7. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (B) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (C) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
 (D) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (E) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4 V-F	5	6
0 ☐ ☐	A ☐	A ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
1 ☐ ☐	B ☐	B ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
2 ☐ ☐	C ☐	C ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
3 ☐ ☐	D ☐	D ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
4 ☐ ☐	E ☐	E ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
5 ☐ ☐			F ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
6 ☐ ☐				6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
7 ☐ ☐				7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
8 ☐ ☐				8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
9 ☐ ☐				9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 4
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 10
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 5

The remaining 54 circles are white.

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
2. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (C) $a = 1$ e $b = 0$
 (D) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (E) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
3. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (B) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (D) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (E) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (F) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
7. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

1. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

2. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (E) $a = 1$ e $b = 0$

3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

4. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(D) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (C) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
 (D) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (E) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (F) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.

6. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

7. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4 V-F	5	6
0 ☐ ☐	A ☐	A ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
1 ☐ ☐	B ☐	B ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
2 ☐ ☐	C ☐	C ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
3 ☐ ☐	D ☐	D ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
4 ☐ ☐	E ☐	E ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
5 ☐ ☐			F ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
6 ☐ ☐				6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
7 ☐ ☐				7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
8 ☐ ☐				8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
9 ☐ ☐				9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3: Column 5, Column 6, Column 9, Column 10
- Row 4: Column 3, Column 5
- Row 5: Column 1, Column 3

All other circles are white with black outlines.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

2. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (C) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (E) $a = 1$ e $b = 0$

3. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (B) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (C) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
 (D) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

6. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1 V-F	2	3	4	5	6
A ○ ○	A ○	0 ○ ○	0 ○ ○	A ○	0 ○ ○
B ○ ○	B ○	1 ○ ○	1 ○ ○	B ○	1 ○ ○
C ○ ○	C ○	2 ○ ○	2 ○ ○	C ○	2 ○ ○
D ○ ○	D ○	3 ○ ○	3 ○ ○	D ○	3 ○ ○
E ○ ○	E ○	4 ○ ○	4 ○ ○	E ○	4 ○ ○
F ○ ○		5 ○ ○	5 ○ ○		5 ○ ○
		6 ○ ○	6 ○ ○		6 ○ ○
		7 ○ ○	7 ○ ○		7 ○ ○
		8 ○ ○	8 ○ ○		8 ○ ○
		9 ○ ○	9 ○ ○		9 ○ ○

CONTROLE MIXNFIX

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Responda V ou F:

(3.000, -3.000)

- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (C) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (D) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
- (E) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (F) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.

2. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é:

(1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

3. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A =$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

4. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram-Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$.

Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

5. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

(A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.

(B) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.

(C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$

(D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.

(E) $a = 1$ e $b = 0$

6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

7. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 2: Column 1
- Row 3: Column 3
- Row 4: Column 5
- Row 5: Column 7
- Row 6: Column 9
- Row 7: Column 3
- Row 8: Column 5
- Row 9: Column 7
- Row 10: Column 9

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (B) $a = 1$ e $b = 0$
 (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (E) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
2. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
4. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
5. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (B) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
 (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (E) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (F) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

1. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (C) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (E) $a = 1$ e $b = 0$

2. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

4. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(D) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

7. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (C) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
 (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (E) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (F) Uma matriz simétrica é diagonalizável.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2 V-F	3	4	5	6
A ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐
B ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐
C ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐
D ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐
E ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐
	F ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	
		6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	
		7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	
		8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	
		9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black (filled):

- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 8
- Row 3, Column 10
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 7
- Row 4, Column 9

All other circles are white (empty).

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (B) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (C) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (D) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
 (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.

3. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

4. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram-Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

6. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (B) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (E) $a = 1$ e $b = 0$

7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

1. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

(A) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(D) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

2. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

3. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

(A) $a = 1$ e $b = 0$

(B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.

(C) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.

(D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.

(E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$

4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

(A) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.

(B) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação

(C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.

(D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

(E) Uma matriz simétrica é diagonalizável.

(F) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.

5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

7. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4	5 V-F	6
0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐ ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐
1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐ ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐
2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐ ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐
3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐ ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐
4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐ ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐
5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐		F ☐ ☐	5 ☐ ☐
6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐			6 ☐ ☐
7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐			7 ☐ ☐
8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐			8 ☐ ☐
9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐			9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles are white with black outlines. A diagonal line of 10 black circles runs from the top-left corner to the bottom-right corner. The black circles are located at positions (row, column) where row equals column, starting from (1,1) and ending at (10,10). All other circles are white.

7

A ☐

B ☐

C ☐

D ☐

E ☐

1. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
2. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
4. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 1$ e $b = 0$
 (B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (D) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (B) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (E) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (F) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
6. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
7. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3 V-F	4	5	6
A ☐	A ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
B ☐	B ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
C ☐	C ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
D ☐	D ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
E ☐	E ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
		F ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
			6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
			7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
			8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
			9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

	7
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 1$ e $b = 0$
 (B) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (C) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
2. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (B) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (D) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
 (E) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (F) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
4. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram-Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
7. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4	5 V-F	6
A ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	A ☐	A ☐
B ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	B ☐	B ☐
C ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	C ☐	C ☐
D ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	D ☐	D ☐
E ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	E ☐	E ☐
	5 ☐	5 ☐	5 ☐	F ☐	
	6 ☐	6 ☐	6 ☐		
	7 ☐	7 ☐	7 ☐		
	8 ☐	8 ☐	8 ☐		
	9 ☐	9 ☐	9 ☐		

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 6
- Row 2, Column 7
- Row 2, Column 8
- Row 2, Column 10
- Row 3, Column 3
- Row 4, Column 8

7
0 ○ ○
1 ○ ○
2 ○ ○
3 ○ ○
4 ○ ○
5 ○ ○
6 ○ ○
7 ○ ○
8 ○ ○
9 ○ ○

1. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (B) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (C) $a = 1$ e $b = 0$
 (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
2. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
3. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
4. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (B) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (D) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (E) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (F) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
6. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 8
- Row 3, Column 10
- Row 4, Column 1

All other circles are white.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
 - (A) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 - (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 - (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 - (D) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
 - (E) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 - (F) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
3. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
 - (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 - (B) $a = 1$ e $b = 0$
 - (C) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 - (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 - (E) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
4. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
 - (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 - (B) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 - (C) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 - (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 - (E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
6. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

1. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

2. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (C) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (E) $a = 1$ e $b = 0$

3. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

4. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (B) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (E) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (F) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação

6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

7. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

1. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (B) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (D) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
- (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (F) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
4. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
6. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (C) $a = 1$ e $b = 0$
- (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (E) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
7. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1 V-F	2	3	4	5	6
A ○ ○	A ○	A ○	0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○
B ○ ○	B ○	B ○	1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○
C ○ ○	C ○	C ○	2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○
D ○ ○	D ○	D ○	3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○
E ○ ○	E ○	E ○	4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○
F ○ ○			5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○
			6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○
			7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○
			8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○
			9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles in the main diagonal, from the top-left to the bottom-right, are filled black. There are 10 black circles in total. All other circles are white with black outlines.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (C) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (D) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
- (E) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

2. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (C) $a = 1$ e $b = 0$
- (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$

3. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

- (B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

4. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram-Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

7. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3: Column 2, Column 3, Column 5, Column 7, Column 9
- Row 4: Column 2, Column 3, Column 5

All other circles are white with black outlines.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (C) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (D) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
 (E) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (F) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.

3. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

4. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde

$u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

6. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (B) $a = 1$ e $b = 0$
 (C) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (D) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$

7. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 4
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 2
- Row 4, Column 7
- Row 4, Column 9
- Row 5, Column 1
- Row 5, Column 3

The remaining 23 circles are white.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (D) $a = 1$ e $b = 0$
 (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (D) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
 (E) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (F) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
4. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
6. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
7. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 2
- Row 2, Column 4
- Row 3, Column 2
- Row 4, Column 5
- Row 4, Column 7

All other circles are white.

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	0	0	A	0
1	B	1	1	B	1
2	C	2	2	C	2
3	D	3	3	D	3
4	E	4	4	E	4
5	F	5	5		5
6		6	6		6
7		7	7		7
8		8	8		8
9		9	9		9

7

A ☐

B ☐

C ☐

D ☐

E ☐

1. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (D) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (E) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (F) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
4. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
5. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (B) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (E) $a = 1$ e $b = 0$
6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovetor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
7. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0	
1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1	
2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2	
3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3	
4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4	
5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5	
6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6	
7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7	
8		8		8		8		8		8		8		8		8		8		8					

1	2	3	4 V-F	5	6
0 ☐ ☐	A ☐	0 ☐ ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐
1 ☐ ☐	B ☐	1 ☐ ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐
2 ☐ ☐	C ☐	2 ☐ ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐
3 ☐ ☐	D ☐	3 ☐ ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐
4 ☐ ☐	E ☐	4 ☐ ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐
5 ☐ ☐		5 ☐ ☐	F ☐ ☐	5 ☐ ☐	
6 ☐ ☐		6 ☐ ☐		6 ☐ ☐	
7 ☐ ☐		7 ☐ ☐		7 ☐ ☐	
8 ☐ ☐		8 ☐ ☐		8 ☐ ☐	
9 ☐ ☐		9 ☐ ☐		9 ☐ ☐	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 3
- Row 2, Column 7
- Row 2, Column 8
- Row 2, Column 9
- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 9

All other circles are white.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
2. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (C) $a = 1$ e $b = 0$
 (D) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (E) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
3. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (C) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (D) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (E) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (F) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
6. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

1. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
2. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (C) $a = 1$ e $b = 0$
 (D) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (C) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
 (D) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (E) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (F) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
4. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
5. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
6. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles are either white or black. The black circles are located at the following positions (row, column): (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (7, 7), (8, 8), (9, 9), and (10, 10). All other circles are white.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \right.$

$\left. \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

(A) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(D) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

2. Responda V ou F:

(3.000, -3.000)

(A) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação

(B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

(C) Uma matriz simétrica é diagonalizável.

(D) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.

(E) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.

(F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.

3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}. \text{ Seja } k = \|\text{proj}_\pi^u\|, \text{ onde}$$

$u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

4. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

(A) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.

(B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.

(C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$

(D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.

(E) $a = 1$ e $b = 0$

5. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

7. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2 V-F	3	4	5	6
0 ☐ ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐ ☐	A ☐ ☐
1 ☐ ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐ ☐	B ☐ ☐
2 ☐ ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐ ☐	C ☐ ☐
3 ☐ ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐ ☐	D ☐ ☐
4 ☐ ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐ ☐	E ☐ ☐
5 ☐ ☐	F ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐		
6 ☐ ☐		6 ☐ ☐	6 ☐ ☐		
7 ☐ ☐		7 ☐ ☐	7 ☐ ☐		
8 ☐ ☐		8 ☐ ☐	8 ☐ ☐		
9 ☐ ☐		9 ☐ ☐	9 ☐ ☐		

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The top-left 3x5 subgrid is filled with black circles, while the remaining 7x5 subgrid and the bottom 7x5 subgrid are empty.

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (B) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (C) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (D) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (F) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
4. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
5. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
6. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 1$ e $b = 0$
- (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (C) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (E) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4 V-F	5	6
0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐
1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐
2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐
3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐
4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐
5 ☐ ☐	5 ☐ ☐		F ☐ ☐	5 ☐ ☐	
6 ☐ ☐	6 ☐ ☐			6 ☐ ☐	
7 ☐ ☐	7 ☐ ☐			7 ☐ ☐	
8 ☐ ☐	8 ☐ ☐			8 ☐ ☐	
9 ☐ ☐	9 ☐ ☐			9 ☐ ☐	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 4: Column 1
- Row 4: Column 2
- Row 4: Column 3
- Row 4: Column 5
- Row 5: Column 1
- Row 5: Column 3
- Row 8: Column 7
- Row 8: Column 8

The black circles form a shape that resembles a stylized '7' or a specific pattern on a grid.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
2. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
3. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$, $\left[\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (B) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (D) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (F) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
6. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (B) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (E) $a = 1$ e $b = 0$
7. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3: Column 1
- Row 3: Column 2
- Row 3: Column 3
- Row 4: Column 2
- Row 4: Column 3
- Row 5: Column 1
- Row 5: Column 8

The remaining 54 circles are white with black outlines.

7 V-F

A ☐ ☐

B ☐ ☐

C ☐ ☐

D ☐ ☐

E ☐ ☐

F ☐ ☐

1. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$.

Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$.
(1.500, -1.500)

2. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde

$u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

3. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 1$ e $b = 0$
(B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
(C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
(D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
(E) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.

4. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

5. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

(A) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(D) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

6. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

7. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
(B) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
(C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
(D) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
(E) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
(F) Uma matriz simétrica é diagonalizável.

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3: Column 1, Column 3, Column 4, Column 5, Column 7, Column 8, Column 9
- Row 4: Column 1, Column 2, Column 5, Column 7
- Row 5: Column 3

All other circles are white with black outlines.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Responda V ou F:

(3.000, -3.000)

- (A) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (B) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (E) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (F) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.

2. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (C) $a = 1$ e $b = 0$
- (D) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$

3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

4. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

6. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

7. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2 V-F	3	4	5	6
0 ☐ ☐	A ☐ ☐	A ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐
1 ☐ ☐	B ☐ ☐	B ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐
2 ☐ ☐	C ☐ ☐	C ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐
3 ☐ ☐	D ☐ ☐	D ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐
4 ☐ ☐	E ☐ ☐	E ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐
5 ☐ ☐	F ☐ ☐		5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	
6 ☐ ☐			6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	
7 ☐ ☐			7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	
8 ☐ ☐			8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	
9 ☐ ☐			9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3: Column 2, Column 4, Column 5, Column 8, Column 9
- Row 4: Column 2, Column 7, Column 9

The black circles form a shape that resembles a stylized letter 'G' or a similar abstract figure.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (C) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
- (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (E) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (F) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.

3. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$

- (D) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

4. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

6. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (B) $a = 1$ e $b = 0$
- (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (D) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$

7. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4	5	6
0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	A ○	A ○	0 ○ ○
1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	B ○	B ○	1 ○ ○
2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	C ○	C ○	2 ○ ○
3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	D ○	D ○	3 ○ ○
4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	E ○	E ○	4 ○ ○
5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○			5 ○ ○
6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○			6 ○ ○
7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○			7 ○ ○
8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○			8 ○ ○
9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○			9 ○ ○

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 1, Column 3
- Row 2, Column 5
- Row 3, Column 4
- Row 4, Column 6
- Row 5, Column 2
- Row 6, Column 8
- Row 7, Column 1

All other circles are white with black outlines.

7 V-F

A ☐ ☐

B ☐ ☐

C ☐ ☐

D ☐ ☐

E ☐ ☐

F ☐ ☐

1. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
2. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
3. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
4. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
5. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (E) $a = 1$ e $b = 0$
6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram-Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
7. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (B) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (C) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (E) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (F) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4 V-F	5	6
A ☐	0 ☐	0 ☐	A ☐	0 ☐	A ☐
B ☐	1 ☐	1 ☐	B ☐	1 ☐	B ☐
C ☐	2 ☐	2 ☐	C ☐	2 ☐	C ☐
D ☐	3 ☐	3 ☐	D ☐	3 ☐	D ☐
E ☐	4 ☐	4 ☐	E ☐	4 ☐	E ☐
	5 ☐	5 ☐	F ☐	5 ☐	
	6 ☐	6 ☐		6 ☐	
	7 ☐	7 ☐		7 ☐	
	8 ☐	8 ☐		8 ☐	
	9 ☐	9 ☐		9 ☐	

CONTROLE MIXNFIX

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

(A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(B) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(C) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

2. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

(A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

(B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.

(C) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.

(D) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.

(E) Uma matriz simétrica é diagonalizável.

(F) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação

5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}. \text{ Seja } k = \|proj_{\pi}^u\|, \text{ onde}$$

$u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

6. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

(A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$

(B) $a = 1$ e $b = 0$

(C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.

(D) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.

(E) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.

7. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4	5 V-F	6
0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐	A ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐
1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐	B ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐
2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐	C ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐
3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐	D ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐
4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐	E ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐
5 ☐ ☐	5 ☐ ☐			F ☐ ☐	5 ☐ ☐
6 ☐ ☐	6 ☐ ☐				6 ☐ ☐
7 ☐ ☐	7 ☐ ☐				7 ☐ ☐
8 ☐ ☐	8 ☐ ☐				8 ☐ ☐
9 ☐ ☐	9 ☐ ☐				9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles in the main diagonal, from the top-left to the bottom-right, are filled black. There are 10 black circles in total. All other circles are white with black outlines.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
2. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
3. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (B) $a = 1$ e $b = 0$
 (C) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
4. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (C) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
 (D) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (F) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4 V-F	5	6
0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐	A ☐ ☐	A ☐	0 ☐ ☐
1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐	B ☐ ☐	B ☐	1 ☐ ☐
2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐	C ☐ ☐	C ☐	2 ☐ ☐
3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐	D ☐ ☐	D ☐	3 ☐ ☐
4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐	E ☐ ☐	E ☐	4 ☐ ☐
5 ☐ ☐	5 ☐ ☐		F ☐ ☐		5 ☐ ☐
6 ☐ ☐	6 ☐ ☐				6 ☐ ☐
7 ☐ ☐	7 ☐ ☐				7 ☐ ☐
8 ☐ ☐	8 ☐ ☐				8 ☐ ☐
9 ☐ ☐	9 ☐ ☐				9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
2. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
3. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (C) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (D) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (E) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
5. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (B) $a = 1$ e $b = 0$
 (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (E) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram-Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4	5	6
0 ○ ○	0 ○ ○	A ○	A ○	0 ○ ○	0 ○ ○
1 ○ ○	1 ○ ○	B ○	B ○	1 ○ ○	1 ○ ○
2 ○ ○	2 ○ ○	C ○	C ○	2 ○ ○	2 ○ ○
3 ○ ○	3 ○ ○	D ○	D ○	3 ○ ○	3 ○ ○
4 ○ ○	4 ○ ○	E ○	E ○	4 ○ ○	4 ○ ○
5 ○ ○	5 ○ ○			5 ○ ○	5 ○ ○
6 ○ ○	6 ○ ○			6 ○ ○	6 ○ ○
7 ○ ○	7 ○ ○			7 ○ ○	7 ○ ○
8 ○ ○	8 ○ ○			8 ○ ○	8 ○ ○
9 ○ ○	9 ○ ○			9 ○ ○	9 ○ ○

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles in the main diagonal (from top-left to bottom-right) are filled black. There are 10 black circles in total. All other circles are white with black outlines.

7 V-F

A ☐ ☐

B ☐ ☐

C ☐ ☐

D ☐ ☐

E ☐ ☐

F ☐ ☐

1. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
2. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
3. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$, $\left[\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
4. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (C) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (D) $a = 1$ e $b = 0$
 (E) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
5. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram-Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
7. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (B) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (C) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (D) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
 (E) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

1. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$.

Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$.
(1.500, -1.500)

2. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
(B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
(C) $a = 1$ e $b = 0$
(D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
(E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$

3. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

4. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

5. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

(A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$

6. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

7. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
(B) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
(C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
(D) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
(E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
(F) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4	5	6 V-F
0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐ ☐	A ☐ ☐	A ☐ ☐
1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐ ☐	B ☐ ☐	B ☐ ☐
2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐ ☐	C ☐ ☐	C ☐ ☐
3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐ ☐	D ☐ ☐	D ☐ ☐
4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐ ☐	E ☐ ☐	E ☐ ☐
5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐			F ☐ ☐
6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐			
7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐			
8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐			
9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐			

CONTROLE MIXNFIX

7
0 ○ ○
1 ○ ○
2 ○ ○
3 ○ ○
4 ○ ○
5 ○ ○
6 ○ ○
7 ○ ○
8 ○ ○
9 ○ ○

1. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
2. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
3. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
4. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
5. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (B) $a = 1$ e $b = 0$
- (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (D) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (E) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (B) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (C) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (D) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
- (E) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1 V-F	2	3	4	5	6
A ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐ ☐
B ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐ ☐
C ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐ ☐
D ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐ ☐
E ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐ ☐
F ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	
	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	
	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	
	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	
	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles in the first two rows are all empty. The circles in the third row are filled black in the first four columns, and empty in the last six columns. The circles in the fourth row are filled black in the first two columns, and empty in the last eight columns. The circles in the remaining seven rows (rows 5 through 10) are all empty.

7

A ☐

B ☐

C ☐

D ☐

E ☐

1. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
- (B) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (E) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (F) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.

2. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

3. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

4. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

6. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

7. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (C) $a = 1$ e $b = 0$
- (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black (filled):

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 7
- Row 2, Column 10
- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 9
- Row 4, Column 1

All other circles are white (empty).

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
- (B) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (D) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (F) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
3. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
4. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (B) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (C) $a = 1$ e $b = 0$
- (D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
5. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2 V-F	3	4	5	6
A ☐	A ☐ ☐	A ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
B ☐	B ☐ ☐	B ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
C ☐	C ☐ ☐	C ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
D ☐	D ☐ ☐	D ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
E ☐	E ☐ ☐	E ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
	F ☐ ☐		5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
			6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
			7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
			8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
			9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 7
- Row 4, Column 2
- Row 5, Column 1
- Row 5, Column 3

All other circles are white.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \right.$

$\left. \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

(A) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(D) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

2. Responda V ou F:

(3.000, -3.000)

- (A) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (B) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (C) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (E) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
- (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

3. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

(A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.

(B) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.

(C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$

(D) $a = 1$ e $b = 0$

(E) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.

4. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram-Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

7. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (C) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (E) $a = 1$ e $b = 0$
2. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
3. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
4. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (B) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
 (C) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (D) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (E) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
6. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3 V-F	4	5	6
0 ☐ ☐	A ☐	A ☐ ☐	A ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
1 ☐ ☐	B ☐	B ☐ ☐	B ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
2 ☐ ☐	C ☐	C ☐ ☐	C ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
3 ☐ ☐	D ☐	D ☐ ☐	D ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
4 ☐ ☐	E ☐	E ☐ ☐	E ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
5 ☐ ☐		F ☐ ☐		5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
6 ☐ ☐				6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
7 ☐ ☐				7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
8 ☐ ☐				8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
9 ☐ ☐				9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde

$u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

2. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (D) $a = 1$ e $b = 0$
 (E) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.

3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
 (B) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (D) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (F) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.

4. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram-Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

7. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4 V-F	5	6
A	0	0	A	0	0
B	1	1	B	1	1
C	2	2	C	2	2
D	3	3	D	3	3
E	4	4	E	4	4
	5	5	F	5	5
	6	6		6	6
	7	7		7	7
	8	8		8	8
	9	9		9	9

CONTROLE MIXNFIX

		●					●	●	●
	●	●				●			
		●							

7
A
B
C
D
E

1. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

(A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(B) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(C) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$

2. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a

soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_\pi^u\|$, onde

$u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (B) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.

(C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

(D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.

(E) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação

(F) Uma matriz simétrica é diagonalizável.

5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram-Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

7. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 1$ e $b = 0$
- (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (E) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.

Nome: _____ Identificação: _____

[illegible]

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 2: Column 1
- Row 2: Column 2
- Row 2: Column 7
- Row 2: Column 8
- Row 2: Column 9
- Row 2: Column 10
- Row 3: Column 1
- Row 3: Column 2
- Row 3: Column 4
- Row 3: Column 7
- Row 3: Column 9

All other circles are white with black outlines.

1	2	3	4 V-F	5	6
0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐	A ☐ ☐	A ☐	0 ☐ ☐
1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐	B ☐ ☐	B ☐	1 ☐ ☐
2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐	C ☐ ☐	C ☐	2 ☐ ☐
3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐	D ☐ ☐	D ☐	3 ☐ ☐
4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐	E ☐ ☐	E ☐	4 ☐ ☐
5 ☐ ☐	5 ☐ ☐		F ☐ ☐		5 ☐ ☐
6 ☐ ☐	6 ☐ ☐				6 ☐ ☐
7 ☐ ☐	7 ☐ ☐				7 ☐ ☐
8 ☐ ☐	8 ☐ ☐				8 ☐ ☐
9 ☐ ☐	9 ☐ ☐				9 ☐ ☐

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
2. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
3. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (B) $a = 1$ e $b = 0$
 (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (E) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (B) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (C) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (E) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (F) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
5. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3 V-F	4	5	6
0 ☐ ☐	A ☐	A ☐ ☐	A ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
1 ☐ ☐	B ☐	B ☐ ☐	B ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
2 ☐ ☐	C ☐	C ☐ ☐	C ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
3 ☐ ☐	D ☐	D ☐ ☐	D ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
4 ☐ ☐	E ☐	E ☐ ☐	E ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
5 ☐ ☐		F ☐ ☐		5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
6 ☐ ☐				6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
7 ☐ ☐				7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
8 ☐ ☐				8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
9 ☐ ☐				9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles in the main diagonal, from the top-left to the bottom-right, are filled black. There are 10 black circles in total. All other circles are white with black outlines.

7
0 ○ ○
1 ○ ○
2 ○ ○
3 ○ ○
4 ○ ○
5 ○ ○
6 ○ ○
7 ○ ○
8 ○ ○
9 ○ ○

1. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
2. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (C) $a = 1$ e $b = 0$
 (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (E) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (B) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (D) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (F) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
4. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
6. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
7. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4 V-F	5	6
A ☐	A ☐	0 ☐ ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
B ☐	B ☐	1 ☐ ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
C ☐	C ☐	2 ☐ ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
D ☐	D ☐	3 ☐ ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
E ☐	E ☐	4 ☐ ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
		5 ☐ ☐	F ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
		6 ☐ ☐		6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
		7 ☐ ☐		7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
		8 ☐ ☐		8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
		9 ☐ ☐		9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

[illegible]

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (B) $a = 1$ e $b = 0$
 (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (D) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.

2. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (C) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
 (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (E) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (F) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.

5. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

7. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4	5	6 V-F
A ☐	0 ☐	A ☐	0 ☐	0 ☐	A ☐
B ☐	1 ☐	B ☐	1 ☐	1 ☐	B ☐
C ☐	2 ☐	C ☐	2 ☐	2 ☐	C ☐
D ☐	3 ☐	D ☐	3 ☐	3 ☐	D ☐
E ☐	4 ☐	E ☐	4 ☐	4 ☐	E ☐
	5 ☐		5 ☐	5 ☐	F ☐
	6 ☐		6 ☐	6 ☐	
	7 ☐		7 ☐	7 ☐	
	8 ☐		8 ☐	8 ☐	
	9 ☐		9 ☐	9 ☐	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles in the 4th row from the top are all filled black. The circles in the 5th row from the top are all empty. The circles in the 6th row from the top are all filled black. The circles in the 7th row from the top are all empty. The circles in the 8th row from the top are all filled black. The circles in the 9th row from the top are all empty. The circles in the 10th row from the top are all filled black. The circles in the 11th row from the top are all empty. The circles in the 12th row from the top are all filled black. The circles in the 13th row from the top are all empty. The circles in the 14th row from the top are all filled black. The circles in the 15th row from the top are all empty. The circles in the 16th row from the top are all filled black. The circles in the 17th row from the top are all empty. The circles in the 18th row from the top are all filled black. The circles in the 19th row from the top are all empty. The circles in the 20th row from the top are all filled black.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
2. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
3. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (B) $a = 1$ e $b = 0$
 (C) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
4. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (B) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (C) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (D) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (F) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
7. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4	5	6
A ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	A ☐
B ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	B ☐
C ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	C ☐
D ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	D ☐
E ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	E ☐
	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	
	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	
	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	
	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	
	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	

CONTROLE MIXNFIX

7 V-F

A ☐ ☐

B ☐ ☐

C ☐ ☐

D ☐ ☐

E ☐ ☐

F ☐ ☐

1. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 1$ e $b = 0$
 (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (E) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
2. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
4. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
6. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
7. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (B) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (C) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (D) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
 (E) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1 V-F	2	3	4	5	6
A ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
B ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
C ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
D ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
E ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
F ☐ ☐	5 ☐ ☐		5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
	6 ☐ ☐		6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
	7 ☐ ☐		7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
	8 ☐ ☐		8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
	9 ☐ ☐		9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The top-left 3x3 subgrid is filled with black circles, while all other circles are white with black outlines.

7

A ☐

B ☐

C ☐

D ☐

E ☐

1. Responda V ou F:

(3.000, -3.000)

- (A) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (B) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (D) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
- (E) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.

2. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}. \text{ Seja } k = \|proj_{\pi} u\|, \text{ onde}$$

$u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

3. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$

$$(D) \left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$$

$$(E) \left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$$

4. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram-Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

6. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

7. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (B) $a = 1$ e $b = 0$
- (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (D) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (E) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1 V-F	2	3	4	5	6
A ☐ ☐	A ☐	A ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
B ☐ ☐	B ☐	B ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
C ☐ ☐	C ☐	C ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
D ☐ ☐	D ☐	D ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
E ☐ ☐	E ☐	E ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
F ☐ ☐			5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
			6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
			7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
			8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
			9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles in the main diagonal, from the top-left to the bottom-right, are filled black. There are 10 black circles in total. All other circles are white with black outlines.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (B) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (D) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (F) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.

2. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

3. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (B) $a = 1$ e $b = 0$
- (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (E) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.

4. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

6. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

7. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 5
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 4
- Row 4, Column 5
- Row 4, Column 9
- Row 5, Column 1

All other circles are white.

1	2 V-F	3	4	5	6
0 ☐ ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
1 ☐ ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
2 ☐ ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
3 ☐ ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
4 ☐ ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
5 ☐ ☐	F ☐ ☐	5 ☐ ☐		5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
6 ☐ ☐		6 ☐ ☐		6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
7 ☐ ☐		7 ☐ ☐		7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
8 ☐ ☐		8 ☐ ☐		8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
9 ☐ ☐		9 ☐ ☐		9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

7

A ☐

B ☐

C ☐

D ☐

E ☐

1. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (C) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (E) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (F) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
3. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
4. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (C) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (E) $a = 1$ e $b = 0$
5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram-Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
7. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1 V-F	2	3	4	5	6
A ☐ ☐	A ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
B ☐ ☐	B ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
C ☐ ☐	C ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
D ☐ ☐	D ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
E ☐ ☐	E ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
F ☐ ☐		5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
		6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
		7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
		8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
		9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 2
- Row 2, Column 5
- Row 2, Column 7
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 4
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 3

All other circles are white.

7

A ☐

B ☐

C ☐

D ☐

E ☐

1. Responda V ou F:

(3.000, -3.000)

- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (B) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (D) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (E) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
- (F) Uma matriz simétrica é diagonalizável.

2. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (C) $a = 1$ e $b = 0$
- (D) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.

3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

4. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

6. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

7. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 4
- Row 2, Column 9
- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 4
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 9

All other circles are white.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (B) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (C) $a = 1$ e $b = 0$
 (D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.

2. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

4. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(D) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(E) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

5. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
 (B) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (D) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (F) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.

7. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

1. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
2. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
3. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
4. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
5. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (D) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (E) $a = 1$ e $b = 0$
6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (B) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (C) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (F) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 7
- Row 4, Column 4
- Row 4, Column 5
- Row 4, Column 7
- Row 4, Column 9
- Row 5, Column 1
- Row 5, Column 3

All other circles are white.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (C) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (D) $a = 1$ e $b = 0$
 (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
2. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovetor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
4. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (C) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (D) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (F) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
6. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram-Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

1. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (B) $a = 1$ e $b = 0$
 (C) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (D) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (B) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (C) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
 (D) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (F) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|\text{proj}_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
4. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
6. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0	
1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1	
2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2	
3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3	
4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4	
5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5	
6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6	
7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7	
8		8		8																							

1	2	3 V-F	4	5	6
0 ☐ ☐	A ☐	A ☐ ☐	A ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
1 ☐ ☐	B ☐	B ☐ ☐	B ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
2 ☐ ☐	C ☐	C ☐ ☐	C ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
3 ☐ ☐	D ☐	D ☐ ☐	D ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
4 ☐ ☐	E ☐	E ☐ ☐	E ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
5 ☐ ☐		F ☐ ☐		5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
6 ☐ ☐				6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
7 ☐ ☐				7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
8 ☐ ☐				8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
9 ☐ ☐				9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles representing a binary matrix. The third row from the top has black circles at columns 1, 3, 4, 5, 6, 8, and 9. The fourth row from the top has black circles at columns 3, 4, and 5.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi} u\|$, onde

$u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

2. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$,

$\left[\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

(A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
- (B) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (C) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (E) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.

(F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.

4. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (D) $a = 1$ e $b = 0$
- (E) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.

5. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram-Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

7. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1 V-F	2	3	4	5	6
A ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
B ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
C ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
D ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
E ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
F ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐		5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐		6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐		7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐		8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐		9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 2
- Row 3, Column 4
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 9
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 3

All other circles are white.

7

A ☐

B ☐

C ☐

D ☐

E ☐

1. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (B) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (C) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
- (D) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (F) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.

2. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}. \text{ Seja } k = \|proj_{\pi}^u\|, \text{ onde}$$

$u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

3. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}. \text{ Seja } d \text{ o equivalente a 10 vezes a}$$

soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

4. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$, $\left[\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

(A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(D) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

6. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

7. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

(A) $a = 1$ e $b = 0$

(B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.

(C) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.

(D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.

(E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 1
- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 7
- Row 3, Column 8
- Row 3, Column 9
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 4

All other circles are white.

7 V-F

A ☐ ☐

B ☐ ☐

C ☐ ☐

D ☐ ☐

E ☐ ☐

F ☐ ☐

1. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
2. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
3. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
4. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (B) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (C) $a = 1$ e $b = 0$
 (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (E) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
5. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
6. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
7. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (C) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (E) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
 (F) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1 V-F	2	3	4	5	6
A ☐ ☐	A ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
B ☐ ☐	B ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
C ☐ ☐	C ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
D ☐ ☐	D ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
E ☐ ☐	E ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
F ☐ ☐		5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
		6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
		7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
		8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
		9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 3, Column 2
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 4
- Row 4, Column 5
- Row 4, Column 9
- Row 5, Column 3
- Row 5, Column 9

The remaining 73 circles are white with black outlines.

7
A ☐
B ☐
C ☐
D ☐
E ☐

1. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (B) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (C) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (D) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (E) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
- (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

2. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde

$u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

4. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

6. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

7. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (B) $a = 1$ e $b = 0$
- (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (D) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles are either white or black. The black circles are located at the following positions (row, column): (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (7, 7), (8, 8), (9, 9), and (10, 10). All other circles are white.

7
0 ○ ○
1 ○ ○
2 ○ ○
3 ○ ○
4 ○ ○
5 ○ ○
6 ○ ○
7 ○ ○
8 ○ ○
9 ○ ○

1. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

(A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

2. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

(A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$

(B) $a = 1$ e $b = 0$

(C) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.

(D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.

(E) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.

3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

(A) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.

(B) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação

(C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.

(D) Uma matriz simétrica é diagonalizável.

(E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

(F) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.

4. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

6. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4	5	6 V-F
0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐	A ☐	A ☐ ☐
1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐	B ☐	B ☐ ☐
2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐	C ☐	C ☐ ☐
3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐	D ☐	D ☐ ☐
4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐	E ☐	E ☐ ☐
5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐			F ☐ ☐
6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐			
7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐			
8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐			
9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐			

CONTROLE MIXNFIX

[illegible]

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

2. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

4. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (C) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (D) $a = 1$ e $b = 0$
 (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.

5. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$, $\left[\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (B) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (C) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
 (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (E) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

7. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3 V-F	4	5	6
A ☐	A ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
B ☐	B ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
C ☐	C ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
D ☐	D ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
E ☐	E ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
		F ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
			6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
			7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
			8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
			9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are filled black:

- Row 2, Column 1
- Row 3, Column 5
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 8
- Row 3, Column 9
- Row 4, Column 4
- Row 4, Column 7
- Row 5, Column 3

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (B) $a = 1$ e $b = 0$
 (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (E) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
2. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (B) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
 (C) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (D) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (F) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
4. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
6. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

Nome: _____ Identificação: _____

0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0	
1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1	
2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2	
3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3	
4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4	
5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5	
6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6	
7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7	
8		8		8																							

[illegible]

1 V-F	2	3	4	5	6
A ○ ○	A ○	0 ○ ○	A ○	0 ○ ○	0 ○ ○
B ○ ○	B ○	1 ○ ○	B ○	1 ○ ○	1 ○ ○
C ○ ○	C ○	2 ○ ○	C ○	2 ○ ○	2 ○ ○
D ○ ○	D ○	3 ○ ○	D ○	3 ○ ○	3 ○ ○
E ○ ○	E ○	4 ○ ○	E ○	4 ○ ○	4 ○ ○
F ○ ○		5 ○ ○		5 ○ ○	5 ○ ○
		6 ○ ○		6 ○ ○	6 ○ ○
		7 ○ ○		7 ○ ○	7 ○ ○
		8 ○ ○		8 ○ ○	8 ○ ○
		9 ○ ○		9 ○ ○	9 ○ ○

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (B) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (C) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (D) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

2. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (B) $a = 1$ e $b = 0$
- (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (E) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.

3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

4. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

6. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

7. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0		0	
1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1	
2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2		2	
3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3		3	
4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4		4	
5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5		5	
6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6		6	
7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7		7	
8		8		8		8		8		8		8		8		8		8		8					

1	2	3 V-F	4	5	6
0 ☐ ☐	A ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐
1 ☐ ☐	B ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐
2 ☐ ☐	C ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐
3 ☐ ☐	D ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐
4 ☐ ☐	E ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐
5 ☐ ☐		F ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	
6 ☐ ☐			6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	
7 ☐ ☐			7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	
8 ☐ ☐			8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	
9 ☐ ☐			9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 4
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 8
- Row 4, Column 3
- Row 4, Column 4
- Row 5, Column 1
- Row 5, Column 3

All other circles are white.

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
2. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 1$ e $b = 0$
 (B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (D) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
3. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (C) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (D) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (E) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
 (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
4. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
5. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
6. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1 V-F	2	3	4	5	6
A ☐ ☐	A ☐	A ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
B ☐ ☐	B ☐	B ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
C ☐ ☐	C ☐	C ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
D ☐ ☐	D ☐	D ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
E ☐ ☐	E ☐	E ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
F ☐ ☐			5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
			6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
			7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
			8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
			9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The top-left 3x3 subgrid is filled with black circles, while the remaining 77 circles are white with black outlines.

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Responda V ou F:

(3.000, -3.000)

- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (B) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (C) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (E) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
- (F) Uma matriz simétrica é diagonalizável.

2. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (C) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (E) $a = 1$ e $b = 0$

3. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(E) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

4. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

6. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

1. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
2. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
3. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
4. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
6. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (C) $a = 1$ e $b = 0$
- (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (E) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
7. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (B) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (C) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (D) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (E) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2 V-F	3	4	5	6
A ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐
B ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐
C ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐
D ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐
E ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐
	F ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	
		6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	
		7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	
		8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	
		9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	

CONTROLE MIXNFIX

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (B) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
 (D) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (E) $a = 1$ e $b = 0$
2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (B) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (C) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
 (D) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (F) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
3. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
4. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gram-Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
6. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

Nome: _____ Identificação: _____

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black (filled):

- Row 2, Column 1
- Row 2, Column 3
- Row 2, Column 4
- Row 2, Column 7
- Row 2, Column 10
- Row 3, Column 4
- Row 4, Column 1

All other circles are white (empty).

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Responda V ou F:

(3.000, -3.000)

- (A) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (B) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (E) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (F) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação

2. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$.

(1.000, -1.000)

3. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter:

(1.000, -1.000)

- (A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (B) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (E) $a = 1$ e $b = 0$

4. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é:

(1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$.

(1.500, -1.500)

6. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$.

(1.000, -1.000)

7. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário.

(1.500, -1.500)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4 V-F	5	6
0 ☐ ☐	A ☐	A ☐	A ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐
1 ☐ ☐	B ☐	B ☐	B ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐
2 ☐ ☐	C ☐	C ☐	C ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐
3 ☐ ☐	D ☐	D ☐	D ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐
4 ☐ ☐	E ☐	E ☐	E ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐
5 ☐ ☐			F ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐
6 ☐ ☐				6 ☐ ☐	6 ☐ ☐
7 ☐ ☐				7 ☐ ☐	7 ☐ ☐
8 ☐ ☐				8 ☐ ☐	8 ☐ ☐
9 ☐ ☐				9 ☐ ☐	9 ☐ ☐

CONTROLE MIXNFIX

7
0 ○ ○
1 ○ ○
2 ○ ○
3 ○ ○
4 ○ ○
5 ○ ○
6 ○ ○
7 ○ ○
8 ○ ○
9 ○ ○

1. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$.

(1.500, -1.500)

2. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$, $\left[\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

(A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(C) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(D) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(E) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

3. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

(A) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.

(B) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.

(C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$

(D) $a = 1$ e $b = 0$

(E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.

4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (B) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (C) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (D) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (E) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação.
- (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_{\pi}^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

6. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

7. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4	5	6
0	0	0	A	0	A
1	1	1	B	1	B
2	2	2	C	2	C
3	3	3	D	3	D
4	4	4	E	4	E
5	5	5		5	
6	6	6		6	
7	7	7		7	
8	8	8		8	
9	9	9		9	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The following circles are black:

- Row 3, Column 3
- Row 3, Column 6
- Row 3, Column 9
- Row 3, Column 10
- Row 4, Column 1
- Row 4, Column 4
- Row 4, Column 9

All other circles are white.

7 V-F

A ☐ ☐

B ☐ ☐

C ☐ ☐

D ☐ ☐

E ☐ ☐

F ☐ ☐

1. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
2. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
3. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
4. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
5. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
6. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (B) $a = 1$ e $b = 0$
- (C) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
- (D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
7. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (B) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (C) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (D) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (E) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
- (F) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4	5	6 V-F
A ☐	A ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐ ☐
B ☐	B ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐ ☐
C ☐	C ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐ ☐
D ☐	D ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐ ☐
E ☐	E ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐ ☐
		5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐	F ☐ ☐
		6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐	
		7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐	
		8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐	
		9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐	

CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. The circles are either filled black or empty white. The filled circles are located at the following positions (row, column): (2, 1), (2, 2), (3, 6), (3, 7), (4, 4), (4, 5), (9, 9), and (9, 10). All other circles are empty white.

7
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

1. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$.

Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

(A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(B) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(D) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(E) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

2. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

(A) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.

(B) $a = 1$ e $b = 0$

(C) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.

(D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.

(E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$

3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}. \text{ Seja } k = \|proj_{\pi}^u\|, \text{ onde}$$

$u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

4. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$.

Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

(A) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.

(B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.

(C) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.

(D) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação

(E) Uma matriz simétrica é diagonalizável.

(F) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.

7. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4	5	6
0 ○ ○	0 ○ ○	A ○	0 ○ ○	A ○	0 ○ ○
1 ○ ○	1 ○ ○	B ○	1 ○ ○	B ○	1 ○ ○
2 ○ ○	2 ○ ○	C ○	2 ○ ○	C ○	2 ○ ○
3 ○ ○	3 ○ ○	D ○	3 ○ ○	D ○	3 ○ ○
4 ○ ○	4 ○ ○	E ○	4 ○ ○	E ○	4 ○ ○
5 ○ ○	5 ○ ○		5 ○ ○		5 ○ ○
6 ○ ○	6 ○ ○		6 ○ ○		6 ○ ○
7 ○ ○	7 ○ ○		7 ○ ○		7 ○ ○
8 ○ ○	8 ○ ○		8 ○ ○		8 ○ ○
9 ○ ○	9 ○ ○		9 ○ ○		9 ○ ○

CONTROLE MIXNFIX

7 V-F

A ☐ ☐

B ☐ ☐

C ☐ ☐

D ☐ ☐

E ☐ ☐

F ☐ ☐

1. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)
2. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)
3. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)
- (A) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (B) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (C) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
- (D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$
- (E) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$
4. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)
5. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)
- (A) $a = 1$ e $b = 0$
- (B) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
- (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$
- (D) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
- (E) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
6. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)
7. Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
- (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
- (C) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
- (D) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
- (E) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação
- (F) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2008.2
Quarto Exercício Escolar - 28/11/2008

Nome: _____ Identificação: _____

IDENTIFICAÇÃO ALUNO

[illegible]

1	2	3	4	5	6 V-F
A ☐	0 ☐ ☐	0 ☐ ☐	A ☐	0 ☐ ☐	A ☐ ☐
B ☐	1 ☐ ☐	1 ☐ ☐	B ☐	1 ☐ ☐	B ☐ ☐
C ☐	2 ☐ ☐	2 ☐ ☐	C ☐	2 ☐ ☐	C ☐ ☐
D ☐	3 ☐ ☐	3 ☐ ☐	D ☐	3 ☐ ☐	D ☐ ☐
E ☐	4 ☐ ☐	4 ☐ ☐	E ☐	4 ☐ ☐	E ☐ ☐
	5 ☐ ☐	5 ☐ ☐		5 ☐ ☐	F ☐ ☐
	6 ☐ ☐	6 ☐ ☐		6 ☐ ☐	
	7 ☐ ☐	7 ☐ ☐		7 ☐ ☐	
	8 ☐ ☐	8 ☐ ☐		8 ☐ ☐	
	9 ☐ ☐	9 ☐ ☐		9 ☐ ☐	

CONTROLE MIXNFIX

[illegible]

7	
0	☐ ☐
1	☐ ☐
2	☐ ☐
3	☐ ☐
4	☐ ☐
5	☐ ☐
6	☐ ☐
7	☐ ☐
8	☐ ☐
9	☐ ☐

1. Considere $\mathbb{R}^2$ com o p.i. dado por $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - x_2y_1 + y_1y_2$. Seja $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ operador linear tal que $T(x, y) = (x + ay, bx - y)$, para $a, b \in \mathbb{R}$. Para que T seja um operador ortogonal, devemos ter: (1.000, -1.000)

- (A) $a = -1$ e $b = 0$ ou $b = 2$ com $a = 0$ ou $a = -1$.
 (B) $a = 1$ e $b = 0$
 (C) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = -1$ com $b = 0$ ou $b = -1$.
 (D) $a = 2$ e $b = 0$ ou $a = -1$ e $b = 2$.
 (E) $a = 0$ e $b = 2$ ou $a = b = -1$

2. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual e a matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja $k = \|proj_\pi^u\|$, onde $u = (5, 5, 5, 5)$ e π é o auto-espaço associado ao autovalor 2. Marque $k + 5$, se B for diagonalizável, e $k - 5$, caso contrário. (1.500, -1.500)

3. Considere o $\mathbb{R}^4$ com o p.i. usual. Seja $\alpha = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 2, 1, 0), (2, 1, 1, -1)\}$ uma base; os três primeiros vetores da base ortogonal α' obtida a partir de α por Gramm Schmidt são (nesta ordem): $(1, 1, 0, 0)$, $\frac{1}{2}(-1, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 1, 0)$. Se v_4' é o quarto vetor de α' , então marque $\|v_4'\|^2$. (1.500, -1.500)

4. Seja $M_{n \times m}$ com o p.i.: $\langle A, B \rangle = \text{traço}(AB^t)$. Então o complemento ortogonal de $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right]$ é: (1.000, -1.000)

- (A) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right]$
 (B) $\left[\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right]$
 (C) $\left[\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

(D) $\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$

(E) $\left[\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

5. Considere P_1 com o p.i. $\langle f(t), g(t) \rangle = \int_0^a f(t)g(t)dt$ para algum a positivo. Determine a de tal forma que o polinômio $t - 2$ seja ortogonal a $t - 6$. (1.000, -1.000)

6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Dois autovetores associados a autovalores distintos de um operador auto-adjunto são ortogonais.
 (B) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador ortogonal T com relação a uma base ortonormal, então uma matriz de T em qualquer base ortonormal é ortogonal.
 (C) Um operador auto-adjunto preserva ângulo entre dois vetores, enquanto que o operador ortogonal preserva norma.
 (D) Uma matriz simétrica é diagonalizável.
 (E) Seja V espaço vetorial com p.i. arbitrário. Se A é a matriz de um operador T de V a qual é ortogonal, então existe uma base ortonormal de V tal que o operador T é ortogonal.
 (F) As coordenadas de um vetor com relação a uma base ortogonal são chamados de coeficientes de Fourier; se o p.i. for trocado, então essas coordenadas podem deixar de ter esta denominação

7. Considere o $\mathbb{R}^3$ com o p.i. usual, e $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Seja d o equivalente a 10 vezes a soma dos autovalores de A . Se for possível encontrar uma base ortogonal de autovetores de A , marque $d + 5$, caso contrário, marque $d - 5$. (1.000, -1.000)