

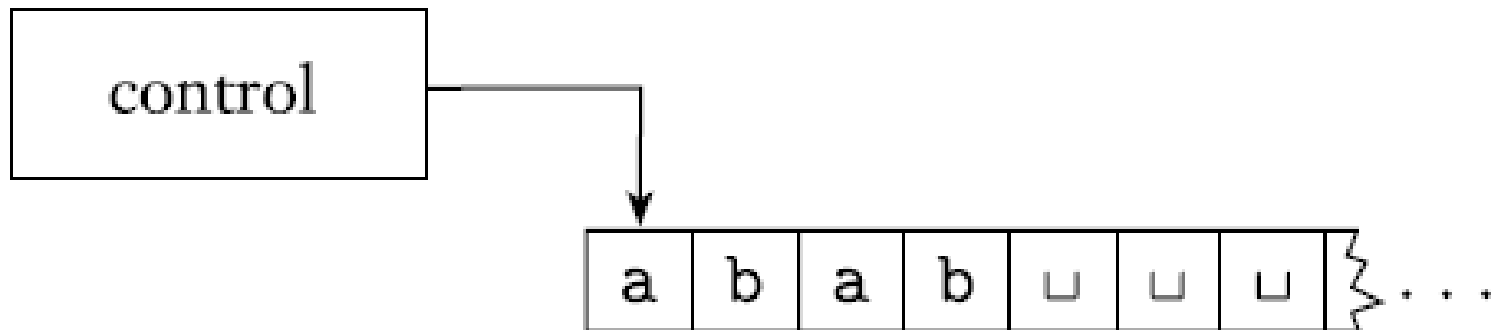
TEORIA DA COMPUTAÇÃO

UNIDADE 3: A TESE DE CHURHC-TURING

AULA 6: MAQUINAS DE TURING

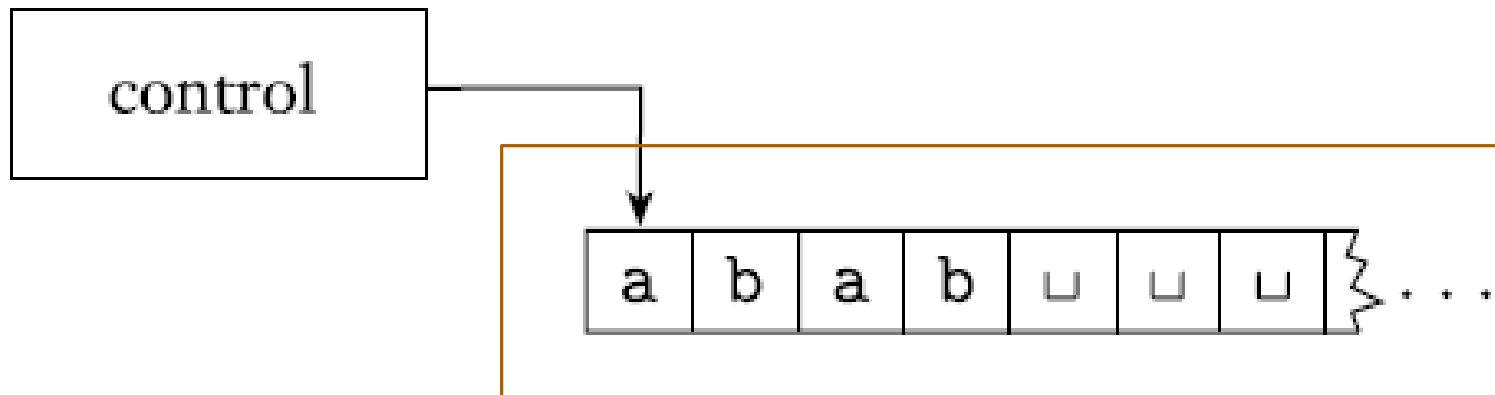
PROFESSOR: LUCAS CAMBUIM

O modelo de Turing



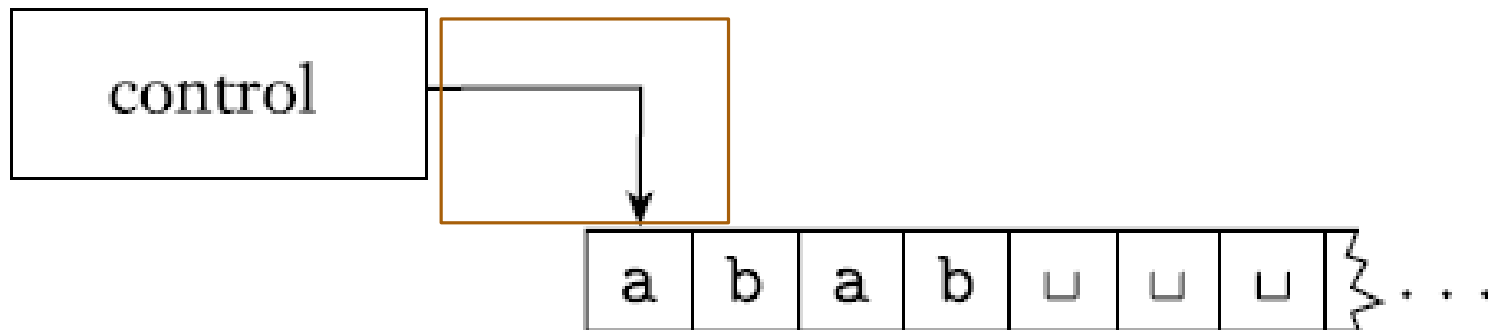
O modelo de Turing

- Usa uma fita infinita como sua memória ilimitada



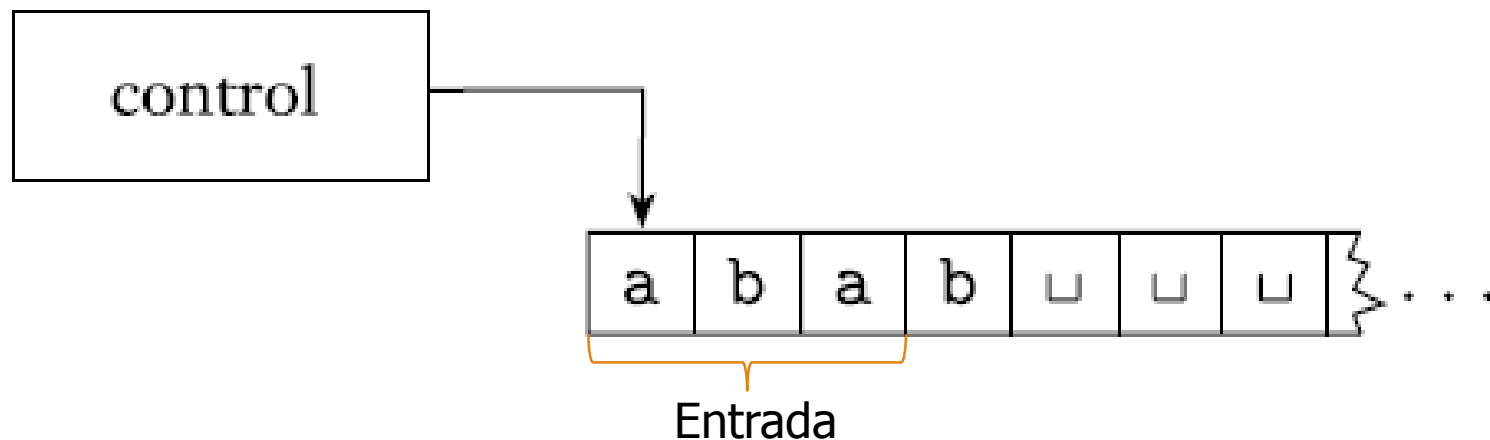
O modelo de Turing

- Ela tem uma cabeça que pode ler e escrever símbolos e mover-se sobre a fita



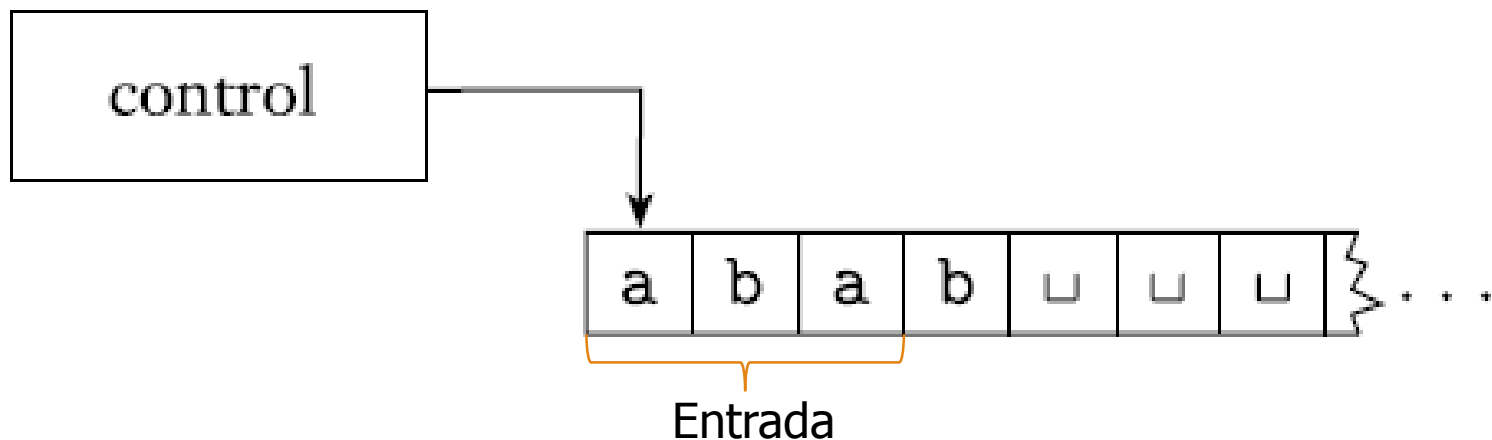
O modelo de Turing

- Inicialmente, a fita contém apenas a cadeia de entrada e está em branco em todo restante



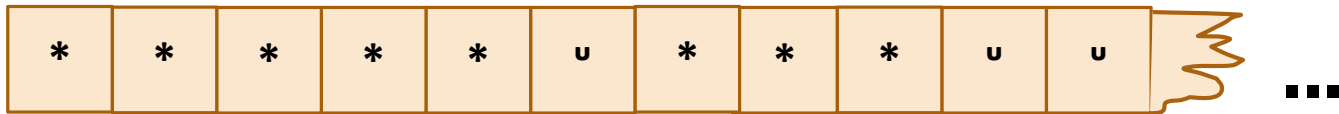
O modelo de Turing

- As saídas *aceite* e *rejeite* são obtidas entrando em estados designados de aceitação e de rejeição.
- Se não entrar num estado de aceitação ou de rejeição, ela continuará

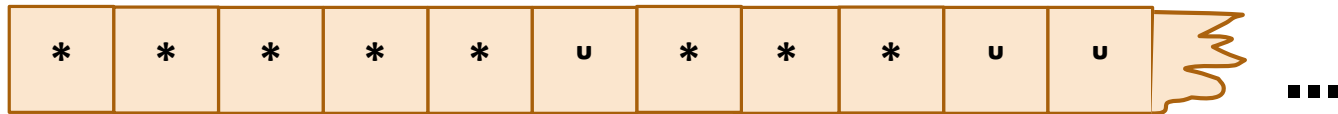


Máquinas de Turing - Exemplos

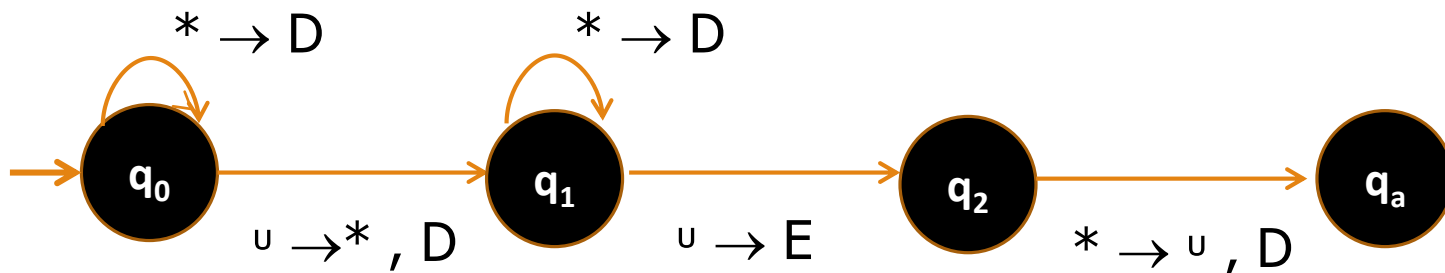
Descrevemos uma MT M_1 bem simples que faz a concatenação de dois inteiros positivos, representados por $*$ e separados por um branco na fita.



Exemplo



- q_0 Ler os * movendo a fita para a direita, ao encontrar o branco escrever *, move para a direita, vai para estado q_1
- q_1 Ler os *, move para a direita, continuar no estado 1 até encontrar um branco (fim da fita), mover para esquerda, ir para estado 2
- q_2 Apagar * e ir para um estado de aceitação.



Diferenças entre AF e MT

1. Uma máquina de Turing pode tanto **escrever** sobre a fita quanto **ler** a partir dela.

Diferenças entre AF e MT

1. Uma máquina de Turing pode tanto **escrever** sobre a fita quanto **ler** a partir dela.
2. A cabeça de leitura escrita pode **mover-se** tanto para a esquerda quanto para a direita

Diferenças entre AF e MT

1. Uma máquina de Turing pode tanto **escrever** sobre a fita quanto **ler** a partir dela.
2. A cabeça de leitura escrita pode **mover-se tanto para a esquerda quanto para a direita**
3. A fita é **infinita**.

Diferenças entre AF e MT

1. Uma máquina de Turing pode tanto **escrever** sobre a fita quanto **ler** a partir dela.
2. A cabeça de leitura escrita pode **mover-se tanto para a esquerda quanto para a direita**
3. A fita é **infinita**.
4. Os estados especiais para rejeitar e aceitar fazem **efeito** imediatamente

Definição formal de MT

DEFINIÇÃO 3.3

Uma *máquina de Turing* é uma 7-upla, $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{aceita}, q_{rejeita})$, onde Q, Σ, Γ são todos conjuntos finitos e

1. Q é o conjunto de estados,
2. Σ é o alfabeto de entrada não contendo o *símbolo em branco* $\sqcup$,
3. Γ é o alfabeto de fita, onde $\sqcup \in \Gamma$ e $\Sigma \subseteq \Gamma$,
4. $\delta: Q \times \Gamma \longrightarrow Q \times \Gamma \times \{E, D\}$ é a função de transição,
5. $q_0 \in Q$ é o estado inicial,
6. $q_{aceita} \in Q$ é o estado de aceitação, e
7. $q_{rejeita} \in Q$ é o estado de rejeição, onde $q_{rejeita} \neq q_{aceita}$.

Exemplo

Seja $B = \{w\#w \mid w \in \{0,1\}^*\}$. Queremos que M_1 aceite se sua entrada é um membro de B e rejeite caso contrário.

Exemplo

- Faça um zigue-zague ao longo da fita para posições correspondentes sobre qualquer dos lados do símbolo # para verificar se elas contem o mesmo símbolo.

Exemplo

- Se eles não contem, ou se nenhum # for encontrado, rejeite.

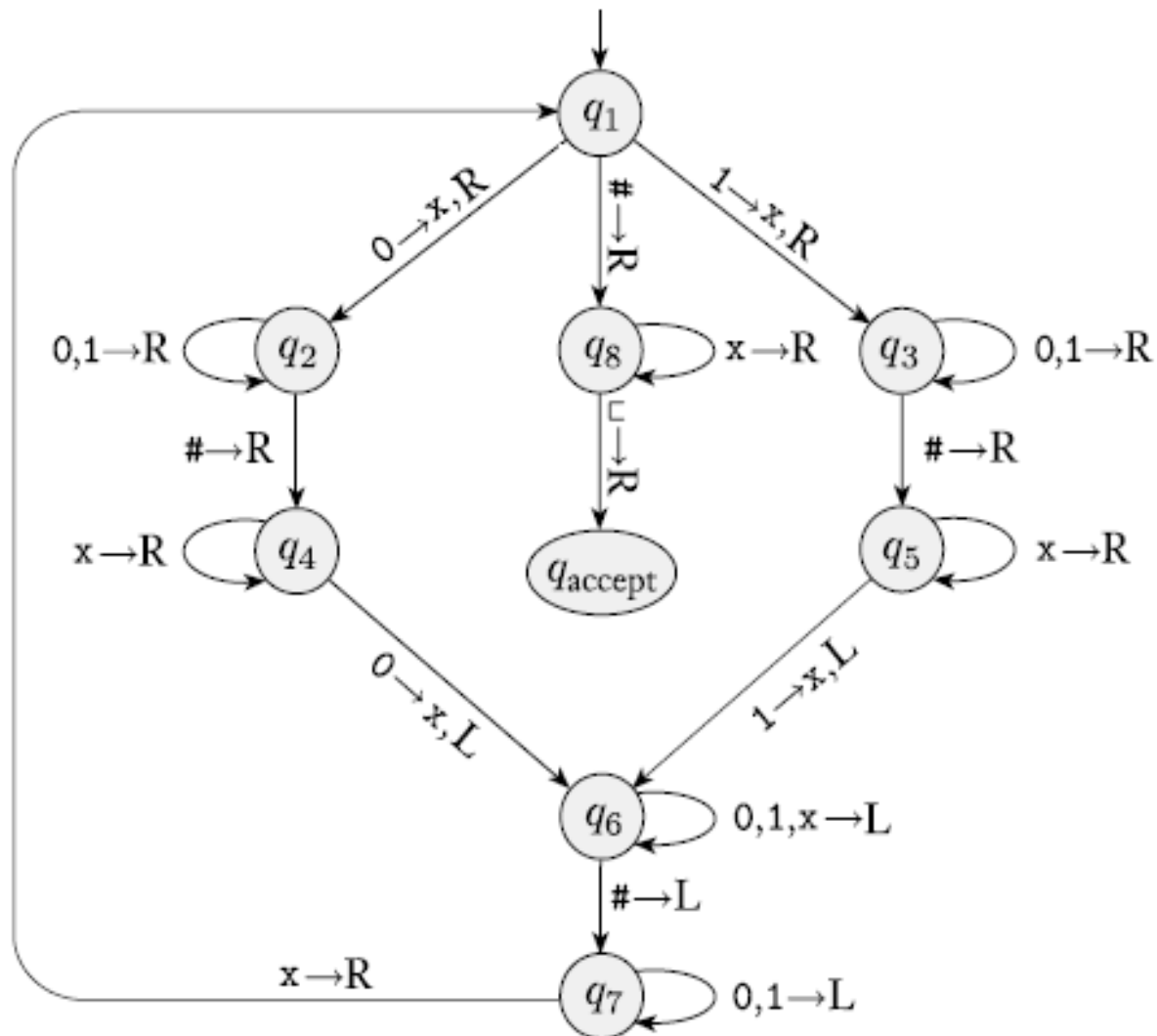
Exemplo

- Marque os símbolos a medida que eles são verificados para manter registro de quais símbolos têm correspondência.

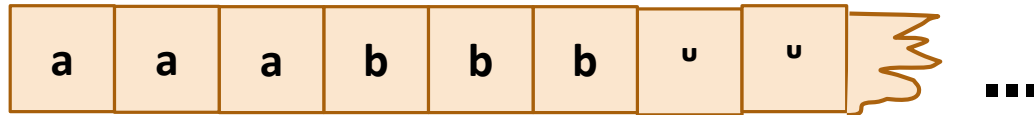
Exemplo

- Marque os símbolos a medida que eles são verificados para manter registro de quais símbolos têm correspondência.
- Quando todos os símbolos a esquerda do # tiverem sido marcados, verifique a existência de algum símbolo remanescente a direita do #. Se resta algum símbolo, rejeite, caso contrário, aceite..

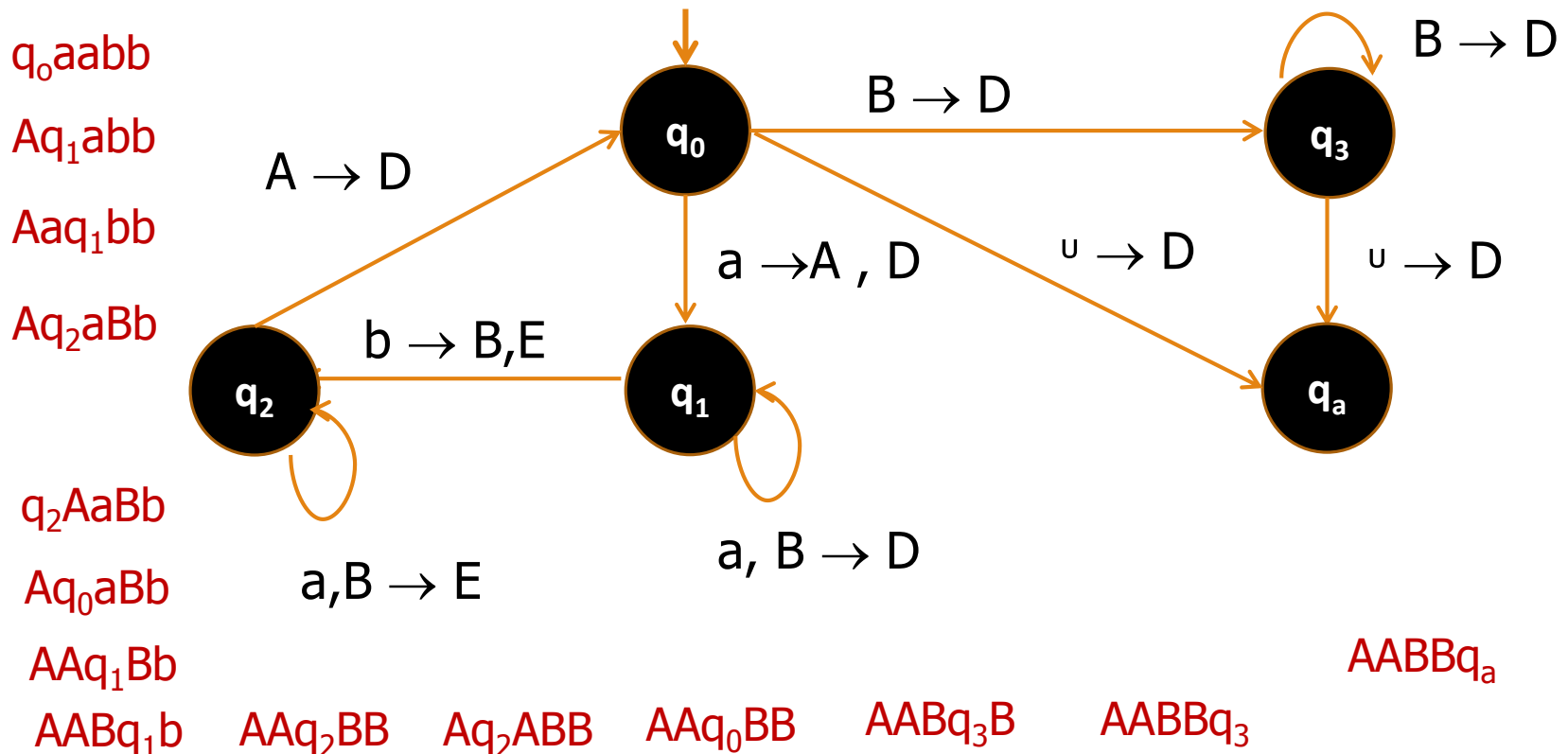
Exemplo



Exemplo

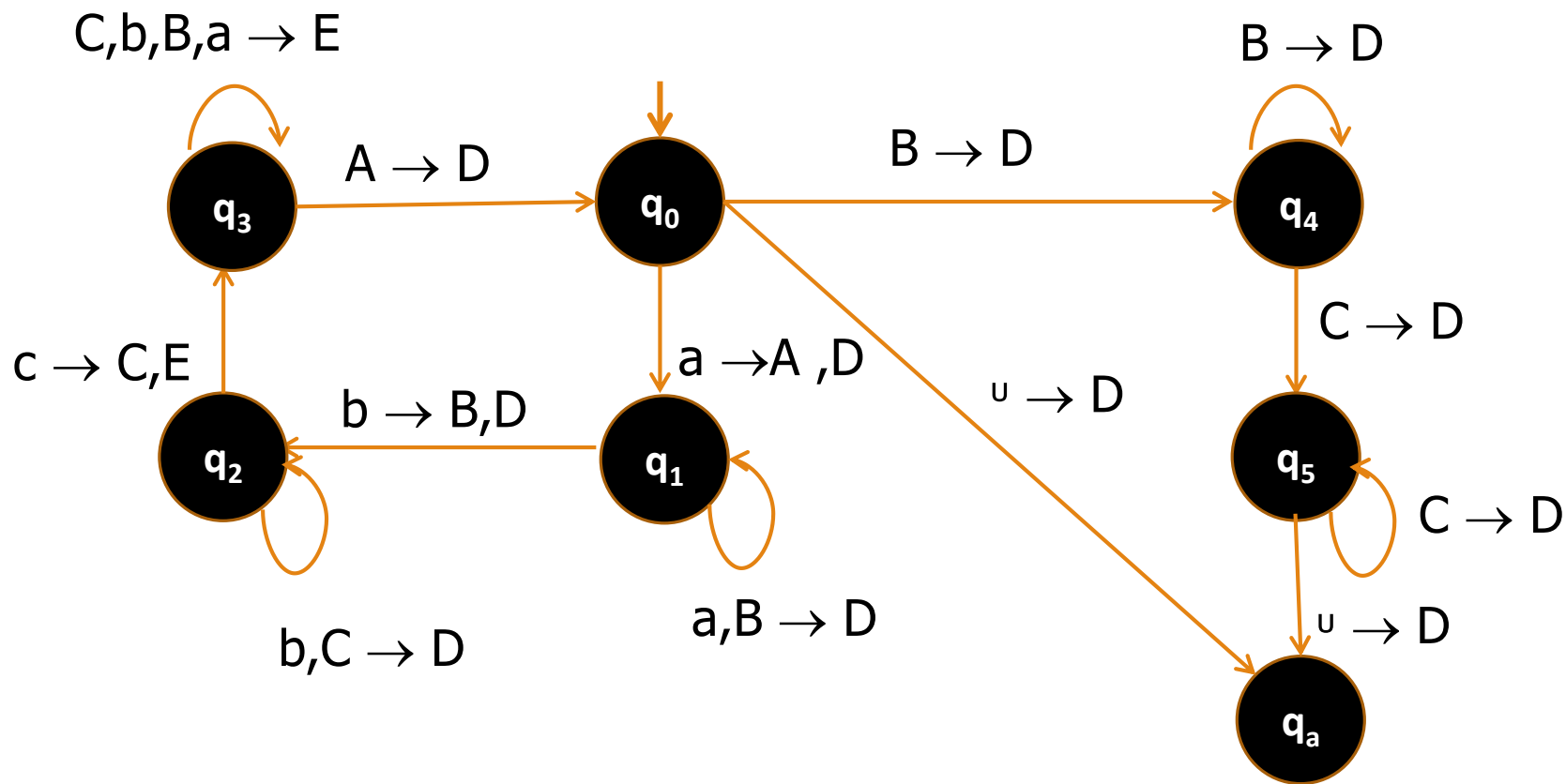


Uma MT para aceitar $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$



Exemplos

Uma MT para aceitar $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$



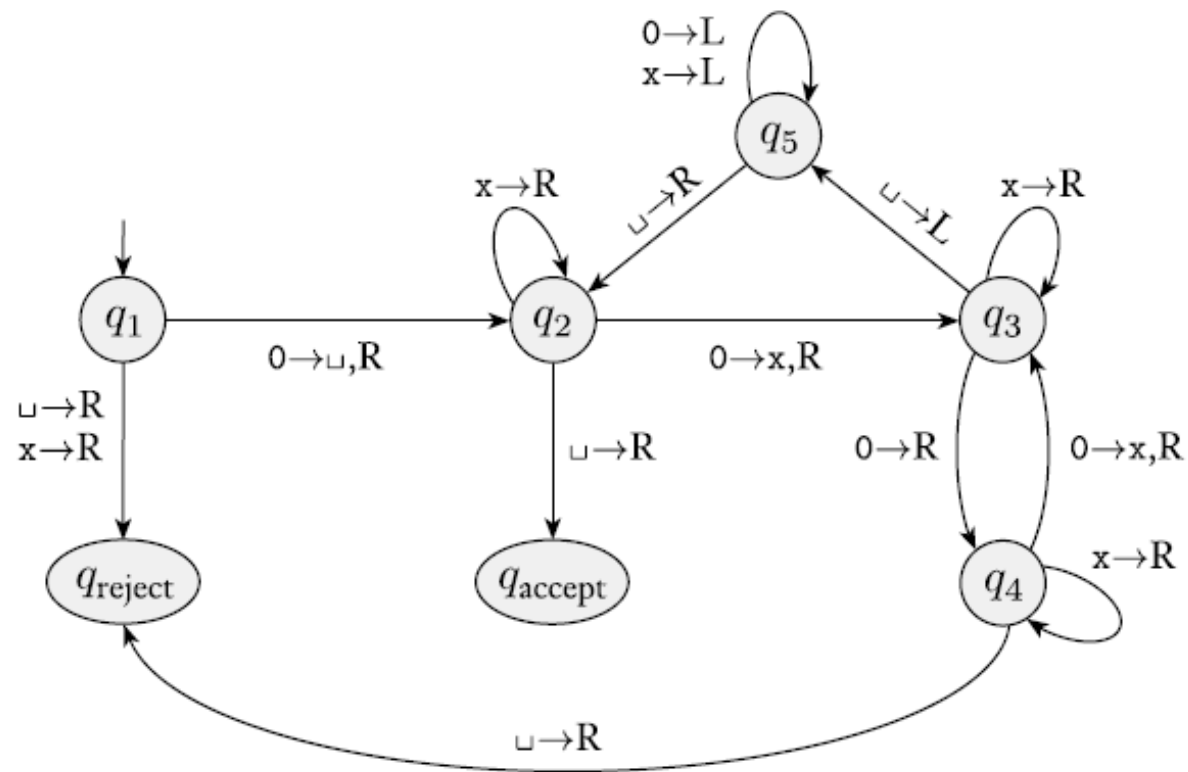
Exemplo

Seja $A = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$, a linguagem consistindo em todas as cadeias de 0s cujo comprimento é potência de 2.

Exemplos

1. Faça uma varredura da esquerda para a direita na fita, marcando um 0 não e outro sim.
2. Se no estágio 1, a fita continha um único 0, aceite
3. Se no estágio 1, a fita continha mais que um único 0 e o número de 0s era ímpar, rejeite
4. Retorne a cabeça para a extremidade esquerda da fita
5. Vá para o estágio 1

Exemplos



Exemplos

$q_1 0000$

$\sqcup q_2 000$

$\sqcup x q_3 00$

$\sqcup x 0 q_4 0$

$\sqcup x 0 x q_3 \sqcup$

$\sqcup x 0 q_5 x \sqcup$

$\sqcup x q_5 0 x \sqcup$

$\sqcup q_5 x 0 x \sqcup$

$q_5 \sqcup x 0 x \sqcup$

$\sqcup q_2 x 0 x \sqcup$

$\sqcup x q_2 0 x \sqcup$

$\sqcup x x q_3 x \sqcup$

$\sqcup x x x q_3 \sqcup$

$\sqcup x x q_5 x \sqcup$

$\sqcup x q_5 x x \sqcup$

$\sqcup q_5 x x x \sqcup$

$q_5 \sqcup x x x \sqcup$

$\sqcup q_2 x x x \sqcup$

$\sqcup x q_2 x x \sqcup$

$\sqcup x x q_2 x \sqcup$

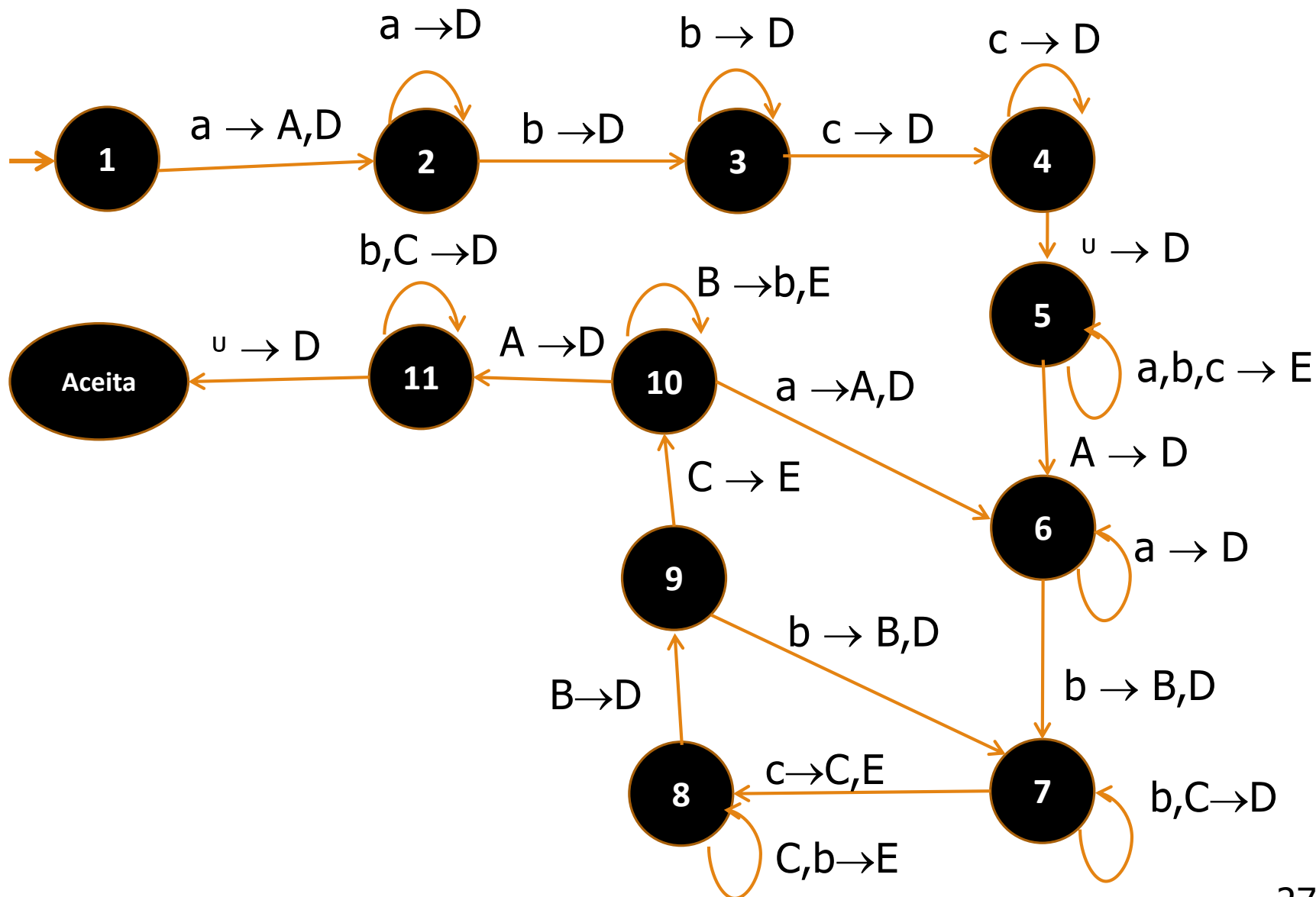
$\sqcup x x x q_2 \sqcup$

$\sqcup x x x \sqcup q_{\text{aceita}}$

MT- Exemplo

Seja $C = \{a^i b^j c^k \mid i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.

1. Faça uma varredura na entrada da esquerda para a direita para determinar se ela é um membro de $a^+ b^+ c^+$ e rejeite se ela não o é.
2. Retorne a cabeça para a extremidade esquerda da fita.
3. Marque um a e faça uma varredura para a direita até que um b ocorra. Vá e volte entre os b's e os c's, marcando um de cada até que todos os b's tenham terminado. Se todos os c's tiverem sido marcados e alguns b's permanecem, rejeite.
4. Restaure os b's marcados e repita o estágio 3 se existe um outro a para marcar. Se todos os a's tiverem sido marcados, determine se todos os c's também foram marcados. Se sim, aceite; caso contrário, rejeite ..



Observações sobre MT

Quando iniciamos uma máquina de turing, três resultados são possíveis:

- Aceita
- Rejeita
- Entra em loop

Observações sobre MT

Duas maneiras que uma máquina de Turing M pode falhar em aceitar uma entrada:

- Passando para o $q_{rejeita}$
- Entrando em loop

Observações sobre MT

- Distinguir uma máquina que está em loop de uma que está meramente levando um tempo longo é difícil

Observações sobre MT

- Distinguir uma máquina que está em loop de uma que está meramente levando um tempo longo é difícil
- É preferível uma máquina que sempre termine
 - São chamadas de **decisores**

DEFINIÇÃO 3.6

Chame uma linguagem de *Turing-decidível* ou simplesmente *decidível* se alguma máquina de Turing a decide.²

Toda linguagem decidível é Turing reconhecível.