# Introdução a Inteligência Artificial

Aula 4

Prof. Lucas Cambuim

# Tipos de Busca (Busca Cega)

Capítulo 3 – Russell & Norvig

# Ao final desta aula a gente deve saber:

- Conhecer as várias estratégias de realizar busca não-informada (Busca Cega)
- Determinar que estratégia se aplica melhor ao problema que queremos solucionar
- Evitar a geração de estados repetidos.

# Aula passada (Busca de soluções)

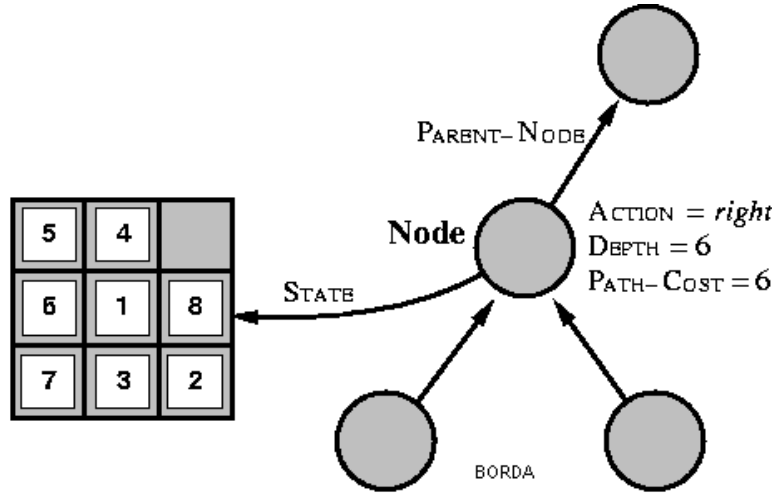
- Percorrer o espaço de estados a partir de uma ***árvore de busca***;
- *Expandir* o estado atual aplicando a função sucessor, *gerando* novos estados;
- Busca: seguir um caminho, deixando os outros para depois;
- A *estratégia de busca* determina qual caminho seguir.

# Aula passada (Implementação do algoritmo)

- Os nós da fronteira devem guardar mais informação do que apenas o estado:

  → Na verdade nós são uma estrutura de dados com 5 componentes:

  1. o estado (configuração) correspondente ao nó atual
  2. o seu nó pai – ou o caminho inteiro para não precisar de operações extras
  3. a ação aplicada ao pai para gerar o nó – verifica de onde veio para evitar loops
  4. o custo do nó desde a raiz ( *g(n)* )
  5. a profundidade do nó – se guardar o caminho não precisa!



# Aula passada (Busca em Espaço de Estados)

Função **Busca-Genérica** (***problema formulado*, Função-Insere**)
retorna **uma solução** ou **falha**

*fronteira* ← Estado-Inicial (*problema)*
loop do
se *fronteira* está vazia então retorna falha
*nó* ← Remove-Primeiro (*fronteira*)
se Teste-Término (*problema, nó)* tiver sucesso
então retorna *nó*
*fronteira* ← Função-Insere (*fronteira*, Ações (*nó)* )
end

**Função-Insere:** controla a **ordem** de inserção de nós na fronteira do espaço de estados.

# Aula passada (Métodos de Busca)

- Busca exaustiva (cega)
  - Não sabe qual o melhor nó da fronteira a ser expandido
    - i.e., menor custo de caminho desse nó até um nó final (objetivo).
  - Estratégias de Busca (ordem de expansão dos nós):
    - Busca em largura
    - Busca em profundidade

- Busca heurística (informada)
  - Estima qual o melhor nó da fronteira a ser expandido com base em funções heurísticas => conhecimento

# Aula passada (Avaliação das estratégias de busca)

- Completude (completeza):
  - a estratégia **sempre** encontra uma solução quando existe alguma?
- Custo do tempo:
  - quanto **tempo** gasta para encontrar  uma solução?
- Custo de memória:
  - quanta **memória** é necessária para realizar a busca?
- Qualidade/otimalidade (*optimality*):
  - a estratégia encontra **a melhor solução** quando existem soluções diferentes?
    - menor custo de caminho

# Outras análises de algoritmos de busca

- Fator de ramificação: **b** (número máximo de sucessores de qualquer nó);
- Profundidade do nó objetivo menos profundo: **d**
  - tempo: medido em termos do número de nós gerados durante a busca
  - espaço: número máximo de nós armazenados.

# Busca Cega (Exaustiva)

- Estratégias para determinar a ordem de expansão dos nós
  1. Busca em largura
  2. Busca de custo uniforme
  3. Busca em profundidade
  4. Busca com aprofundamento iterativo

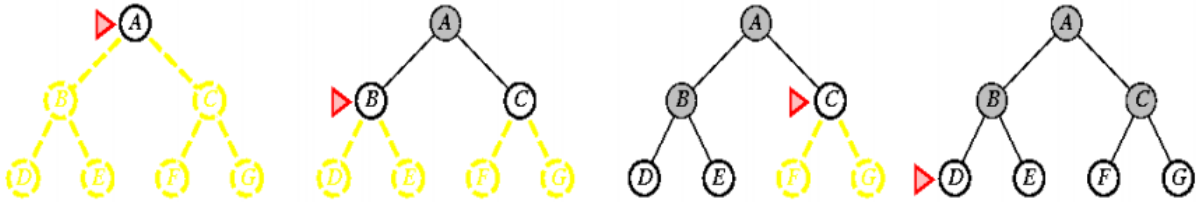
# Busca em Largura

- O nó raiz é expandido primeiro e, em seguida, todos os sucessores dele, depois todos os sucessores desses nós
  - Ou seja, todos os nós em uma dada **profundidade** são expandidos antes de todos os nós do nível seguinte.
- Ordem de expansão dos nós:
  1. Nó raiz
  2. Todos os nós de profundidade 1
  3. Todos os nós de profundidade 2, etc…

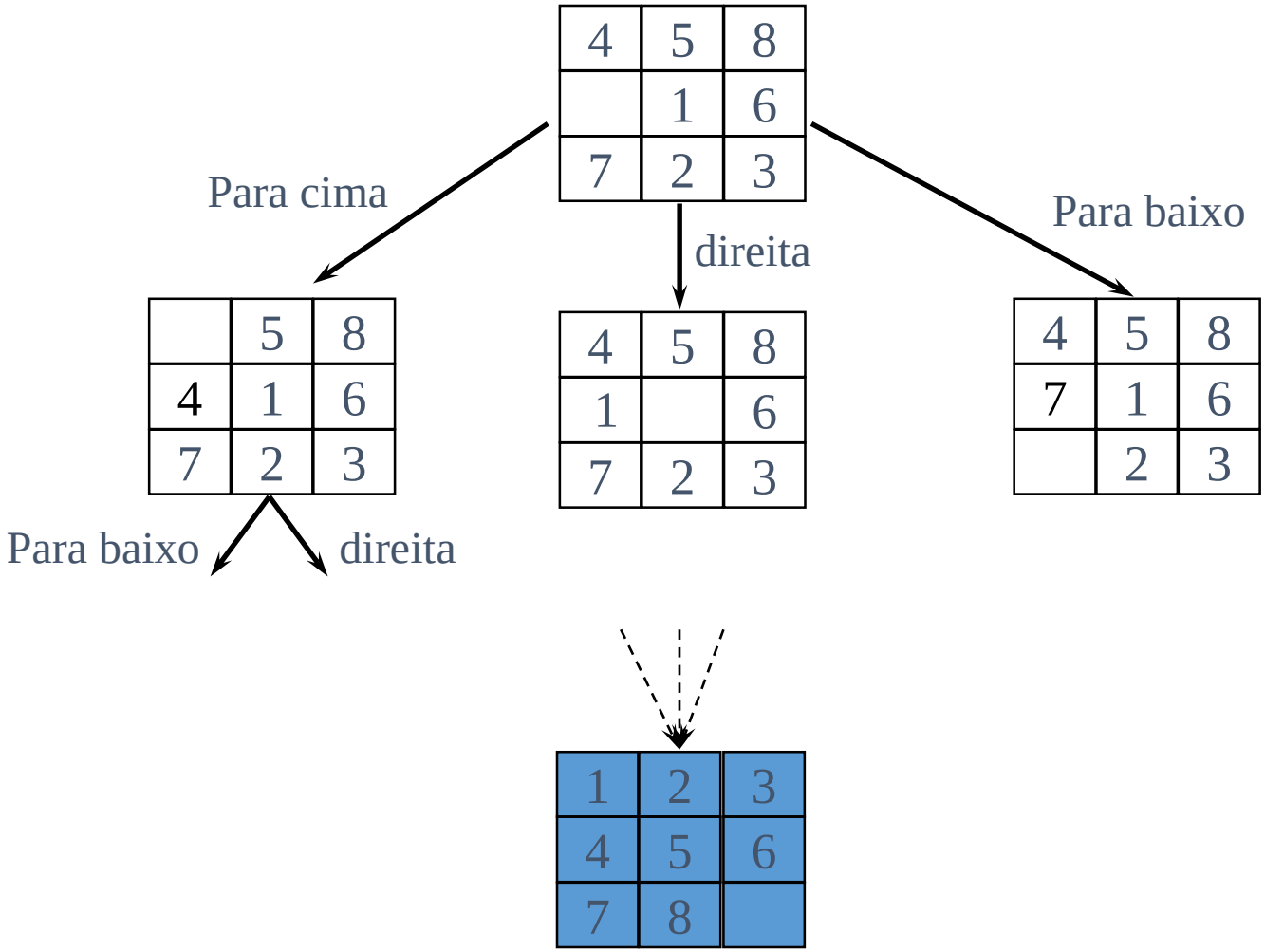
- Algoritmo:

função **Busca-em-Largura** (***problema***)
retorna **uma solução ou falha**

Busca-Genérica (*problema*, Insere-no-Fim)

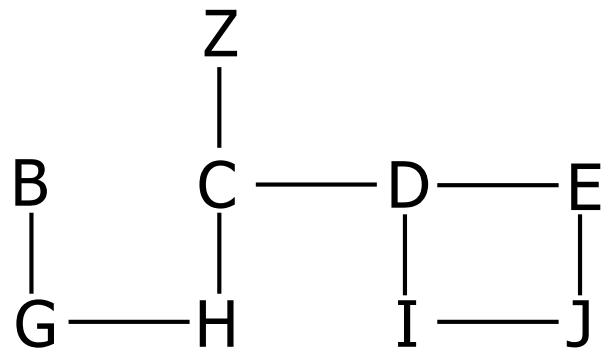


# Exemplo: Jogo dos 8 números



# Exemplo: Labirinto

- Estado inicial: Z
- Objetivo: B



# Busca em Largura
## Qualidade

- Esta estratégia é *completa*
- É *ótima* ?
  - Sempre encontra a solução mais "rasa"
    → que nem sempre é a solução de menor **custo de caminho,** caso os operadores tenham valores diferentes.
- É *ótima* se
  - $\forall n,n'$ profundidade(n') $\geq$ profundidade(n) $\Rightarrow$ custo de caminho(n') $\geq$ custo de caminho (n).
    - Em outras palavras, se a função **custo de caminho** é não-decrescente com a profundidade do nó.
    - A função de **custo de caminho** acumula o custo do caminho da origem ao nó atual.
  - Geralmente, isto só ocorre quando todos os operadores têm o mesmo custo (=1)

# Busca em Largura
## Custo

- Fator de expansão da árvore de busca:
  - número de nós gerados a partir de cada nó (*b*)
- Custo de tempo:
  - se o fator de expansão do problema = *b*, e a primeira solução para o problema está no nível *d*,
  - então o número máximo de nós gerados até se encontrar a solução = $b + b^2 + b^3 + \ldots + b^d$
  - **custo exponencial** = $O(b^d)$.
- Custo de memória:
  - a *fronteira* do espaço de estados deve permanecer na memória
  - é um problema mais crucial do que o tempo de execução da busca

# Busca em Largura

- Esta estratégia só dá bons resultados quando a *profundidade* da árvore de busca é *pequena*.
- Exemplo:
  - fator de expansão b = 10
  - 1.000 nós gerados por segundo
  - cada nó ocupa 100 bytes

| Profundidade | Nós | Tempo | Memória |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 milissegundo | 100 bytes |
| 2 | 111 | 0.1 segundo | 11 quilobytes |
| 4 | 11111 | 11 segundos | 1 megabytes |
| 6 | $10^6$ | 18 minutos | 111 megabytes |
| 8 | $10^8$ | 31 horas | 11 gigabytes |
| 10 | $10^{10}$ | 128 dias | 1 terabyte |
| 12 | $10^{12}$ | 35 anos | 111 terabytes |
| 14 | $10^{14}$ | 3500 anos | 11111 terabytes |

# Busca de Custo Uniforme

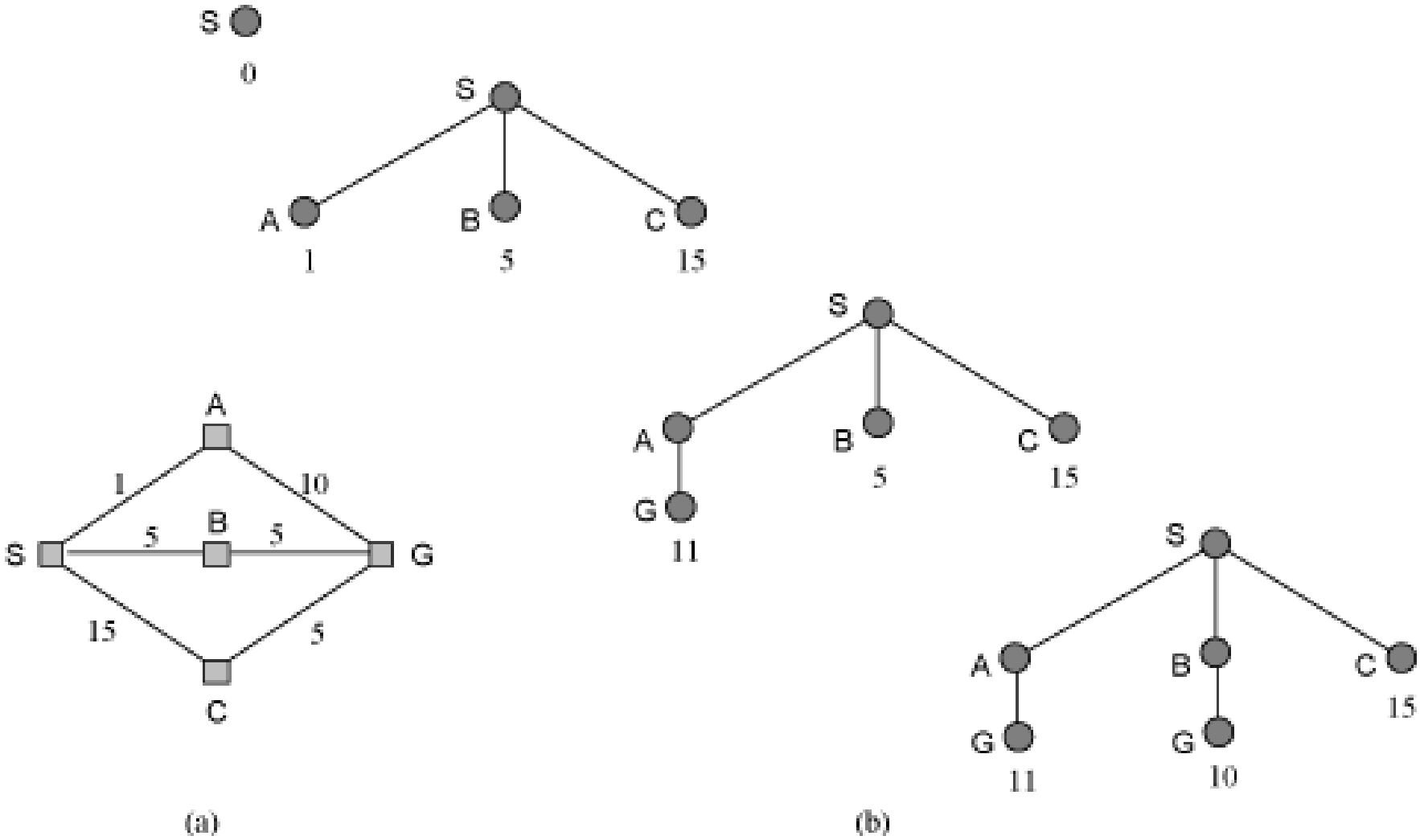
- Modifica a busca em largura:
  - expande o nó da **fronteira com menor custo de caminho** na fronteira do espaço de estados
  - cada operador pode ter um custo associado diferente, medido pela função *g(n)*, para o nó *n*.
    - onde g(n) dá o custo do caminho da origem ao nó n
- Na busca em largura: ***g(n) = profundidade (n)***
- Algoritmo:

função **Busca-de-Custo-Uniforme (*problema*)**

retorna **uma solução ou falha**

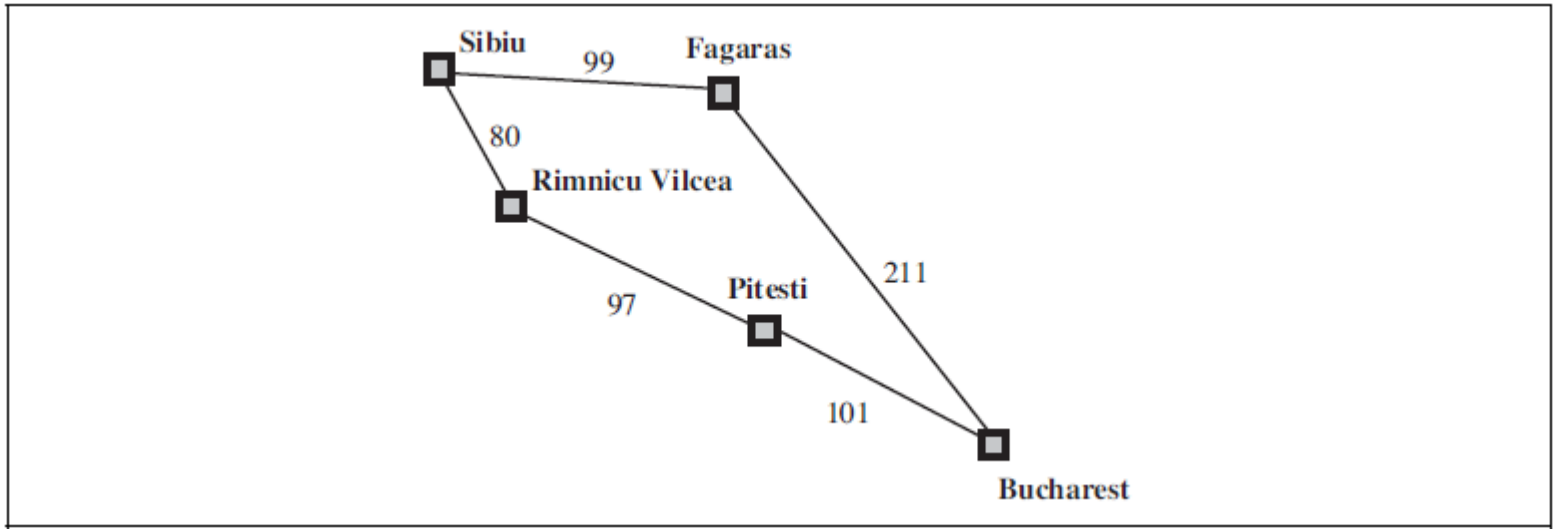
Busca-Genérica (*problema*, Insere-Ordem-Crescente)

# Busca de Custo Uniforme



# Busca de Custo Uniforme
## Fronteira do exemplo anterior

- F = {S}
  - testa se S é o estado objetivo, expande-o e guarda seus filhos A, B e C ordenadamente na fronteira
- F = {A, B, C}
  - testa A, expande-o e guarda seu filho $G_A$ ordenadamente
  - **obs.:** o algoritmo de geração e teste guarda na fronteira todos os nós gerados, testando se um nó é o objetivo apenas quando ele é retirado da lista!
- F= {B, $G_A$, C}
  - testa B, expande-o e guarda seu filho $G_B$ ordenadamente
- F= {$G_B$, $G_A$, C}
  - testa $G_B$ e para!


Sibiu
99
Fagaras
80
Rimnicu Vilcea
211
Pitesti
97
101
Bucharest

# Busca de Custo Uniforme

- É *completa*
  - Desde que o custo de cada passo exceda uma pequena constante positiva.
    - Caso contrário: algoritmo pode ficar travado em um loop infinito se existir um caminho com uma sequencia de ações de custo zero, por exemplo, sequencia de NoOp
- É *ótima* se
  - g (sucessor(n)) $\geq$ g (n)
    - custo de caminho **no mesmo caminho** não decresce
    - i.e., não tem operadores com **custo negativo**
  - caso contrário, teríamos que expandir todo o espaço de estados em busca da melhor solução.
    - Ex. Seria necessário expandir também o nó C do exemplo, pois o próximo operador poderia ter custo associado = -13, por exemplo, gerando um caminho mais barato do que através de B
- Custo de tempo e de memória
  - teoricamente, igual ao da Busca em Largura

# Busca em Profundidade

- Ordem de expansão dos nós:
  - sempre expande o nó no *nível mais profundo* da árvore:

    1. nó raiz
    2. primeiro nó de profundidade 1
    3. primeiro nó de profundidade 2, etc….

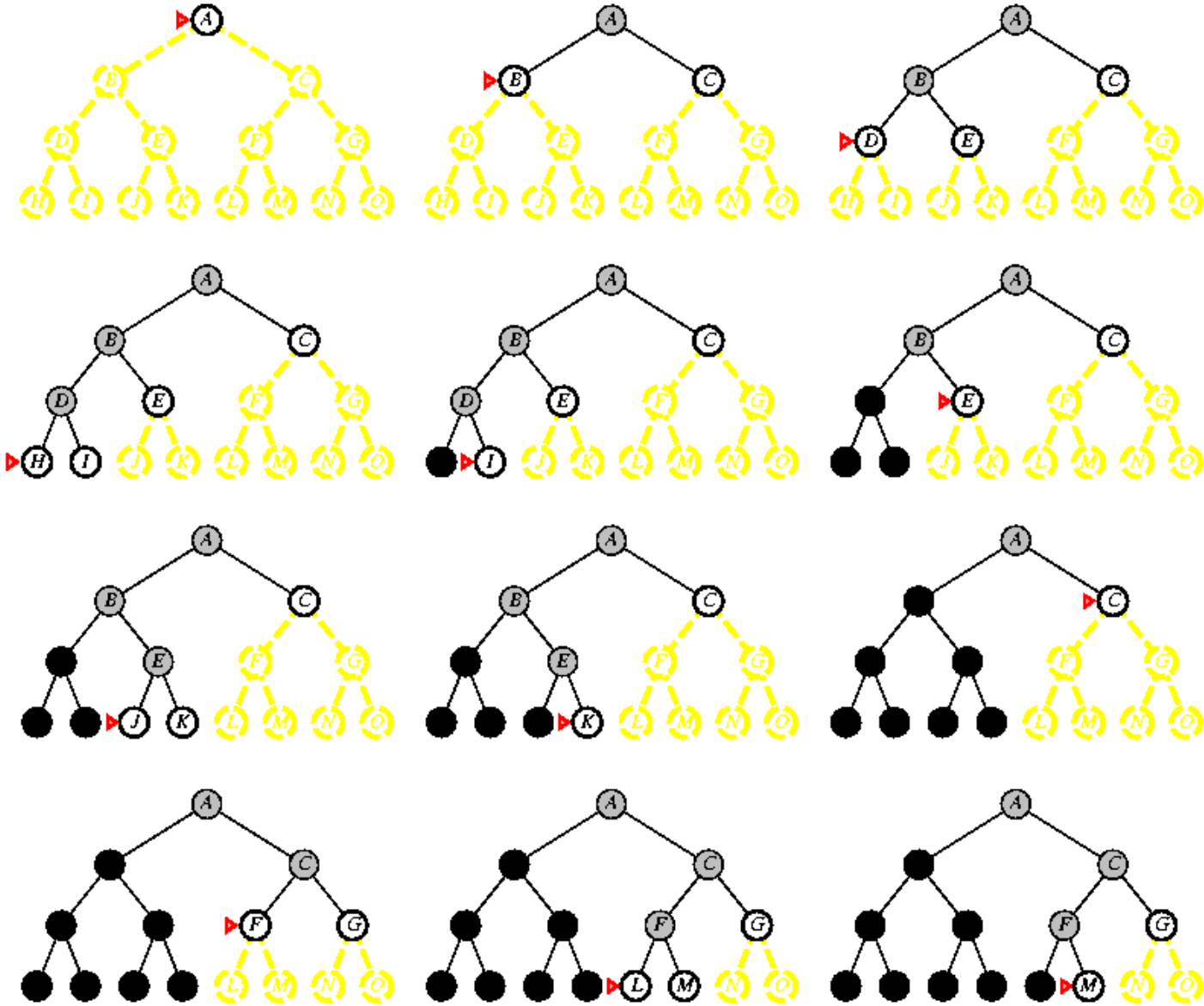
  - Quando um nó final não é solução, o algoritmo volta para expandir os nós que ainda estão na fronteira do espaço de estados
- Algoritmo:

**função** Busca-em-Profundidade (*problema*)

retorna **uma solução ou falha**

Busca-Genérica (*problema*, Insere-no-Começo)

# Busca em Profundidade



# Busca em profundidade: análise

- Só precisa armazenar um único caminho da raiz até um nó folha, e os nós irmãos não expandidos;
- Nós cujos descendentes já foram completamente explorados podem ser retirados da memória;
- Logo para ramificação *b* e profundidade máxima *m,* a ***complexidade espacial*** é: O(bm)

# Busca em Profundidade

- Esta estratégia não é *completa* nem é *ótima*.
  - Pode fazer uma escolha errada e ter que percorrer um caminho muito longo (as vezes infinito), quando uma opção diferente levaria a uma solução rapidamente (ex. nó C na fig. anterior);
- Custo de memória:
  - mantém na memória o caminho sendo expandido no momento, e os nós irmãos dos nós no caminho (para possibilitar o *backtracking*)
    - necessita armazenar apenas $b.m$ nós para um espaço de estados com fator de expansão $b$ e profundidade $m$, onde $m$ pode ser maior que $d$ (profundidade da 1a. solução)
- Custo de tempo: $O(b^m)$, no pior caso.
- Observações:
  - Para problemas com várias soluções, esta estratégia pode ser bem mais rápida do que busca em largura.
  - Esta estratégia deve ser evitada quando as árvores geradas são muito *profundas* ou geram *caminhos infinitos*.

# Busca em profundidade limitada

- Para resolver o problema de busca em profundidade em árvores infinitas, um limite $\mathbf{L}$ restringe a busca. I.e., nós na profundidade $\mathbf{L}$ são tratados como se não tivessem sucessores.
- Resolve caminhos infinitos, porém adiciona mais incompleteza;
- Limites de profundidade podem ser conhecidos a priori:
  - ex. caminho mais longo no mapa da romênia tem $\mathbf{L}$ = 19, porém qqr cidade pode ser alcançada a partir de qqr outra em $\mathbf{L}$ = 9.
- Dois tipos de falhas terminais:
  - *falha*: nenhuma solução encontrada;
  - *corte*: nenhuma solução dentro de $\mathbf{L}$;

# Busca em profundidade limitada

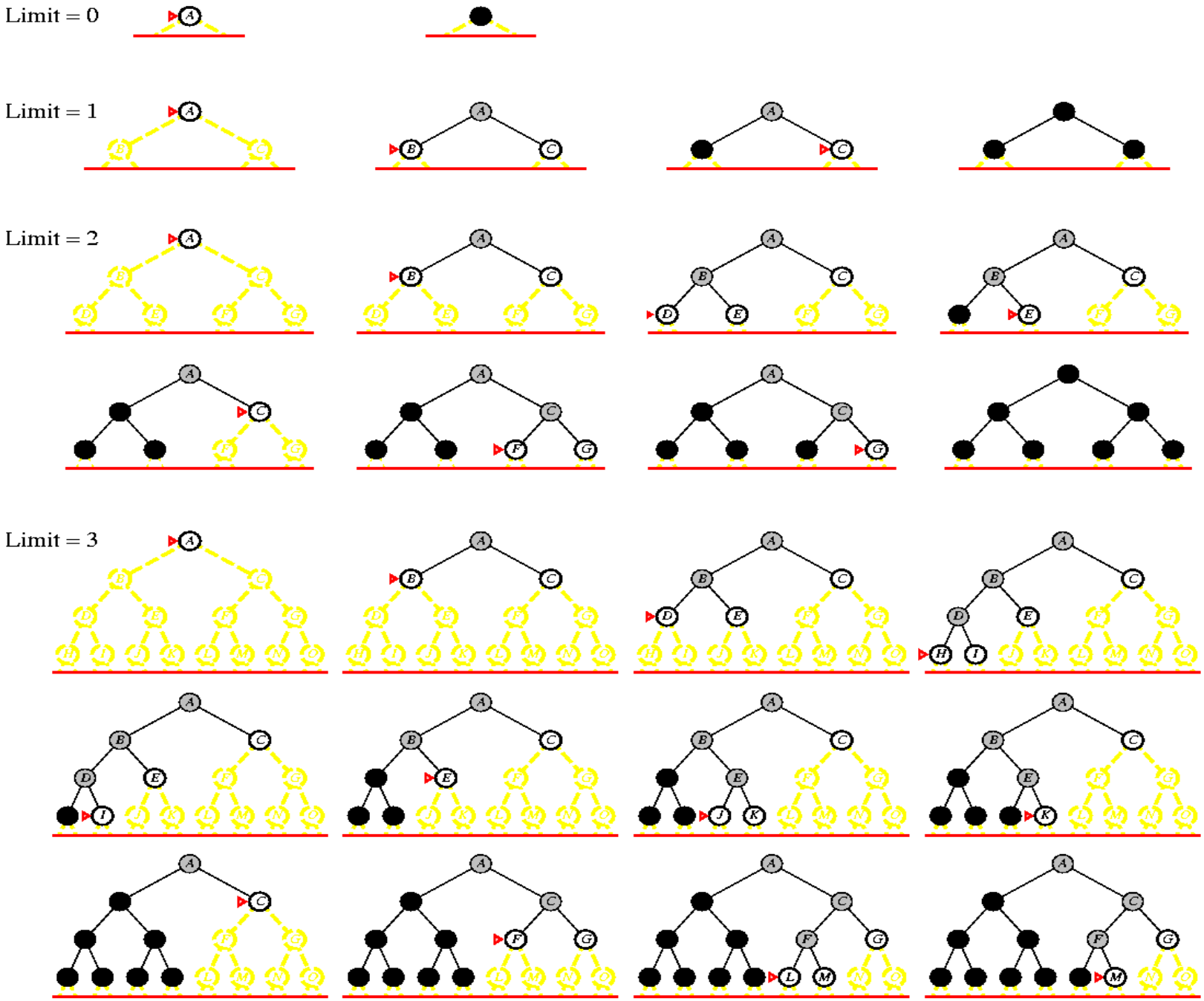
- Evita o problema de caminhos muito longos ou infinitos impondo um limite máximo *(l)* de profundidade para os caminhos gerados.
  - *É necessário que* $l \geq d$, onde *l* é o limite de profundidade e *d* é a profundidade da primeira solução do problema
- Resolve caminhos infinitos, porém adiciona mais incompleteza
- Dois tipos de falhas terminais:
  - *falha*: nenhuma solução encontrada;
  - *corte*: nenhuma solução dentro de **L**;
- Igual à Busca em Largura para *i=1* e *n=1*

# Busca com Aprofundamento Iterativo

- Combina busca em profundidade com busca em largura;
- Faz busca em profundidade aumentando gradualmente o limite de profundidade;
- Método de busca preferido quando se tem espaço de busca grande e profundidade não conhecida;
- Esta estratégia tenta limites com valores crescentes, partindo de zero, até encontrar a primeira solução
  - fixa profundidade = *i*, executa busca
  - se não chegou a um objetivo, recomeça busca com profundidade = *i + n (n* qualquer)
  - piora o tempo de busca, porém melhora o custo de memória!

# Busca com Aprofundamento Iterativo

- Combina as **vantagens** de *busca em largura* com *busca em profundidade.*
- É *ótima* e *completa*
  - com n = 1 e operadores com custos iguais
- Custo de memória:
  - necessita armazenar apenas *b.d* nós para um espaço de estados com fator de expansão *b* e limite de profundidade *d*
- Custo de tempo:
  - $O(b^d)$
- Bons resultados quando o espaço de estados é *grande* e de *profundidade desconhecida*.


Limit = 0
Limit = 1
Limit = 2
Limit = 3

# Comparando Estratégias de Busca Exaustiva

| **Critério** | Largura | Custo Uniforme | Profun-didade | Aprofun-damento Iterativo |
|---|---|---|---|---|
| Tempo | $b^d$ | $b^d$ | $b^m$ | $b^d$ |
| Espaço | $b^d$ | $b^d$ | bm | bd |
| Otima? | Sim | Sim* | Não | Sim |
| Completa? | Sim | Sim | Não | Sim |

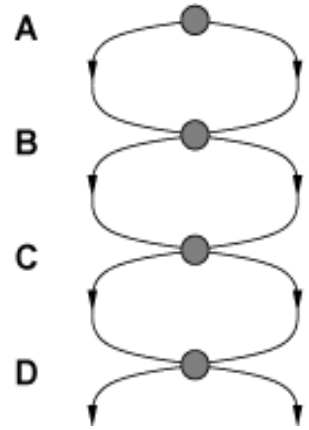
# Como evitar estados repetidos?

- Um processo de busca pode perder tempo expandindo nós já explorados antes;
- Estados repetidos podem levar a laços infinitos;
- É inevitável quando existe operadores reversíveis
  - ex. encontrar rotas, canibais e missionários, 8-números, etc.
  - a árvore de busca é potencialmente infinita

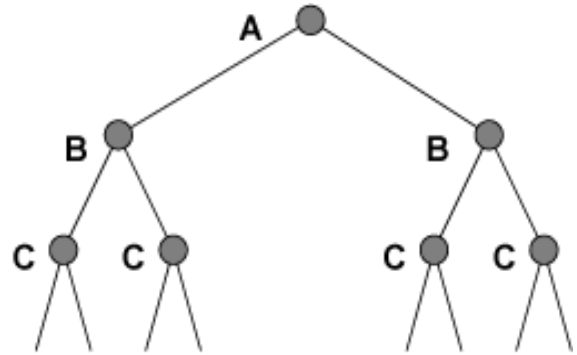
# Evitar Geração de Estados Repetidos

- Exemplo:
  - (m + 1) estados no espaço => $2^m$ caminhos na árvore

*Espaço de estados*




*Árvore de busca*




- Questões
  - Como evitar expandir estados presentes em caminhos já explorados?
  - Em ordem crescente de eficácia e custo computacional?

# Evitando operadores reversíveis

- se os operadores são reversíveis:
  - conjunto de predecessores do nó = conjunto de sucessores do nó
  - porém, esses operadores podem gerar árvores *infinitas*!

# Como Evitar Estados Repetidos ? Algumas Dicas

1. Não retornar ao estado "pai"
   - função que rejeita geração de sucessor igual ao pai
2. Não criar caminhos com ciclos
   - não gerar sucessores para qualquer estado que já apareceu no caminho sendo expandido
3. Não gerar qualquer estado que já tenha sido criado antes (em qualquer ramo)
   - requer que todos os estados gerados permaneçam na memória
   - custo de memória: $O(b^d)$
   - pode ser implementado mais eficientemente com *hash tables*

# A seguir...

- Busca heurística