

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	A	0	0	0	0
B	B	1	1	1	1
C	C	2	2	2	2
D	D	3	3	3	3
E	E	4	4	4	4
F	F	5	5	5	5
G	6	6	6	6	6
	7	7	7	7	7
	8	8	8	8	8
	9	9	9	9	9

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	G
7	H
8	
9	

- 1.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r :$
- $$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$$
- e  $s :$
- $$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$$
- Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes não ortogonais.
- (B) Reversas ortogonais.
- (C) Reversas não ortogonais.
- (D) Concorrentes ortogonais.
- (E) Paralelas.
- (F) Coincidentes.

- 2.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:
- $$\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$$
- com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (E) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.

- 3.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 4.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r :$
- $$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$$
- e  $s :$
- $$\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$$
- , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 5.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 6.** Dadas as duas retas do espaço:  $r :$
- $$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$$
- $s :$
- $$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$$
- , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 7.** Considere a reta  $s :$
- $$\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$
- . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 8.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_{u \times v}^w\|$ .
- (B) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (C) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (D) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (E) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (F) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (G) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (H) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	○	○	A	○	○
1	○	○	B	○	○
2	○	○	C	○	○
3	○	○	D	○	○
4	○	○	E	○	○
5	○	○	F	○	○
6	○	○	G	○	○
7	○	○	H	○	○
8	○	○		○	○
9	○	○		○	○

7	8	
0	○	○
1	○	○
2	○	○
3	○	○
4	○	○
5	○	○
6	○	○
7	○	○
8	○	○
9	○	○

- 1.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 2.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.

- 3.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (B) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (C) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (D) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (E) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (F) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (G) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.

- (H)** Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

- 4.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 5.** Considere a reta  $s$ :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 6.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  :  $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Coincidentes.
- (B) Reversas não ortogonais.
- (C) Concorrentes não ortogonais.
- (D) Concorrentes ortogonais.
- (E) Paralelas.
- (F) Reversas ortogonais.

- 7.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 8.** Dadas as duas retas do espaço:  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	●	○	○	○	○	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	●	○	○	●	○	○	○	●	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
F	5	5	5	5	F
G	6	6	6	6	G
	7	7	7	7	H
	8	8	8	8	
	9	9	9	9	

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.

- 2.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 3.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissecriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 5.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 6.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (B) O valor absoluto do produto misto entre  $u, v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (C) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (D) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u, v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (E) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (F) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (G) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (H) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.

- 7.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes não ortogonais.
- (B) Reversas não ortogonais.
- (C) Paralelas.
- (D) Concorrentes ortogonais.
- (E) Reversas ortogonais.
- (F) Coincidentes.

- 8.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	○	●	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
●	○	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●
●	○	●	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	●	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1 V-F	2	3	4	5	6														
A	○	○	A	○	0	○	○	0	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
B	○	○	B	○	1	○	○	1	○	○	1	○	○	1	○	○	1	○	○
C	○	○	C	○	2	○	○	2	○	○	2	○	○	2	○	○	2	○	○
D	○	○	D	○	3	○	○	3	○	○	3	○	○	3	○	○	3	○	○
E	○	○	E	○	4	○	○	4	○	○	4	○	○	4	○	○	4	○	○
F	○	○	F	○	5	○	○	5	○	○	5	○	○	5	○	○	5	○	○
G	○	○	G	○	6	○	○	6	○	○	6	○	○	6	○	○	6	○	○
H	○	○			7	○	○		7	○	○	7	○	○	7	○	○	7	○
					8	○	○		8	○	○	8	○	○	8	○	○	8	○
					9	○	○		9	○	○	9	○	○	9	○	○	9	○

7	8				
0	○	○	0	○	○
1	○	○	1	○	○
2	○	○	2	○	○
3	○	○	3	○	○
4	○	○	4	○	○
5	○	○	5	○	○
6	○	○	6	○	○
7	○	○	7	○	○
8	○	○	8	○	○
9	○	○	9	○	○

**1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (B) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_{u \times v}^w\|$ .
- (C) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (D) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (E) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (F) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (G) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (H) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.

**2.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$   
 $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)**3.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas não ortogonais.
- (B) Reversas ortogonais.
- (C) Coincidentes.
- (D) Paralelas.
- (E) Concorrentes ortogonais.
- (F) Concorrentes não ortogonais.

**4.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.

**5.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)**6.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)**7.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)**8.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	A	0	0	0
1	1	B	1	1	1
2	2	C	2	2	2
3	3	D	3	3	3
4	4	E	4	4	4
5	5	F	5	5	5
6	6	G	6	6	6
7	7		7	7	7
8	8		8	8	8
9	9		9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8 V-F
A	A
B	B
C	C
D	D
E	E
F	F
G	G
H	H

- 1.** Considere a reta  $s$  :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . **(0.750, -0.750)**

- 2.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . **(0.750, -0.750)**

- 3.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: **(1.250, -1.250)**

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.

- 4.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissecriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: **(1.000, -1.000)**

- 5.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . **(1.000, -1.000)**

- 6.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . **(1.000, -1.000)**

- 7.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: **(1.250, -1.250)**

- (A) Concorrentes ortogonais.
- (B) Coincidentes.
- (C) Concorrentes não ortogonais.
- (D) Reversas não ortogonais.
- (E) Paralelas.
- (F) Reversas ortogonais.

- 8.** Responda V ou F: **(3.000, -3.000)**

- (A) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (B) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (C) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (D) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (E) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (F) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_u^w\|$ .
- (G) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (H) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
A	A	0	0	A	0
B	B	1	1	B	1
C	C	2	2	C	2
D	D	3	3	D	3
E	E	4	4	E	4
F	F	5	5	F	5
G		6	6	G	6
		7	7	H	7
		8	8		8
		9	9		9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.

- 2.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  :  $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas não ortogonais.
- (B) Reversas ortogonais.
- (C) Paralelas.
- (D) Coincidentes.
- (E) Concorrentes ortogonais.
- (F) Concorrentes não ortogonais.

- 3.** Dadas as duas retas do espaço:  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 5.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (B) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (C) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (D) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (E) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (F) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (G) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (H) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.

- 6.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 7.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 8.** Considere a reta  $s$  :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	0	A	A	0
1	1	1	B	B	1
2	2	2	C	C	2
3	3	3	D	D	3
4	4	4	E	E	4
5	5	5	F	F	5
6	6	6	G	G	6
7	7	7	H	H	7
8	8	8			8
9	9	9			9

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 2.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 3.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissecriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 4.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (D) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.

- 5.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .

- (B) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (C) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (D) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (E) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (F) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (G) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (H) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .

- 6.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 7.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 8.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas não ortogonais.
- (B) Paralelas.
- (C) Coincidentes.
- (D) Concorrentes ortogonais.
- (E) Concorrentes não ortogonais.
- (F) Reversas ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	A	0	0	0	0
B	B	1	1	1	1
C	C	2	2	2	2
D	D	3	3	3	3
E	E	4	4	4	4
F	F	5	5	5	5
G		6	6	6	6
		7	7	7	7
		8	8	8	8
		9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○
○	○	○	○	●	○	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	G
7	H
8	
9	

- 1.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.

- 2.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas não ortogonais.
- (B) Paralelas.
- (C) Concorrentes ortogonais.
- (D) Reversas ortogonais.
- (E) Coincidentes.
- (F) Concorrentes não ortogonais.

- 3.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 4.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 5.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 6.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 7.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 8.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (B) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (C) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (D) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (E) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_{u \times v}^w\|$ .
- (F) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (G) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (H) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	0	A	0	A
1	1	1	B	1	B
2	2	2	C	2	C
3	3	3	D	3	D
4	4	4	E	4	E
5	5	5	F	5	F
6	6	6		6	G
7	7	7		7	
8	8	8		8	
9	9	9		9	

***CONTROLE MIXNFX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
G	6
H	7
	8
	9

**1.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . **(1.000, -1.000)**

**2.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . **(0.750, -0.750)**

**3.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissecriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: **(1.000, -1.000)**

**4.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: **(1.250, -1.250)**

- (A) Concorrentes ortogonais.
- (B) Reversas ortogonais.
- (C) Coincidentes.
- (D) Paralelas.
- (E) Reversas não ortogonais.
- (F) Concorrentes não ortogonais.

**5.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . **(1.000, -1.000)**

**6.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: **(1.250, -1.250)**

(A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.

(B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.

(C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.

(D) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.

(E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.

(F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.

(G) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.

**7.** Responda V ou F: **(3.000, -3.000)**

(A) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .

(B) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.

(C) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

(D) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_{u \times v}^w\|$ .

(E) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .

(F) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.

(G) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

(H) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .

**8.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . **(0.750, -0.750)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	0	A	A	0
1	1	1	B	B	1
2	2	2	C	C	2
3	3	3	D	D	3
4	4	4	E	E	4
5	5	5	F	F	5
6	6	6	G	G	6
7	7	7			7
8	8	8			8
9	9	9			9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	●	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	G
7	H
8	
9	

- 1.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 2.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissecriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 3.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes ortogonais.
- (B) Paralelas.
- (C) Coincidentes.
- (D) Concorrentes não ortogonais.
- (E) Reversas ortogonais.
- (F) Reversas não ortogonais.

- 5.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.

- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.

- 6.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 7.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 8.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (B) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (C) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (D) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (E) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (F) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (G) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (H) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_{u \times v}^w\|$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Identificação:** \_\_\_\_\_

## *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

## CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of 100 circles arranged in 10 rows and 10 columns. The circles are white with black outlines. In the 3rd row, there are two solid black circles at the 2nd and 4th positions. In the 4th row, there are four solid black circles at the 2nd, 4th, 6th, and 8th positions. All other circles are empty.

1	2	3	4	5 V-F	6
0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	A ○	A ○ ○	0 ○ ○
1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	B ○	B ○ ○	1 ○ ○
2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	C ○	C ○ ○	2 ○ ○
3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	D ○	D ○ ○	3 ○ ○
4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	E ○	E ○ ○	4 ○ ○
5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○	F ○	F ○ ○	5 ○ ○
6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○		G ○ ○	6 ○ ○
7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○		H ○ ○	7 ○ ○
8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○			8 ○ ○
9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○			9 ○ ○

	<b>7</b>	<b>8</b>
A	○	○ ○ ○
B	○	1 ○ ○
C	○	2 ○ ○
D	○	3 ○ ○
E	○	4 ○ ○
F	○	5 ○ ○
G	○	6 ○ ○
	7	○ ○ ○
	8	○ ○ ○
	9	○ ○ ○

- 1.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: **(1.000, -1.000)**

- 2.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . **(1.000, -1.000)**

- 3.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . **(0.750, -0.750)**

- 4.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: **(1.250, -1.250)**

- (A) Coincidentes.
- (B) Concorrentes ortogonais.
- (C) Reversas não ortogonais.
- (D) Reversas ortogonais.
- (E) Paralelas.
- (F) Concorrentes não ortogonais.

- 5.** Responda V ou F: **(3.000, -3.000)**

- (A) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (B) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (C) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

(D) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

(E) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .

(F) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.

(G) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .

(H) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .

- 6.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . **(0.750, -0.750)**

- 7.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: **(1.250, -1.250)**

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (D) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.

- 8.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . **(1.000, -1.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	A	0	0	A	0
B	B	1	1	B	1
C	C	2	2	C	2
D	D	3	3	D	3
E	E	4	4	E	4
F	F	5	5	F	5
G		6	6	G	6
H		7	7		7
		8	8		8
		9	9		9

***CONTROLE MIXNFIX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	○	○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	○	○	○	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

**1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (B) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (C) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (D) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (E) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (F) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (G) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (H) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_{u \times v}^w\|$ .

**2.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  :

$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases} \text{ e } s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$$

Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes ortogonais.
- (B) Reversas não ortogonais.
- (C) Paralelas.
- (D) Reversas ortogonais.
- (E) Coincidentes.
- (F) Concorrentes não ortogonais.

**3.** Considere a reta  $s$  :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a

distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

**4.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e

$s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

**5.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o

plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.

**6.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e

$s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

**7.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

**8.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	●	○	●	○	●	●	○	●	●	●	○	●	●	●	○
●	○	●	○	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	○	○	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
0	○	○	A	○	A
1	○	○	B	○	B
2	○	○	C	○	C
3	○	○	D	○	D
4	○	○	E	○	E
5	○	○	F	○	F
6	○	○	G	○	6
7	○	○		○	7
8	○	○		○	8
9	○	○		○	9

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

- 1.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 2.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  :  $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes não ortogonais.
- (B) Concorrentes ortogonais.
- (C) Coincidentes.
- (D) Paralelas.
- (E) Reversas não ortogonais.
- (F) Reversas ortogonais.

- 3.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.

- 4.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissecriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 5.** Considere a reta  $s$  :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 6.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (B) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (C) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (D) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (E) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (F) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (G) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (H) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

- 7.** Dadas as duas retas do espaço:  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 8.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	A	A	0	0
1	1	B	B	1	1
2	2	C	C	2	2
3	3	D	D	3	3
4	4	E	E	4	4
5	5	F	F	5	5
6	6	G	G	6	6
7	7	H	H	7	7
8	8			8	8
9	9			9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	●	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 2.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 3.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.

- 4.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (B) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (C) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

- (D) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (E) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (F) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1 u + k_2 v$ , então as três retas são coplanares.
- (G) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (H) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .

- 5.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 6.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 7.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas ortogonais.
- (B) Concorrentes ortogonais.
- (C) Paralelas.
- (D) Coincidentes.
- (E) Concorrentes não ortogonais.
- (F) Reversas não ortogonais.

- 8.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	●	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	0	A	0	A
1	1	1	B	1	B
2	2	2	C	2	C
3	3	3	D	3	D
4	4	4	E	4	E
5	5	5	F	5	F
6	6	6	G	6	G
7	7	7	H	7	
8	8	8		8	
9	9	9		9	

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissecriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 2.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 3.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (B) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (C) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (D) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (E) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (F) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (G) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (H) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.

- 5.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 6.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.

- 7.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes não ortogonais.
- (B) Concorrentes ortogonais.
- (C) Reversas ortogonais.
- (D) Paralelas.
- (E) Coincidentes.
- (F) Reversas não ortogonais.

- 8.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	A	0	A	0	0
B	B	1	B	1	1
C	C	2	C	2	2
D	D	3	D	3	3
E	E	4	E	4	4
F	F	5	F	5	5
G	G	6		6	6
H		7		7	7
		8		8	8
		9		9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	●	●	●	●	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

**1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (B) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (C) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (D) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (E) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (F) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (G) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (H) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .

**2.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (E) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.

**3.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

**4.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  :  $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes ortogonais.
- (B) Reversas ortogonais.
- (C) Coincidentes.
- (D) Paralelas.
- (E) Reversas não ortogonais.
- (F) Concorrentes não ortogonais.

**5.** Dadas as duas retas do espaço:  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

**6.** Considere a reta  $s$  :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

**7.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

**8.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
F	5	5	5	5	F
	6	6	6	6	G
	7	7	7	7	H
	8	8	8	8	
	9	9	9	9	

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	●	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	G
7	
8	
9	

- 1.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r :$
- $$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$$
- e  $s :$
- $$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$$
- Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas não ortogonais.  
 (B) Coincidentes.  
 (C) Reversas ortogonais.  
 (D) Concorrentes não ortogonais.  
 (E) Concorrentes ortogonais.  
 (F) Paralelas.

- 2.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 3.** Dadas as duas retas do espaço:  $r :$
- $$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$$
- $s :$
- $$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$$
- , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r :$
- $$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$$
- e  $s :$
- $$\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$$
- , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 5.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 6.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

- (B) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .  
 (C) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.  
 (D) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .  
 (E) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .  
 (F) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.  
 (G) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.  
 (H) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .

- 7.** Considere a reta  $s :$
- $$\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$
- . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 8.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.  
 (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.  
 (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.  
 (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.  
 (E) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.  
 (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.  
 (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
0		A	0	0	0
1		B	1	1	1
2		C	2	2	2
3		D	3	3	3
4		E	4	4	4
5		F	5	5	5
6		G	6	6	6
7			7	7	H
8			8	8	
9			9	9	

**CONTROLE MIXNFX**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissecriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: **(1.000, -1.000)**

- 2.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: **(1.250, -1.250)**

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (F) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.

- 3.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . **(1.000, -1.000)**

- 4.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . **(1.000, -1.000)**

- 5.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . **(0.750, -0.750)**

- 6.** Responda V ou F: **(3.000, -3.000)**

- (A) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (B) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (C) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (D) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (E) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (F) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (G) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (H) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .

- 7.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . **(0.750, -0.750)**

- 8.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: **(1.250, -1.250)**

- (A) Reversas ortogonais.
- (B) Concorrentes não ortogonais.
- (C) Concorrentes ortogonais.
- (D) Coincidentes.
- (E) Paralelas.
- (F) Reversas não ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	0
B	1	1	1	1	1
C	2	2	2	2	2
D	3	3	3	3	3
E	4	4	4	4	4
F	5	5	5	5	5
	6	6	6	6	6
	7	7	7	7	7
	8	8	8	8	8
	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	●	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○
●	○	●	○	●	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8 V-F
A	○
B	○
C	○
D	○
E	○
F	○
G	○
H	○

- 1.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r :$
- $$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$$
- e  $s :$
- $$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$$
- Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas ortogonais.
- (B) Reversas não ortogonais.
- (C) Concorrentes ortogonais.
- (D) Paralelas.
- (E) Concorrentes não ortogonais.
- (F) Coincidentes.

- 2.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 3.** Considere a reta  $s :$
- $$\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$
- Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 4.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 5.** Dadas as duas retas do espaço:  $r :$
- $$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$$
- e  $s :$
- $$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$$
- encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 6.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r :$
- $$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$$
- e  $s :$
- $$\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$$
- onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 7.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:
- $$\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$$
- Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.

- 8.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (B) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (C) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (D) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (E) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (F) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (G) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (H) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_{u \times v}^w\|$ .

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	0	0	A	0
1	B	1	1	B	1
2	C	2	2	C	2
3	D	3	3	D	3
4	E	4	4	E	4
5	F	5	5	F	5
6	G	6	6	G	6
7	H	7	7		7
8		8	8		8
9		9	9		9

### CONTROLE MIXNFIX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	●	●	●	●	0	0	0	0	0	0	●
0	0	●	0	0	0	0	0	0	0	●	0
0	0	●	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 2.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (B) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (C) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (D) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (E) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (F) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (G) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (H) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

- 3.** Considere a reta  $s$  : 
$$\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$
. Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 4.** Dadas as duas retas do espaço:  $r$  : 
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$$
 e  $s$  : 
$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$$
, encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 5.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por: 
$$\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$$
 com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.

- 6.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 7.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$  : 
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$$
 e  $s$  : 
$$\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$$
, onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 8.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  : 
$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$$
 e  $s$  : 
$$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$$
. Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes ortogonais.
- (B) Coincidentes.
- (C) Paralelas.
- (D) Concorrentes não ortogonais.
- (E) Reversas ortogonais.
- (F) Reversas não ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	0	A	A	0
1	1	1	B	B	1
2	2	2	C	C	2
3	3	3	D	D	3
4	4	4	E	E	4
5	5	5	F	F	5
6	6	6	G	G	6
7	7	7	H	H	7
8	8	8			8
9	9	9			9

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere a reta  $s$  :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 2.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 3.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 4.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.

- 5.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (B) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.

- (C) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (D) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_{u \times v}^w\|$ .
- (E) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (F) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (G) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (H) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

- 6.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 7.** Dadas as duas retas do espaço:  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 8.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  :  $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Coincidentes.
- (B) Reversas ortogonais.
- (C) Paralelas.
- (D) Concorrentes ortogonais.
- (E) Concorrentes não ortogonais.
- (F) Reversas não ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	0	A	0	0
1	1	1	B	1	1
2	2	2	C	2	2
3	3	3	D	3	3
4	4	4	E	4	4
5	5	5	F	5	5
6	6	6	G	6	6
7	7	7		7	7
8	8	8		8	8
9	9	9		9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8 V-F
A	○ A
B	○ B
C	○ C
D	○ D
E	○ E
F	○ F
G	○ G
H	○ H

- 1.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . **(1.000, -1.000)**

- 2.** Considere a reta  $s$ :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . **(0.750, -0.750)**

- 3.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . **(0.750, -0.750)**

- 4.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: **(1.250, -1.250)**

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (D) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.

- 5.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissecriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: **(1.000, -1.000)**

- 6.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . **(1.000, -1.000)**

- 7.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: **(1.250, -1.250)**

- (A) Reversas ortogonais.
- (B) Concorrentes ortogonais.
- (C) Reversas não ortogonais.
- (D) Paralelas.
- (E) Concorrentes não ortogonais.
- (F) Coincidentes.

- 8.** Responda V ou F: **(3.000, -3.000)**

- (A) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (B) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (C) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (D) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (E) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (F) O valor absoluto do produto misto entre  $u, v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (G) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (H) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1 u + k_2 v$ , então as três retas são coplanares.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	○	○	○	●	○	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	A	A	0	0	0
1	B	B	1	1	1
2	C	C	2	2	2
3	D	D	3	3	3
4	E	E	4	4	4
5	F	F	5	5	5
6	G	G	6	6	6
7	H		7	7	7
8			8	8	8
9			9	9	9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 2.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  :  $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas não ortogonais.
- (B) Concorrentes ortogonais.
- (C) Reversas ortogonais.
- (D) Coincidentes.
- (E) Concorrentes não ortogonais.
- (F) Paralelas.

- 3.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (B) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (C) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (D) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (E) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (F) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (G) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (H) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.

- 4.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.

- 5.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 6.** Considere a reta  $s$  :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 7.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 8.** Dadas as duas retas do espaço:  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F	6
0	A	0	0	A	A
1	B	1	1	B	B
2	C	2	2	C	C
3	D	3	3	D	D
4	E	4	4	E	E
5	F	5	5	F	F
6		6	6	G	G
7		7	7	H	
8		8	8		
9		9	9		

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 2.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  :  $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Coincidentes.
- (B) Reversas não ortogonais.
- (C) Paralelas.
- (D) Reversas ortogonais.
- (E) Concorrentes ortogonais.
- (F) Concorrentes não ortogonais.

- 3.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 5.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (B) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (C) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (D) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

- (E) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.

- (F) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .

- (G) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.

- (H) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .

- 6.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.

- 7.** Considere a reta  $s$  :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 8.** Dadas as duas retas do espaço:  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	0	A	A	A
1	1	1	B	B	B
2	2	2	C	C	C
3	3	3	D	D	D
4	4	4	E	E	E
5	5	5	F	F	F
6	6	6	G	G	
7	7	7	H		
8	8	8			
9	9	9			

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
●	○	○	○	○	○	●	○	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

1. Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

2. Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

3. Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

4. Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.

5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (B) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .

(C) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

- (D) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (E) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (F) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (G) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (H) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.

6. Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes ortogonais.
- (B) Reversas ortogonais.
- (C) Coincidentes.
- (D) Reversas não ortogonais.
- (E) Paralelas.
- (F) Concorrentes não ortogonais.

7. Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

8. Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	●	0	0	0	●	0	0	0	●	0	0	●	0	0	0	●	0	0	0
0	0	0	0	0	●	0	0	0	0	●	0	0	0	0	0	●	0	0	0
0	0	●	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

1 V-F	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
F	5	5	5	5	F
G	6	6	6	6	G
H	7	7	7	7	
	8	8	8	8	
	9	9	9	9	

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

**1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (B) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (C) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (D) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (E) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (F) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (G) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (H) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.

**2.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

**3.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

**4.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

**5.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

**6.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (F) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.

**7.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

**8.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes não ortogonais.
- (B) Concorrentes ortogonais.
- (C) Coincidentes.
- (D) Reversas ortogonais.
- (E) Paralelas.
- (F) Reversas não ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	0	0	0	A
1	B	1	1	1	B
2	C	2	2	2	C
3	D	3	3	3	D
4	E	4	4	4	E
5	F	5	5	5	F
6	G	6	6	6	G
7	H	7	7	7	
8		8	8	8	
9		9	9	9	

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere a reta  $s$  :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 2.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (B) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (C) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (D) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (E) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (F) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (G) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (H) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .

- 3.** Dadas as duas retas do espaço:  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 5.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 6.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (D) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.

- 7.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 8.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  :  $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas não ortogonais.
- (B) Concorrentes ortogonais.
- (C) Concorrentes não ortogonais.
- (D) Coincidentes.
- (E) Paralelas.
- (F) Reversas ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	○	○	○	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	A	0	A	0
1	B	B	1	B	1
2	C	C	2	C	2
3	D	D	3	D	3
4	E	E	4	E	4
5	F	F	5	F	5
6	G		6	G	6
7	H		7		7
8			8		8
9			9		9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  
 $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 2.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (B) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (C) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (D) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (E) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (F) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (G) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_{u \times v}^w\|$ .
- (H) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .

- 3.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Coincidentes.
- (B) Reversas não ortogonais.
- (C) Paralelas.
- (D) Concorrentes ortogonais.
- (E) Concorrentes não ortogonais.
- (F) Reversas ortogonais.

- 4.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 5.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (E) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.

- 6.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 7.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 8.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
0	○	A	○	0	○
1	○	B	1	○	1
2	○	C	2	○	2
3	○	D	3	○	3
4	○	E	4	○	4
5	○	F	5	○	5
6	○	G	6	○	6
7	○		7	○	7
8	○		8	○	8
9	○		9	○	9

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

1. Considere a reta  $s$  :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

2. Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.

3. Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

4. Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_{u \times v}^w\|$ .
- (B) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (C) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (D) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

- (E) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .

- (F) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

- (G) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.

- (H) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.

6. Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

7. Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Paralelas.
- (B) Reversas não ortogonais.
- (C) Reversas ortogonais.
- (D) Concorrentes não ortogonais.
- (E) Concorrentes ortogonais.
- (F) Coincidentes.

8. Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	A	0	0	0	0
1	B	1	1	1	1
2	C	2	2	2	2
3	D	3	3	3	3
4	E	4	4	4	4
5	F	5	5	5	5
6	G	6	6	6	6
7		7	7	7	7
8		8	8	8	8
9		9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	●	○	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8 V-F
A	A
B	B
C	C
D	D
E	E
F	F
G	G
H	H

- 1.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 2.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.

- 3.** Considere a reta  $s$  :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 4.** Dadas as duas retas do espaço:  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 5.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissecriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 6.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 7.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  :  $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes ortogonais.
- (B) Reversas não ortogonais.
- (C) Coincidentes.
- (D) Reversas ortogonais.
- (E) Concorrentes não ortogonais.
- (F) Paralelas.

- 8.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (B) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (C) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (D) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (E) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (F) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (G) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produtro entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_u^w\|$ .
- (H) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	0	A	0	0	0
B	1	B	1	1	1
C	2	C	2	2	2
D	3	D	3	3	3
E	4	E	4	4	4
F	5	F	5	5	5
G	6		6	6	6
H	7		7	7	7
	8		8	8	8
	9		9	9	9

### CONTROLE MIXNFX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	G
7	
8	
9	

- 1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .  
 (B) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.  
 (C) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.  
 (D) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .  
 (E) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.  
 (F) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .  
 (G) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .  
 (H) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- 2.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é:  
(1.000, -1.000)
- 3.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são:  
(1.250, -1.250)
- (A) Concorrentes não ortogonais.  
 (B) Paralelas.  
 (C) Concorrentes ortogonais.  
 (D) Reversas não ortogonais.  
 (E) Coincidentes.  
 (F) Reversas ortogonais.
- 4.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ .  
(1.000, -1.000)
- 5.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ .  
(0.750, -0.750)
- 6.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ .  
(0.750, -0.750)
- 7.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ .  
(1.000, -1.000)
- 8.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que:  
(1.250, -1.250)
- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.  
 (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.  
 (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.  
 (D) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.  
 (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.  
 (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.  
 (G) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	0	A	A	A
1	1	1	B	B	B
2	2	2	C	C	C
3	3	3	D	D	D
4	4	4	E	E	E
5	5	5	F	F	F
6	6	6	G	G	
7	7	7	H		
8	8	8			
9	9	9			

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissecriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: **(1.000, -1.000)**

- 2.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . **(0.750, -0.750)**

- 3.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . **(1.000, -1.000)**

- 4.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: **(1.250, -1.250)**

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.

- 5.** Responda V ou F: **(3.000, -3.000)**

- (A) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.

- (B) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_{u \times v}^w\|$ .
- (C) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (D) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (E) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (F) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (G) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (H) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .

- 6.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: **(1.250, -1.250)**

- (A) Paralelas.
- (B) Coincidentes.
- (C) Reversas ortogonais.
- (D) Concorrentes não ortogonais.
- (E) Reversas não ortogonais.
- (F) Concorrentes ortogonais.

- 7.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . **(0.750, -0.750)**

- 8.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . **(1.000, -1.000)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	●	○	○
●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	●	○	○
○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
A	0	○ ○	A	0	○ ○
B	1	○ ○	B	1	○ ○
C	2	○ ○	C	2	○ ○
D	3	○ ○	D	3	○ ○
E	4	○ ○	E	4	○ ○
F	5	○ ○	F	5	○ ○
G	6	○ ○	G	6	○ ○
	7	○ ○	H	7	○ ○
	8	○ ○		8	○ ○
	9	○ ○		9	○ ○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (D) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.

- 2.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 3.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (B) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (C) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (D) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (E) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_{u \times v}^w\|$ .
- (F) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (G) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (H) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

- 4.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 5.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas não ortogonais.
- (B) Reversas ortogonais.
- (C) Concorrentes não ortogonais.
- (D) Paralelas.
- (E) Concorrentes ortogonais.
- (F) Coincidentes.

- 6.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 7.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 8.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	A
1	1	1	1	1	B
2	2	2	2	2	C
3	3	3	3	3	D
4	4	4	4	4	E
5	5	5	5	5	F
6	6	6	6	6	G
7	7	7	7	7	
8	8	8	8	8	
9	9	9	9	9	

7	8 V-F
A	A
B	B
C	C
D	D
E	E
F	F
G	G
H	H

- 1.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 2.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 3.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissecriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 4.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 5.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 6.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.

(D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.

(E) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.

(F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.

(G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.

- 7.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

(A) Reversas não ortogonais.

(B) Reversas ortogonais.

(C) Paralelas.

(D) Concorrentes ortogonais.

(E) Coincidentes.

(F) Concorrentes não ortogonais.

- 8.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

(A) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

(B) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

(C) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .

(D) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .

(E) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .

(F) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .

(G) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.

(H) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	●	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
F	5	5	5	5	F
	6	6	6	6	G
	7	7	7	7	H
	8	8	8	8	
	9	9	9	9	

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
G	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r :$
- $$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$$
- e  $s :$
- $$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$$
- Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas não ortogonais.
- (B) Paralelas.
- (C) Coincidentes.
- (D) Concorrentes não ortogonais.
- (E) Reversas ortogonais.
- (F) Concorrentes ortogonais.

- 2.** Considere a reta  $s :$
- $$\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$
- . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 3.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 4.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r :$
- $$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$$
- e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 5.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 6.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (B) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (C) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .

- (D) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (E) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (F) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (G) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (H) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.

- 7.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.

- 8.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	0	A	A	0
1	1	1	B	B	1
2	2	2	C	C	2
3	3	3	D	D	3
4	4	4	E	E	4
5	5	5	F	F	5
6	6	6	G	G	6
7	7	7	H	H	7
8	8	8		8	8
9	9	9		9	9

### CONTROLE MIXNFX

●	●	○	●	○	○	●	○	●	●	○	○	○
○	●	○	○	●	○	●	●	○	●	○	○	○
●	○	●	○	○	●	○	●	●	●	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
G	6
	7
	8
	9

- 1.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 2.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissecriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 3.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 4.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Paralelas.
- (B) Coincidentes.
- (C) Concorrentes ortogonais.
- (D) Reversas não ortogonais.
- (E) Reversas ortogonais.
- (F) Concorrentes não ortogonais.

- 5.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (B) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (C) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (D) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .

- (E) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (F) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (G) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (H) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

- 6.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 7.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.

- 8.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	0	0	0	0
B	B	1	1	1	1
C	C	2	2	2	2
D	D	3	3	3	3
E	E	4	4	4	4
F	F	5	5	5	5
G	G	6	6	6	6
H	H	7	7	7	7
		8	8	8	8
		9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	○	○	○	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.

- 2.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (B) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (C) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (D) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (E) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (F) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (G) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (H) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.

- 3.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 5.** Considere a reta  $s$ :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 6.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 7.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas não ortogonais.
- (B) Paralelas.
- (C) Reversas ortogonais.
- (D) Concorrentes ortogonais.
- (E) Coincidentes.
- (F) Concorrentes não ortogonais.

- 8.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2 V-F	3	4	5	6
A	A	0	0	0	0
B	B	1	1	1	1
C	C	2	2	2	2
D	D	3	3	3	3
E	E	4	4	4	4
F	F	5	5	5	5
G	G	6	6	6	6
H		7	7	7	7
		8	8	8	8
		9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (E) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.

- 2.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (B) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (C) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (D) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (E) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (F) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (G) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (H) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .

- 3.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 5.** Considere a reta  $s$ :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 6.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 7.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 8.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Coincidentes.
- (B) Reversas não ortogonais.
- (C) Paralelas.
- (D) Concorrentes não ortogonais.
- (E) Reversas ortogonais.
- (F) Concorrentes ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
A	0	0	0	A	0
B	1	1	1	B	1
C	2	2	2	C	2
D	3	3	3	D	3
E	4	4	4	E	4
F	5	5	5	F	5
	6	6	6	G	6
	7	7	7	H	7
	8	8	8		8
	9	9	9		9

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	G
7	
8	
9	

- 1.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  :  

$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$$
 e  $s$  :  

$$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$$
.  
Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes ortogonais.
- (B) Reversas ortogonais.
- (C) Coincidentes.
- (D) Concorrentes não ortogonais.
- (E) Reversas não ortogonais.
- (F) Paralelas.

- 2.** Considere a reta  $s$  :  

$$\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$
. Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 3.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 4.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 5.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (B) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (C) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (D) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (E) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .

(F) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

- (G) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (H) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .

- 6.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$  :  

$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$$
 e  
 $s$  :  

$$\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$$
, onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 7.** Dadas as duas retas do espaço:  $r$  :  

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$$
 e  
 $s$  :  

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$$
, encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 8.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  

$$\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$$
 com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

***CONTROLE MIXNFX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6														
0	○	○	A	0	○	○	0	○	A	○	○	A	○	○	0	○	○	0	
1	○	○	B	1	○	○	1	○	B	○	○	B	○	○	1	○	○	1	○
2	○	○	C	2	○	○	2	○	C	○	○	C	○	○	2	○	○	2	○
3	○	○	D	3	○	○	3	○	D	○	○	D	○	○	3	○	○	3	○
4	○	○	E	4	○	○	4	○	E	○	○	E	○	○	4	○	○	4	○
5	○	○	F	5	○	○	5	○	F	○	○	F	○	○	5	○	○	5	○
6	○	○		6	○	○	6	○	G	○	○	G	○	○	6	○	○	6	○
7	○	○		7	○	○	7	○	H	○	○	H	○	○	7	○	○	7	○
8	○	○		8	○	○	8	○							8	○	○	8	○
9	○	○		9	○	○	9	○							9	○	○	9	○

7	8				
0	○	○	0	○	○
1	○	○	1	○	○
2	○	○	2	○	○
3	○	○	3	○	○
4	○	○	4	○	○
5	○	○	5	○	○
6	○	○	6	○	○
7	○	○	7	○	○
8	○	○	8	○	○
9	○	○	9	○	○

- 1.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)
- 2.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  :  $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)
- (A) Concorrentes ortogonais.
  - (B) Concorrentes não ortogonais.
  - (C) Paralelas.
  - (D) Reversas ortogonais.
  - (E) Coincidentes.
  - (F) Reversas não ortogonais.
- 3.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)
- 4.** Considere a reta  $s$  :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)
- 5.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
  - (B) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
  - (C) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
  - (D) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
  - (E) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- 6.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)
- (A) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
  - (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
  - (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
  - (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
  - (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
  - (F) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
  - (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- 7.** Dadas as duas retas do espaço:  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)
- 8.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissecriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	A	A	0	A	0
1	B	B	1	B	1
2	C	C	2	C	2
3	D	D	3	D	3
4	E	E	4	E	4
5	F	F	5	F	5
6	G	G	6		6
7	H		7		7
8			8		8
9			9		9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . **(1.000, -1.000)**

- 2.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: **(1.250, -1.250)**

- (A) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.

- 3.** Responda V ou F: **(3.000, -3.000)**

- (A) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (B) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (C) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (D) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (E) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (F) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (G) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

- (H) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

- 4.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . **(1.000, -1.000)**

- 5.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: **(1.250, -1.250)**

- (A) Concorrentes não ortogonais.
- (B) Paralelas.
- (C) Concorrentes ortogonais.
- (D) Coincidentes.
- (E) Reversas ortogonais.
- (F) Reversas não ortogonais.

- 6.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . **(0.750, -0.750)**

- 7.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: **(1.000, -1.000)**

- 8.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . **(0.750, -0.750)**

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	A	0	0	0	A
1	B	1	1	1	B
2	C	2	2	2	C
3	D	3	3	3	D
4	E	4	4	4	E
5	F	5	5	5	F
6	G	6	6	6	
7		7	7	7	
8		8	8	8	
9		9	9	9	

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
G	6
H	7
	8
	9

- 1.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 2.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.

- 3.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 5.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 6.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas não ortogonais.
- (B) Paralelas.
- (C) Concorrentes não ortogonais.
- (D) Coincidentes.
- (E) Concorrentes ortogonais.
- (F) Reversas ortogonais.

- 7.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (B) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (C) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (D) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (E) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (F) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (G) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (H) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .

- 8.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●
●	●	●	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
A	0	0	A	A	0
B	1	1	B	B	1
C	2	2	C	C	2
D	3	3	D	D	3
E	4	4	E	E	4
F	5	5	F	F	5
	6	6	G	G	6
	7	7	H	H	7
	8	8			8
	9	9			9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  :  

$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$$
 e  $s$  :  

$$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$$
.  
Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes ortogonais.
- (B) Coincidentes.
- (C) Paralelas.
- (D) Concorrentes não ortogonais.
- (E) Reversas ortogonais.
- (F) Reversas não ortogonais.

- 2.** Considere a reta  $s$  :  

$$\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$
. Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 3.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  

$$\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$$
 com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.

- 5.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (B) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (C) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (D) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_u^w\|$ .
- (E) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (F) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (G) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (H) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .

- 6.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 7.** Dadas as duas retas do espaço:  $r$  :  

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$$
 e  
 $s$  :  

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$$
, encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 8.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$  :  

$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$$
 e  
 $s$  :  

$$\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$$
, onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	0	A	0	
1	1	1	B	1	
2	2	2	C	2	
3	3	3	D	3	
4	4	4	E	4	
5	5	5	F	5	
6	6	6	G	6	
7	7	7	H	7	
8	8	8		8	
9	9	9		9	

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	○	○	●	●	●	○	○
○	●	○	○	○	○	○	●	○	●	●	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
G	6
	7
	8
	9

- 1.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 2.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 3.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 4.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (B) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (C) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (D) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (E) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (F) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (G) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (H) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .

- 5.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Coincidentes.
- (B) Concorrentes não ortogonais.
- (C) Concorrentes ortogonais.
- (D) Paralelas.
- (E) Reversas não ortogonais.
- (F) Reversas ortogonais.

- 6.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 7.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.

- 8.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	●	●	○	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5	6
A	A	0	0	0	0
B	B	1	1	1	1
C	C	2	2	2	2
D	D	3	3	3	3
E	E	4	4	4	4
F	F	5	5	5	5
G	6	6	6	6	6
	7	7	7	7	7
	8	8	8	8	8
	9	9	9	9	9

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

1. Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r :$   

$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$$
 e  $s :$   

$$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$$
.

Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Coincidentes.
- (B) Concorrentes não ortogonais.
- (C) Reversas ortogonais.
- (D) Paralelas.
- (E) Concorrentes ortogonais.
- (F) Reversas não ortogonais.

2. Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.

3. Dadas as duas retas do espaço:  $r :$   

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$$
 e  
 $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

- (B) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

- (C) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (D) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (E) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (F) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (G) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (H) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .

5. Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

6. Considere a reta  $s :$   

$$\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$
. Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

7. Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r :$   

$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$$
 e  
 $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

8. Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	0	0	0	A	A
B	1	1	1	B	B
C	2	2	2	C	C
D	3	3	3	D	D
E	4	4	4	E	E
F	5	5	5	F	F
G	6	6	6	G	
H	7	7	7		
	8	8	8		
	9	9	9		

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.  
 (B) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .  
 (C) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.  
 (D) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .  
 (E) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.  
 (F) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .  
 (G) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.  
 (H) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- 2.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)
- 3.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)
- 4.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)
- 5.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)
- (A) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.  
 (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.  
 (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.  
 (D) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.  
 (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.  
 (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.  
 (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- 6.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)
- (A) Coincidentes.  
 (B) Concorrentes ortogonais.  
 (C) Reversas não ortogonais.  
 (D) Reversas ortogonais.  
 (E) Paralelas.  
 (F) Concorrentes não ortogonais.
- 7.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)
- 8.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	●	●	○	●	○	●	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6														
0	○	○	A	○	0	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
1	○	○	B	○	1	○	○	B	○	1	○	○	1	○	○	○	○	○	○
2	○	○	C	○	2	○	○	C	○	2	○	○	2	○	○	○	○	○	○
3	○	○	D	○	3	○	○	D	○	3	○	○	3	○	○	○	○	○	○
4	○	○	E	○	4	○	○	E	○	4	○	○	4	○	○	○	○	○	○
5	○	○	F	○	5	○	○	F	○	5	○	○	5	○	○	○	○	○	○
6	○	○		6	○	○	○	G	○	6	○	○	6	○	○	○	○	○	○
7	○	○		7	○	○	○		7	○	○	7	○	○	○	○	○	○	○
8	○	○		8	○	○	○		8	○	○	8	○	○	8	○	○	○	○
9	○	○		9	○	○	○		9	○	○	9	○	○	9	○	○	○	○

7	8 V-F				
0	○	○	A	○	○
1	○	○	B	○	○
2	○	○	C	○	○
3	○	○	D	○	○
4	○	○	E	○	○
5	○	○	F	○	○
6	○	○	G	○	○
7	○	○	H	○	○
8	○	○			
9	○	○			

- 1.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 2.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Coincidentes.
- (B) Concorrentes não ortogonais.
- (C) Paralelas.
- (D) Concorrentes ortogonais.
- (E) Reversas ortogonais.
- (F) Reversas não ortogonais.

- 3.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.

- 5.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 6.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 7.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 8.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (B) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (C) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (D) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (E) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (F) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (G) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (H) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	●	●	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5
0	0	0	A	0
1	1	1	B	1
2	2	2	C	2
3	3	3	D	3
4	4	4	E	4
5	5	5	F	5
6	6	6	G	6
7	7	7	H	7
8	8	8		8
9	9	9		9

6	7	8
0	A	A
1	B	B
2	C	C
3	D	D
4	E	E
5	F	F
6		G
7		
8		
9		

- 1.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 2.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 3.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 4.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (B) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (C) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (D) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (E) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (F) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_u^w\|$ .
- (G) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (H) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .

- 5.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 6.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 7.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas não ortogonais.
- (B) Paralelas.
- (C) Coincidentes.
- (D) Concorrentes ortogonais.
- (E) Concorrentes não ortogonais.
- (F) Reversas ortogonais.

- 8.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●
●	○	●	●	○	○	●	●	○	●	●	●	○	●	●	●	○	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1 V-F	2	3	4	5	6
A	○	○	0	○	○
B	○	○	1	○	○
C	○	○	2	○	○
D	○	○	3	○	○
E	○	○	4	○	○
F	○	○	5	○	○
G	○	○	6	○	○
H	○	○	7	○	○

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

**1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (B) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (C) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (D) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (E) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (F) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (G) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (H) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_{u \times v}^w\|$ .

**2.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e

$s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

**3.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

**4.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes não ortogonais.
- (B) Paralelas.
- (C) Concorrentes ortogonais.
- (D) Coincidentes.
- (E) Reversas ortogonais.
- (F) Reversas não ortogonais.

**5.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (D) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (E) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.

**6.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

**7.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

**8.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	0
B	1	1	1	1	1
C	2	2	2	2	2
D	3	3	3	3	3
E	4	4	4	4	4
F	5	5	5	5	5
	6	6	6	6	6
	7	7	7	7	7
	8	8	8	8	8
	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○
●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	○
B	○
C	○
D	○
E	○
F	○
G	○
H	○

- 1.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  :  

$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$$
 e  $s$  :  

$$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$$
.  
Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes ortogonais.  
(B) Reversas ortogonais.  
(C) Concorrentes não ortogonais.  
(D) Paralelas.  
(E) Coincidentes.  
(F) Reversas não ortogonais.

- 2.** Dadas as duas retas do espaço:  $r$  :  

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$$
 e  
 $s$  :  

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$$
, encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 3.** Considere a reta  $s$  :  

$$\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$
. Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 4.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 5.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 6.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$  :  

$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$$
 e  
 $s$  :  

$$\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$$
, onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 7.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .  
(B) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .  
(C) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.  
(D) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .  
(E) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.  
(F) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.  
(G) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .  
(H) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

- 8.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  

$$\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$$
 com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.  
(B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.  
(C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.  
(D) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.  
(E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.  
(F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.  
(G) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F	6
0	A	0	0	A	A
1	B	1	1	B	B
2	C	2	2	C	C
3	D	3	3	D	D
4	E	4	4	E	E
5	F	5	5	F	F
6	G	6	6	G	
7		7	7	H	
8		8	8		
9		9	9		

***CONTROLE MIXNFX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	○	○	●	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	○	○	●	○	●	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

1. Considere a reta  $s$  :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

2. Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.

3. Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

4. Dadas as duas retas do espaço:  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (B) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .

- (C) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (D) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_u^w\|$ .
- (E) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (F) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (G) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (H) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

6. Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  :  $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas não ortogonais.
- (B) Reversas ortogonais.
- (C) Coincidentes.
- (D) Paralelas.
- (E) Concorrentes ortogonais.
- (F) Concorrentes não ortogonais.

7. Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

8. Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5 V-F	6
0	0	A	0	A	0
1	1	B	1	B	1
2	2	C	2	C	2
3	3	D	3	D	3
4	4	E	4	E	4
5	5	F	5	F	5
6	6	G	6	G	6
7	7		7	H	7
8	8		8		8
9	9		9		9

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 2.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 3.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.

- 4.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 5.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.

- (B) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (C) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (D) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (E) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (F) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (G) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (H) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .

- 6.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 7.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 8.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas ortogonais.
- (B) Coincidentes.
- (C) Reversas não ortogonais.
- (D) Concorrentes não ortogonais.
- (E) Paralelas.
- (F) Concorrentes ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	●	○	○	○	●	○	○	○	●	○	○	○	●	○	●
●	●	○	○	○	●	●	○	○	●	○	○	○	●	●	○	○	●	○	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	0	A	0	A
1	1	1	B	1	B
2	2	2	C	2	C
3	3	3	D	3	D
4	4	4	E	4	E
5	5	5	F	5	F
6	6	6	G	6	G
7	7	7	H	7	
8	8	8		8	
9	9	9		9	

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . **(1.000, -1.000)**

- 2.** Considere a reta  $s$ :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . **(0.750, -0.750)**

- 3.** Dadas as duas retas do espaço:  $r$ :  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s$ :  $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . **(1.000, -1.000)**

- 4.** Responda V ou F: **(3.000, -3.000)**

- (A) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (B) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (C) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (D) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (E) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (F) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (G) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (H) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

- 5.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$ :  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s$ :  $\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: **(1.000, -1.000)**

- 6.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: **(1.250, -1.250)**

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.

- 7.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . **(0.750, -0.750)**

- 8.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$ :  $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s$ :  $\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: **(1.250, -1.250)**

- (A) Concorrentes ortogonais.
- (B) Concorrentes não ortogonais.
- (C) Reversas não ortogonais.
- (D) Paralelas.
- (E) Coincidentes.
- (F) Reversas ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
A	0	0	A	0	A
B	1	1	B	1	B
C	2	2	C	2	C
D	3	3	D	3	D
E	4	4	E	4	E
F	5	5	F	5	F
	6	6	G	6	G
	7	7		7	H
	8	8		8	
	9	9		9	

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  :  $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)
- (A) Paralelas.  
 (B) Reversas não ortogonais.  
 (C) Coincidentes.  
 (D) Reversas ortogonais.  
 (E) Concorrentes não ortogonais.  
 (F) Concorrentes ortogonais.
- 2.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)
- 3.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)
- 4.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)
- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.  
 (B) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.  
 (C) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.  
 (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.  
 (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.  
 (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.  
 (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- 5.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)
- 6.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)
- (A) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .  
 (B) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .  
 (C) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .  
 (D) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.  
 (E) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.  
 (F) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.  
 (G) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.  
 (H) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- 7.** Dadas as duas retas do espaço:  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)
- 8.** Considere a reta  $s$  :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	●	●	●	●	○	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
0	0	0	0	A	A
1	1	1	1	B	B
2	2	2	2	C	C
3	3	3	3	D	D
4	4	4	4	E	E
5	5	5	5	F	F
6	6	6	6	G	G
7	7	7	7	H	H
8	8	8	8		
9	9	9	9		

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

**1.** Considere a reta  $s$  :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

**2.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

**3.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

**4.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

**5.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.

**6.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (B) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (C) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (D) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (E) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (F) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (G) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (H) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

**7.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

**8.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas não ortogonais.
- (B) Coincidentes.
- (C) Reversas ortogonais.
- (D) Concorrentes ortogonais.
- (E) Paralelas.
- (F) Concorrentes não ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3 V-F	4	5	6
0	0	A	0	0	A
1	1	B	1	1	B
2	2	C	2	2	C
3	3	D	3	3	D
4	4	E	4	4	E
5	5	F	5	5	F
6	6	G	6	6	
7	7	H	7	7	
8	8		8	8	
9	9		9	9	

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
G	6
	7
	8
	9

- 1.** Considere a reta  $s$  :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 2.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 3.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (B) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\|\|v\|$ .
- (C) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (D) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_{u \times v}^w\|$ .
- (E) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (F) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (G) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (H) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .

- 4.** Dadas as duas retas do espaço:  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 5.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 6.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  :  $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes não ortogonais.
- (B) Coincidentes.
- (C) Reversas ortogonais.
- (D) Paralelas.
- (E) Concorrentes ortogonais.
- (F) Reversas não ortogonais.

- 7.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.

- 8.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	0	A	0	0
1	1	1	B	1	1
2	2	2	C	2	2
3	3	3	D	3	3
4	4	4	E	4	4
5	5	5	F	5	5
6	6	6	G	6	6
7	7	7		7	7
8	8	8		8	8
9	9	9		9	9

### CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	○	●	●	●	●	●	●
○	●	●	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	A
B	B
C	C
D	D
E	E
F	F
G	
H	

- 1.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 2.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 3.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.

- 5.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 6.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 7.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (B) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (C) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (D) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (E) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (F) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (G) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (H) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

- 8.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas ortogonais.
- (B) Paralelas.
- (C) Reversas não ortogonais.
- (D) Concorrentes ortogonais.
- (E) Concorrentes não ortogonais.
- (F) Coincidentes.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Identificação:** \_\_\_\_\_

## *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

# CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles are arranged in 10 rows and 10 columns. In the first row, the 1st, 2nd, and 3rd circles are filled black. In the second row, the 1st, 2nd, and 4th circles are filled black. In the third row, the 1st, 2nd, 3rd, and 5th circles are filled black. All other circles in the grid are empty.

1	2	3	4 V-F	5	6
0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○	A ○ ○	A ○	0 ○ ○
1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○	B ○ ○	B ○	1 ○ ○
2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○	C ○ ○	C ○	2 ○ ○
3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○	D ○ ○	D ○	3 ○ ○
4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○	E ○ ○	E ○	4 ○ ○
5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○	F ○ ○	F ○	5 ○ ○
6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○	G ○ ○	G ○	6 ○ ○
7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○	H ○ ○		7 ○ ○
8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○			8 ○ ○
9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○			9 ○ ○

	<b>7</b>	<b>8</b>
A	○	○ ○ ○
B	○	1 ○ ○
C	○	2 ○ ○
D	○	3 ○ ○
E	○	4 ○ ○
F	○	5 ○ ○
	6	○ ○ ○
	7	○ ○ ○
	8	○ ○ ○
	9	○ ○ ○

1. Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

2. Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

3. Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (B) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (C) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (D) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (E) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (F) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (G) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_{u \times v}^w\|$ .
- (H) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

5. Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (E) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.

6. Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

7. Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas ortogonais.
- (B) Paralelas.
- (C) Concorrentes ortogonais.
- (D) Concorrentes não ortogonais.
- (E) Coincidentes.
- (F) Reversas não ortogonais.

8. Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
A	A	0	0	0	A
B	B	1	1	1	B
C	C	2	2	2	C
D	D	3	3	3	D
E	E	4	4	4	E
F	F	5	5	5	F
G		6	6	6	G
		7	7	7	H
		8	8	8	
		9	9	9	

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	●	●	○	○	●
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que:  $(1.250, -1.250)$

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.

- 2.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são:  $(1.250, -1.250)$

- (A) Coincidentes.
- (B) Concorrentes não ortogonais.
- (C) Concorrentes ortogonais.
- (D) Reversas ortogonais.
- (E) Reversas não ortogonais.
- (F) Paralelas.

- 3.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ .  $(0.750, -0.750)$

- 4.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ .  $(1.000, -1.000)$

- 5.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é:  $(1.000, -1.000)$

- 6.** Responda V ou F:  $(3.000, -3.000)$

- (A) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (B) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (C) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (D) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_{u \times v}^w\|$ .
- (E) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (F) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (G) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (H) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

- 7.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ .  $(0.750, -0.750)$

- 8.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ .  $(1.000, -1.000)$

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	0	A	0	0	A
1	1	B	1	1	B
2	2	C	2	2	C
3	3	D	3	3	D
4	4	E	4	4	E
5	5	F	5	5	F
6	6		6	6	G
7	7		7	7	
8	8		8	8	
9	9		9	9	

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	G
7	H
8	
9	

1. Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

2. Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

3. Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Coincidentes.
- (B) Reversas não ortogonais.
- (C) Concorrentes não ortogonais.
- (D) Concorrentes ortogonais.
- (E) Reversas ortogonais.
- (F) Paralelas.

4. Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

5. Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

6. Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.

7. Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

8. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (B) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (C) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (D) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (E) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (F) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_u^w\|$ .
- (G) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (H) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0	A
B	1	1	1	1	B
C	2	2	2	2	C
D	3	3	3	3	D
E	4	4	4	4	E
F	5	5	5	5	F
	6	6	6	6	G
	7	7	7	7	
	8	8	8	8	
	9	9	9	9	

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	●	●	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
G	6
H	7
	8
	9

1. Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas não ortogonais.
- (B) Coincidentes.
- (C) Concorrentes não ortogonais.
- (D) Concorrentes ortogonais.
- (E) Reversas ortogonais.
- (F) Paralelas.

2. Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

3. Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

4. Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

5. Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

6. Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.

- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.

7. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (B) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (C) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (D) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (E) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (F) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_u^w\|$ .
- (G) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (H) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .

8. Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6 V-F
0	0	0	A	0	A
1	1	1	B	1	B
2	2	2	C	2	C
3	3	3	D	3	D
4	4	4	E	4	E
5	5	5	F	5	F
6	6	6	G	6	G
7	7	7		7	H
8	8	8		8	
9	9	9		9	

### CONTROLE MIXNFX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	●	●	○	●	●	●	●	●	●
○	●	○	○	●	●	○	○	●	●	●	●	●
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

- 1.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissecriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é:  
**(1.000, -1.000)**

- 2.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ .  
**(0.750, -0.750)**

- 3.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ .  
**(1.000, -1.000)**

- 4.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que:  
**(1.250, -1.250)**

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.

- 5.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ .  
**(0.750, -0.750)**

- 6.** Responda V ou F:  
**(3.000, -3.000)**

- (A) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (B) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (C) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (D) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (E) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (F) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (G) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_u^w\|$ .
- (H) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

- 7.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ .  
**(1.000, -1.000)**

- 8.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são:  
**(1.250, -1.250)**

- (A) Reversas ortogonais.
- (B) Reversas não ortogonais.
- (C) Coincidentes.
- (D) Paralelas.
- (E) Concorrentes não ortogonais.
- (F) Concorrentes ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	○	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2 V-F	3	4	5	6
0	A	0	A	0	A
1	B	1	B	1	B
2	C	2	C	2	C
3	D	3	D	3	D
4	E	4	E	4	E
5	F	5	F	5	F
6	G	6		6	G
7	H	7		7	
8		8		8	
9		9		9	

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  
 $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 2.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (B) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (C) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (D) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (E) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (F) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (G) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (H) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .

- 3.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes ortogonais.

- (B) Coincidentes.
- (C) Reversas não ortogonais.
- (D) Reversas ortogonais.
- (E) Paralelas.
- (F) Concorrentes não ortogonais.

- 5.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 6.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (D) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.

- 7.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 8.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	A	0	0	0	0
B	B	1	1	1	1
C	C	2	2	2	2
D	D	3	3	3	3
E	E	4	4	4	4
F	F	5	5	5	5
G		6	6	6	6
		7	7	7	7
		8	8	8	8
		9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○	●
○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	●
●	○	●	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
G	6
H	7
	8
	9

- 1.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.

- 2.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas ortogonais.
- (B) Paralelas.
- (C) Coincidentes.
- (D) Concorrentes não ortogonais.
- (E) Reversas não ortogonais.
- (F) Concorrentes ortogonais.

- 3.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 4.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 5.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 6.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 7.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (B) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (C) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (D) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (E) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_{u \times v}^w\|$ .
- (F) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (G) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (H) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

- 8.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1 V-F	2	3	4	5	6
A	0	0	0	A	0
B	1	1	1	B	1
C	2	2	2	C	2
D	3	3	3	D	3
E	4	4	4	E	4
F	5	5	5	F	5
G	6	6	6	G	6
H	7	7	7		7
	8	8	8		8
	9	9	9		9

### CONTROLE MIXNFIX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	
7	
8	
9	

**1.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (B) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (C) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (D) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (E) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (F) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (G) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (H) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .

**2.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e

$$s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}, \text{ encontre } d, \text{ a distância entre as duas. Então marque o inteiro } \sqrt{3}d. \quad \text{(1.000, -1.000)}$$

**3.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissecriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

**4.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

**5.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (D) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (E) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.

**6.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

**7.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

**8.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Coincidentes.
- (B) Paralelas.
- (C) Reversas ortogonais.
- (D) Concorrentes ortogonais.
- (E) Reversas não ortogonais.
- (F) Concorrentes não ortogonais.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F	6
0	A	0	0	A	A
1	B	1	1	B	B
2	C	2	2	C	C
3	D	3	3	D	D
4	E	4	4	E	E
5	F	5	5	F	F
6		6	6	G	G
7		7	7	H	
8		8	8		
9		9	9		

***CONTROLE MIXNFX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	○	○	●	●	○	●	●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

1. Considere a reta  $s$  :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

2. Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  :  $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas ortogonais.
- (B) Reversas não ortogonais.
- (C) Concorrentes ortogonais.
- (D) Concorrentes não ortogonais.
- (E) Coincidentes.
- (F) Paralelas.

3. Dadas as duas retas do espaço:  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

4. Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

5. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (B) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (C) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.

- (D) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (E) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (F) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_u^w\|$ .
- (G) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (H) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

6. Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.

7. Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

8. Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3 V-F	4	5	6
0	A	A	0	0	A
1	B	B	1	1	B
2	C	C	2	2	C
3	D	D	3	3	D
4	E	E	4	4	E
5	F	F	5	5	F
6	G	G	6	6	
7	H		7	7	
8			8	8	
9			9	9	

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	○
●	○	○	●	●	○	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissecriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 2.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (E) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.

- 3.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (B) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\|\|v\|$ .
- (C) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (D) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (E) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_w^{u \times v}\|$ .
- (F) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .

- (G) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.

- (H) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .

- 4.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 5.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 6.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Paralelas.
- (B) Concorrentes ortogonais.
- (C) Reversas não ortogonais.
- (D) Reversas ortogonais.
- (E) Coincidentes.
- (F) Concorrentes não ortogonais.

- 7.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 8.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	●	●	○	○	●	○	●	○	●	○	○
○	○	○	●	○	○	●	○	●	○	●	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6
0	○ ○	A	0	○ ○	A
1	○ ○	B	1	○ ○	B
2	○ ○	C	2	○ ○	C
3	○ ○	D	3	○ ○	D
4	○ ○	E	4	○ ○	E
5	○ ○	F	5	○ ○	F
6	○ ○		6	○ ○	G
7	○ ○		7	○ ○	6
8	○ ○		8	○ ○	7
9	○ ○		9	○ ○	7

7	8 V-F
0	○ ○
1	○ ○
2	○ ○
3	○ ○
4	○ ○
5	○ ○
6	○ ○
7	○ ○
8	○ ○
9	○ ○

1. Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

2. Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes ortogonais.
- (B) Concorrentes não ortogonais.
- (C) Reversas ortogonais.
- (D) Coincidentes.
- (E) Paralelas.
- (F) Reversas não ortogonais.

3. Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

4. Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.

5. Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

6. Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3d}$ . (1.000, -1.000)

7. Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

8. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (B) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (C) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (D) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (E) O valor absoluto do produto misto entre  $u, v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (F) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (G) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (H) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u, v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	A	A
1	1	1	1	B	B
2	2	2	2	C	C
3	3	3	3	D	D
4	4	4	4	E	E
5	5	5	5	F	F
6	6	6	6	G	
7	7	7	7		
8	8	8	8		
9	9	9	9		

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	●	●	○	○	●	●	○	●	○	●	○	●	○	●	○
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7 V-F	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
G	6
H	7
	8
	9

- 1.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 2.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 3.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 4.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 5.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes não ortogonais.
- (B) Reversas ortogonais.
- (C) Coincidentes.
- (D) Concorrentes ortogonais.
- (E) Reversas não ortogonais.
- (F) Paralelas.

- 6.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.

- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.

- 7.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (B) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (C) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (D) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o coseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (E) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (F) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_w^{u \times v}\|$ .
- (G) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (H) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.

- 8.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

***IDENTIFICAÇÃO ALUNO***

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5 V-F	6
0	A	0	0	A	A
1	B	1	1	B	B
2	C	2	2	C	C
3	D	3	3	D	D
4	E	4	4	E	E
5	F	5	5	F	F
6	G	6	6	G	
7		7	7	H	
8		8	8		
9		9	9		

***CONTROLE MIXNFX***

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	○	○	●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9

- 1.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 2.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.

- 3.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 4.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissecriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 5.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (B) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

(C) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

- (D) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (E) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (F) O valor absoluto do produto misto entre  $u, v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (G) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (H) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.

- 6.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Paralelas.
- (B) Reversas não ortogonais.
- (C) Concorrentes ortogonais.
- (D) Concorrentes não ortogonais.
- (E) Coincidentes.
- (F) Reversas ortogonais.

- 7.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 8.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	●	●	●	○	●	●	○	○
○	○	●	●	●	●	●	●	○	○	○	●	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
0	○	A	0	○	A
1	○	B	1	○	B
2	○	C	2	○	C
3	○	D	3	○	D
4	○	E	4	○	E
5	○	F	5	○	F
6	○		6	○	G
7	○		7	○	H
8	○		8	○	
9	○		9	○	

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

1. Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

2. Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Paralelas.
- (B) Reversas ortogonais.
- (C) Reversas não ortogonais.
- (D) Concorrentes ortogonais.
- (E) Coincidentes.
- (F) Concorrentes não ortogonais.

3. Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

4. Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (E) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.

5. Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

6. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (B) O valor absoluto do produto misto entre  $u, v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_u^w\|$ .
- (C) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (D) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (E) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u, v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (F) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (G) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (H) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

7. Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

8. Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

### CONTROLE MIXNFIX

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3 V-F	4	5	6
A	0	0	0	0	0
B	1	1	1	1	1
C	2	2	2	2	2
D	3	3	3	3	3
E	4	4	4	4	4
F	5	5	5	5	5
	6	6	6	6	6
	7	7	7	7	7
	8	8	8	8	8
	9	9	9	9	9

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	G
7	
8	
9	

- 1.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  :  

$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$$
 e  $s$  :  

$$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$$
.  
Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Coincidentes.
- (B) Concorrentes ortogonais.
- (C) Paralelas.
- (D) Concorrentes não ortogonais.
- (E) Reversas ortogonais.
- (F) Reversas não ortogonais.

- 2.** Considere a reta  $s$  :  

$$\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$
. Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 3.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (B) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (C) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (D) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (E) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\|\|v\|$ .
- (F) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (G) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_{u \times v}^w\|$ .
- (H) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .

- 4.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 5.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 6.** Dadas as duas retas do espaço:  $r$  :  

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$$
 e  
 $s$  :  

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$$
, encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 7.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$  :  

$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$$
 e  
 $s$  :  

$$\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$$
, onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 8.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  

$$\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$$
 com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4	5	6
A	0	0	A	0	0
B	1	1	B	1	1
C	2	2	C	2	2
D	3	3	D	3	3
E	4	4	E	4	4
F	5	5	F	5	5
	6	6	G	6	6
	7	7		7	7
	8	8		8	8
	9	9		9	9

### *CONTROLE MIXNFX*

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	○	○	○	○	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	●	●	●	○	○	○	●	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8 V-F
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	G
7	H
8	
9	

- 1.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r :$
- $$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$$
- e  $s :$
- $$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$$

Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas ortogonais.
- (B) Reversas não ortogonais.
- (C) Concorrentes ortogonais.
- (D) Concorrentes não ortogonais.
- (E) Coincidentes.
- (F) Paralelas.

- 2.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 3.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (D) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (E) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.

- 4.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 5.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 6.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 7.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 8.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (B) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (C) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (D) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (E) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (F) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (G) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (H) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFIX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
0	○	○	A	○	A
1	○	○	B	○	B
2	○	○	C	○	C
3	○	○	D	○	D
4	○	○	E	○	E
5	○	○	F	○	F
6	○	○	G	○	6
7	○	○		○	7
8	○	○		○	8
9	○	○		○	9

7	8
0	○
1	○
2	○
3	○
4	○
5	○
6	○
7	○
8	○
9	○

- 1.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 2.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Paralelas.
- (B) Reversas não ortogonais.
- (C) Concorrentes não ortogonais.
- (D) Concorrentes ortogonais.
- (E) Reversas ortogonais.
- (F) Coincidentes.

- 3.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.

- 4.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

- 5.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 6.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (B) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (C) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (D) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (E) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (F) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (G) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (H) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

- 7.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 8.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_

Identificação: \_\_\_\_\_

**IDENTIFICAÇÃO ALUNO**

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

**CONTROLE MIXNFX**

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	●	●	○	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	●	●	○	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

1	2	3	4	5	6 V-F
0	0	0	A	0	A
1	1	1	B	1	B
2	2	2	C	2	C
3	3	3	D	3	D
4	4	4	E	4	E
5	5	5	F	5	F
6	6	6		6	G
7	7	7		7	H
8	8	8		8	
9	9	9		9	

7	8
A	0
B	1
C	2
D	3
E	4
F	5
G	6
	7
	8
	9

- 1.** Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

- 2.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

- 3.** Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

- 4.** Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes ortogonais.
- (B) Paralelas.
- (C) Reversas não ortogonais.
- (D) Reversas ortogonais.
- (E) Concorrentes não ortogonais.
- (F) Coincidentes.

- 5.** Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

- 6.** Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.
- (B) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .

- (C) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.

- (D) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.

- (E) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.

- (F) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .

- (G) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .

- (H) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .

- 7.** Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.

- (B) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.

- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.

- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.

- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.

- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.

- (G) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.

- 8.** Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

Universidade Federal de Pernambuco  
 Centro de Informática  
 Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
 Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

Nome: \_\_\_\_\_ Identificação: \_\_\_\_\_

### IDENTIFICAÇÃO ALUNO

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

1	2	3	4 V-F	5	6
0	0	0	A	0	
1	1	1	B	1	
2	2	2	C	2	
3	3	3	D	3	
4	4	4	E	4	
5	5	5	F	5	
6	6	6	G	6	
7	7	7	H	7	
8	8	8		8	
9	9	9		9	

### CONTROLE MIXNFIX

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
●	●	●	●	●	●	○	○	●	○	○	○
○	○	○	●	●	●	○	●	○	●	○	○
●	○	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

7	8
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	G
7	
8	
9	

1. Considere a reta  $s$  :  $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

2. Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

3. Dadas as duas retas do espaço:  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3}d$ . (1.000, -1.000)

4. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (B) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (C) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (D) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|proj_{u \times v}^w\|$ .
- (E) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (F) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (G) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (H) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

5. Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r$  :  $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Concorrentes ortogonais.
- (B) Reversas não ortogonais.
- (C) Reversas ortogonais.
- (D) Concorrentes não ortogonais.
- (E) Coincidentes.
- (F) Paralelas.

6. Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r$  :  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s$  :  $\begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bisetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)

7. Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

8. Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (B) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.
- (C) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (G) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.

Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Álgebra Vetorial e Linear Para Computação-2010.1  
Primeiro Exercício Escolar - 13/04/2010

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Identificação:** \_\_\_\_\_

## *IDENTIFICAÇÃO ALUNO*

A 10x10 grid of circles, each containing a number from 0 to 9. The grid is arranged in 10 rows and 10 columns. The numbers are distributed as follows: Row 1: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0; Row 2: 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1; Row 3: 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2; Row 4: 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3; Row 5: 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4; Row 6: 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5; Row 7: 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6; Row 8: 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7; Row 9: 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8; Row 10: 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9.

# CONTROLE MIXNFIX

A 10x10 grid of circles. The circles at positions (1,1), (1,5), (1,9), (2,5), (3,1), (3,5), (3,9), (4,5), (5,1), (5,5), (5,9), (6,5), (7,5), (8,5), (9,1), (9,5), and (9,9) are filled black. All other circles are white.

1	2 V-F	3	4	5	6
0 ○ ○	A ○ ○	A ○	0 ○ ○	0 ○ ○	0 ○ ○
1 ○ ○	B ○ ○	B ○	1 ○ ○	1 ○ ○	1 ○ ○
2 ○ ○	C ○ ○	C ○	2 ○ ○	2 ○ ○	2 ○ ○
3 ○ ○	D ○ ○	D ○	3 ○ ○	3 ○ ○	3 ○ ○
4 ○ ○	E ○ ○	E ○	4 ○ ○	4 ○ ○	4 ○ ○
5 ○ ○	F ○ ○	F ○	5 ○ ○	5 ○ ○	5 ○ ○
6 ○ ○	G ○ ○		6 ○ ○	6 ○ ○	6 ○ ○
7 ○ ○	H ○ ○		7 ○ ○	7 ○ ○	7 ○ ○
8 ○ ○			8 ○ ○	8 ○ ○	8 ○ ○
9 ○ ○			9 ○ ○	9 ○ ○	9 ○ ○

	<b>7</b>	<b>8</b>
A	○	○ ○ ○
B	○	1 ○ ○
C	○	2 ○ ○
D	○	3 ○ ○
E	○	4 ○ ○
F	○	5 ○ ○
G	○	6 ○ ○
	7	○ ○ ○
	8	○ ○ ○
	9	○ ○ ○

1. Considere a reta  $s : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ . Se  $d$  é a distância de  $s$  à origem, então marque  $d^2$ . (0.750, -0.750)

2. Responda V ou F: (3.000, -3.000)

- (A) Considere três retas do espaço concorrentes no mesmo ponto  $P$ , cujos vetores diretores são:  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Se acontecer de  $w = k_1u + k_2v$ , então as três retas são coplanares.
- (B) Se somarmos as equações paramétricas de duas retas do espaço, de forma que o lado direito da coordenada  $x$  de uma reta é somado ao lado direito da coordenada  $x$  da outra, e de forma análoga para  $y$  e  $z$ , então encontraremos a forma paramétrica do plano que as contém.
- (C) É fácil mostrar que  $\|u \times v\| = \|u\| \|v\|$ .
- (D) Se  $u$  e  $v$  são vetores unitários, então  $\langle u, v \rangle$  é o cosseno do menor ângulo entre  $u$  e  $v$ .
- (E) Considere duas retas reversas  $r$  e  $s$ . Considere também dois planos não paralelos entre si, tais que cada um contém uma reta. Então pelo menos uma das retas  $r$  ou  $s$ , deverá concorrer com a reta que é interseção dos dois planos.
- (F) Podemos dizer que  $(u \times v) \times w = -w \times (u \times v)$ , e que também  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$ .
- (G) O valor absoluto do produto misto entre  $u$ ,  $v$  e  $w$  equivale ao produto entre  $\|u \times v\|$  e  $\|\text{proj}_{u \times v}^w\|$ .
- (H) Na forma paramétrica de um plano, os dois vetores utilizados para gerarem as direções do plano têm que ser ortogonais entre si.

3. Considere as retas do  $\mathbb{R}^3$  dadas por:  $r : \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 7 \end{cases}$ . Podemos afirmar que estas duas retas são: (1.250, -1.250)

- (A) Reversas ortogonais.
- (B) Paralelas.
- (C) Reversas não ortogonais.
- (D) Concorrentes ortogonais.
- (E) Coincidentes.
- (F) Concorrentes não ortogonais.

4. Seja  $v = (1, 2, -2)$ ; qual deverá ser o valor de  $t > 0$  para que o vetor  $tv$  tenha o triplo do tamanho do vetor  $u = (2, -1, 3)$ ? Assinale  $t^2$ . (0.750, -0.750)

5. Dadas as duas retas do espaço:  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$ , encontre  $d$ , a distância entre as duas. Então marque o inteiro  $\sqrt{3d}$ . (1.000, -1.000)

6. Considere as esferas de equações:  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$  e  $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ . Considere o plano que contém a circunferência que é interseção das duas esferas. Se  $d$  é a distância desse plano para a origem, então marque o inteiro  $1/d^2$ . (1.000, -1.000)

7. Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e o plano  $\pi$  de equação:  $2x + y - 3z - 3 = 0$ . Chame de  $C$  a circunferência que é interseção da esfera com o plano. Seja  $r$  a reta dada por:  $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  com  $t \in \mathbb{R}$ . Podemos afirmar que: (1.250, -1.250)

- (A) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  mas não passa pelo centro da esfera.
- (B) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e ainda tangencia a esfera.
- (C) A reta  $r$  não intersecta  $\pi$  mas intersecta a esfera.
- (D) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  mas ainda intersecta a esfera.
- (E) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto exterior à circunferência  $C$  e não intersecta a esfera.
- (F) A reta  $r$  intersecta  $\pi$  num ponto interior à circunferência  $C$  e passa pelo centro da esfera.
- (G) A reta  $r$  não intersecta nem o plano nem a esfera.

8. Considere as retas do  $\mathbb{R}^2$ :  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x = 2 + 4q \\ y = 2 + 3q \end{cases}$ , onde  $t, q \in \mathbb{R}$ . Considere a reta  $p$  que é a bissetriz do menor ângulo entre  $r$  e  $s$ . Esta reta passa por um ponto de abscissa  $\frac{17}{7}$ , e cuja ordenada é: (1.000, -1.000)