

Transformada de Fourier

Monitoria de Sinais e Sistemas

04/11/09

Transformada de Fourier

$$X(w) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt \qquad X(w) = |X(w)|e^{j\angle X(w)}$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(w)e^{j\omega t} dw$$

$$x(t) \Rightarrow X(-w) = X^*(w) \begin{cases} |X(-w)| = |X(w)| & \text{par} \\ \angle X(-w) = -\angle X(w) & \text{impar} \end{cases}$$

Exemplo: 7.1 e 7.2

- 1 Determine a transformada de Fourier de $e^{-at}u(t)$
- 2 Obtenha a transformada de Fourier de $x(t) = \text{ret}\left(\frac{t}{\tau}\right)$

$$X(w) = \int_{-\infty}^{\infty} \text{ret}\left(\frac{t}{\tau}\right) e^{-j\omega t} dt$$

Propriedades

Linearidade

$$\begin{array}{l} x_1(t) \Leftrightarrow X_1(w) \\ x_2(t) \Leftrightarrow X_2(w) \end{array} \Rightarrow a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) \Leftrightarrow a_1 X_1(w) + a_2 X_2(w) \quad .$$

Conjugação

$$x^*(t) \Leftrightarrow X(-w)$$

Simetria de Conjugado

$$X(-w) = X^*(w)$$

Propriedades

Dualidade

$$x(t) = X(w) \Rightarrow X(t) \Leftrightarrow 2\pi x(-w)$$

Escalaonamento

$$x(t) \Leftrightarrow X(w) \Rightarrow x(at) \Leftrightarrow \frac{1}{|a|} X\left(\frac{w}{a}\right)$$

Deslocamento no Tempo

$$x(t) \Leftrightarrow X(w) \Rightarrow x(t - t_0) \Leftrightarrow X(w)e^{-j\omega t_0}$$

Propriedades

Deslocamento na Freqüência

$$x(t) \Leftrightarrow X(w) \Rightarrow x(t)e^{jw_0 t} \Leftrightarrow X(w - w_0)$$

Convolução no Tempo

$$x_1(t) \Leftrightarrow X_1(w) \quad x_1(t) * x_2(t) \Leftrightarrow X_1(w)X_2(w)$$
$$x_2(t) \Leftrightarrow X_2(w)$$

Convolução na Freqüência

$$x_1(t) \Leftrightarrow X_1(w) \quad x_1(t)x_2(t) \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi}X_1(w) * X_2(w)$$
$$x_2(t) \Leftrightarrow X_2(w)$$

Propriedades

Diferenciação no Tempo

$$x(t) \Leftrightarrow X(w) \Rightarrow \frac{dx}{dt} \Leftrightarrow jwX(w)$$

Integração no Tempo

$$\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \Leftrightarrow \frac{X(w)}{jw} + \pi X(0)\delta(w)$$

Exemplo: 7.3; 7.4 e 7.5

- 1 Obtenha a transformada de Fourier para o impulso unitário $\delta(t)$
- 2 Obtenha a transformada de Fourier inversa de $\delta(w)$
- 3 Obtenha a transformada de Fourier inversa de $\delta(w - w_0)$