



Segunda Prova — 01 de Dezembro deste ano que não acaba!

■ Esta prova tem 05 questões.
 ■ A duração da prova é de 02h00min.

■ **QUESTÃO 1** (2,0 pt)

Desenhe *um* grafo dirigido com 5 (cinco) vértices e 6 (seis) arestas tal que (simultaneamente):

- i. os seus vértices enumerados em *profundidade* são 0, 2, 4, 3, 1,
- ii. os seus vértices enumerados em *largura* são 0, 2, 3, 4, 1, e
- iii. uma possível ordem topológica dos vértices é 1, 0, 2, 3, 4.

■ **QUESTÃO 2** (2,0 pt)

A estrutura *union-find* pode ser utilizada para detecção de ciclos em grafos simples através do seguinte algoritmo:

“Dado um grafo $G = (V = \{0, \dots, n - 1\}, E)$, comece com uma partição de n conjuntos, cada um contendo exatamente um vértice. Em seguida, para cada aresta *distinta* $(i, j) \in E$, com $i < j$, se os vértices i e j não pertencem ao mesmo conjunto, então una-os e continue; senão pare indicando que G contém um ciclo.”

Considere então a aplicação do algoritmo acima sobre o grafo G dado pelas listas de adjacências

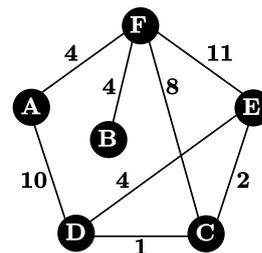
- 0 → 1, 4 2 → 4 4 → 0, 2 6 → 5, 7
 1 → 0 3 → 7 5 → 6, 7 7 → 3, 5, 6

supondo que as arestas são processadas na ordem acima $(0, 1)$, $(0, 4)$, $(2, 4)$, ... e que são utilizadas as heurísticas de *união ponderada* e *compressão de caminhos*.

Represente a estrutura *union-find* ao final da execução do algoritmo e indique se o mesmo acusou ou não a presença de ciclos.

■ **QUESTÃO 3** (2,0 pt)

Considere o grafo



a) Complete o diagrama

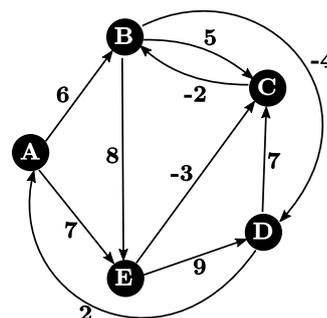
Iter. #	Peso, Precursor					
	A	B	C	D	E	F
0	0, -	∞, ?	∞, ?	∞, ?	∞, ?	∞, ?
1	0, -	10, A
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

correspondente à execução do *Algoritmo de Dijkstra* sobre o grafo acima.

b) As arestas que ligam cada vértice ao seu precursor formam uma árvore geradora. A árvore geradora resultante dessa execução é uma MST? Justifique.

■ **QUESTÃO 4** (2,0 pt)

Considere o grafo



Complete a matriz de programação dinâmica a seguir, correspondente à execução do Algoritmo Bellman-Ford no grafo acima para caminhos mínimos a partir do vértice A. (Para cada linha k e vértice t , a entrada correspondente da matriz contém o valor de $\delta^k(s = A, t)$)

k	A	B	C	D	E
0	0	∞	∞	∞	∞
1	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots

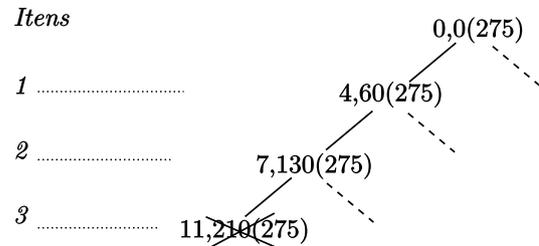
■ **QUESTÃO 5** (2,0pt)

O algoritmo de busca exaustiva para o problema da mochila sem repetição pode ser estendido para um algoritmo *branch&bound* da seguinte maneira. Quando estiver num nó de profundidade i da árvore de busca, no qual se considera incluir ou não o item i , além do peso e do valor acumulado já conhecidos, uma cota superior para o valor máximo transportado pode ser obtida adicionando-se o valor de todos os itens restantes v_{i+1}, \dots, v_n ao valor acumulado correspondente ao nó corrente. Se o peso acumulado excede a capacidade da mochila ou se a cota superior não superar a melhor solução já conhecida, o algoritmo retrocede e abandona o ramo. Nesse algoritmo, a cada passo deve-se tentar primeiro estender a solução parcial do nó corrente incluindo o próximo item, e depois não incluindo.

Complete a árvore abaixo correspondente à execução desse algoritmo sobre a entrada

Item (i)	1	2	3	4	5
Peso (w_i)	4	3	4	1	2
Valor (v_i)	60	70	80	25	40

com capacidade $K = 7$.



Em cada nó da árvore estão representados o peso e o valor acumulados correspondentes à solução parcial representada por ele, mais a cota superior para as soluções daquele ramo (entre parênteses).

