Departamento de Matemática – CCEN – UFPE

Computação Gráfica - Primeiro Semestre– 2003
Primeira Lista de Exercícios-Entrega:28/05/2002

1. (0,5 pt.)Mostre que a média ponderada de pontos em que a soma dos pesos é zero, resulta num vetor.

2. (1,0 pt.)Considere os seguintes conjuntos de vetores do $\mathbb{R}^2$: $\alpha = \{(1,1),(2,1)\}, \beta = \{(1,1),(-1,1)\}$ e a matriz $M = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$.
   a)Usando a definição, mostre que α e β são bases de $\mathbb{R}^2$.
   b)Encontre $[I]^{\alpha}_{\beta}$ e $[I]^{\beta}_{\alpha}$.
   c)Mostre que a matriz M é uma matriz de mudança de base. Em seguida encontre bases γ e σ tais que $[I]^{\gamma}_{\alpha} = M$ e $[I]^{\beta}_{\sigma} = M$.
   d)Ortonormalize a base α (p.i. usual).

3. (1,0 pt.)Encontre uma transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ que faz uma reflexão em torno do plano $\pi = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | \text{z = x} - \text{2y}\}$, seguida de uma rotação de 30^o em torno da reta perpendicular a π, no sentido anti-horário.

4. (1,0 pt.)Considere o quadrado de vértices $(0,0),(1,0),(0,1)$ e $(1,1)$. Mostre que a transformação afim que rotaciona em 30^o o quadrado em torno de seu centro no sentido anti-horário não é linear. Encontre esta transformação e exiba as imagens dos vértices.

5. (1,0 pt.)Considere o triângulo de $\mathbb{E}^2$ formado pelos pontos não colineares **a**,**b** e **c**. Mostre que as coordenadas baricêntricas de um ponto **p** com respeito a este triângulo podem ser encontradas da seguinte forma: $\alpha = \frac{area(\mathbf{b,c,p})}{area(\mathbf{a,b,c})}$, $\beta = \frac{area(\mathbf{a,c,p})}{area(\mathbf{a,b,c})}$ e $\gamma = \frac{area(\mathbf{a,b,p})}{area(\mathbf{a,b,c})}$, onde α é a coordenada relativa ao ponto **a**, β é a coordenada relativa ao ponto **b** e γ é a coordenada relativa ao ponto **c**, e $area(\mathbf{p_1},\mathbf{p_2},\mathbf{p_3})$ é a área do triângulo formado pelos pontos $\mathbf{p_1}$,$\mathbf{p_2}$ e $\mathbf{p_3}$.

6. (1,0 pt.)Mostre que só existe uma única forma de exprimir um ponto qualquer do plano $\pi = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | \text{x+y} - \text{z} = 2\}$ como combinação baricêntrica dos seguintes três pontos não colineares de π : $(1,1,0),(1,0,-1)$ e $(0,1,-1)$.

7. (1,0 pt.)Considere os três pontos não colineares e o plano π da questão anterior. Verifique (utilizando para isso um argumento baseado em coordenadas baricêntricas) se a interseção de π com a reta que passa pelos pontos $(-1,-1,-1)$ e $(0,0,-\frac{1}{2})$ é um ponto interno ao triângulo formado pelos três pontos não colineares.

8. (0,5 pt.)Mostre que a imagem de um quadrado por uma transformação afim injetiva é um paralelogramo.

9. (1,0 pt.)Determine a transformação afim em coordenadas cartesianas $T : \mathbb{E}^2 \to \mathbb{E}^2$ que associa os pontos $(0,0),(1,0)$ e $(1,1)$ aos pontos $(-1,0),(0,1)$ e $(0,-1)$, respectivamente, de duas formas distintas: utilizando a definição de que T resulta num ponto transladado por um vetor depois de aplicada uma transformação linear, e a propriedade de que T preserva combinações baricêntricas.

10. (1,0 pt.)Encontre a matriz em coordenadas homogêneas da projeção de um ponto qualquer de $\mathbb{E}^3$ sobre a reta gerada pelos pontos $P_0(x_0,y_0,z_0)$ e $P_1(x_1,y_1,z_1)$, distintos.

11. (1,0 pt.)Considere o triângulo formado pelos pontos: **a**$=(0,1)$, **b**$=(2,2)$ e **c**$=(1,0)$. Encontre (simplificando) a equação em coordenadas baricêntricas da circunferência centrada na origem de raio 1, e identifique a curva de equação em coordenadas baricêntricas: $\gamma^2 - \alpha^2 + 4\beta^2 + 4\gamma(2\beta+1) = -3$, onde α é a coordenada relativa ao ponto **a**, β é a coordenada relativa ao ponto **b** e γ é a coordenada relativa ao ponto **c**.