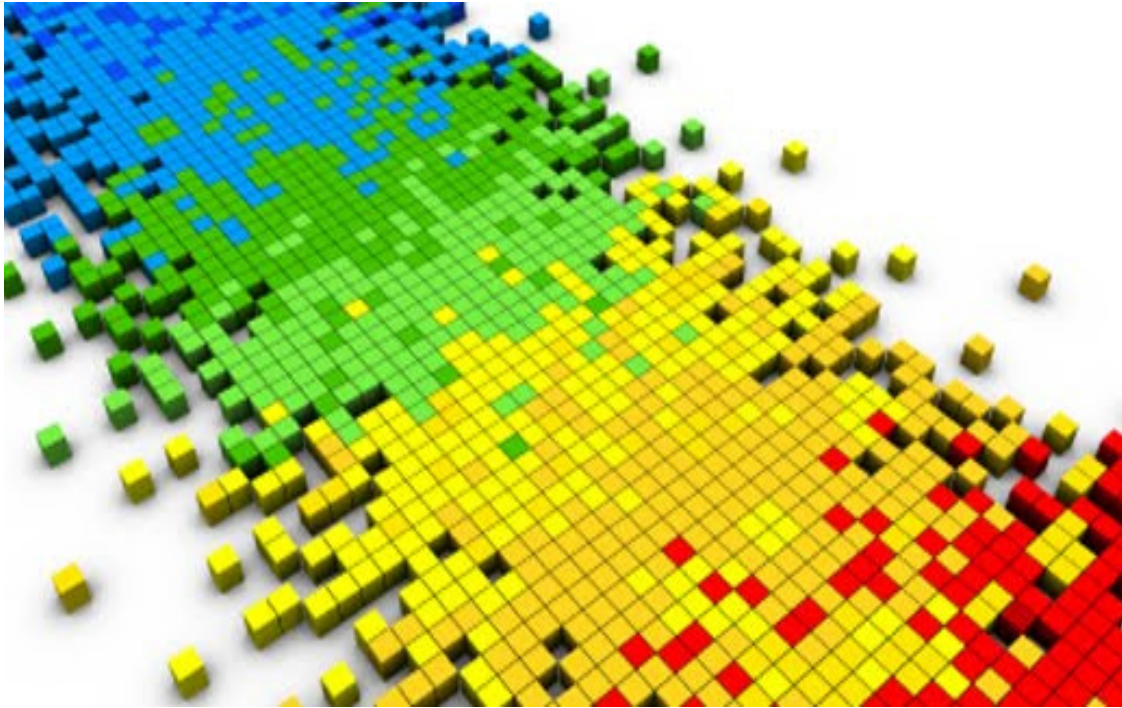




Cálculo Numérico

Prof. Guilherme Amorim

17/07/2014

Aula 22 – Interpolação e Integração Numérica - Exercícios

Exercício 7 Cap. 6

7. Determine, aproximadamente, a área situada no terceiro quadrante limitada pelas curvas $g(x) = x^3$ e a função f , dada pelo tabelamento:

x_i	-2	1	2	3
$f(x_i)$	0	3	8	15

Para tal,

- Obtenha, usando todos os pontos tabelados, o Polinômio interpolador $\mathcal{P}$, que aproxima a função f ;
- Apresente um gráfico exibindo as curvas em questão, assim como a região solicitada;
- Obtenha, usando o método de Simpson com 5 pontos do intervalo de integração, o valor aproximado da área solicitada;
- Determine qual o menor número de subintervalos deve ser considerado para que, usando o método dos trapézios, tenha-se certeza de um erro menor que 10^{-6} .

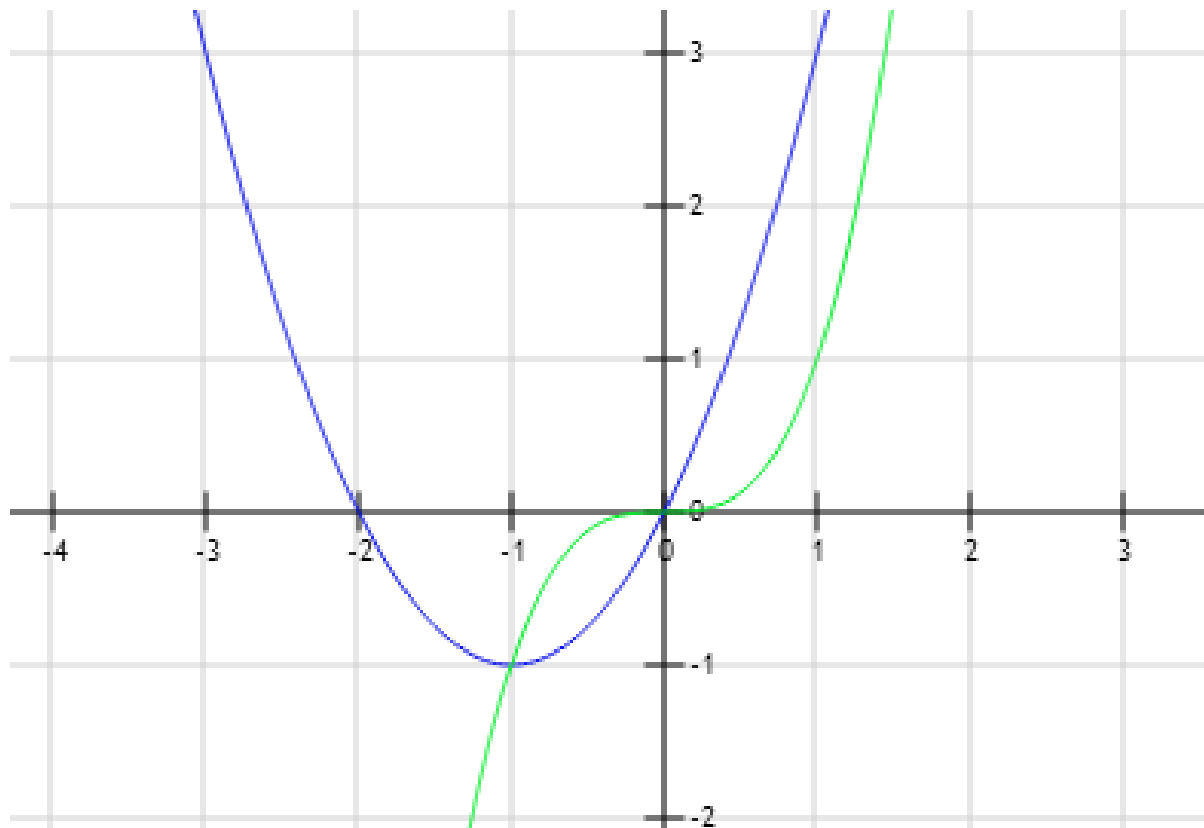
Exercício 7 Cap. 6 - Resposta

$$a) \quad P_3(x) = f(x_0) + (x-x_0)f(x_0, x_1) + (x-x_0)(x-x_1)f(x_0, x_1, x_2) \\ + (x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)f(x_0, x_1, x_2, x_3)$$

i	x_i	$f_0(x_i)$	$f_1(x_i, x_{i+1})$	$f_2(x_i, x_{i+1}, x_{i+2})$	$f_3(x_i, x_{i+1}, x_{i+2}, x_{i+3})$
0	-2	0	1	1	0
1	1	3	5	1	
2	2	8	7		
3	3	15			

$$P_3(x) = 0 + (x+2) \cdot 1 + (x+2)(x-1) \cdot 1 + 0 \\ = x+2 + x^2 - x + 2x - 2 = x^2 + 2x$$

Exercício 7 Cap. 6 - Resposta



Exercício 7 Cap. 6 - Resposta

$$\begin{array}{c|ccccc} x_i & -1 & -0,75 & -0,5 & -0,25 & 0 \\ \hline f(x_i) & -1 & -0,9375 & -0,75 & -0,4375 & 0 \end{array}$$

x^2+2x

$$\int f(x) dx = \frac{h}{3} (E + 4I + 2P)$$

$$= \frac{0,25}{3} [-1 + 4(-0,375) + 2(-0,75)]$$

$$= -0,6667$$

Exercício 7 Cap. 6 - Resposta

x_i	-1	-0,75	-0,5	-0,25	0
$f(x_i)$	-1	-0,4218	-0,125	-0,01562	0
x^3					

$$\int_0^1 f(x) \approx \frac{h}{3} [E + 4D + 2P]$$

$$\approx \frac{0,25}{3} [-1 + 4(-0,4375) + 2(-0,125)]$$

$$= -0,2499$$

$$A = 0,6667 - 0,2499 = 0,4168$$

Exercício 7 Cap. 6 – Resposta

$$d) \quad z(x) = x^3 - x^2 - 2x$$

$$z'(x) = 3x^2 - 2x$$

$$z''(x) = 6x - 2$$

$$M_2 = \max_{x_0 \leq x \leq x_n} |z''(x)|$$

$$M_2 = -6 - 2 = |-8| = 8$$

$$h = \frac{x_n - x_0}{n} = \frac{0 - (-1)}{n} = 1/n$$

$$\frac{n \cdot h^3}{12} M_2 = \frac{n \cdot \frac{1}{n^3} \cdot 8}{12} = \frac{2}{3n^2} \Rightarrow \frac{2}{3n^2} < 10^{-6} \Rightarrow n^2 > \frac{2}{3 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow n > 816,5 \Rightarrow \underline{n > 817}$$

Exercício Prova 2012.1

Questão 3 (1,0 ponto) Determine o **menor número de subintervalos** para que, usando o **método de Simpson**, tenha-se certeza de um erro menor que 10^{-4} , para $\int_0^1 \left[e^x + \frac{x^5}{5} \right] dx$.

$$|T_s| \leq \frac{n h^5}{180} M_4$$

$$h = \frac{x_n - x_0}{n} = \frac{1-0}{n} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{n \cdot 26,71828}{n^5 \cdot 180} < 10^{-4}$$

$$n^4 > 1484,348$$

$$n > 6,2 \Rightarrow \underline{n > 7}$$

$$f(x) = e^x + \frac{x^5}{5}$$

$$f'(x) = e^x + \frac{5x^4}{5} = e^x + x^4$$

$$f''(x) = e^x + 4x^3$$

$$f'''(x) = e^x + 12x^2$$

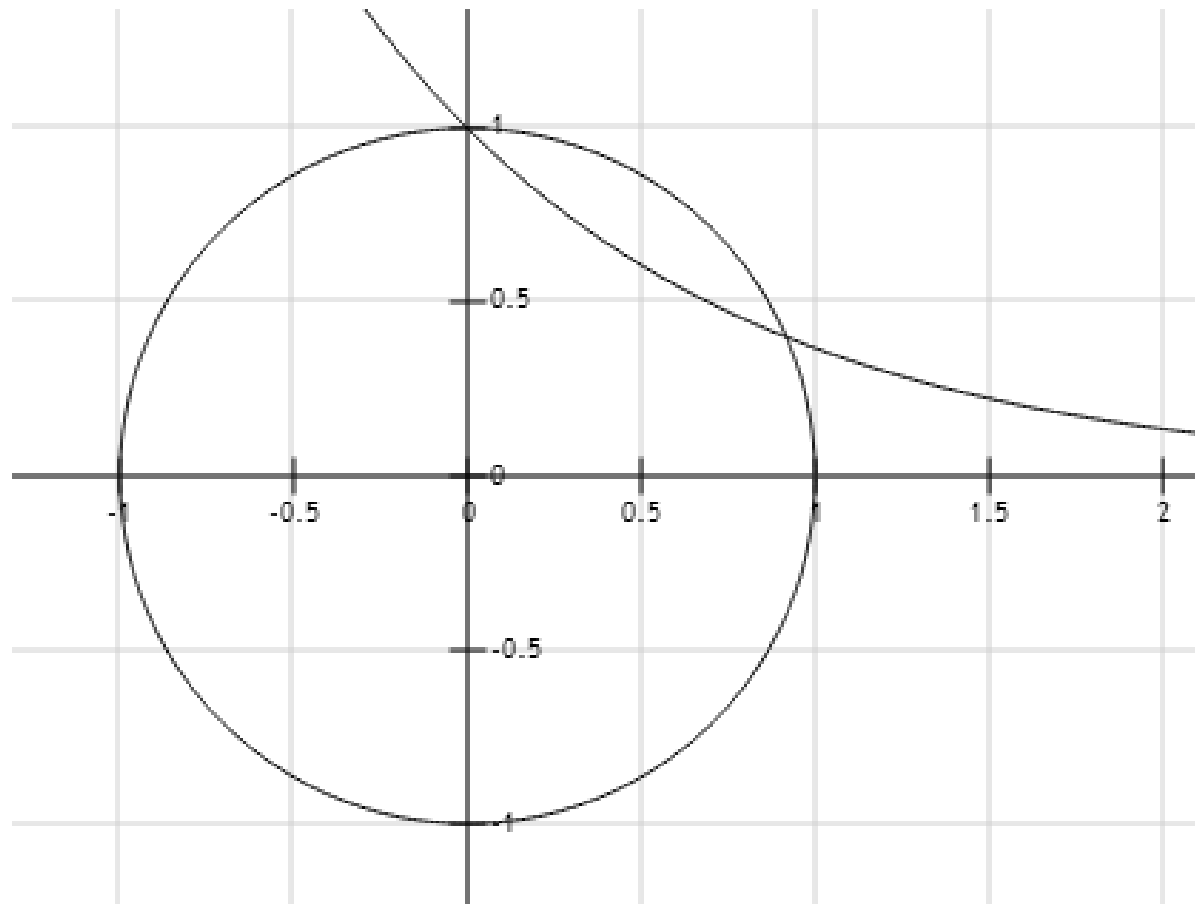
$$f^{(iv)}(x) = e^x + 24x$$

$$\max_{x_0 \leq x \leq x_n} |f^{(iv)}(x)| = e^1 + 24 \cdot 1 = 26,71828$$

Exercício 10 Cap. 6

10. Determine, aproximadamente, a menor área de região do plano situada no primeiro quadrante delimitada pelas curvas: $x^2 + y^2 = 1$, $y = e^{-x}$, usando um método numérico, considerando 6 (seis) pontos do intervalo de integração. (*O limite inferior, obviamente é o 0 (zero). Quanto ao limite superior, que se encontra no intervalo $I = [0,9 ; 1,0]$, deve ser encontrado, aproximadamente, considerando 3 (três) pontos de I , usando interpolação inversa. Use 3 casas decimais*).

Exercício 10 Cap. 6 - Resposta



Exercício 10 Cap. 6 - Resposta

$$y = \sqrt{1-x^2}$$

$$y = e^{-x}$$

$$d(x) = e^{-x} \sqrt{1-x^2}$$

x	0,9	0,95	1,0
$d(x)$	-0,02932	0,074491	0,36787

i	x_i	f_0	f_1	f_2
0	-0,02932	0,9	0,481645	-0,78355
1	0,074491	0,95	0,170428	
2	0,36787	1,0		

$x = d(x)$	-0,02932	0,074491	0,36787
$d'(x) = x$	0,9	0,95	1,0

$$P_2(x) = f(x_0) + (x-x_0)f_1(x_0, x_1) + (x-x_0)(x-x_1)f_2(x_0, x_1, x_2)$$

$$P_2(0) = 0,9 + (0+0,02932) \cdot 0,48164 + (0+0,02932)(0-0,074491) \cdot (-0,78355)$$

$$= 0,9158 \quad d(0,9158) \approx 0$$

Exercício 10 Cap. 6 - Resposta

$$\int_0^{0,9158} \bar{c}^2 - \sqrt{1-v^2}$$

$$h = \frac{0,9158 - 0}{5} = 0,183$$

x	0	0,183	0,366	0,549	0,732	0,915
$f(x)$	0	-0,10	-0,237	-0,258	-0,200	-0,003

$$\int f(x) \approx h \cdot \left(\frac{E+I+P}{2} \right) = 0,183 \left(\frac{-0,003}{2} - 0,845 \right) = 0,155 \text{ u.a}$$