



Conceitos Básicos de Probabilidade

- ❑ Como identificar o espaço amostral de um experimento.
- ❑ Como distinguir as probabilidades
- ❑ Como identificar e usar as propriedades da probabilidade



Motivação

- Uma empresa que oferece produtos químicos para satisfazer clientes.
- Cliente testa cada lote depois de recebe-lo e 40% dos lotes devem ser devolvidos.
- O custo da empresa testar os lotes antes de envia-los é caro e então propuseram um teste de baixo custo.
- Qual a probabilidade de que um lote passaria no teste do cliente dado se este tivesse passado no teste da empresa?.
- A análise de probabilidade indicou que um lote tinha uma probabilidade 0,909 de passar no teste do cliente.
- Resultados:
 - O estudo forneceu evidência para adoção de um novo procedimento de teste na empresa.
 - Melhoria no serviço e redução nos custos de embarque e manuseio de lotes devolvidos.



Experimento Aleatório

- Um ensaio por meio do qual resultados específicos (contagens, medidas ou respostas) são obtidos.
- O que caracteriza:
 - A possibilidade de repetição sob as mesmas condições.
 - Os resultados não são determinados a priori.
 - Existência de regularidade quando o número de repetições é grande.



Exemplo

- Um resultado é um ponto amostral.
- Espaço amostral é o conjunto de todos os possíveis resultados.
- Um evento é um subconjunto.
- Experimento: jogar um dado.
 - Espaço amostral: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 - Evento: a face é par, $\{2, 4, 6\}$
 - Ponto amostral: um resultado $\{2\}$



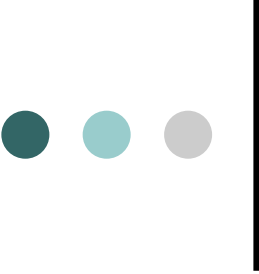
Tipos de Probabilidade

- Probabilidade clássica: usada quando cada resultado no espaço amostral tem a mesma probabilidade de ocorrer.
 - Quando um dado é lançado, qual a probabilidade da face 2?
- Probabilidade empírica: baseia-se em observações obtidas de experimentos aleatórios
 - Uma companhia de seguros constata que a cada 100 pedidos de pagamentos, quatro são fraudulentos. Qual é a probabilidade de o próximo pedido de pagamento ser uma fraude?.



Tipos de Probabilidade

- Lei dos grandes números.
 - A medida que um experimento é repetido mais e mais vezes, a probabilidade empírica (frequência relativa) de um evento tende à sua probabilidade real.
- Probabilidade subjetiva: intuição estimativa ou palpite.
 - Um analista pode achar que a chance dos funcionários entrarem em greve é de 0,25.



Classificando os tipos de probabilidade

- A probabilidade de seu telefone tocar durante o jantar é de 0,5.
- A probabilidade de o eleitor escolhido ao acaso votar nos republicanos é de 0,45.
- A probabilidade de ganhar um único bilhete em uma rifa que envolve mil bilhetes é de $1/1000$.



Eventos

- A soma das probabilidade de todos os resultados possíveis de um experimento é 1.
- Complemento de um evento é o conjunto de todos os resultados em um espaço amostral que não estão incluídos no evento.
 - $P(E)=1-P(E')$



Postulados de probabilidade

- A probabilidade são números reais positivos ou zero: $P(A) \geq 0$, para qualquer evento A .
- Qualquer espaço amostral S tem probabilidade 1 $P(S)=1$.
- Se dois eventos são mutuamente excludentes, a probabilidade de ocorrência de um ou outro é:
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.



Exemplo

- Se C e D são os eventos que um determinado doutor estar em seu consultório às 9 horas da manhã ou de estar no hospital. Se $P(C)=0,48$ e $P(D)=0,27$. Qual a probabilidade $P(C' \cap D')$?



Regra da adição

- A probabilidade de o evento A ou B ocorrer $P(A \cup B) = P(A \cup B)$.
 - $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
 - As possibilidades de que choverá no Recife num certo dia de agosto, de que haverá trovoadas nesse dia e de que choverá e haverá trovoadas nesse dia são: 0,27, 0,24 e 0,15. Qual a probabilidade de chover ou haver trovoadas nesse dia?



Probabilidade condicional

- A probabilidade de ocorrer um evento dado que um outro evento ocorreu.
 - Duas cartas são selecionadas em sequencia de um baralho comum. Determine a probabilidade de a segunda ser uma dama, dado que a primeira foi um rei? Eventos: A =a carta é rei e B =a carta é dama, $P(B/A)$



Eventos independentes e dependentes

- Dois eventos são independentes se a ocorrência de um deles não afeta a probabilidade de ocorrência do outro.
- Dois eventos A e B são independentes se $P(A/B)=P(A)$ ou $P(B/A)=P(A)$



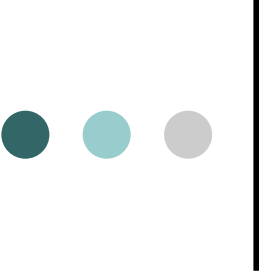
Classificando eventos

- Selecionar um rei de um baralho comum (A), não recolocando, e então selecionar uma dama do baralho (B).
- Um salmão passar com sucesso através de uma barragem (A) e um outro salmão passar com sucesso pela mesma barragem (B).
- Praticar piano (A) e torna-se pianista (B).
- Exercitar-se com frequencia e uma baixa taxa de batimento cardíaco quando em repouso (B)



Regra da Multiplicação

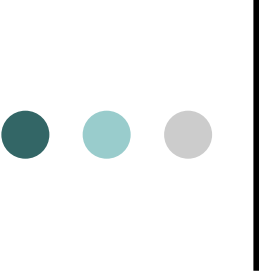
- A probabilidade de dois eventos A e B ocorrerem $P(A \text{ e } B)$ é
- $P(A \cap B) = P(A) * P(B/A)$ ou
- $P(A \cap B) = P(B) * P(A/B)$
- A probabilidade de um salmão atravessar uma barragem com sucesso é de 0,85 .
Qual a probabilidade de que três salmões atravessem uma dada barragem?
- Se dois eventos são independentes,
 - $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$



Teorema de Bayes

- Sejam B o evento de uma pessoa cometer um furto e G um evento de uma pessoa ser condenada pelo furto.
- $P(G/B)$
- $P(B/G)$

$$P(B / G) = \frac{P(G / B)P(B)}{P(G)}$$



Teorema de Bayes

- Em certo estado onde os automóveis devem ser testados quanto à emissão de gases poluentes, 25% de todos os automóveis, emitem quantidades excessivas de gases poluentes. Ao serem testados, 99% de todos os automóveis emitem quantidades excessivas de gases poluentes são reprovados, mas 17% dos que não emitem quantidades excessivas de gases poluentes também são reprovados. Qual a probabilidade de um automóvel que é reprovado no teste efetivamente emitir uma quantidade excessiva de gases poluentes?



Teorema de Bayes

- Seja A um evento (efeito). Se B_1, \dots, B_k (causas) são eventos mutuamente excludentes, então

$$P(B_i / A) = \frac{P(B_i) * P(A / B_i)}{P(B_1) * P(A / B_1) + \dots + P(B_k) * P(A / B_k)}$$