Inferência

Teste de Hipóteses para uma média

Renata Souza

Centro de Informática UFPE

Um problema

- A maioria crê que a temperatura média do corpo humano é 98,6ºF. Uma amostra de dados parece sugerir que a média 98,2ºF. Sabemos que as amostras tendem a variar, de forma que talvez a verdadeira temperatura média seja 98,6ºF e a média amostral 98,2ºF seja resultado de uma flutuação aleatória.
- Veremos se a temperatura média do corpo humano é ou não é 98,6ºF.
- Dados do problema: n=106, s = 0,62ºF e

$$\bar{x} = 98,20$$

Teste de hipóteses para uma média populacional

- Uma hipótese estatística é uma afirmação sobre uma população (e não sobre a amostra)

- Normalmente são formuladas duas hipóteses:
  - H_0: (hipótese nula) que é a hipótese que não se quer testar
  - H_a: (hipótese alternativa) que será aceita se não for possível provar que H_0 é verdadeira
- Exemplos:

(a) H_0: mulheres vivem o mesmo ou mais que homens

H_a: mulheres vivem menos que homens

(b) H_0: o réu é culpado H_a: o réu é inocente

Teste de hipóteses

- Exemplo

Em um estudo para avaliar um novo motor instalado em automóveis, um grupo de pesquisa está buscando evidências para concluir que o novo motor aumenta a média de quilômetros por litro.

- H_0: $\mu \leq$ 24 (hipótese nula)
- H_a: $\mu >$ 24 (hipótese alternativa)

Neste exemplo a hipótese aternativa é a hipótese de pesquisa. Em tal caso as hipóteses nula e alternativa devem ser formuladas de modo que a rejeição de H_0 suporte a conclusão e ação que estão sendo procuradas.

Resumo das formas para as hipóteses

Seja μ_0 o valor numérico específico que está sendo considerado nas hipóteses nula e alternativa.

- $H_0: \mu \leq \mu_0$
- $H_a: \mu > \mu_0$

- $H_0: \mu \geq \mu_0$
- $H_a: \mu < \mu_0$

- $H_0: \mu = \mu_0$
- $H_a: \mu \neq \mu_0$

Erros de decisão

Erro tipo I: rejeitar H_0 quando esta é verdadeira

Erro tipo II: não rejeitar H_0 quando esta é falsa

decisão	H_0 é	H_0 é falsa
não rejeitar H_0	decisão	erro tipo II
rejeita H_0	erro tipo I	decisão correta

- A probabilidade de cometer erro tipo I é denominada "nível de significância" e é denotada por α.
- A probabilidade de cometer erro tipo II é denotada por β

Erros de decisão

- Na prática é especificado a probabilidade máxima permissível de se cometer o erro tipo I, chamado nível de significância.
- Escolhas comuns para o nível de significância são:

0,05 (5%) e 0,01 (1%)

- Assim, se a probabilidade de se cometer um erro Tipo I é controlada por selecionar um pequeno valor para o nível de significância, temos um alto grau de confiança que a conclusão para rejeitar H_0 está correta.
- Em tais casos temos o suporte estatístico para concluir que H_0 é falso e H_a é verdadeiro. Qualquer hipótese sugerida para H_a é aceita.

Erros de decisão

- Como na prática não se atenta para a probabilidade de se cometer o erro tipo II, se decidimos aceitar H_0 não podemos determinar quão confiantes podemos estar com aquela decisão.

- Assim recomenda-se que seja usado a declaração “não rejeitar H_0” em vez de aceitar H_0.

Testes de Hipóteses

σ conhecido.

Se é σ desconhecido use s (desvio padrão amostral) no lugar de σ

Testes Unilaterais

- $H_0: \mu \geq \mu_0$
- $H_a: \mu < \mu_0$

- $H_0: \mu \leq \mu_0$
- $H_a: \mu > \mu_0$

Testes Bilateral

- $H_0: \mu = \mu_0$
- $H_a: \mu \neq \mu_0$

- H_0: $\mu \geq \mu_0$
- H_a: $\mu < \mu_0$

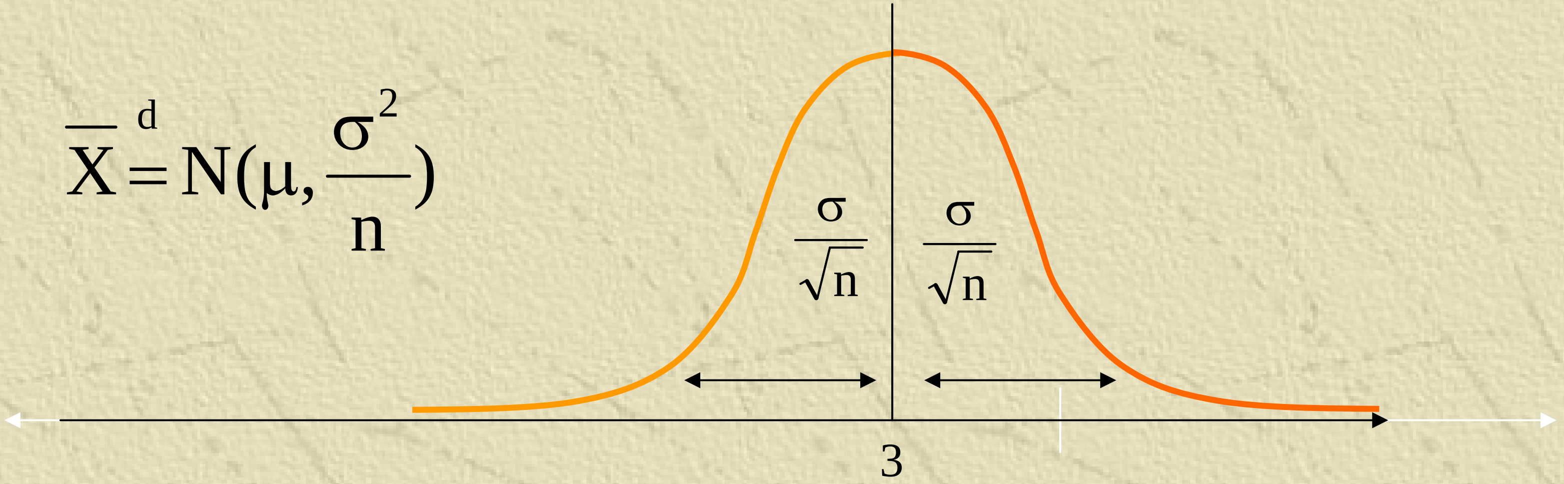
Teste de hipóteses (unilateral)

- Exemplo: seja:

  H_0: $\mu \geq 3$

  H_a: $\mu < 3$

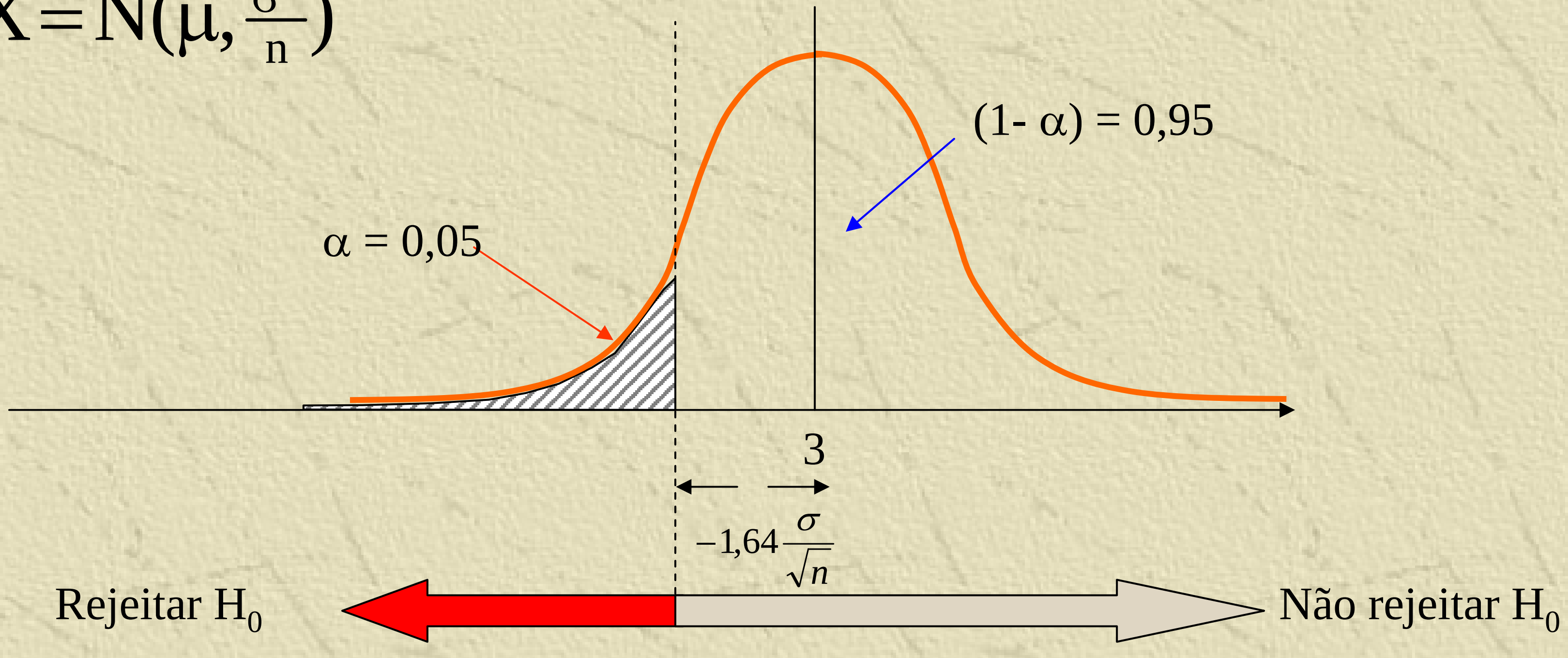
$$\overline{X} \stackrel{d}{=} N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$$



Teste de hipóteses (unilateral)

- $H_0: \mu \geq \mu_0$
- $H_a: \mu < \mu_0$

$$\bar{X} \overset{d}{=} N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$



Teste de hipótese unilateral

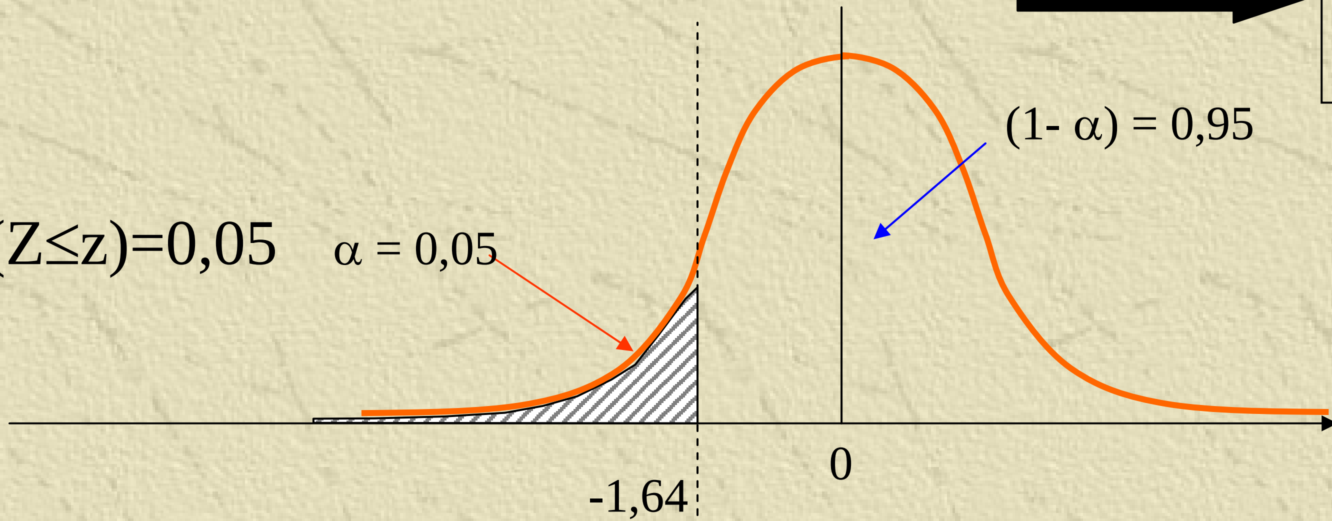
- $H_0: \mu \geq \mu_0$
- $H_a: \mu < \mu_0$

Convertendo $\overline{X}$ para normal padrão

Estatística do teste

$$z = \frac{(\overline{x} - 3)}{\sigma / \sqrt{n}}$$

P(Z≤z)=0,05



Rejeitar H_0

Não rejeitar H_0

Rejeitar H_0 se $z = \dfrac{(\overline{x} - 3)}{\sigma / \sqrt{n}} \leq -1{,}64$

Teste de hipóteses (unilateral)

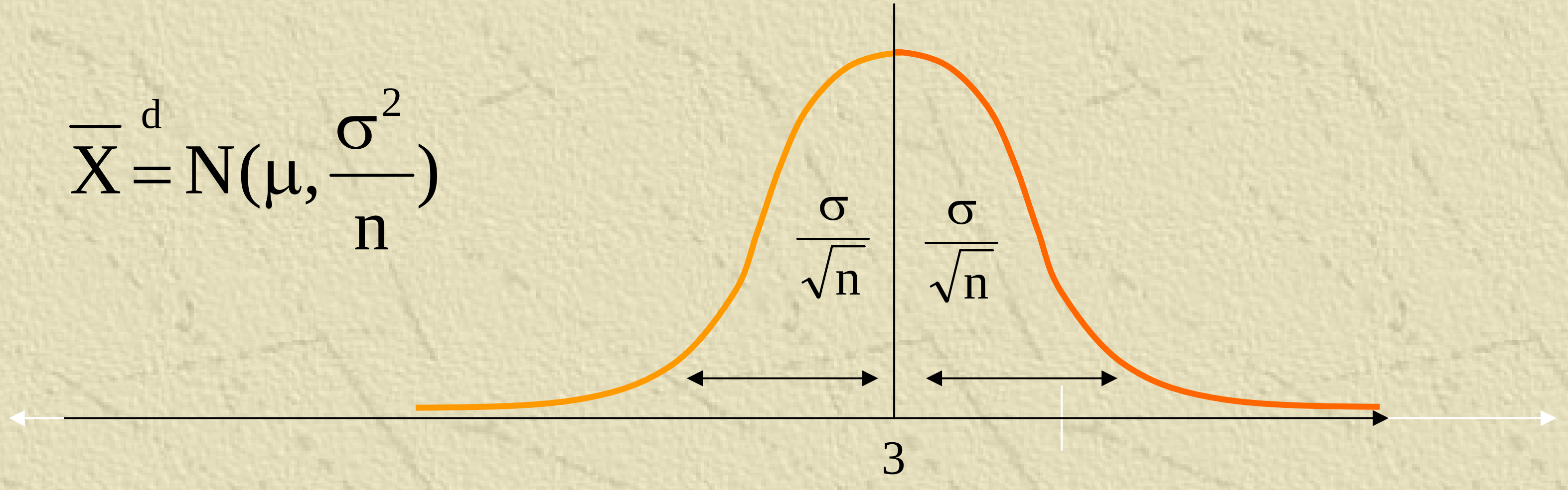
- H_0: $\mu \leq \mu_0$
- H_a: $\mu > \mu_0$

- Exemplo: seja:

  H_0: $\mu \leq 3$

  H_a: $\mu > 3$

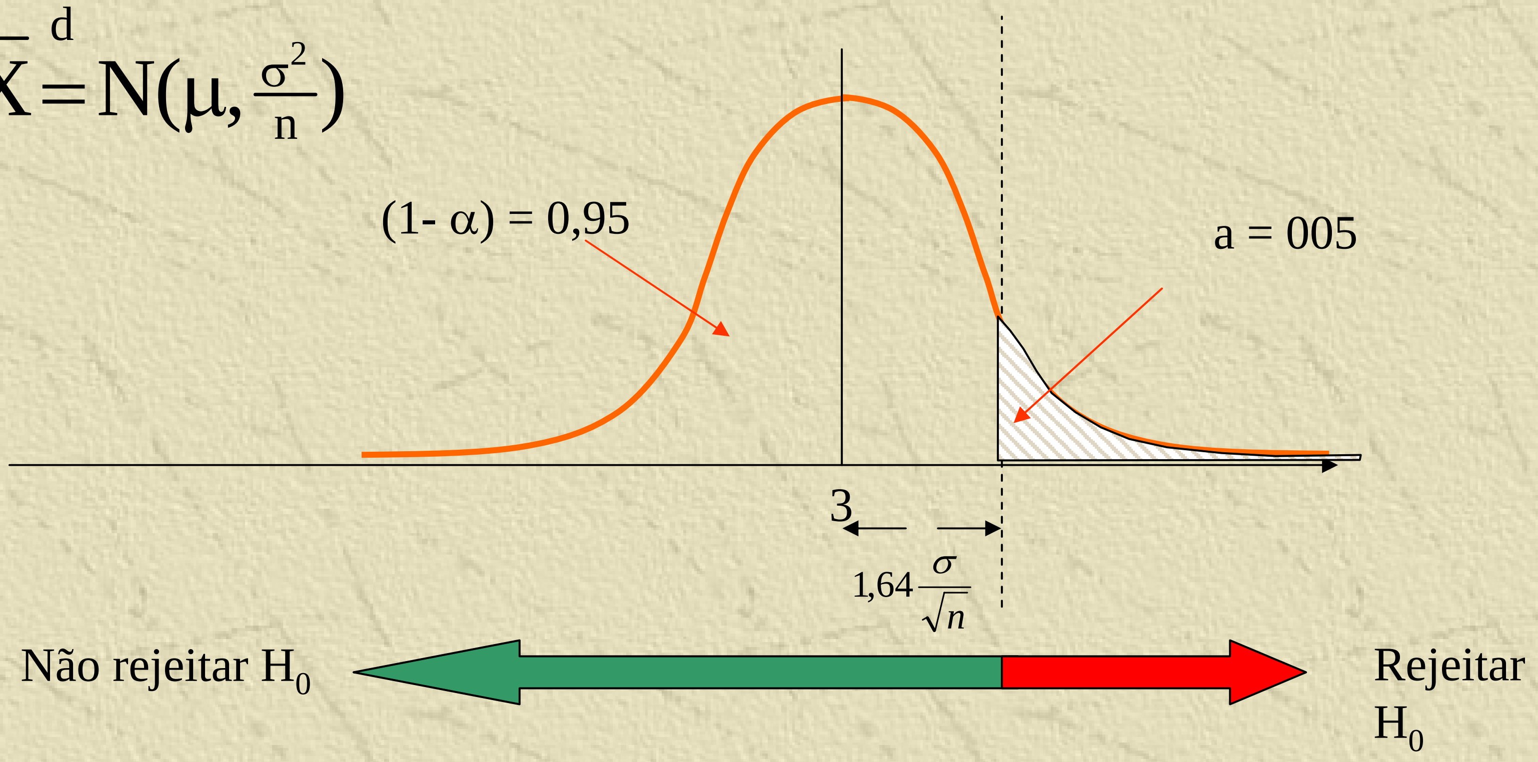
$$\bar{X} \overset{d}{=} N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$$



Teste de hipóteses (unilateral)

- H_0: $\mu \leq \mu_0$
- H_a: $\mu > \mu_0$

$$\bar{X} \overset{d}{=} N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$



Teste de hipóteses (unilateral)

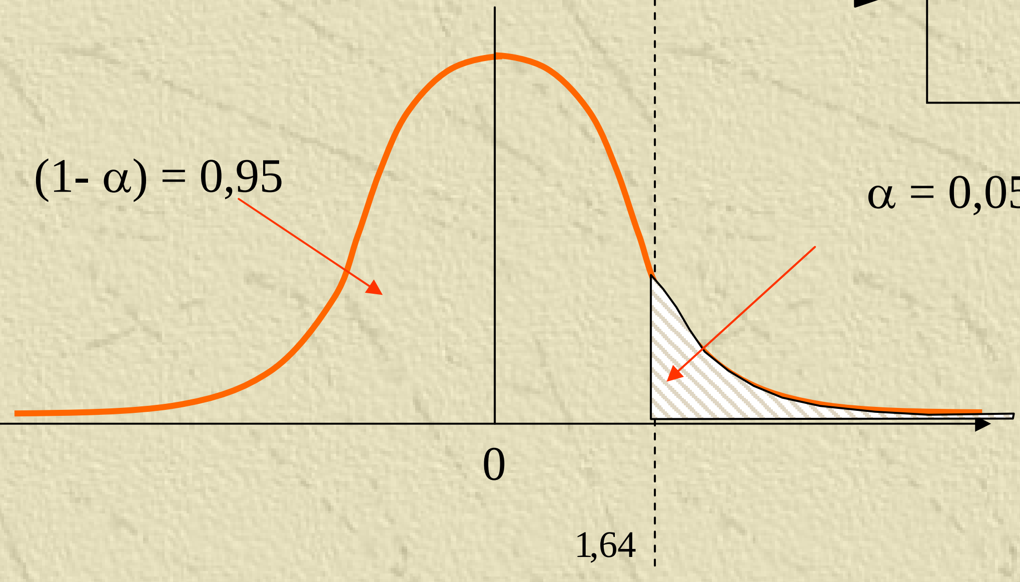
- $H_0: \mu \leq \mu_0$
- $H_a: \mu > \mu_0$

Estatística do teste

$$z = \frac{(\bar{x} - 3)}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Convertendo $\bar{X}$ para normal padrão

P(Z≤z)=0,05



Não rejeitar H_0

Rejeitar H_0

Rejeitar H_0 se $z = \dfrac{(\bar{x} - 3)}{\sigma / \sqrt{n}} \geq 1{,}64$

- $H_0: \mu = \mu_0$
- $H_a: \mu \neq \mu_0$

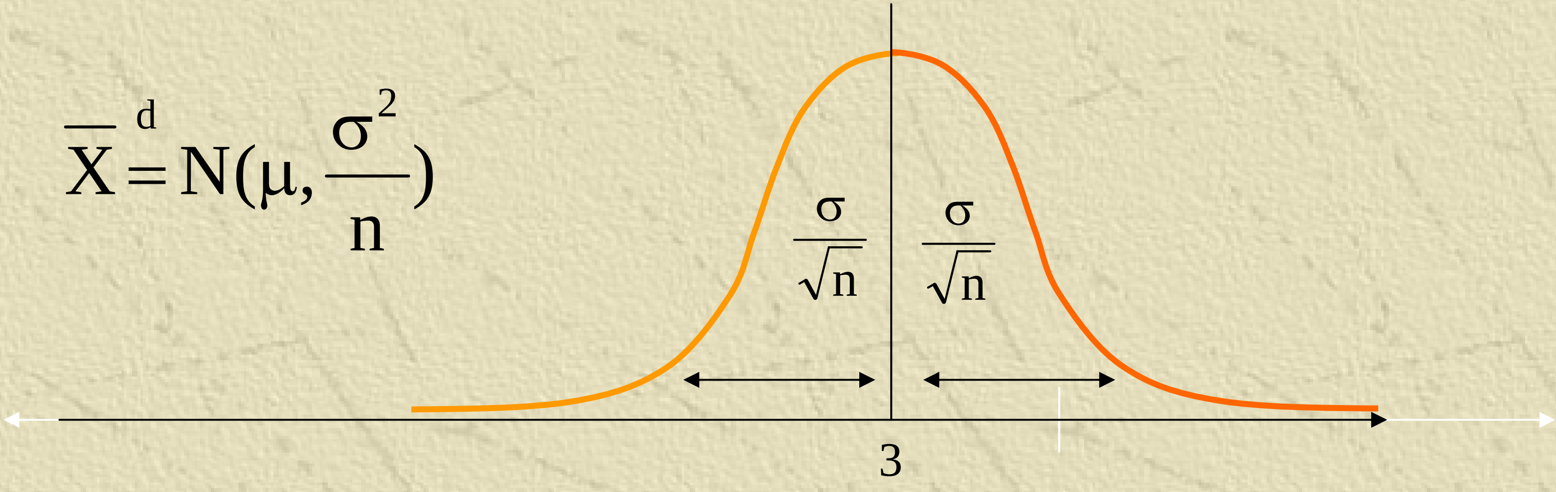
Teste de hipóteses (bilateral)

- Exemplo: seja:

$H_0: \mu = 3$

$H_a: \mu \neq 3$

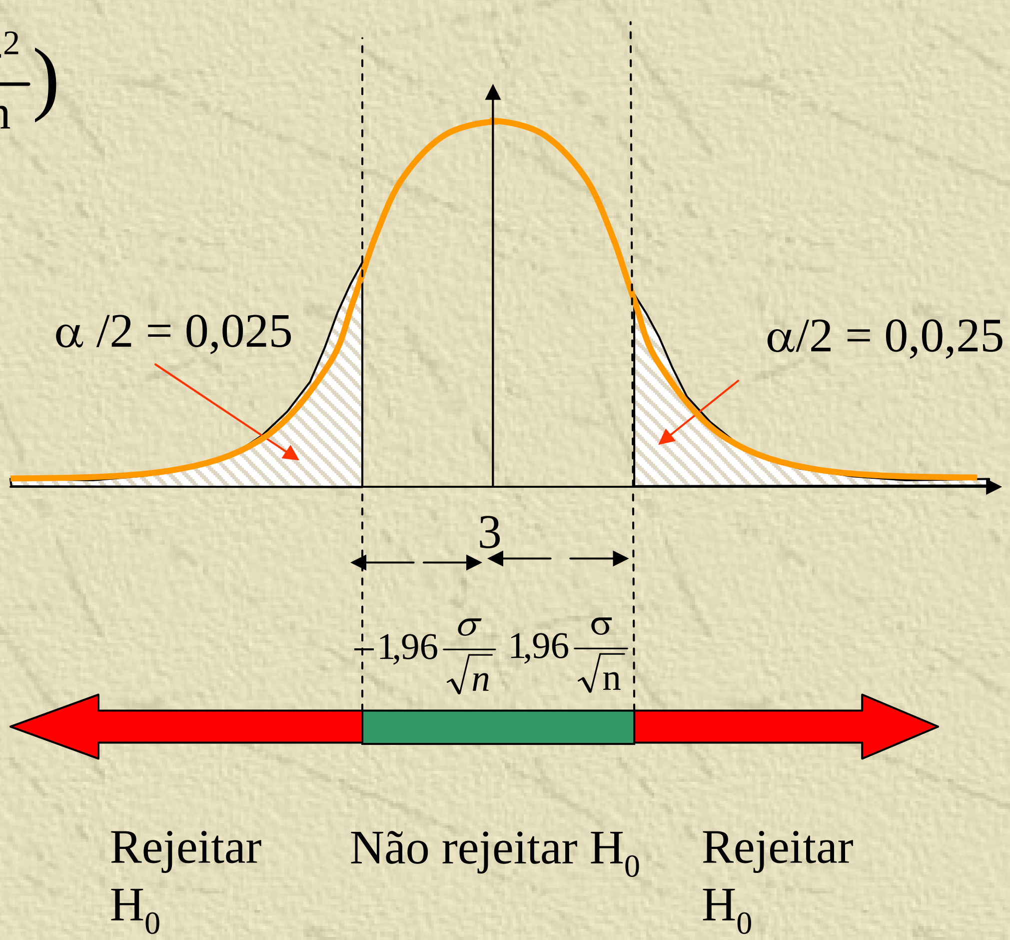
$$\bar{X} \overset{d}{=} N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$



Teste de hipóteses (bilateral)

- $H_0: \mu = \mu_0$
- $H_a: \mu \neq \mu_0$

$$\bar{X} \overset{d}{=} N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$



Teste de hipóteses (bilateral)

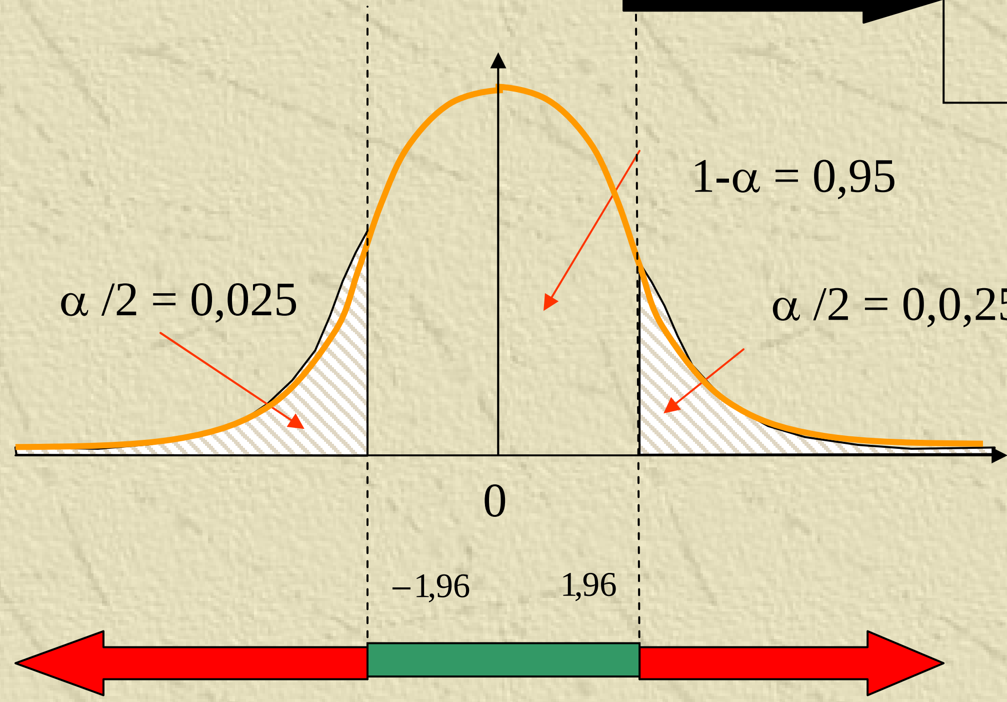
- $H_0: \mu = \mu_0$
- $H_a: \mu \neq \mu_0$

Estatística do teste

$$z = \frac{(\bar{x} - 3)}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Convertendo $\bar{X}$ para normal padrão

P(Z≤z)=0,05



Rejeitar H_0 | Não rejeitar H_0 | Rejeitar H_0

Rejeitar H_0 se $\dfrac{(\bar{x} - 3)}{\sigma / \sqrt{n}} \leq -1{,}96$ ou $\dfrac{(\bar{x} - 3)}{\sigma / \sqrt{n}} \geq 1{,}96$

Teste de hipóteses: procedimento geral

1. Identifique o parâmetro de interesse no problema. Neste caso é μ.
2. Formule a hipótese nula (H_0)
3. Formule uma hipótese alternativa apropriada (H_a)
4. Defina o nível de significância
5. **Estabeleça a estatística do teste usando**

   a distribuição normal quando a variância populacional é conhecida ou

   a distribuição t-Student com n-1 graus de liberdade quando a variância é estimada.
6. Estabeleça a região de rejeição usando o nível de significância
7. Coletar os dados amostrais e calcular a estatística do teste
8. Decida se H_0 deve ou não ser rejeitada e transponha esta conclusão para o contexto do problema

Resposta do problema

$$t = \frac{(\bar{x} - \mu)}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{98,20 - 98,6}{\dfrac{0,62}{\sqrt{106}}} = -6,64$$

- Região crítica: t≤-1.98 ou t≥1.98
- Conclusão: Como t=-6,64≤-1.98, rejeita-se a hipótese que a média é 98,6^{o}F.