Inferência

1 – Teste de Hipóteses para duas médias

Renata Souza

Centro de Informática UFPE

Um problema

- Um fabricante de latas deseja diminuir a espessura das latas a fim de reduzir o custo delas.
- Usualmente a espessura é de 0,0282 cm mas o fabricante está testando latas de 0,0278 cm.
- A carga axial de uma lata é o peso máximo suportado por seus lados. Isto é medido através de uma placa seus lados.
- É importante temos uma carga axial suficientemente grande a fim de a lata não ceder quando se coloca a tampa.
- As latas de alumínio podem ter menor espessura para reduzir o custo?

Testes de Hipóteses para Grandes Amostras

σ_1 e σ_2 conhecidos.

Se são σ_1 e σ_2 desconhecidos use s_1 e s_2 (desvio padrão amostral) no lugar de σ_1 e σ_2

Testes Unilaterais

- $H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq 0$
- $H_a: \mu_1 - \mu_2 < 0$

- $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0$
- $H_a: \mu_1 - \mu_2 > 0$

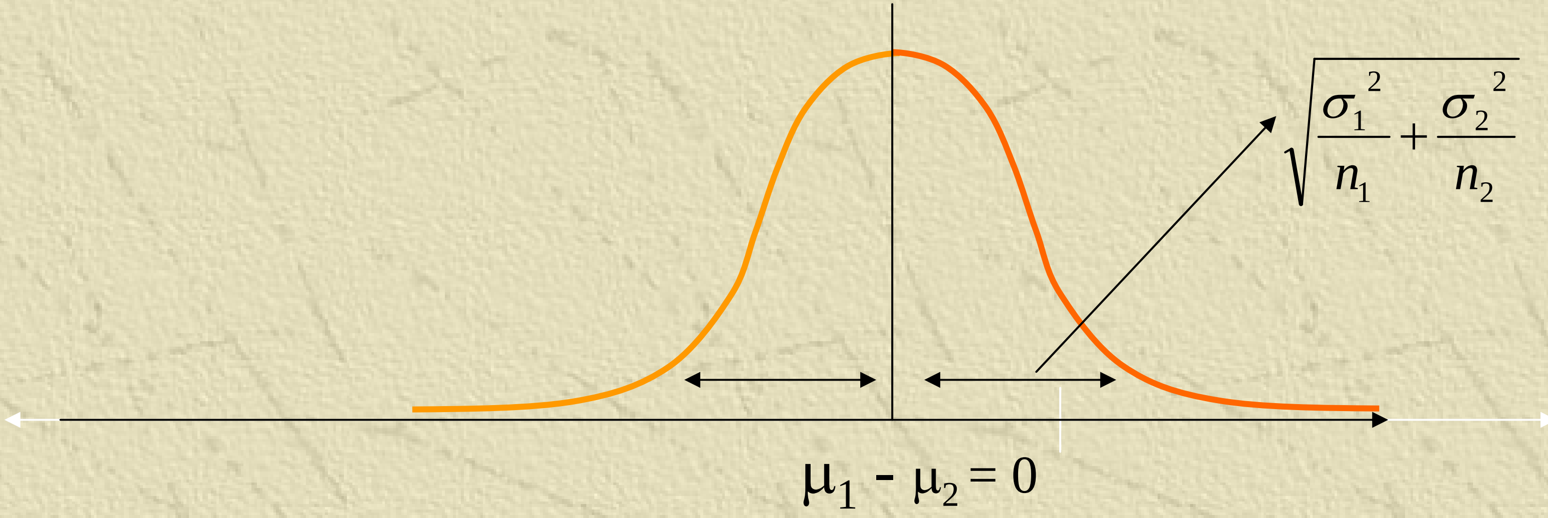
Testes Bilateral

- $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$
- $H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

Teste de hipóteses (unilateral)

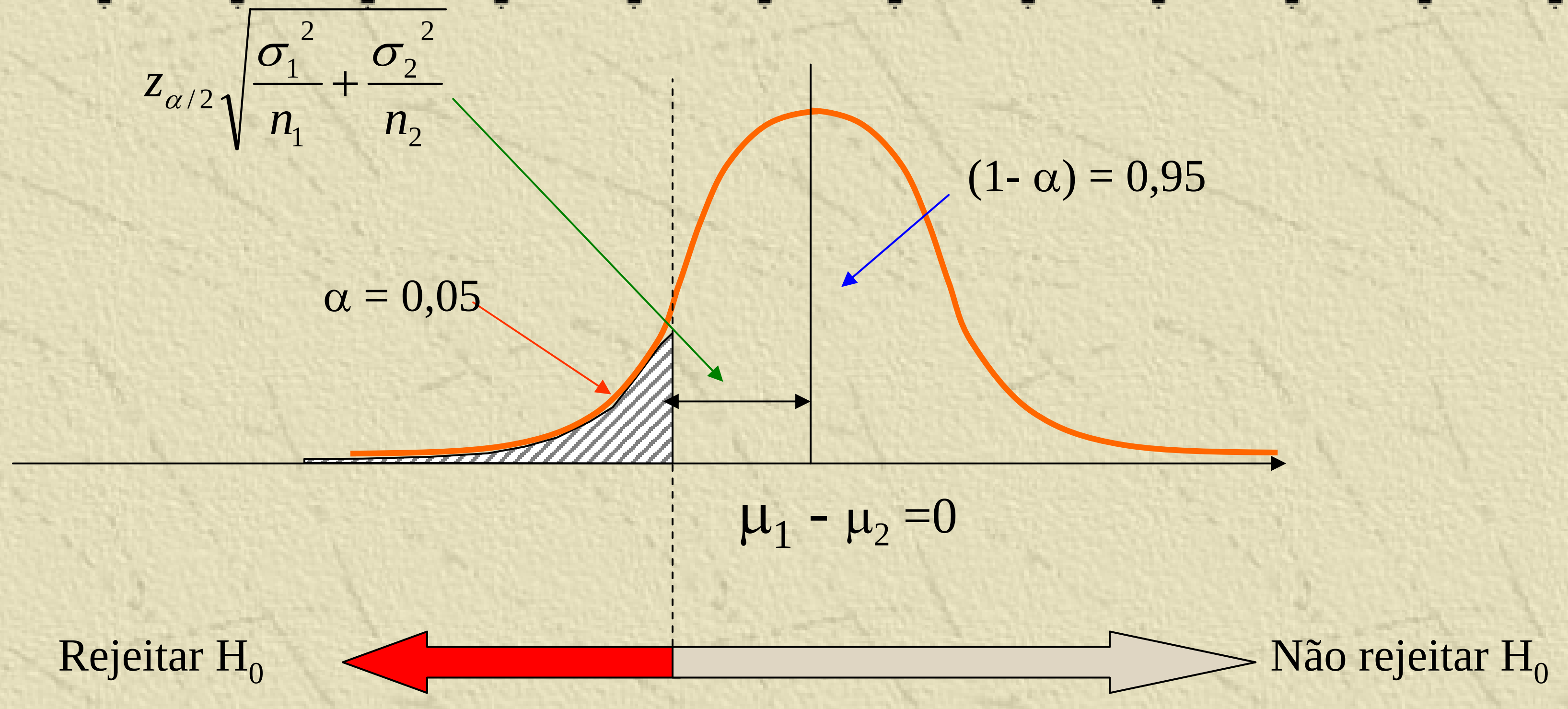
- H_0: $\mu_1 - \mu_2 \geq 0$
- H_a: $\mu_1 - \mu_2 < 0$

$$\overline{X}_1 - \overline{X}_2 \overset{d}{=} N\left(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma_1^{\ 2}}{n_1} + \frac{\sigma_2^{\ 2}}{n_2} \right)$$



Teste de hipóteses (unilateral)

- H_0: $\mu_1 - \mu_2 \geq 0$
- H_a: $\mu_1 - \mu_2 < 0$



Teste de hipótese unilateral

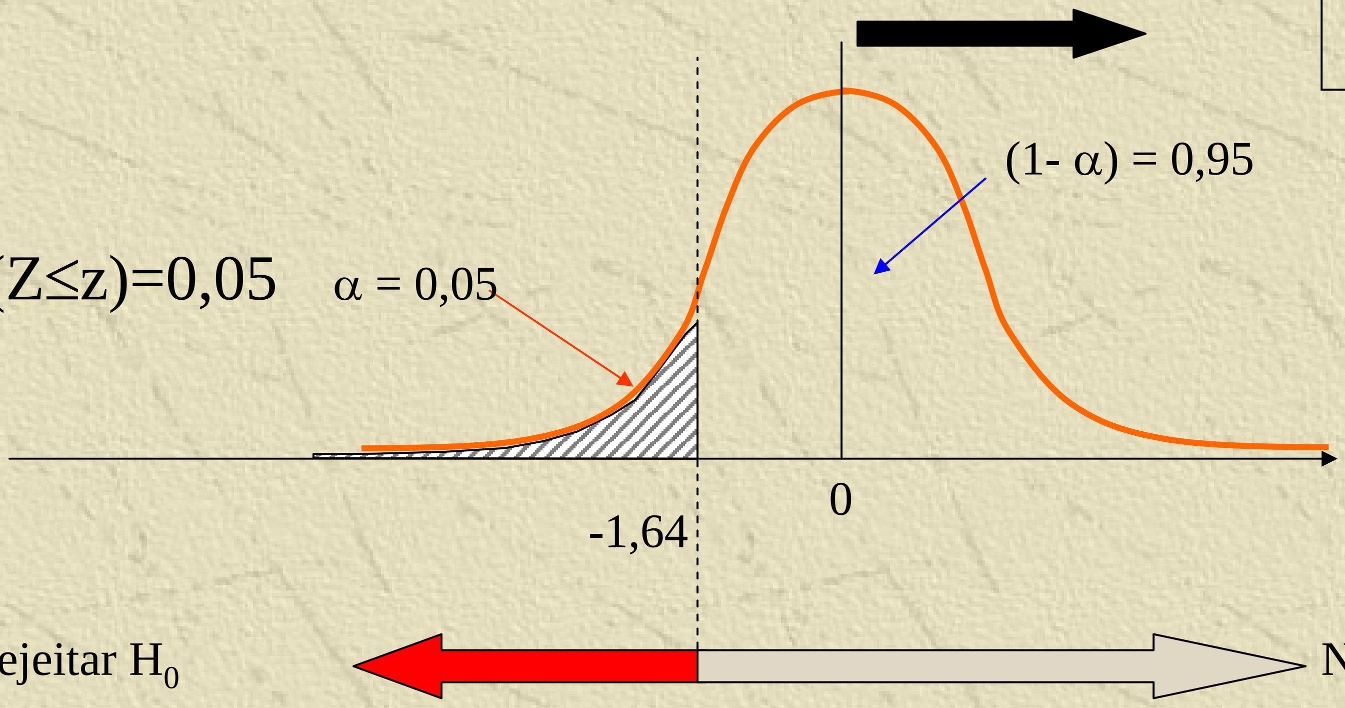
- $H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq 0$
- $H_a: \mu_1 - \mu_2 < 0$

Estatística do teste

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

Convertendo $\overline{X}_1 - \overline{X}_2$ para normal padrão

P(Z≤z)=0,05



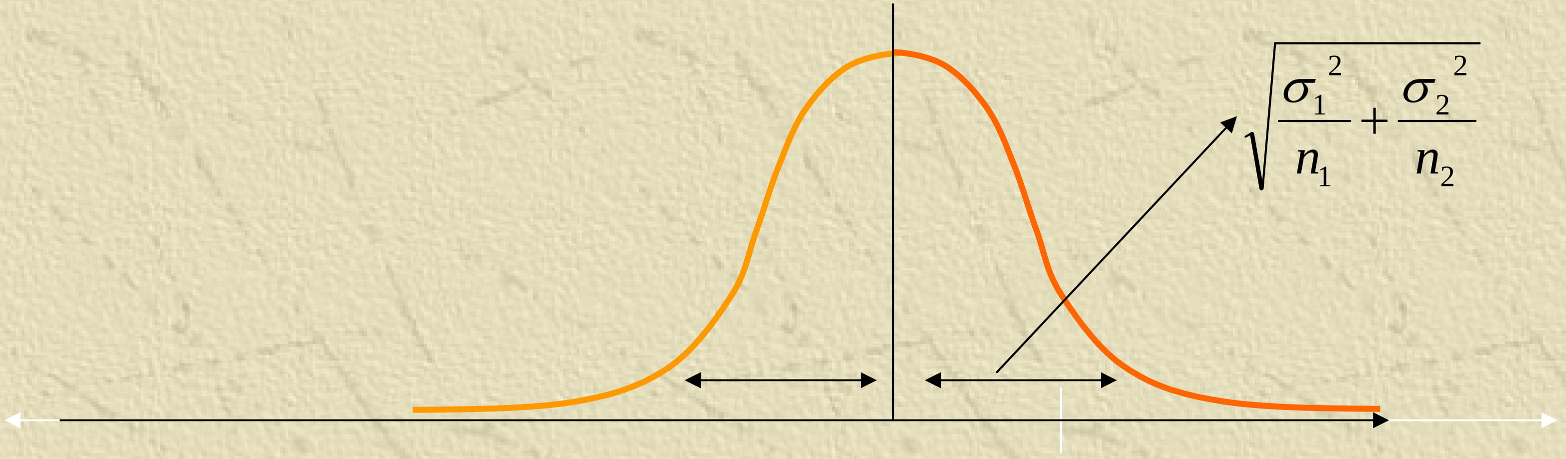
Rejeitar H_0 | Não rejeitar H_0

Rejeitar H_0 se $z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \leq -1{,}64$

Teste de hipóteses (unilateral)

- $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0$
- $H_a: \mu_1 - \mu_2 > 0$

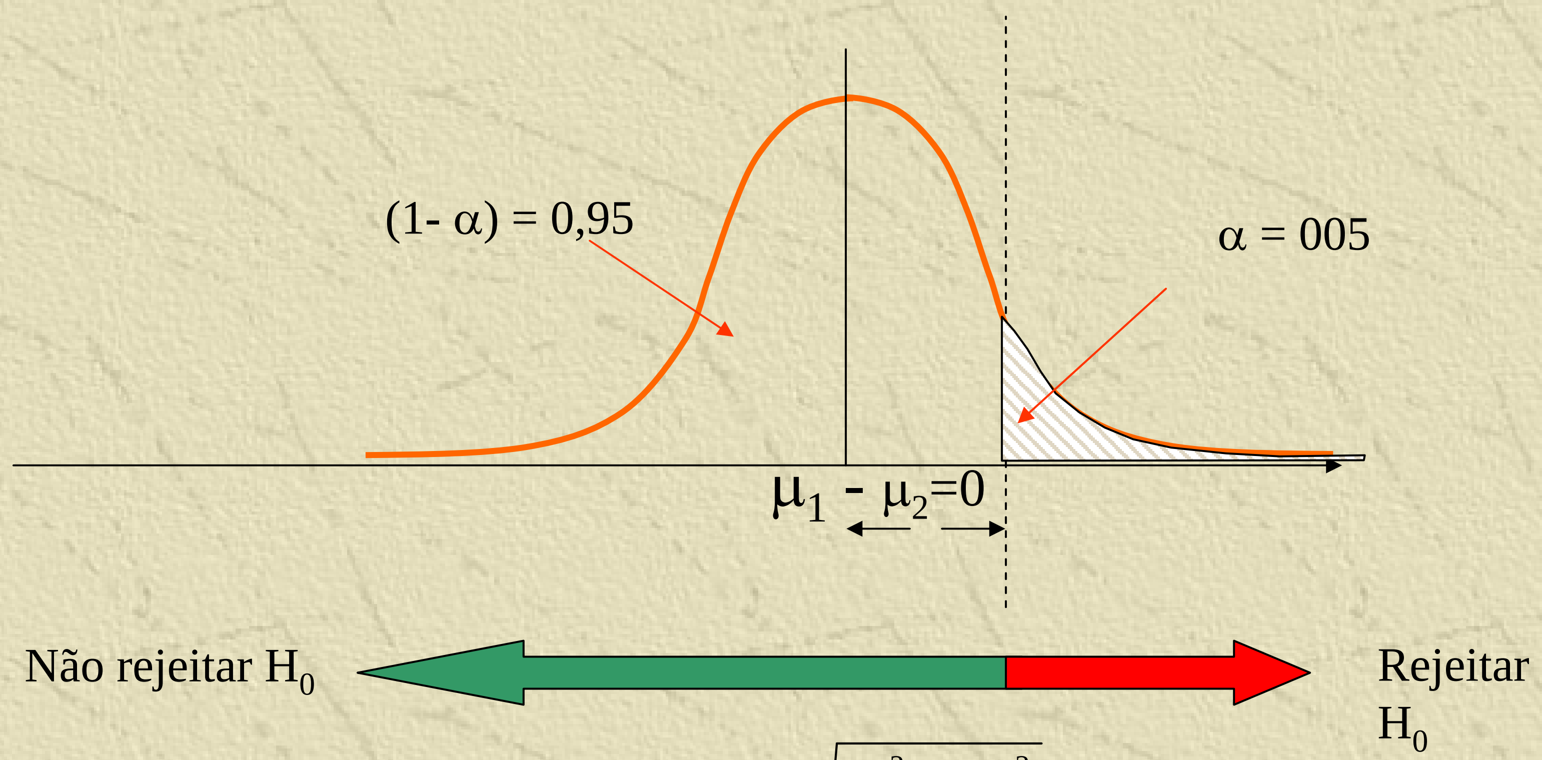
$$\overline{X}_1 - \overline{X}_2 \overset{d}{=} N\left(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma_1^{\,2}}{n_1} + \frac{\sigma_2^{\,2}}{n_2}\right)$$



$\mu_1 - \mu_2 = 0$

Teste de hipóteses (unilateral)

- $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0$
- $H_a: \mu_1 - \mu_2 > 0$



$$z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1{}^2}{n_1}+\frac{\sigma_2{}^2}{n_2}}$$

Teste de hipóteses (unilateral)

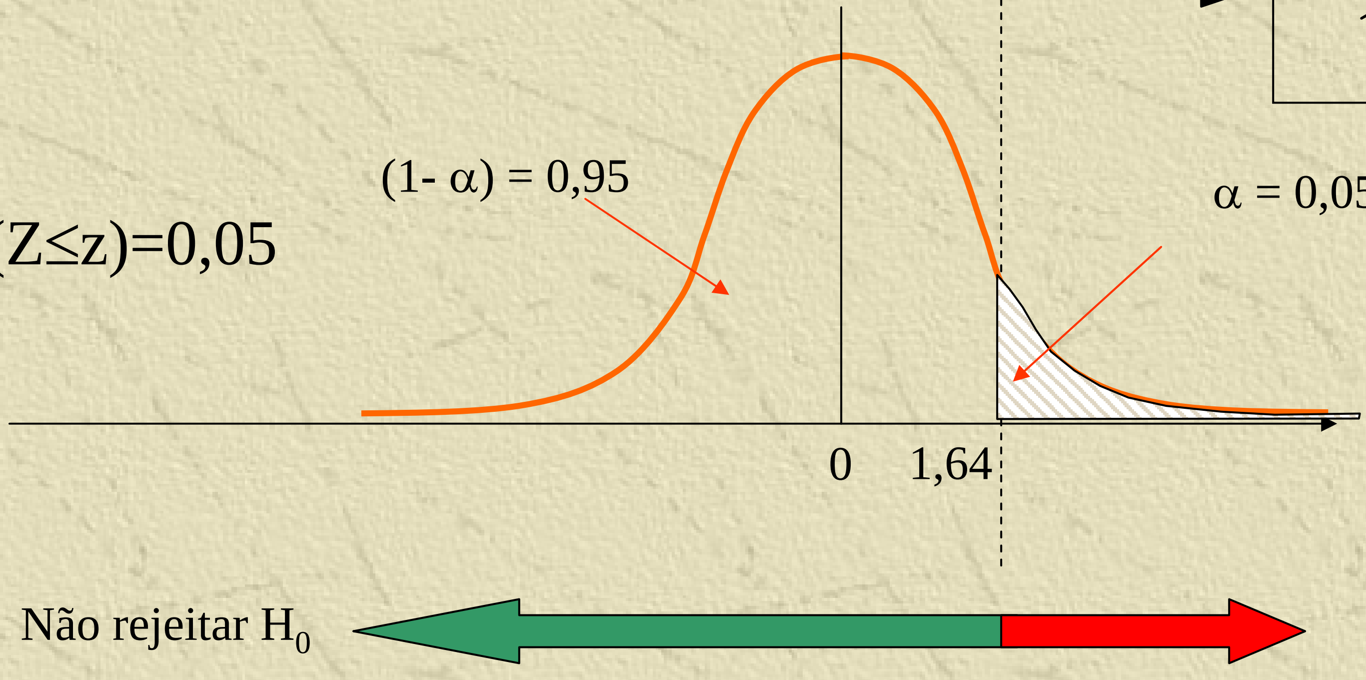
- $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0$
- $H_a: \mu_1 - \mu_2 > 0$

Estatística do teste

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

Convertendo $\overline{X}$ para normal padrão

P(Z≤z)=0,05

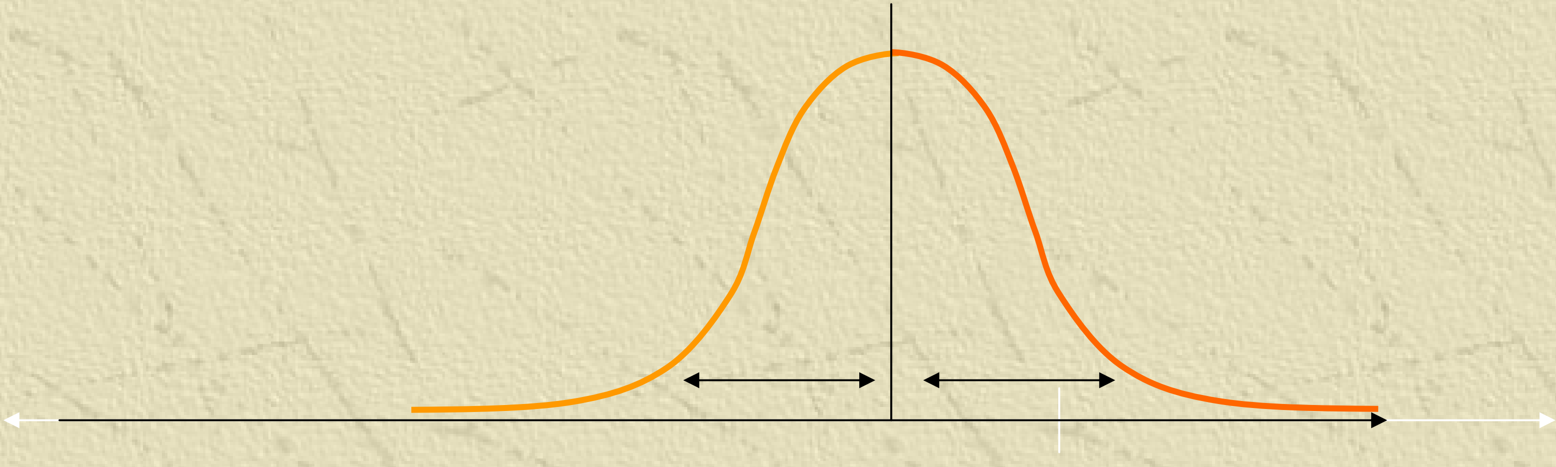


Rejeitar H_0 se $z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \geq 1{,}64$

Teste de hipóteses (bilateral)

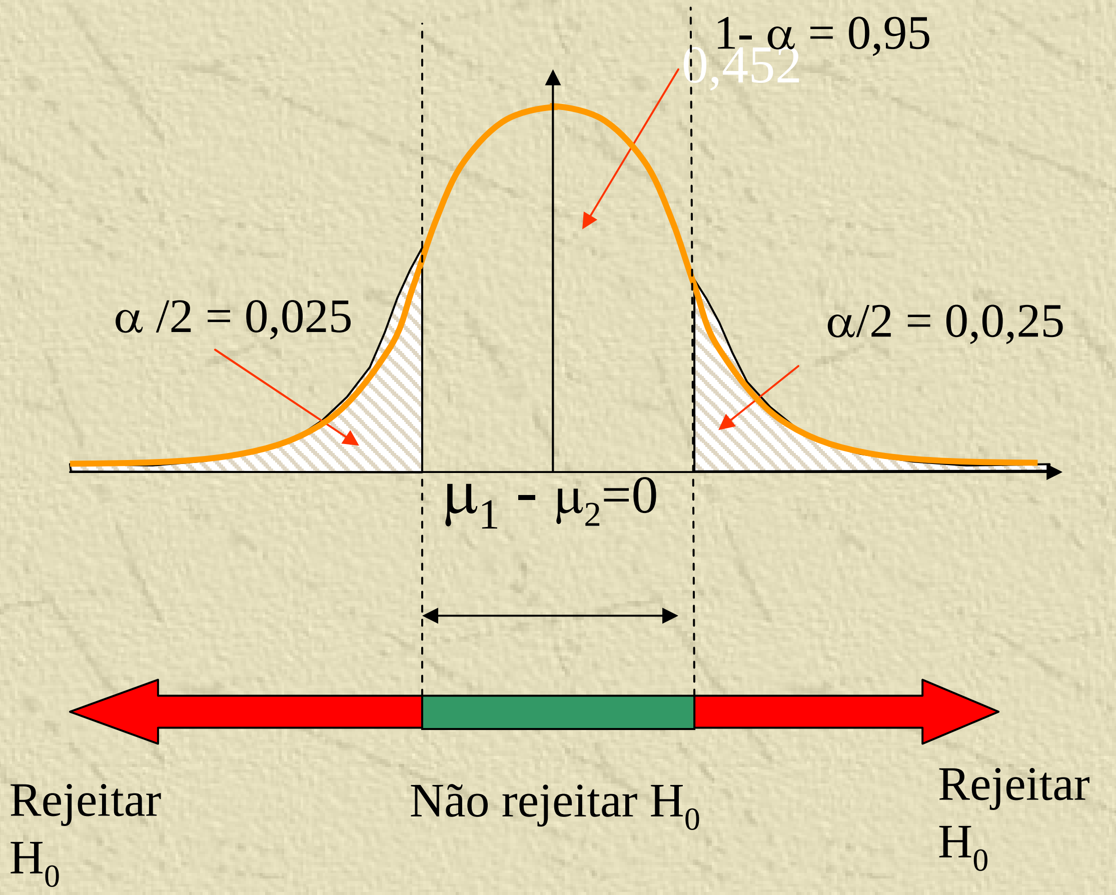
- H_0: $\mu_1 - \mu_2 = 0$
- H_a: $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$

$$\overline{X}_1 - \overline{X}_2 \overset{d}{=} N\left(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma_1^{\,2}}{n_1} + \frac{\sigma_2^{\,2}}{n_2}\right)$$



Teste de hipóteses (bilateral)

- H_0: $\mu_1 - \mu_2 = 0$
- H_a: $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$



$$z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^{\ 2}}{n_1}+\frac{\sigma_2^{\ 2}}{n_2}}$$

Teste de hipóteses (bilateral)

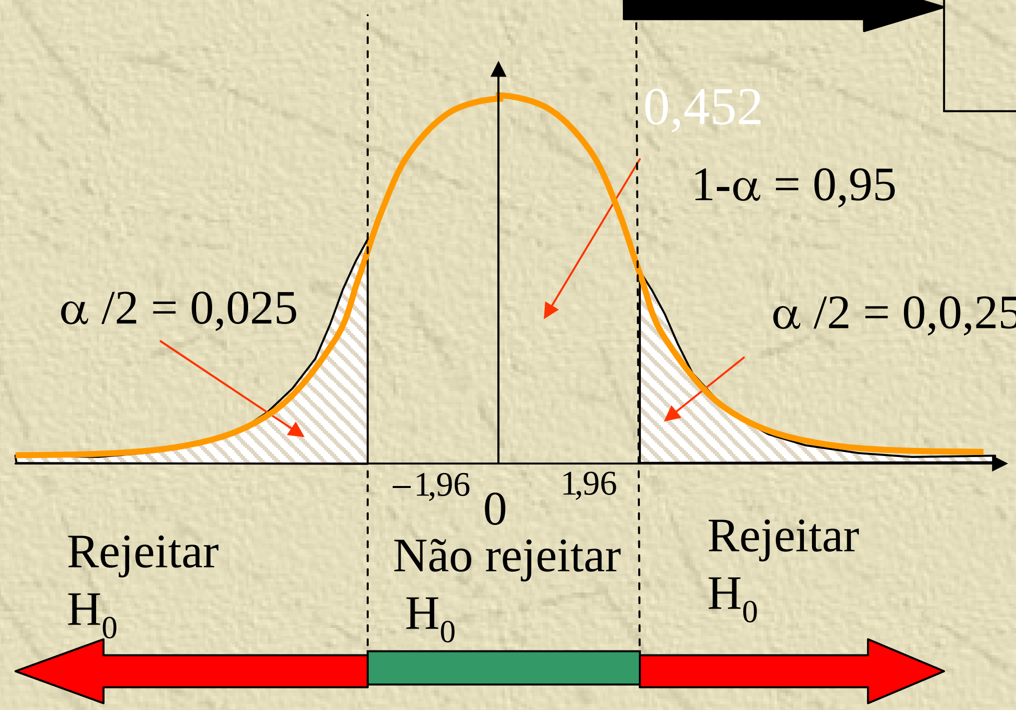
- $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$
- $H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

Estatística do teste

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

Convertendo $\bar{X}$ para normal padrão

P(Z≤z)=0,05



Rejeitar H_0 se $z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \leq -1.96$ ou $z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \geq 1.96$

Testes de Hipóteses para Grandes Amostras

σ_1 e σ_2 desconhecidos e desiguais.

- Estatística do teste

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}}$$

- Usar a tabela t-Student e o número de graus de liberdade é o menor dentre valor entre n_1-1 ou n_2 -1.

Teste de hipóteses: procedimento geral

1. Identifique o parâmetro de interesse no problema. Neste caso é μ.
2. Formule a hipótese nula (H_0)
3. Formule uma hipótese alternativa apropriada (H_a)
4. Defina o nível de significância
5. **Estabeleça a estatística usando**

   a distribuição normal quando as variâncias populacionais são conhecidas ou

   a distribuição t-Student quando as variâncias são estimadas.
6. Estabeleça a região de rejeição usando o nível de significância
7. Coletar os dados amostrais e calcular a estatística do teste
8. Decida se H_0 deve ou não ser rejeitada e transponha esta conclusão para o contexto do problema

Resposta do problema

Hipóteses

- H_0: $\mu_1 - \mu_2 \geq 0$
- H_a: $\mu_1 - \mu_2 < 0$

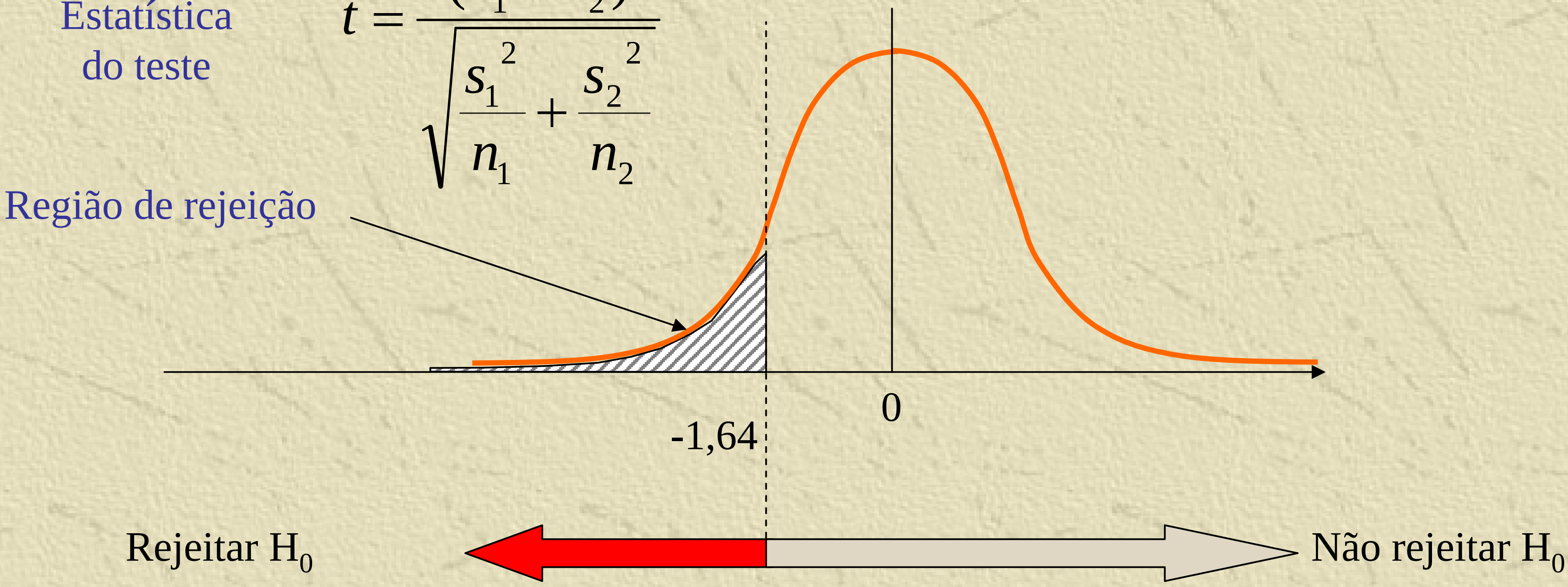
μ_1 - carga axial média das latas com espessura 0,0278

μ_2 - carga axial média das latas com espessura 0,0282

Nível de significância do teste $\alpha = 0{,}05$

Estatística do teste

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\dfrac{s_1^{\,2}}{n_1} + \dfrac{s_2^{\,2}}{n_2}}}$$



Resposta do problema

- Dados da amostra 1 (carga das lata com espessura 0,0278):

$$\bar{x}_1 = 267{,}1 \quad n_1 = 175 \quad s_1 = 22{,}1$$

- Dados da amostra 2 (carga das lata com espessura 0,0282):

$$\bar{x}_1 = 281{,}80 \quad n_1 = 175 \quad s_1 = 27{,}8$$

- Estatística do teste $t = \dfrac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\dfrac{s_1{}^2}{n_1} + \dfrac{s_2{}^2}{n_2}}} = \dfrac{(267{,}1 - 281{,}8)}{\sqrt{\dfrac{22{,}1}{175} + \dfrac{27{,}8}{175}}} = -5{,}48$

- Como $t_{\alpha/2}$ = -1,64 (174 graus de liberdade) existe uma forte evidência para apoiar a afirmação que as latas de 0,0278 cm têm carga axial média inferior à das latas de 0,0282 cm