

Universidade Federal de Pernambuco

Centro de Informática – CIn



Engenharia da Computação

Disciplina: IF824-Otimização Ano: 2013 Avaliação: Prova 1 Nome:	Professor: Gurvan Huiban Semestre: 2 Data: 09 de dezembro de 2013 Matrícula/CPF:
--	---

Tempo da prova: 2h Avaliação individual Material auxiliar autorizado: Notas de aula e correção dos exercícios feitos durante as aulas

1 Modelagem: problemas de fluxo (3 pontos)

1.1 Caso específico

Seja uma rede de computadores com a topologia como descrita na figura 1.

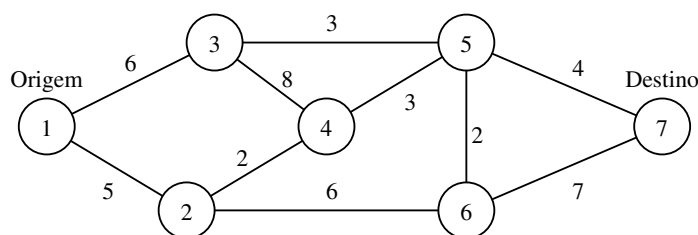


Figura 1: Rede de computadores

As arestas do grafo correspondem aos cabos e os valores escritos em cada aresta correspondem à taxa máxima de transferência de dados que o cabo permite. Assumimos que em cada nó da rede podemos configurar os roteadores de forma a direcionar os fluxos de dados da forma que queremos (i.e. podemos dividir ou juntar os fluxos de dados). Os dados saem da origem apenas, e são absorvidos apenas no destino.

Seja o modelo de otimização seguinte:

$$\begin{array}{ll}
 \max & x_{13} + x_{12} \\
 \text{s.t.} & \begin{array}{l}
 0 \leq x_{12} \leq 5 \\
 0 \leq x_{13} \leq 6 \\
 0 \leq x_{24} \leq 2 \\
 0 \leq x_{26} \leq 6 \\
 0 \leq x_{34} \leq 8 \\
 0 \leq x_{35} \leq 3 \\
 0 \leq x_{45} \leq 3 \\
 0 \leq x_{56} \leq 2 \\
 0 \leq x_{57} \leq 4 \\
 0 \leq x_{67} \leq 7 \\
 x_{12} - x_{24} - x_{26} = 0 \\
 x_{13} - x_{35} - x_{34} = 0 \\
 x_{34} + x_{24} - x_{45} = 0 \\
 x_{35} + x_{45} - x_{56} - x_{57} = 0 \\
 x_{26} + x_{56} - x_{67} = 0
 \end{array}
 \end{array}$$

1. O que representam as variáveis x_{ij} ?
2. O que representam as restrições do tipo $x_{12} \leq 5$?
3. O que representam as restrições do tipo $x_{12} - x_{24} - x_{26} = 0$?
4. O que representa a função objetivo? Porque ela não é a soma de todas as variáveis x ?

1.2 Generalização

Generalizar esta formulação para uma topologia geral de rede, descrita por uma matriz $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ onde o elemento $m_{i,j}$ da linha i e da coluna j corresponde à taxa máxima de transferência de dados permitida pelo cabo indo do roteador i ao roteador j ($1 \leq i, j \leq n$). A ausência de cabo entre dois roteadores é equivalente a uma taxa máxima de 0. O roteador de origem do fluxo de dados é o roteador 1, e o roteador de destino é o roteador n .

2 Espaço de solução (2 pontos)

Seja o problema de otimização

$$\min f(X) \mid X \in \Omega, \text{ com } \Omega \subseteq \mathbb{R}^2$$

Representar graficamente o conjunto Ω e superfícies de nível (com indicações de valor) para os casos seguintes:

1. O problema é irrestrito e tem 2 mínimos locais, sendo um ótimo global.
2. O problema é restrito mas não limitado.
3. O problema tem uma infinidade de mínimos globais.
4. O problema tem um mínimo global localizado na fronteira de Ω .

3 Otimização irrestrita (2 pontos)

Seja o problema de otimização irrestrita seguinte:

$$\min 2x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 - 3x_1 + e^{2x_1+x_2}$$

1. Escrever as condições de otimalidade necessárias de primeira ordem. Estas condições são suficientes?
2. O ponto $X_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ é um mínimo? Se não for o caso, identificar uma direção d que melhora o objetivo.

4 Otimização restrita (3 pontos)

Seja o problema de otimização seguinte:

$$\min \begin{cases} -x_1^3 + x_2^2 - 2x_1x_3^2 \\ -2x_1 + x_2^2 + x_3 = 5 \\ 5x_1^2 - x_2^2 - x_3 \geq -2 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

1. Escrever as condições de KKT do problema
2. Verificar se o ponto $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ verifica as condições de KKT.