

# Universidade Federal de Pernambuco

## Centro de Informática – CIn



### Engenharia da Computação

<b>Disciplina:</b> IF824-Otimização <b>Ano letivo:</b> 2013 <b>Avaliação:</b> Prova final <b>Nome:</b>	<b>Professor:</b> Gurvan Huiban <b>Semestre:</b> 2 <b>Data:</b> 28 de fevereiro de 2014 <b>Matrícula/CPF:</b>
---	--

Tempo da prova: 2h  
Avaliação individual  
Material auxiliar autorizado: Notas de aula e correção dos exercícios feitos durante as aulas

## 1 Compreensão da aula (2 pontos)

Responda de forma justificada (com explicação ou com exemplo) às perguntas seguintes (0.5 ponto por questão):

1. O que podemos dizer sobre a solução do problema de otimização seguinte:  $\min f(X), X \in \Omega \subseteq \mathbb{R}^n$  onde  $f: X \mapsto 9$ .
2. Vamos considerar um problema de otimização  $\min f(X), X \in \Omega \subset \mathbb{R}^2$  onde  $\Omega$  é limitado. Vamos supor que o ótimo seja único e localizado na fronteira de  $\Omega$ . Represente num desenho uma sequência de pontos que poderia ter sido gerado pelo método de resolução das barreiras.
3. Repita a questão anterior considerando o método das penalidades como método de resolução.
4. Justifique porque o ótimo de um problema de otimização linear, se ele existir, se encontra na fronteira do conjunto de soluções viáveis.

## 2 Algoritmo do gradiente (3 pontos)

Seja o problema de otimização não-restrito seguinte:

$$\min 2x_1^2 + |x_2|$$

Mostre uma execução do algoritmo do Gradiente a partir do ponto  $X_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  resolvendo a busca unidimensional de forma analítica.

## 3 Modelagem (2 pontos)

Uma fábrica de notebooks assinou um importante contrato com o Estado. Ela deve entregar nos fins dos quatro próximos trimestres respetivamente 7000, 15000, 10000 e 8000 notebooks. Hoje, a empresa tem em estoque 5000 notebooks, e pode produzir até 10000 notebooks por trimestre com um custo de produção de R\$1000 por unidade. Com horas extras, a empresa pode produzir até 2500 notebooks adicionais com um custo de R\$1500 por unidade. Os computadores produzidos podem ser entregue ou ficar em estoque para ser entregue mais tarde. Guardar um notebook em estoque de um trimestre para o outro custa R\$100. A empresa quer organizar a sua produção de forma a entregar a quantidade certa de notebooks por trimestre com um custo mínimo.

Expressar este problema como um problema de otimização linear.

## 4 Análise de sensibilidade (3 pontos)

Um banco quer investir R\$100 milhões. Existem 5 categorias de investimentos possíveis, cada um com um certo rendimento (em porcentagem) e um certo risco (de 1 até 10, sendo 1 o menos arriscado e 10 o mais arriscado). Os tipos de investimentos estão descritos na tabela 1.

Investimento	Retorno (%)	Risco
Hipotecas tipo 1	9	3
Hipotecas tipo 2	12	6
Empréstimo ao público	15	8
Empréstimo comercial	8	2
Bônus do tesouro	6	1

Tabela 1: Tipos de investimentos

O dinheiro não investido vai para a poupança com risco 0 e rendimento de 3%. O banco quer maximizar o lucro sabendo que:

- A média dos riscos do dinheiro investido (sem contar o dinheiro que fica na poupança) deve ser menor que 5.
- Pelo menos 20% do dinheiro investido (sem contar o dinheiro que fica na poupança) deve ser aplicado em empréstimos comerciais.
- A quantidade de dinheiro investido em hipotecas de tipo 2 e no empréstimo ao público somadas devem ser menor que a quantidade de dinheiro investido em hipotecas de tipo 1.

Um problema linear para este problema pode ser:

$$\begin{array}{l|l} \max & 9x_1 + 12x_2 + 15x_3 + 8x_4 + 6x_5 + 3x_p \\ & \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_p = 100 \\ 3x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 2x_4 + x_5 \leq 5(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) \\ x_4 \geq 0.2(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) \\ x_2 + x_3 \leq x_1 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_p \geq 0 \end{array} \end{array}$$

1. Escreva o dual do problema.
2. A restrição sobre o risco limita a solução obtida? E a restrição sobre os 20% em empréstimos comerciais?
3. De quanto mudaria o lucro se o rendimento dos empréstimos ao público fosse de 12%? E se fosse de 10%?
4. Um projeto de lei obriga os bancos a limitar os investimentos aplicados em empréstimos a no máximo 50% do valor total investido. Se o projeto de lei fosse aprovado, mudaria os planos do banco?
5. Aparece no mercado um investimento em ações sobre exploração de petróleo. O investimento tem um risco de 10. Qual deveria ser o retorno dele para que seja interessante considerá-lo?

O *solver* gerou o arquivo de solução impresso na página seguinte.

## GLPK 4.45 - SENSITIVITY ANALYSIS REPORT

Objective: profit = 1120 (MAXimum)

No. Row name	St	Activity	Slack Marginal	Lower bound Upper bound	Activity range	Obj coef range
1 profit	BS	1120.00000	-1120.00000 .	-Inf +Inf	880.00000 1120.00000	-1.00000 +Inf
2 total	NS	100.00000	. 11.20000	100.00000 100.00000	. +Inf	-Inf +Inf
3 risk	BS	-20.00000	20.00000 .	-Inf .	-300.00000 .	-1.14286 41.00000
4 comercial	NL	.	. -4.00000	. +Inf	-5.71429 80.00000	-Inf 4.00000
5 hypotheca	NU	.	. 3.00000	-Inf .	-80.00000 8.00000	-3.00000 +Inf
No. Column name	St	Activity	Obj coef Marginal	Lower bound Upper bound	Activity range	Obj coef range
1 x1	BS	40.00000	9.00000 .	. +Inf	. 80.00000	1.00000 15.00000
2 x2	NL	.	12.00000 -3.00000	. +Inf	-10.00000 40.00000	-Inf 15.00000
3 x3	BS	40.00000	15.00000 .	. +Inf	-Inf 40.00000	12.00000 +Inf
4 x4	BS	20.00000	8.00000 .	. +Inf	. 100.00000	-33.00000 12.00000
5 x5	NL	.	6.00000 -6.00000	. +Inf	-4.44444 80.00000	-Inf 12.00000
6 xp	NL	.	3.00000 -8.20000	. +Inf	-Inf 100.00000	-Inf 11.20000