

Universidade Federal de Pernambuco

Centro de Informática – CIn



Engenharia da Computação

Disciplina: IF824-Otimização Ano: 2013 Avaliação: 2a chamada Nome:	Professor: Gurvan Huiban Semestre: 2 Data: 25 de fevereiro de 2014 Matrícula/CPF:
---	--

Tempo da prova: 2h
Avaliação individual
Material auxiliar autorizado: Notas de aula e correção dos exercícios feitos durante as aulas

1 Compreensão da aula (2 pontos)

Responda de forma justificada (com explicação ou com exemplo) às perguntas seguintes (0.5 pontos por questão):

1. O que é um algoritmo de descida? A sequência de pontos seguinte pode ter sido gerada por um algoritmo de descida para resolver o problema $\min f(X)$ com $X \in \Omega \subset \mathbb{R}^2$?

$$\begin{array}{ll} X_1 = (1.31, -0.49) & f(X_1) = 4.06 \\ X_2 = (0.96, -2.27) & f(X_2) = 0.05 \\ X_3 = (0.76, -2.20) & f(X_3) = 0.45 \\ X_4 = (0.89, -2.44) & f(X_4) = 0.00 \end{array}$$

2. No caso de um problema de otimização não-restrito com funções contínuas (função objetivo e restrições), podem existir pontos estacionários que não são ótimos?
3. Um mínimo local de um programa linear pode não ser um mínimo global?
4. É possível ter um problema de otimização linear que tenha um conjunto de solução não limitado mas que tenha uma solução ótima?

2 Otimização restrita (3 pontos)

Seja o problema de otimização seguinte:

$$\begin{array}{ll} \min & -2(x_1 - 2)^2 - x_2^2 \\ & \left| \begin{array}{ll} x_1^2 + x_2^2 & \leq 25 \\ x_1 & \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

1. Escreva as condições de KKT do problema.
2. Encontre todos os pontos verificando estas condições.
3. Qual é o mínimo global?

3 Modelagem (3 pontos)

Um banco quer investir R\$100 milhões. Existem 5 categorias de investimentos possíveis, cada um com um certo rendimento (em porcentagem) e um certo risco (de 1 até 10, 1 sendo o menos arriscado, 10 o mais arriscado). Os tipos investimentos estão descritos na tabela 1.

Investimento	Retorno (%)	Risco
Hipotecas tipo 1	9	3
Hipotecas tipo 2	12	6
Empréstimo ao público	15	8
Empréstimo comercial	8	2
Bônus do tesouro	6	1

Tabela 1: Tipos de investimentos

O dinheiro não investido vai para a poupança com risco 0 e rendimento de 3%. O banco quer maximizar o lucro sabendo que:

- A média dos riscos do dinheiro investido (sem contar o dinheiro que fica na poupança) deve ser menor que 5.
- Pelo menos 20% do dinheiro investido (sem contar o dinheiro que fica na poupança) deve ser aplicado em empréstimos comerciais.
- A quantidade de dinheiro investida em hipotecas de tipo 2 e no empréstimo ao público somadas devem ser menor que a quantidade de dinheiro investido em hipotecas de tipo 1.

Expressar este problema como um problema de otimização linear.

4 Solução inicial (2 pontos)

Escreva o problema na forma padrão e encontre uma solução inicial básica do problema seguinte:

$$\begin{array}{ll} \min & -2x_1 + x_2 \\ & \left| \begin{array}{ll} x_1 + x_2 & \geq 5 \\ 5x_1 + 2x_2 & \leq 20 \\ x_1, x_2 & \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$