

# Lógicas Difusas e Sistemas Difusos

1º Semestre de 2015

Cleber Zanchettin

UFPE - Universidade Federal de Pernambuco

CIn - Centro de Informática

- O conhecimento humano é muitas vezes **incompleto**, **incerto** ou **impreciso**.
- A IA preocupa-se com **formalismos** de representação e raciocínio que permitam o tratamento apropriado a cada tipo de problema.
- No mundo real muitas vezes é utilizado **conhecimento incerto**.
  - Incertezas estocásticas.
  - Incertezas léxicas.

- **Incertezas estocásticas**
  - Ex.: “A probabilidade de acertar o alvo é de 0.8”
- **Incertezas léxicas**
  - Ex.: homens altos, dias quentes, moeda estável
  - A experiência do especialista A mostra que B está quase para ocorrer, porém, o especialista C está convencido de que isso não é verdade.
- Incerteza pode ser tratada de várias formas entre elas com **Lógicas Difusas** (= Nebulosas, *Fuzzy*) e Redes Bayseanas.
- Os fundamentos da lógica difusa foram estabelecidos em 1965, por **Lotfi Zadeh**.

# História



- 1965 *Seminal paper* “Fuzzy Logic” por Prof. Lotfi Zadeh,
- 1970 Primeira aplicação de Lógica Fuzzy em engenharia de controle (Europa)
- 1975 Introdução de Lógica Fuzzy no Japão
- 1980 Verificação empírica de Lógica Fuzzy na Europa
- 1985 Larga aplicação de Lógica Fuzzy no Japão
- 1990 Larga aplicação de Lógica Fuzzy na Europa
- 1995 Larga aplicação de Lógica Fuzzy nos Estados Unidos
- 2000 Lógica Fuzzy tornou-se tecnologia padrão e é também aplicada em análise de dados e sinais de sensores. Aplicação de Lógica Fuzzy em finanças e negócios



- Os conjuntos (**crisp**) podem ser definidos das seguintes maneiras:
  - **Enumeração** de todos os elementos do universo de discurso pertencentes à ele.
    - Ex.:  $A : \{0,1,2,3,4,5,6\}$
  - **Relação bem definida** entre os elementos do universo de discurso.
    - Ex.:  $A : \{x \in U \mid x > 0\}$
  - **Predicado** da lógica clássica bivalente.
    - Ex.: maior\_que\_zero(x)

- Outra forma de definir os conjuntos:
  - Função característica ou **função de pertinência**.

$$\mu : U \rightarrow \{0,1\}$$

- Então...

$$\mu_A : U \rightarrow \{0,1\}$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \notin A \\ 1, & \text{se } x \in A \end{cases}$$

# Teoria clássica dos conjuntos (3/3)

– Graficamente:

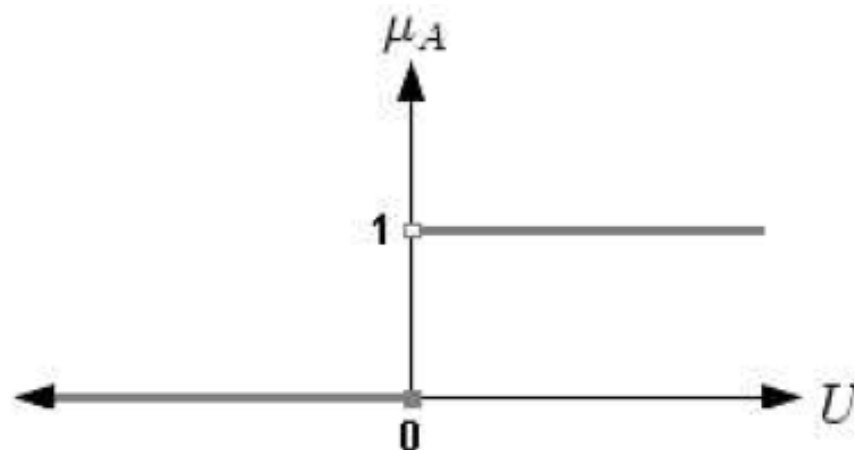


Figura 2.1: Gráfico representando o conjunto  $A$  no universo  $U$

– Relações de pertinência:

- $6 \in A$  ou  $\mu_A(6) = 1$   
 $-6 \notin A$  ou  $\mu_A(-6) = 0$

# Teoria dos conjuntos difusos

- Os conjuntos difusos são **conjuntos** cujos elementos possuem **valores de pertinência** que variam no intervalo  $[0,1]$ :  $\mu_F : U \rightarrow [0, 1]$ 
  - Elemento com pertinência **0 = não pertence** ao conjunto difuso F.
  - Elemento com pertinência **1 = é uma representação** completa do conjunto difuso F.
- Conjuntos difusos são uma generalização dos **conjuntos crisp**.
- Definição da função de pertinência depende:
  - Do **significado lingüístico** definido para o conjunto.
  - Da sua **interpretação** no contexto do universo utilizado.



# Tipos de função de pertinência (1/2)

---

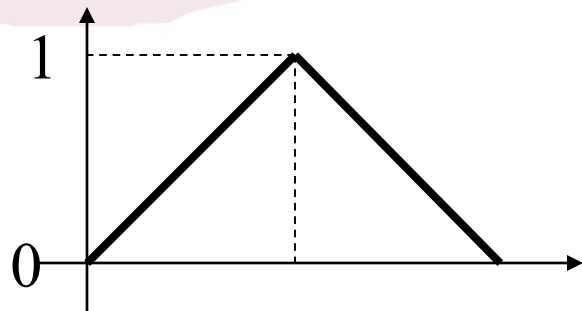


- As funções de pertinência podem ser de vários tipos:
  - Triangular
  - Trapezoidal
  - Sino
  - ...

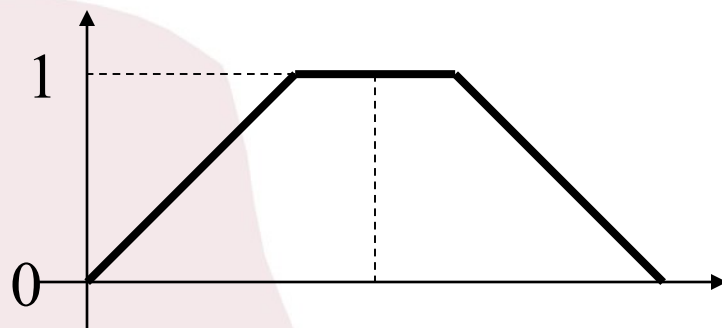


# Tipos de função de pertinência (2/2)

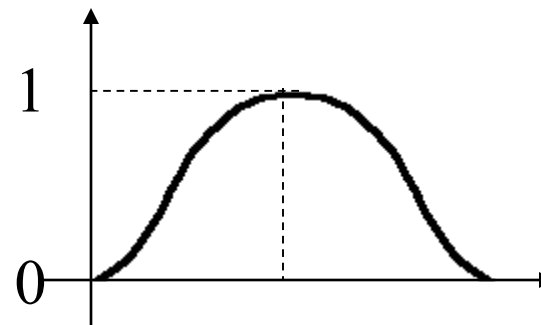
## ■ Triangular



## ■ Trapezoidal

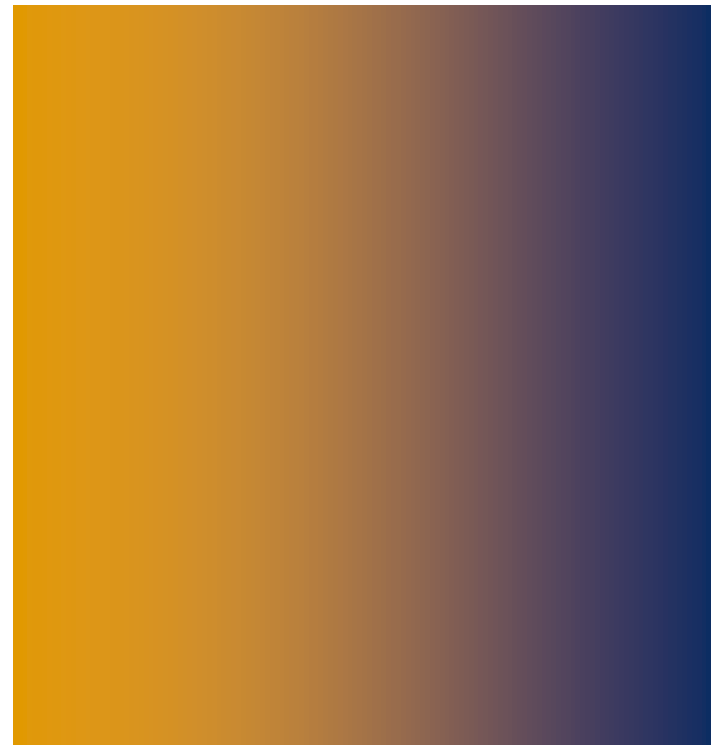


## • Sino



# Clássica x Difusa

---



# Os copos estão cheios ou vazios ?

---



Qual seria a resposta apropriada?

Sistemas Difusos (**implementação**)

Lógicas Difusas (**formalização**)

Teoria dos Conjuntos Difusos (**teoria de base**)

# Representação dos conjuntos difusos (1/2)



- Analiticamente - universo discreto é composto por poucos elementos.
  - Ex.: Conjunto dos números inteiros pequenos entre  $-10$  e  $10$ .

$$\mu_F(x) =$$

$$\{0.0/-10, 0.0/-9, 0.0/-8, 0.0/-7, 0.0/-6, 0.0/-5, 0.2/-4, 0.4/-3, 0.6/-2, 0.8/-1, 1.0/0, 0.8/1, 0.6/2, 0.4/3, 0.2/4, 0.0/5, 0.0/6, 0.0/7, 0.0/8, 0.0/9, 0.0/10\}$$



# Representação dos conjuntos difusos (2/2)

- Gráfico da função de pertinência (diagrama Hassi-Euler (H-E)) – universo contínuo ou discreto com grande quantidade de elementos.
  - Ex.: Conjunto dos números reais pequenos entre  $-10$  e  $10$ .

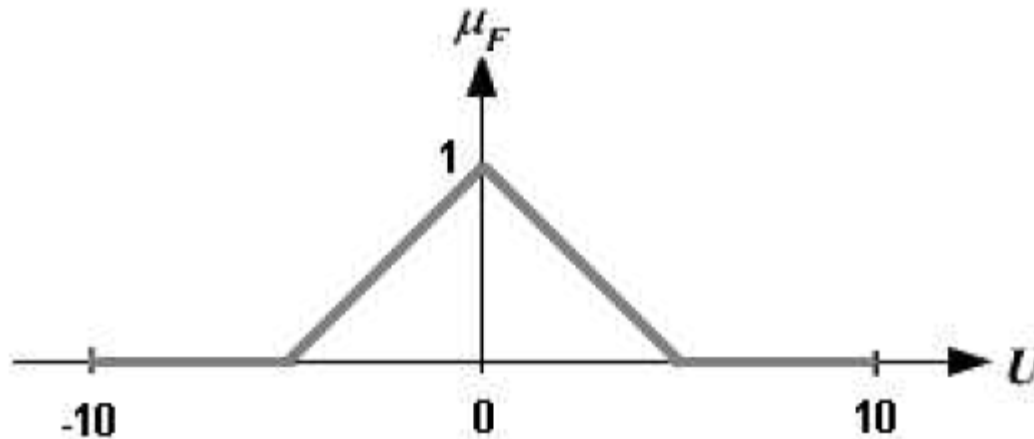


Figura 2.2: Exemplo de diagrama H-E

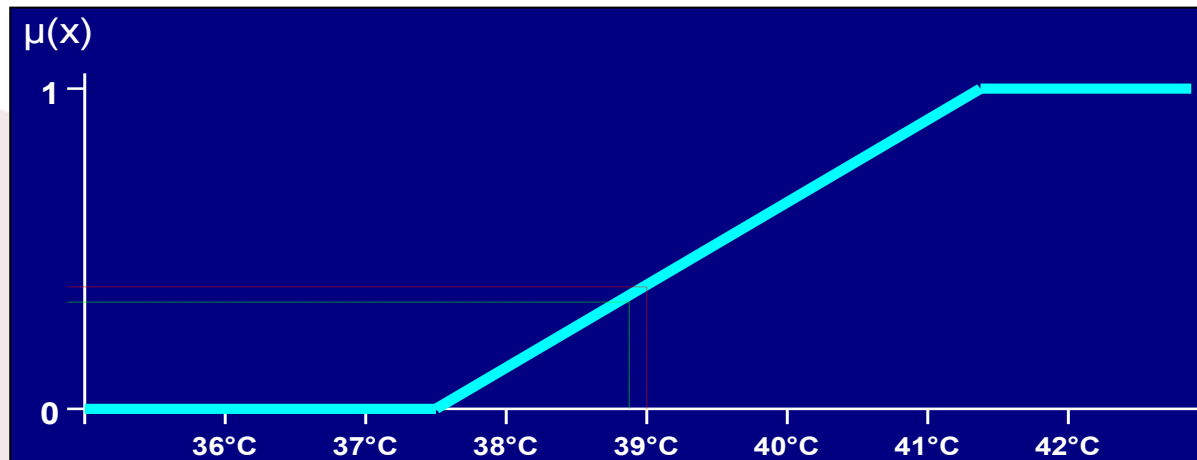
# Exemplos de conjuntos difusos (1/2)

## ■ Conjunto febre alta

### – Definição analítica (discreta):

- $\mu_{FA}(35^{\circ}\text{C}) = 0$        $\mu_{FA}(38^{\circ}\text{C}) = 0.1$        $\mu_{FA}(41^{\circ}\text{C}) = 0.9$
- $\mu_{FA}(36^{\circ}\text{C}) = 0$        $\mu_{FA}(39^{\circ}\text{C}) = 0.35$        $\mu_{FA}(42^{\circ}\text{C}) = 1$
- $\mu_{FA}(37^{\circ}\text{C}) = 0$        $\mu_{FA}(40^{\circ}\text{C}) = 0.65$        $\mu_{FA}(43^{\circ}\text{C}) = 1$

### – Gráfico H-E:





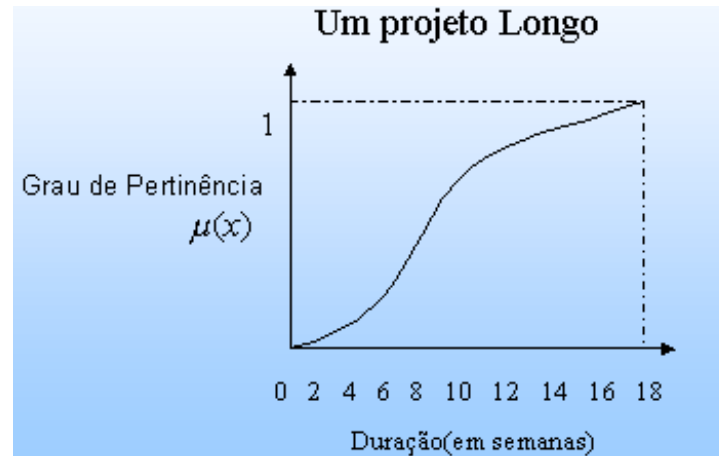
# Exemplos de conjuntos difusos (2/2)

## ■ Conjunto projetos longos

### – Definição analítica (discreta):

- $\mu_{PL}(2) = 0.2$        $\mu_{PL}(8) = 0.5$        $\mu_{PL}(14) = 0.8$
- $\mu_{PL}(4) = 0.3$        $\mu_{PL}(10) = 0.6$        $\mu_{PL}(16) = 0.9$
- $\mu_{PL}(6) = 0.4$        $\mu_{PL}(12) = 0.7$        $\mu_{PL}(18) = 1.0$

### – Gráfico H-E:



- Cada elemento de um conjunto difuso possui o **grau** com que ele é **membro do conjunto**.
  - Ex.: cada projeto é membro do conjunto projetos longos com um determinado grau.
- Os conjuntos difusos são **funções**.
- A definição de um conjunto depende do **significado linguístico** definido para o conjunto.
  - Ex.: A definição do conjunto projetos longos depende do significado linguístico de “projetos longos”.
- A definição de um conjunto **depende do contexto**.
  - Ex.: a definição de um projeto longo depende do contexto, a definição de um homem alto depende do contexto.

# Conjuntos difusos: operadores (1/5)

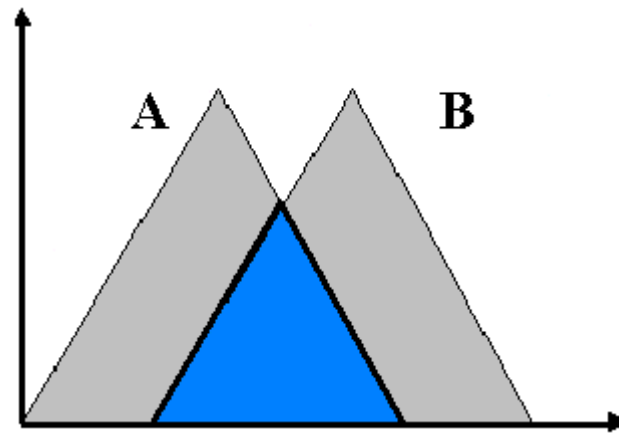
- Intersecção (t-norm)  $\mu_{(A \cap B)}(x_i) = \mu_A(x_i) \wedge \mu_B(x_i)$

- Mínimo:  $\mu_{A \cap B}(x_i) = \min[\mu_A(x_i), \mu_B(x_i)]$

- Produto:  $\mu_{A \cap B}(x_i) = \mu_A(x_i) \cdot \mu_B(x_i)$

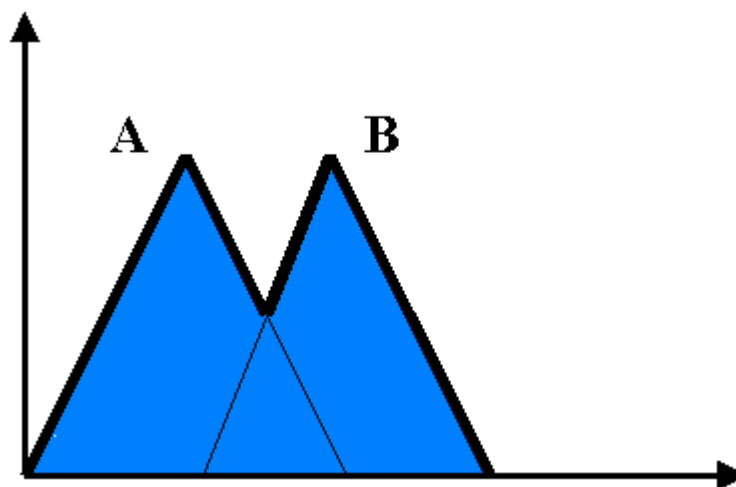
- Soma limitada:

$$\mu_{A \cap B}(x_i) = \max[0, \mu_A(x_i) + \mu_B(x_i) - 1]$$



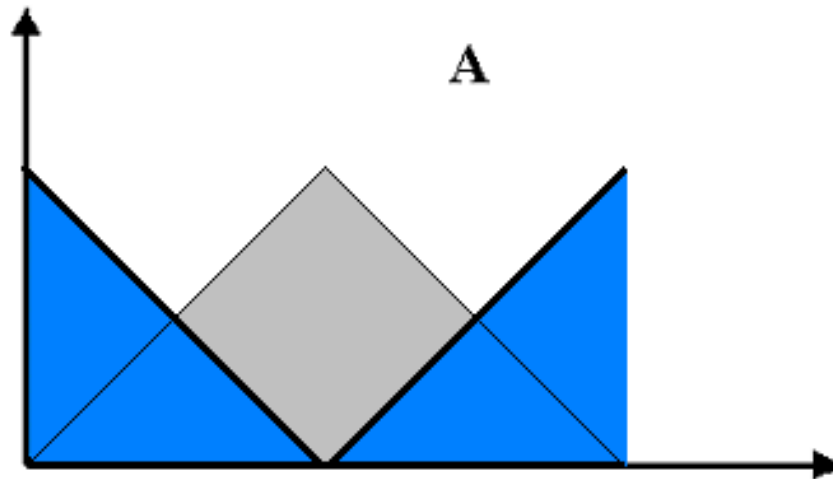
# Conjuntos difusos: operadores (2/5)

- União (t-conorm)  $\mu_{(A \cup B)}(x) = \mu_A(x_i) \vee \mu_B(x_i)$ 
  - Máximo:  $\mu_{A \cup B}(x_i) = \max[\mu_A(x_i), \mu_B(x_i)]$ .
  - Produto ou soma probabilística:
$$\mu_{A \cap B}(x_i) = \mu_A(x_i) + \mu_B(x_i) - \mu_A(x_i) \mu_B(x_i)$$
  - Soma limitada:
$$\mu_{A \cup B}(x_i) = \min[1, \mu_A(x_i) + \mu_B(x_i)]$$



# Conjuntos difusos: operadores (3/5)

- Complemento  $\mu_{\bar{A}}(x_i) = 1 - \mu_A(x_i)$



# Conjuntos difusos: operadores (4/5)



- Em conjuntos difusos

$$\mu(\neg A \cup A) \neq \mu(TRUE) \text{ e } \mu(\neg A \cap A) \neq \mu(FALSE),$$

diferentemente da teoria dos conjuntos clássica.

- Considere:  $\mu(A) = 1/2$ ,

$$\mu(\neg A \cup A) = \max(\neg\mu(A), \mu(A))$$

$$= \max(1 - 1/2, 1/2)$$

$$= 1/2 \neq 1$$

$$\mu(\neg A \cap A) = \min(\neg\mu(A), \mu(A))$$

$$= \min(1 - 1/2, 1/2)$$

$$= 1/2 \neq 0$$



# Conjuntos difusos: operadores (5/5)

---



- Dependendo de como são definidos os **conectivos AND e OR**, uma nova lógica é criada. O conectivo **NOT** é, em geral, imutável.
- A lógica de Zadeh utiliza os operadores de **mínimo para intersecção** e **máximo para união**.



# Isomorfismo

| Teoria dos conjuntos              | Lógica         | Álgebra             |
|-----------------------------------|----------------|---------------------|
| Pertinência                       | Verdade        | Valor               |
| Membro ( $\in$ )                  | Verdadeiro (V) | 1                   |
| Não-membro ( $\notin$ )           | Falso (F)      | 0                   |
| Intersecção ( $\cap$ )            | E ( $\wedge$ ) | Produto ( $\cdot$ ) |
| União ( $\cup$ )                  | OU ( $\vee$ )  | Soma (+)            |
| Complemento ( $\overline{Conj}$ ) | NÃO ( $\neg$ ) | Complemento ( $'$ ) |

Tabela 2.1: Equivalências entre teoria dos conjuntos, lógica e álgebra



## ■ Características:

- Permitem **valores-verdade** diferentes de 0 e 1.
- Permitem predicados:
  - Precisos (ex.: pai\_de).
  - Imprecisos (ex.: cansado).
- Quantificadores podem ser de vários tipos.
  - Ex.: Maioria, muitos, vários.
- Podem ser utilizados modificadores de predicados.
  - Ex.: mais ou menos, extremamente.

- São **modificadores** de predicados.
- Mudam o gráfico da função de pertinência.
- Aumentam o poder **expressivo** das lógicas difusas.
- São funções, assim como os conjuntos difusos.

## Qualificadores (2/7)

| Qualificador                     | Função                         |
|----------------------------------|--------------------------------|
| Por volta de,<br>Aproximadamente | Aproxima um escalar            |
| Bastante, extremamente           | Aumenta a precisão do conjunto |
| Um pouco                         | Dilui o conjunto               |
| Não                              | Complementar                   |
| Mais que, maior que              | Restringe uma região           |
| Menos que, menor que             | Restringe uma região           |

- O qualificador “aproximadamente”:

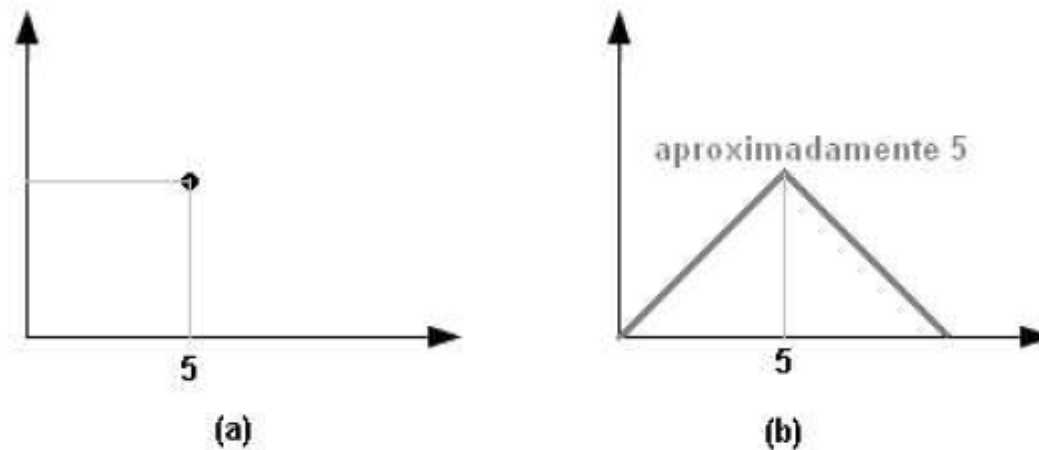
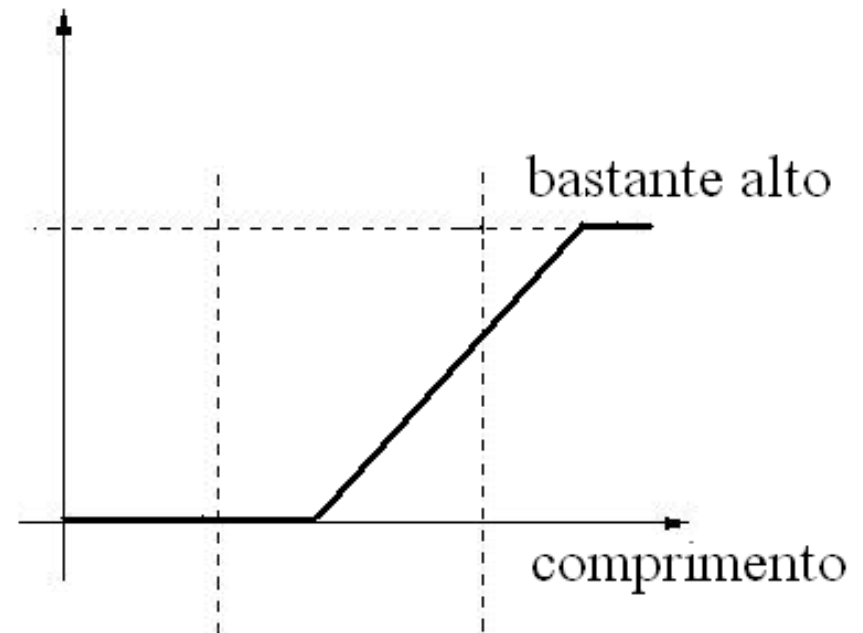
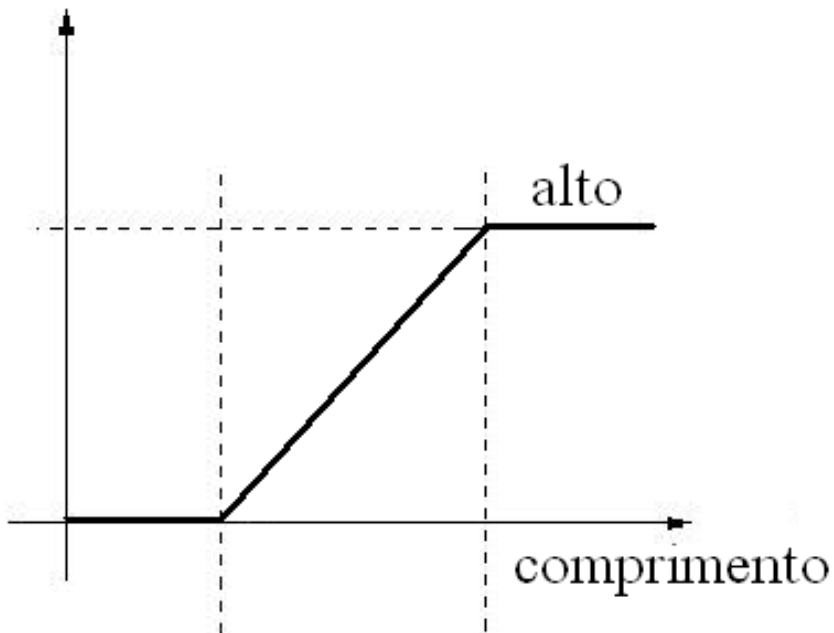


Figura 2.3: Exemplo de modificação de função de pertinência através de qualificadores

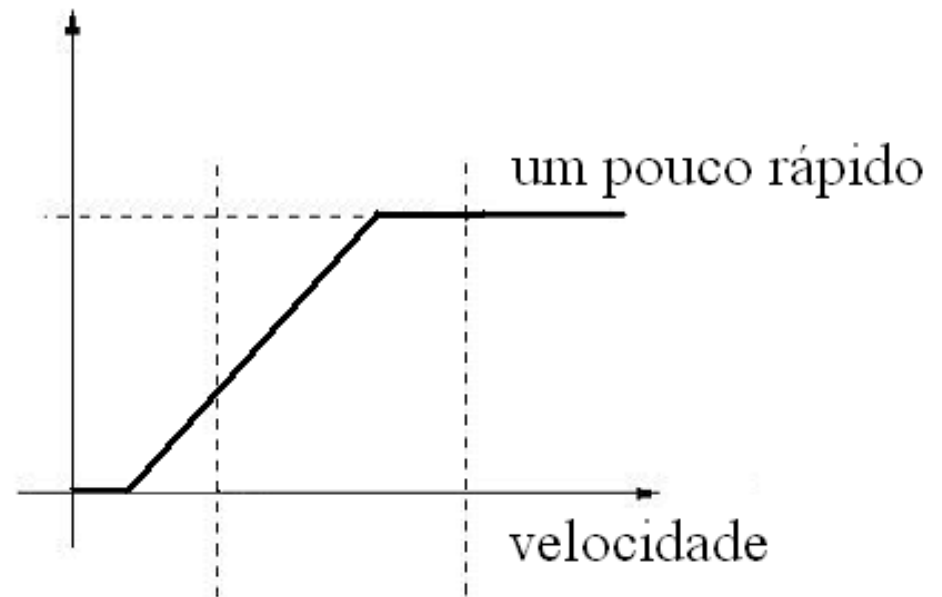
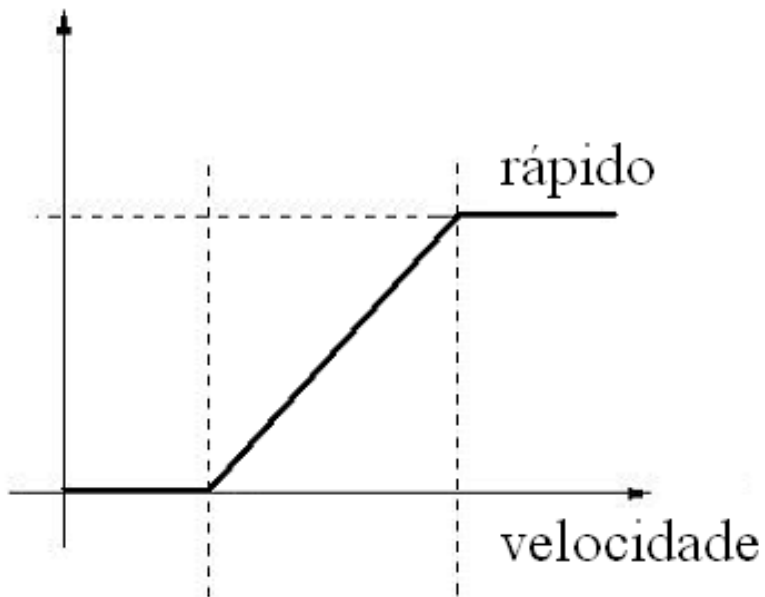
## Qualificadores (4/7)

- O qualificador “bastante”:

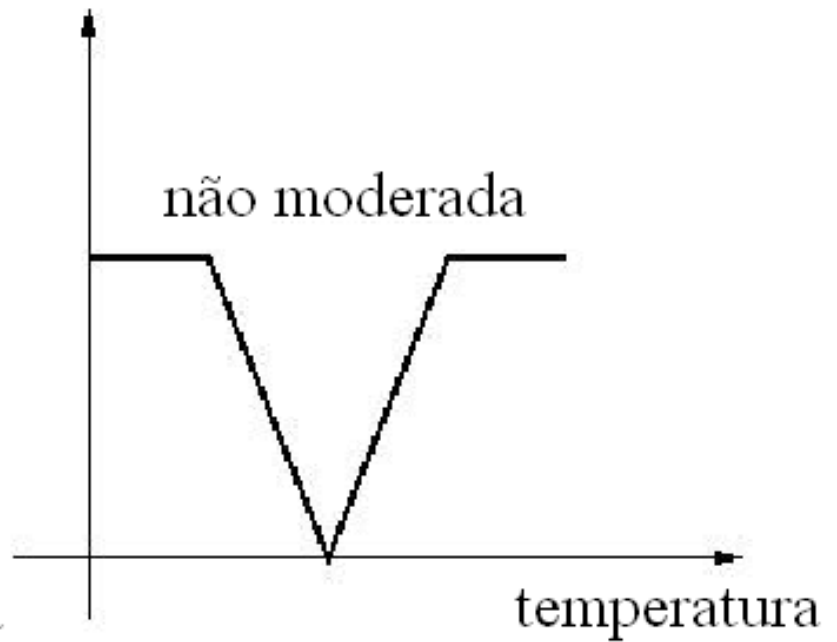
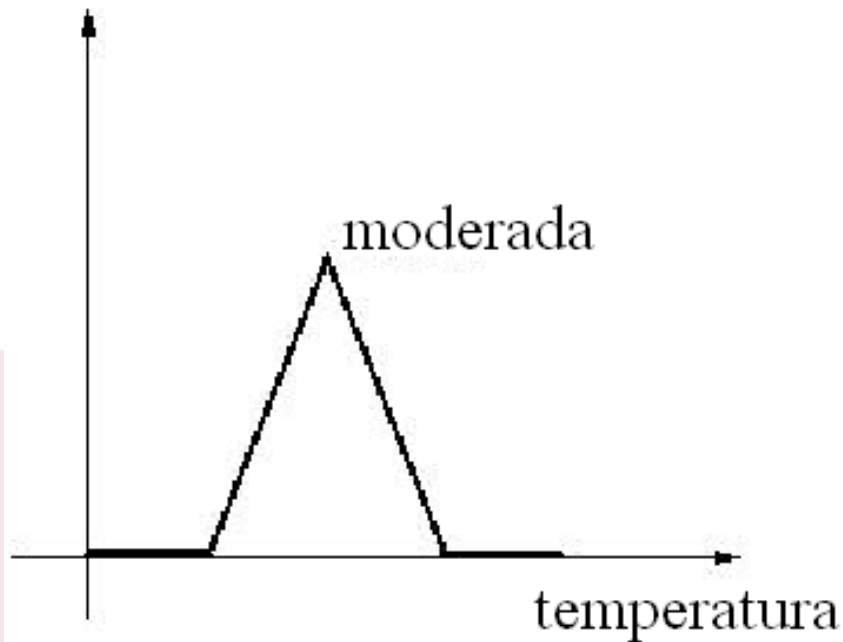


# Qualificadores (5/7)

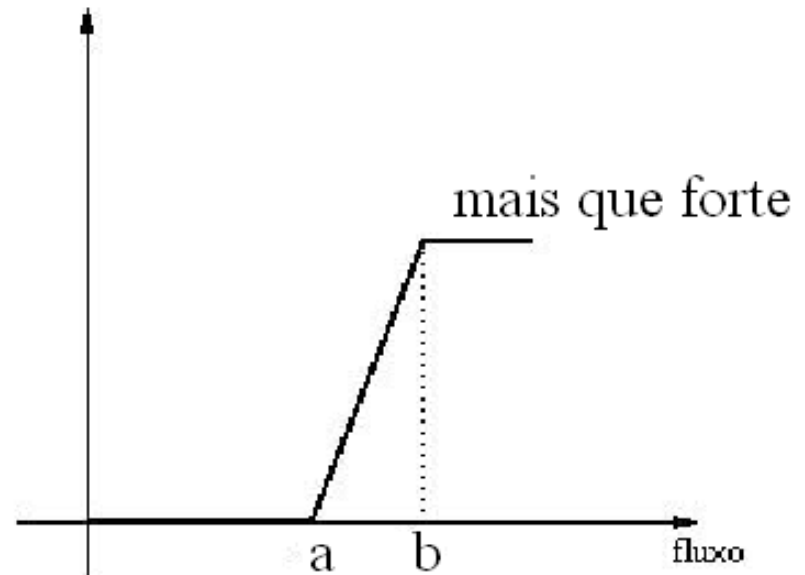
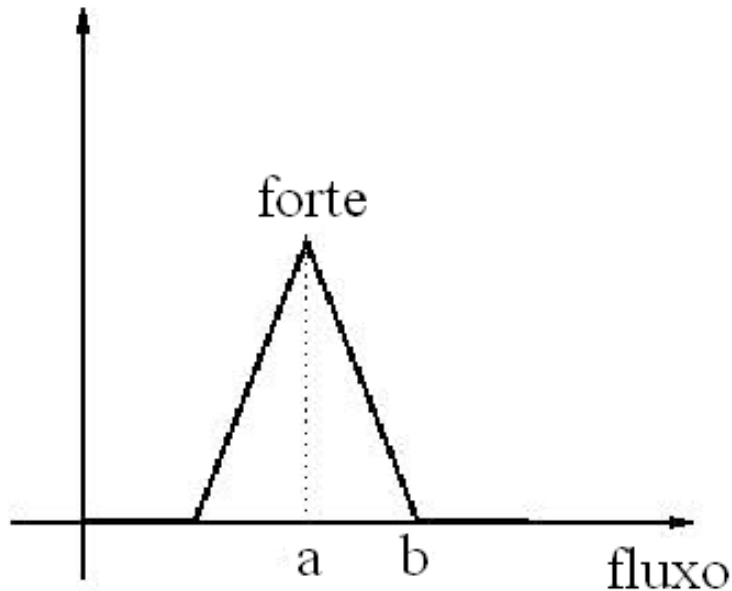
- O qualificador “um pouco”:



- O qualificador “não”:



- O qualificador “mais que”:





- É uma entidade utilizada para representar de modo impreciso um conceito ou variável de um dado problema.
  - Ex.: temperatura, altura, peso.
- Seu valor é expresso:
  - Qualitativamente (por **termos lingüísticos**).
    - Ex.: frio, muito grande, aproximadamente alto,
  - Quantitativamente (por funções de pertinência).
- Obs.: Termos lingüísticos podem ser modificados por qualificadores.

## Variáveis lingüísticas (2/4)

- Uma variável lingüística é caracterizada por  $\{x, T, U, m(n)\}$

Onde:

- **x** é o nome da variável;
  - **T** é um conjunto de termos lingüísticos;
  - **U** é o domínio (universo) de valores de x sobre os quais os significados dos termos lingüísticos são determinados
    - Ex.: altura pode estar entre 1,30m e 1,90m.
  - **m(x)** é uma função semântica que assinala a cada termo lingüístico **t** de **T** um conjunto difuso que representa o seu significado.
- Basicamente são **conjuntos difusos + qualificadores**.

## Variáveis linguísticas (3/4)

- Exemplo:

$$\{altura, \{baixo, alto\}, [1, 30; 1, 90], m\}$$

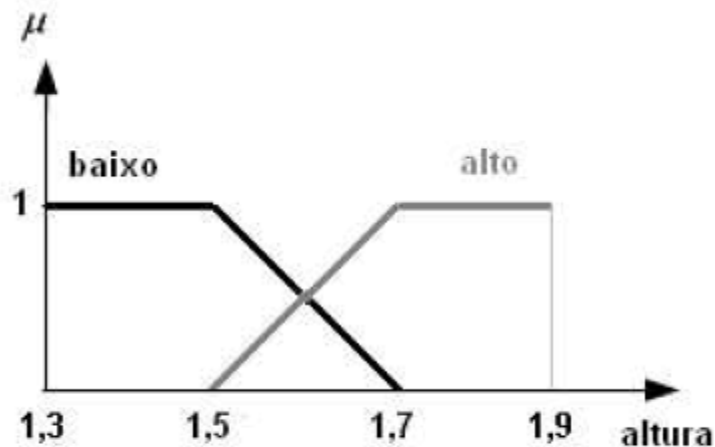


Figura 2.4: Exemplo de conjuntos difusos (representados por funções de pertinência) associados a termos linguísticos

- Exemplo de variáveis lingüísticas do conjunto altura com qualificadores:
  - muito alto
  - um pouco alto
  - ligeiramente alto

# Regras difusas

- Forma mais comum: regras se/então.
  - **SE** <antecedente> **ENTÃO** <consequente>
- **Antecedente:** possui condições que, quando satisfeitas (**mesmo que parcialmente**), determinam o processamento do consequente através de um mecanismo de inferência difusa.
  - Disparo de uma regra: ocorre quando o processamento do antecedente para as entradas atuais gerou graus de pertinência não nulos.
- **Consequente:** composto por ações ou diagnósticos que são gerados com o disparo da regra.
  - Os consequentes das regras disparadas são processados em conjunto para gerar uma resposta determinística para cada variável de saída do sistema.

# Sistemas difusos (1/2)



- São sistemas baseados em regras que usam lógica difusa para raciocinar sobre os dados.
- Possuem a habilidade de codificar conhecimento de forma próxima à usada pelos especialistas.
- O que faz uma pessoa ser especialista?
  - Justamente a capacidade em fazer diagnósticos ou recomendações em termos imprecisos.
- Sistemas *Fuzzy* capturam uma habilidade próxima do conhecimento do especialista.
- O processo de aquisição do conhecimento por sistemas difusos é:
  - mais fácil,
  - mais confiável,
  - menos propenso a falhas e ambiguidades.



# Sistemas difusos (2/2)

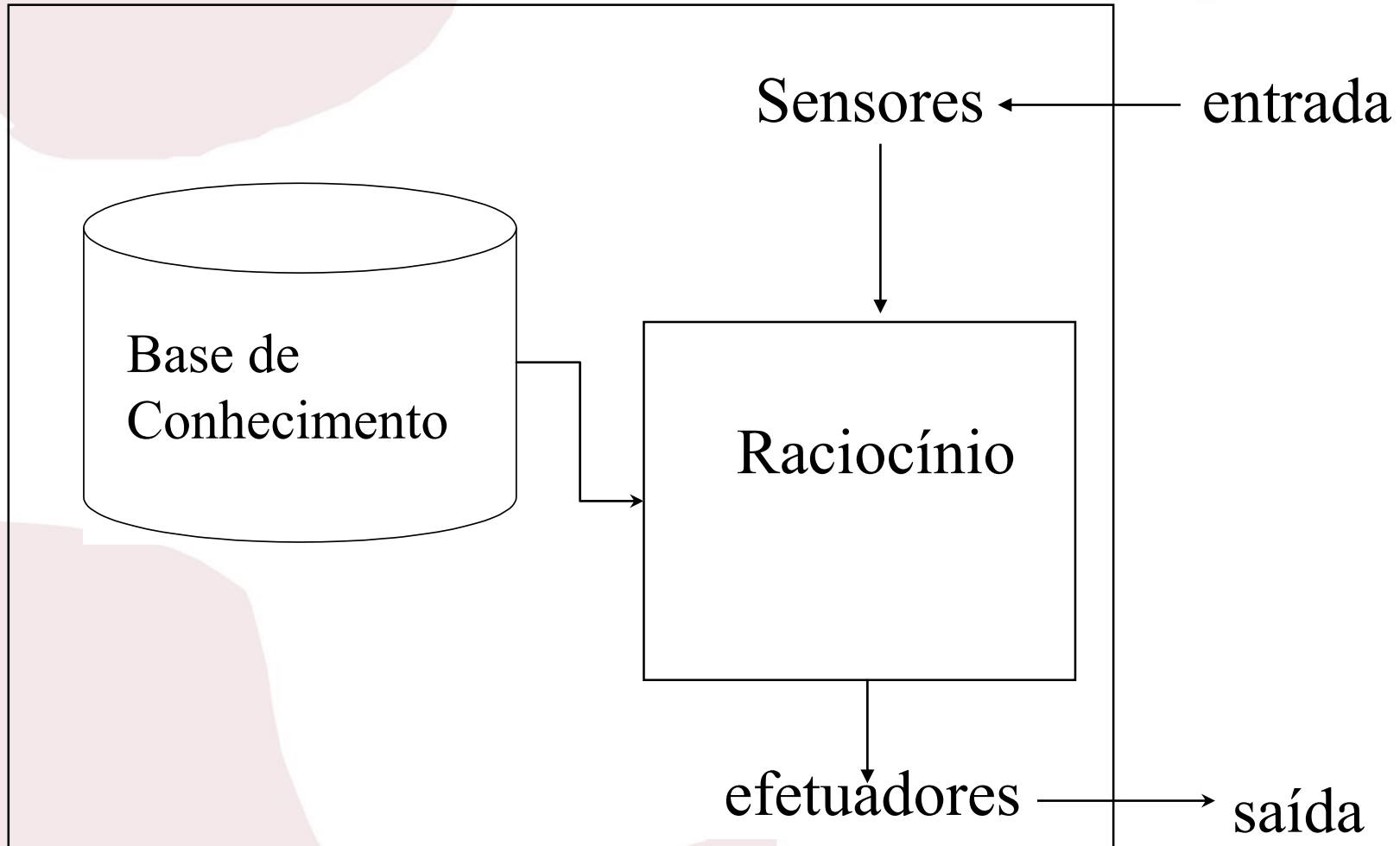
---



- Devido aos seus benefícios, como:
  - regras próximas da linguagem natural,
  - fácil manutenção,
  - simplicidade estrutural.
- Os modelos baseados em **sistemas Fuzzy** são validados com maior precisão.
- A confiança destes modelos cresce.

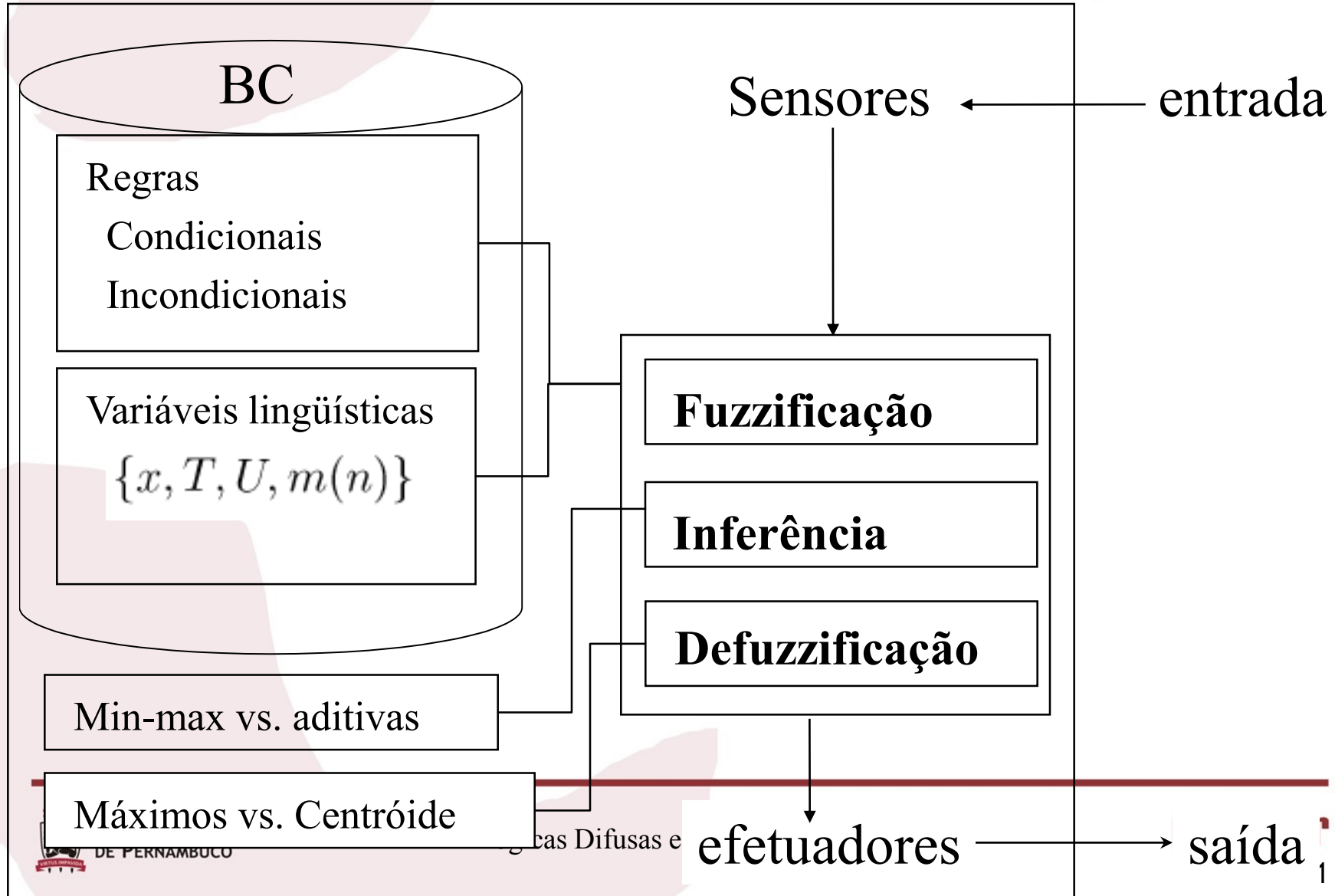


# Um agente inteligente com BC





# Um agente inteligente difuso



# Módulos de um sistema difuso

---



- Base de conhecimento
  - Regras
  - Variáveis linguísticas
  
- Processos do Raciocínio
  - Processo de fuzzificação
  - Processo de inferência
  - Processo de defuzzificação



- Forma mais comum: regras se/então
  - SE <antecedente> ENTÃO <conseqüente>
- Condicionais.
  - **If** x is X **then** a is A.
  - **If** x is X and y is Y **then** a is A.
  - **If** x is muito X **then** a is A.
- Incondicionais.
  - a is A.
  - a is mais que A.

# Base de conhecimento: variáveis lingüísticas



- Lembrando: uma variável lingüística é caracterizada por

$$\{x, T, U, m(n)\}$$

onde:

- x é o nome da variável;
  - T é um conjunto de termos lingüísticos;
  - U é o domínio (universo) de valores de x sobre os quais os significados dos termos lingüísticos são determinados
  - m(x) é uma função semântica que assinala a cada termo lingüístico t de T um conjunto difuso que representa o seu significado.
- Basicamente são conjuntos difusos + qualificadores.
  - Técnica de armazenamento:
    - Guardar a expressão da função.
    - Guardar um par de vetores X e Y



# Sistema difuso – exemplo

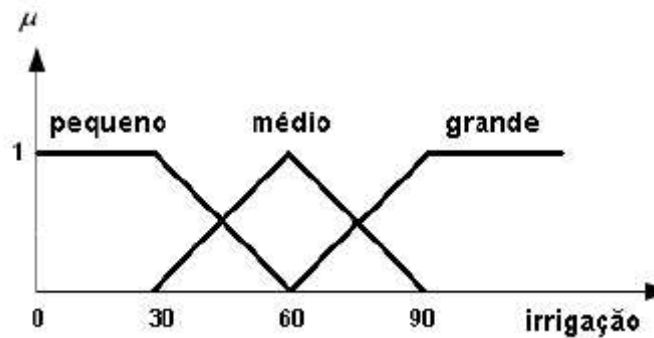
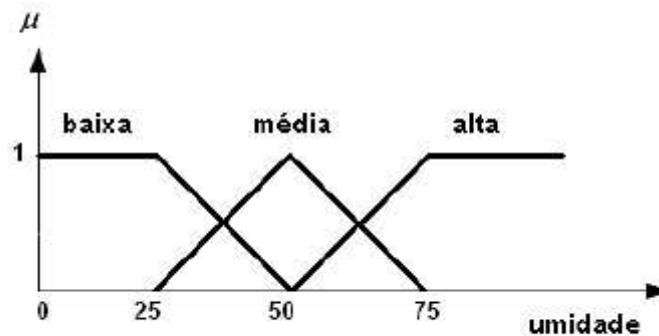
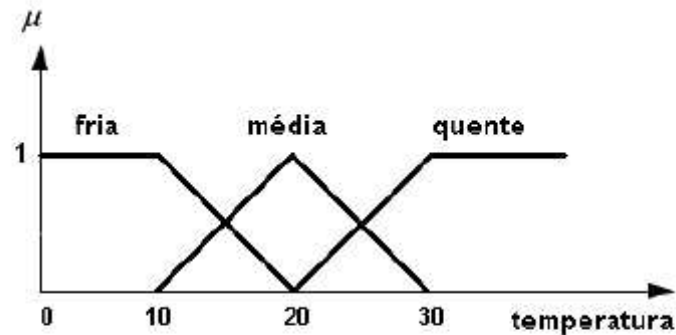
---



- Determinar o tempo de irrigação de uma plantação (em minutos), de acordo com a temperatura (graus Celsius) e a umidade do ar (%).



# Exemplo: variáveis lingüísticas



# Exemplo: regras

---



1. Se temperatura é fria e umidade é alta então irrigação é pequeno.
2. Se temperatura é média e umidade é média então irrigação é médio.
3. Se temperatura é fria e umidade é média então irrigação é médio.
4. Se temperatura é quente e umidade é baixa então irrigação é grande.



# Etapas do raciocínio



**Variáveis Calculadas**  
(Valores Linguísticos)

**Inferência**

**Variáveis de Comando**  
(Valores Linguísticos)

**Fuzzificação**

**Defuzzificação**

**Variáveis Calculadas**  
(Valores Numéricos)

**Objeto**

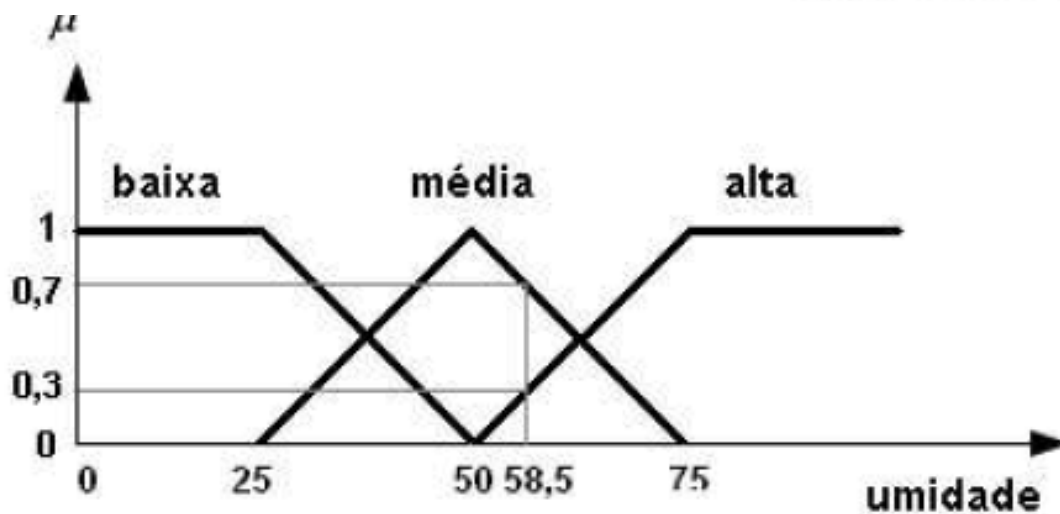
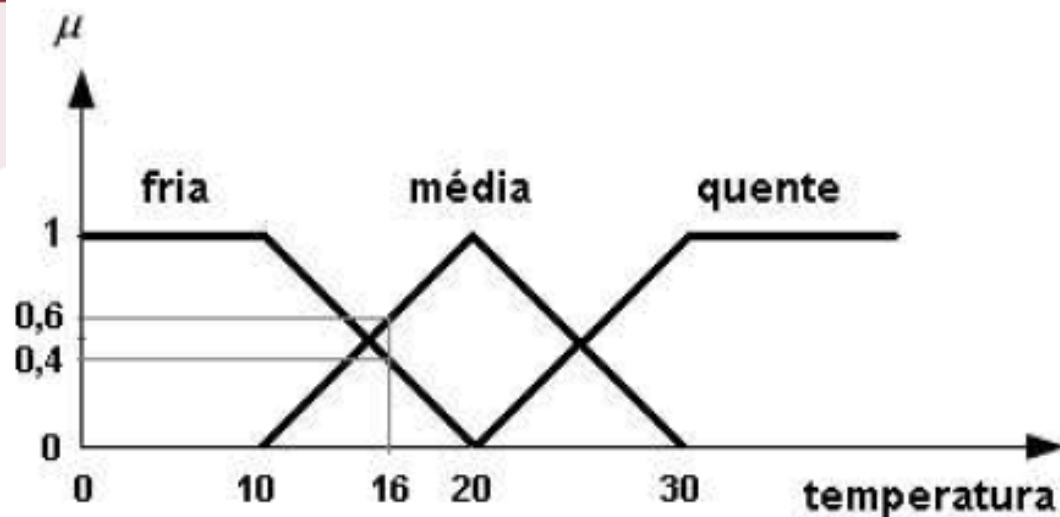
**Variáveis de Comando**  
(Valores Numéricos)





- Determinação dos valores de pertinência das variáveis de entrada.
- Transforma entradas *crisp* em valores difusos.
- Lembrando: podem ser utilizadas diferentes funções de pertinência para cada variável. As mais comuns são:
  - Triangular
  - Trapezoidal
  - Sino

# Exemplo de fuzzificação



- Transformação dos conjuntos difusos de cada variável de saída em um único.
- Realiza a interpretação das regras da base de conhecimento.
- Passos:
  - Ativação do antecedente,
  - Implicação,
  - Agregação.

- Ativação do antecedente:
  - Utiliza os graus de pertinência das condições difusas, determinados na fuzzificação.
  - Aplica os operadores difusos para obter o grau de verdade das regras.

# Raciocínio: inferência (3/10)

## Exemplo de ativação do antecedente

---



### ■ Sejam:

- Temperatura é fria com grau de pertinência 0,4
- Temperatura é média com grau de pertinência 0,6
- Temperatura é quente com grau de pertinência 0
- Umidade é baixa com grau de pertinência 0
- Umidade é média com grau de pertinência 0,7
- Umidade é alta com grau de pertinência 0,3
- $\mu_{A \wedge B}(x_i) = \min[\mu_A(x_i), \mu_B(x_i)]$



# Raciocínio: inferência (4/10)

## Exemplo de ativação do antecedente



1. Se temperatura é  $0,4$  fria e umidade é  $0,3$  alta então irrigação é pequeno.
2. Se temperatura é  $0,6$  média e umidade é  $0,7$  média então irrigação é médio.
3. Se temperatura é  $0,4$  fria e umidade é  $0,7$  média então irrigação é médio.
4. Se temperatura é  $0$  quente e umidade é  $0$  baixa então irrigação é grande.

### ■ Ativações dos antecedentes:

1.  $0,3$
2.  $0,6$
3.  $0,4$
4.  $0$



## ■ Implicação

- Obtenção dos valores difusos de saída de cada regra.
- Obtenção de um conjunto difusos de saída para cada regra.
- Métodos mais comuns:

- Mínimo:  $C1 = \min(\mu_{regra}, C)$

- Produto:  $C1 = \mu_{regra} \cdot C$

onde: C1 é um conjunto difuso de saída determinado pela aplicação da implicação;

C é o conjunto difuso de saída existente no conseqüente da regra;

$\mu_{regra}$  é o grau de verdade da regra.

# Raciocínio: inferência (6/10)

## Exemplo de implicação



0,3

1. Se temperatura é fria e umidade é alta então irrigação é pequeno.

0,6

2. Se temperatura é média e umidade é média então irrigação é médio.

0,4

3. Se temperatura é fria e umidade é média então irrigação é médio.

0

4. Se temperatura é quente e umidade é baixa então irrigação é grande.

Resultados da implicação. O tempo de irrigação deve ser:

1. 0,3 pequeno

2. 0,6 médio

3. 0,4 médio

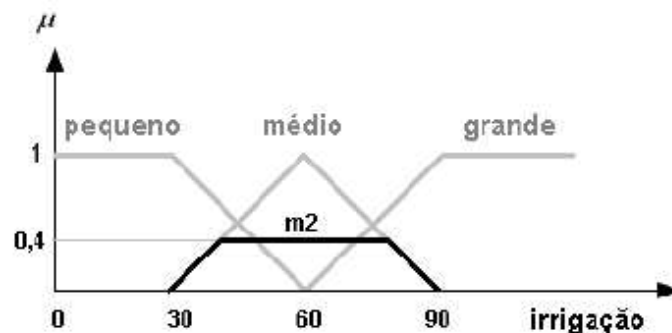
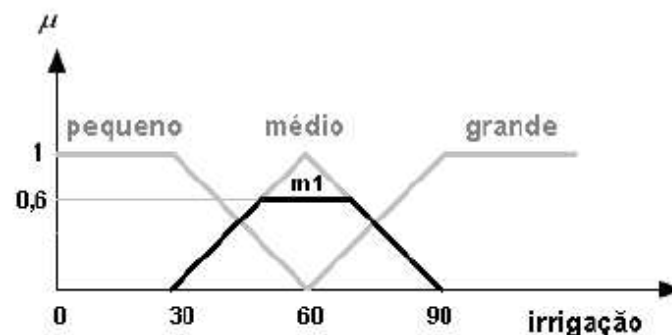
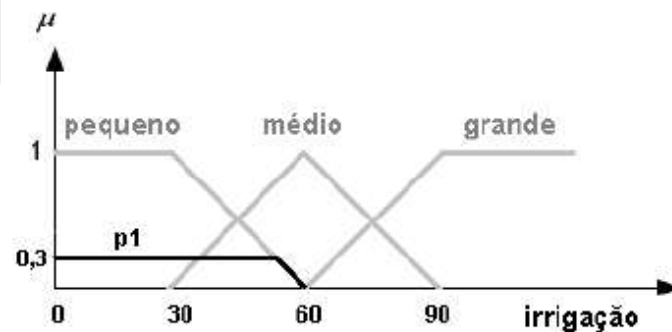
4. 0 grande – não participará do processo de inferência.





# Raciocínio: inferência (7/10)

## Exemplo de implicação



## ■ Agregação:

- Agrega os conjuntos difusos obtidos na implicação.
- Obtém um único conjunto difuso, que descreve a saída do sistema.
- Pra quê?
  - Porque se espera que o sistema difuso produza uma única decisão.
- Como?
  - Normalmente se utiliza o operador de união máximo.

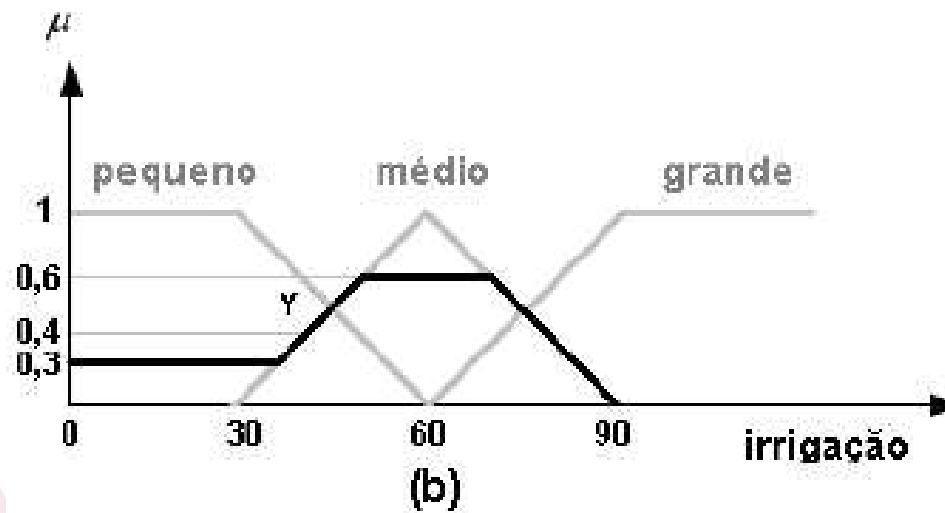
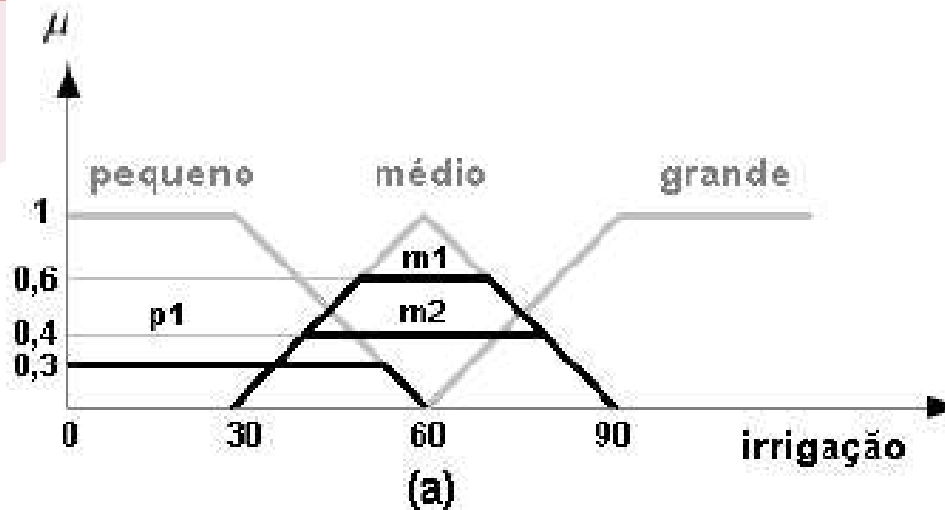
$$\mu(x) = \max(\mu_1(x), \dots, \mu_n(x))$$

- Mas também pode ser utilizado, por ex., o operador de união soma limitada.

$$\mu(x) = \min(1, \mu_1(x) + \dots + \mu_n(x))$$

# Raciocínio: inferência (9/10)

## Exemplo de agregação



# Raciocínio: inferência (10/10)

## Observação

---



- Quando se utiliza o **min** na etapa de implicação e o **max** na etapa de agregação, diz-se que foi utilizada a técnica **min-max** de inferência.
- Quando se utilizam os operadores de soma limitada, diz-se que foi utilizada a técnica aditiva (ou cumulativa) de inferência.

- Produz um valor *crisp* a partir de um conjunto difuso.
- Pra quê?
  - Porque apesar de um único conjunto difuso de saída (produzido na etapa anterior) possuir informação qualitativa útil, normalmente queremos uma saída *crisp*.
- Como?
  - Existem diversos métodos.

# Raciocínio: defuzzificação (2/3)

## Métodos de defuzzificação



- Seja o conjunto difuso de saída  $Y = \mu_Y(v)$  definido no universo de discurso  $V$  da variável  $v$ .
- O valor defuzzificado  $y_{sai}$  é:

- Centróide para universo de discurso contínuo

$$y_{sai} = \frac{\int_V v \cdot \mu_Y(v) dv}{\int_V \mu_Y(v) dv}$$

- Centróide para universo de discurso discreto

$$y_{sai} = \frac{\sum_V v \cdot \mu_Y(v)}{\sum_V \mu_Y(v)}$$

Mais  
robustos



# Raciocínio: defuzzificação (3/3)

## Métodos de defuzzificação

- Primeiro do máximo:

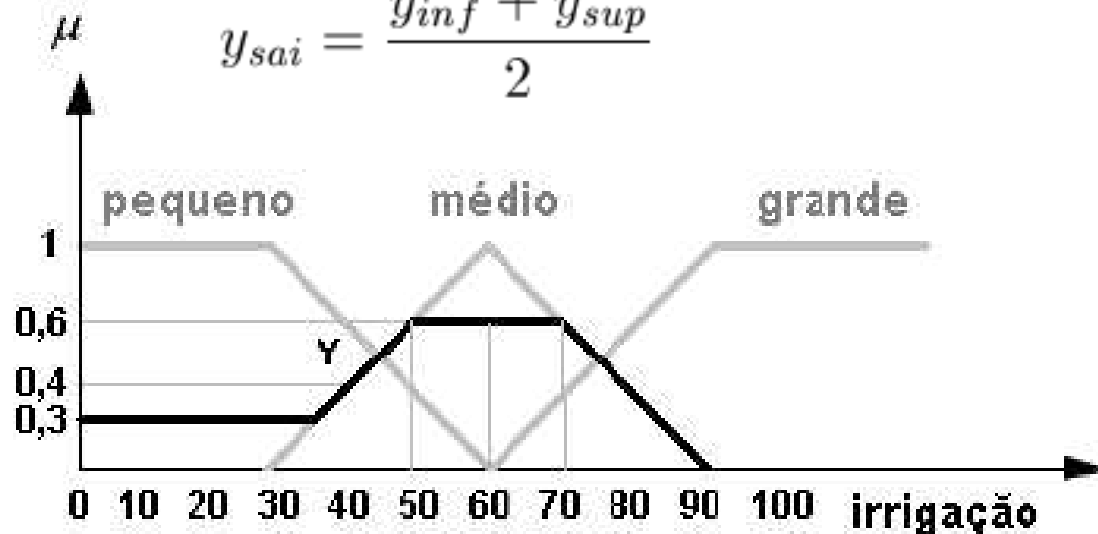
$$y_{sai} = \{ \min(z | \mu_Y(z) = \max(\mu_Y(v))) \}$$

- Meio do máximo:

$$y_{inf} = \{ \min(z | \mu_Y(z) = \max(\mu_Y(v))) \}$$

$$y_{sup} = \{ \max(z | \mu_Y(z) = \max(\mu_Y(v))) \}$$

$$y_{sai} = \frac{y_{inf} + y_{sup}}{2}$$



# Estudo de caso

## Formulação

---



### ■ Formulação:

- Seja um sistema difuso para predizer o número de turistas visitando um resort.
- Variáveis de entrada:
  - Temperatura (em graus Celsius)
  - Luz do sol (expressa em uma porcentagem do máximo esperado de luz do sol)
- Saída:
  - Quantidade estimada de turistas (expressa em porcentagem da capacidade do resort).

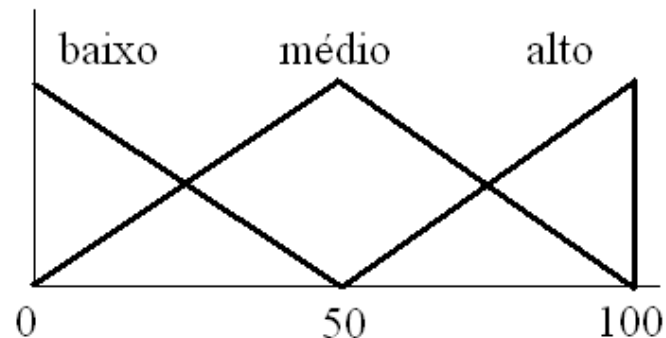
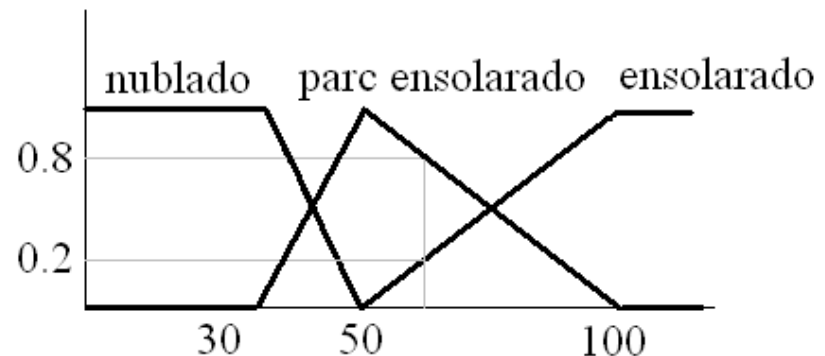
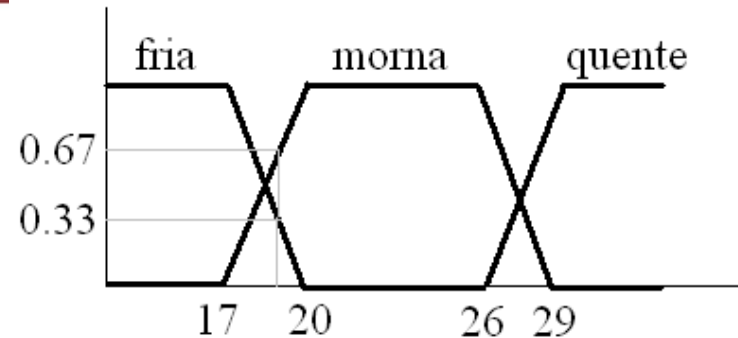




# Estudo de caso

## Construção (1/3)

- Base de conhecimento – variáveis lingüísticas
  - Entradas:
    - Temperatura  
{fria, morna, quente}
    - Luz do sol  
{nublado, parcialmente ensolarado, ensolarado}
  - Saída:
    - Turistas  
{baixo, médio, alto}



# Estudo de caso

## Construção (2/3)

---



- Base de conhecimento – regras (devem ser definidas por um especialista)
  1. Se temperatura é quente ou luz do sol é ensolarado então turistas é alto.
  2. Se temperatura é morna e luz do sol é parcialmente ensolarado então turistas é médio.
  3. Se temperatura é fria ou luz do sol é nublado então turistas é baixo.
  
- Operadores de união e intersecção: max e min.



# Estudo de caso

## Construção (3/3)

---



### ■ Raciocínio

- Escolha da estratégia de implicação
  - Mínimo
- Escolha da estratégia de agregação
  - Máximo
- Escolha do método de defuzzificação
  - Centróide



# Estudo de caso

## Execução (1/5)

- Suponha a situação em que foi observado:
  - Temperatura de 19 graus Celcius.
  - Luz do sol de 60%.

- Raciocínio - Fuzzificação

Temperatura

$$\mu_{\text{fria}}(19) = 0.33$$

$$\mu_{\text{morna}}(19) = 0.67$$

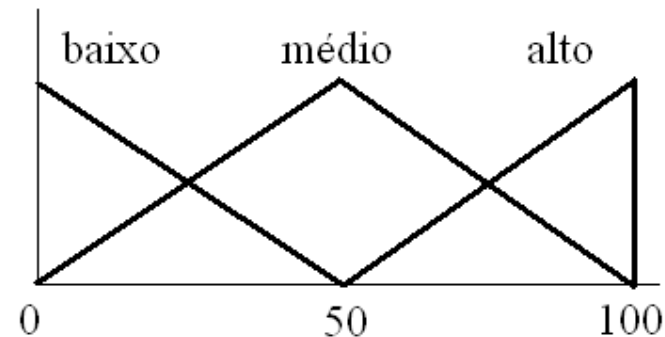
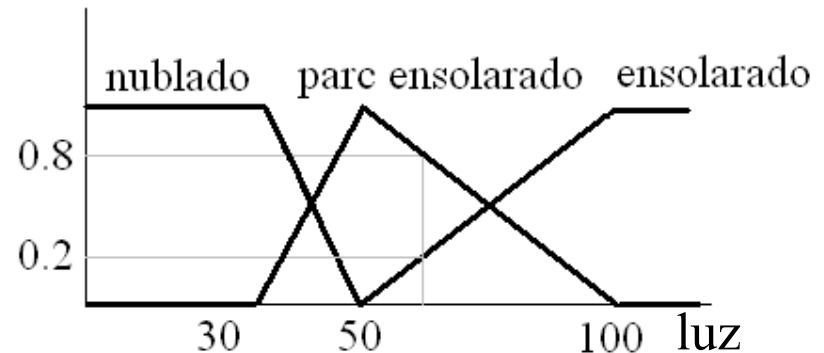
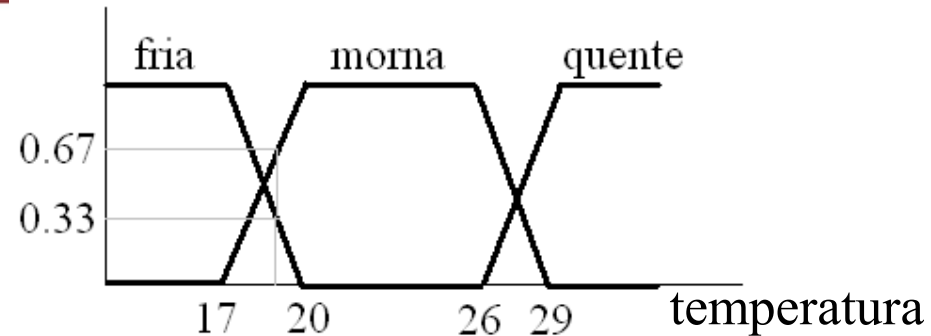
$$\mu_{\text{quente}}(19) = 0$$

Luz do sol

$$\mu_{\text{nublado}}(60) = 0$$

$$\mu_{\text{parc ensolarado}}(60) = 0.8$$

$$\mu_{\text{ensolarado}}(60) = 0.2$$



# Estudo de caso

## Execução (2/5)



### ■ Raciocínio - Inferência

#### – Ativação do antecedente

1. Se temperatura é quente ou luz do sol é ensolarado

$$\mu_{\text{quente}}(19) \vee \mu_{\text{ensolarado}}(60)$$

$$= \max(0, 0.2) = 0.2$$

2. Se temperatura é morna e luz do sol é parcialmente ensolarado

$$\mu_{\text{morna}}(19) \wedge \mu_{\text{parc ensolarado}}(60)$$

$$= \min(0.67, 0.8) = 0.67$$

3. Se temperatura é fria ou luz do sol é nublado

$$\mu_{\text{quente}}(19) \vee \mu_{\text{ensolarado}}(60)$$

$$= \max(0.33, 0) = 0.33$$

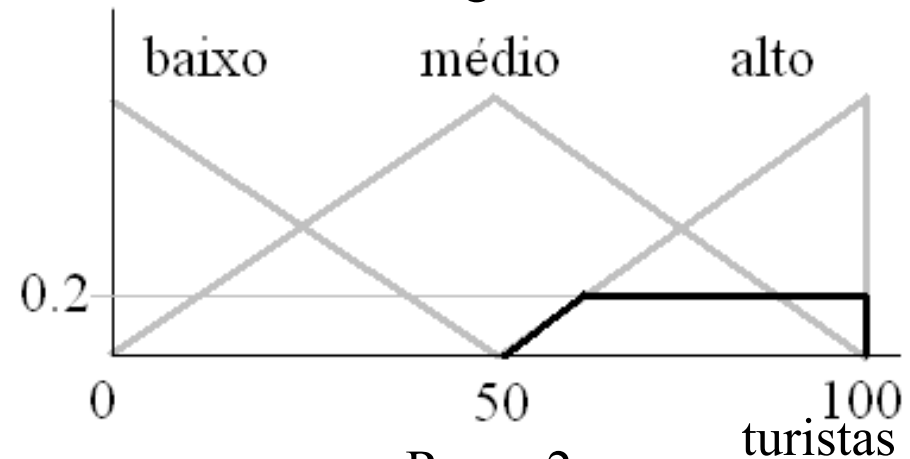


# Estudo de caso

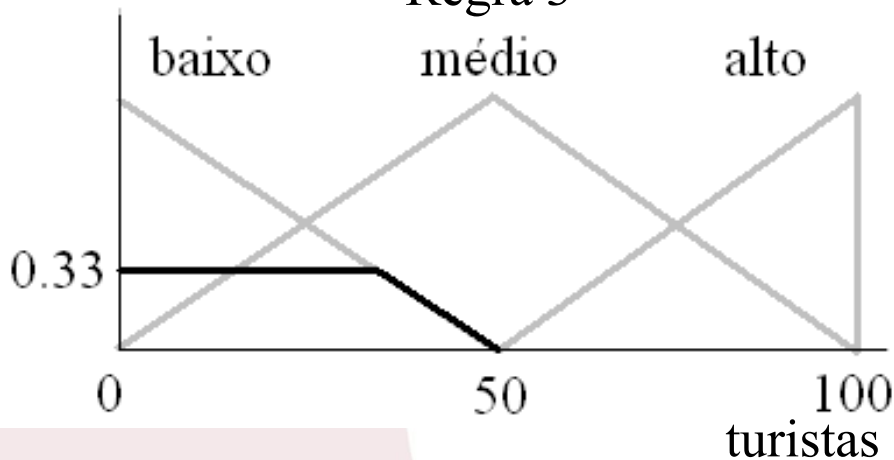
## Execução (3/5)

- Raciocínio - Inferência
  - Implicação

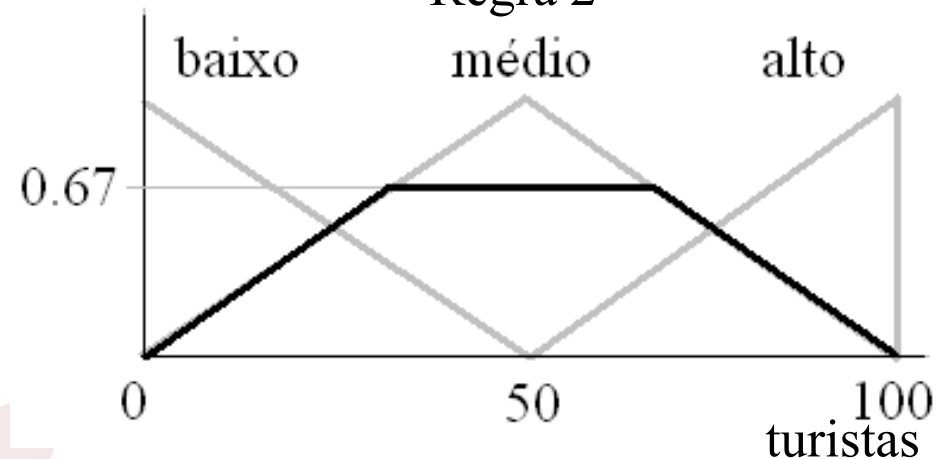
Regra 1



Regra 3



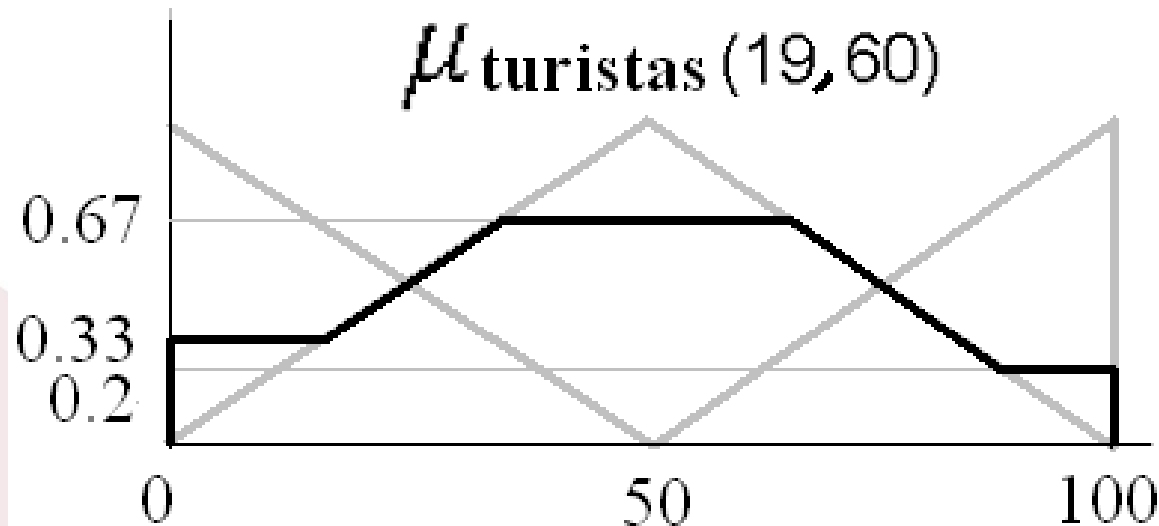
Regra 2



# Estudo de caso

## Execução (4/5)

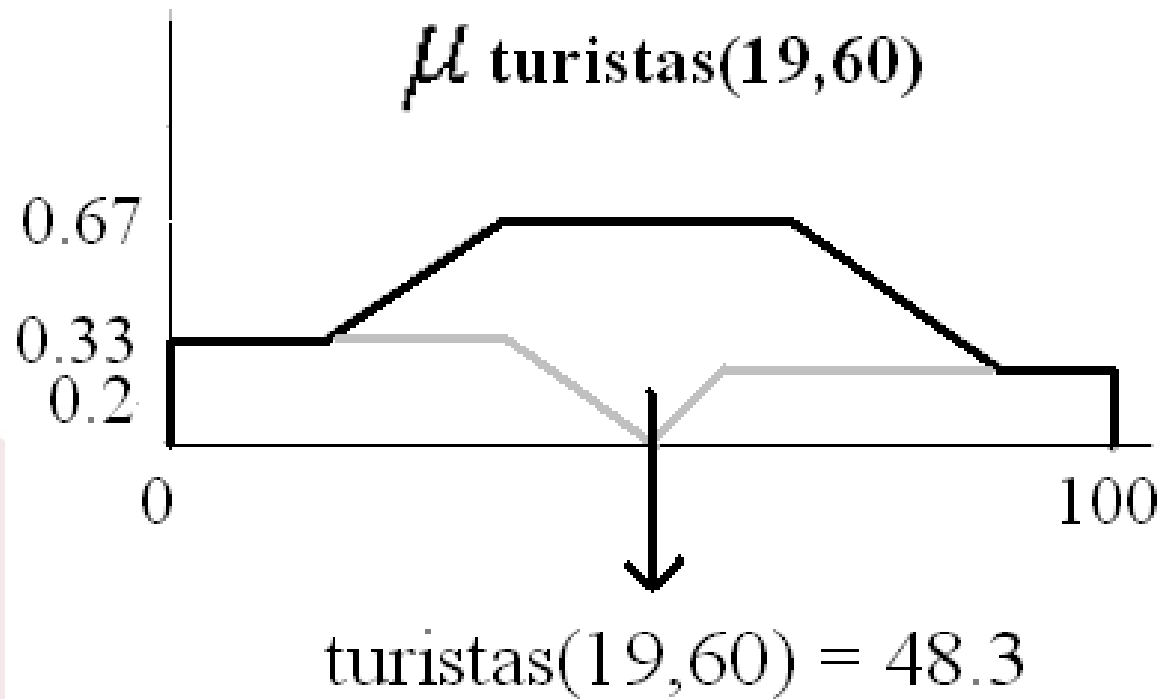
- Raciocínio – Inferência
  - Agregação



# Estudo de caso

## Execução (5/5)

### ■ Raciocínio – Defuzzificação





- Applet:

<http://wing.comp.nus.edu.sg/pris/FuzzyLogic/DemoApplets/IPApplet/IP.html>

[http://people.clarkson.edu/~esazonov/neural\\_fuzzy/loadsway/LoadSway.htm](http://people.clarkson.edu/~esazonov/neural_fuzzy/loadsway/LoadSway.htm)

<http://www.fdi.ucm.es/profesor/lgarmend/SC/aparca/>

<http://www.qdev.de/?location=applets/wma/index>

[http://www.intelligent-systems.info/neural\\_fuzzy/loadsway/LoadSway.htm](http://www.intelligent-systems.info/neural_fuzzy/loadsway/LoadSway.htm)

<http://www.ecst.csuchico.edu/~juliano/Fuzzy/FuzzyFan/>

# Lógica difusa no mundo

---



- Lógica *Fuzzy* tornou-se tecnologia padrão e é também aplicada em análise de dados e sinais de sensores;
- Também utiliza-se lógica fuzzy em finanças e negócios;
- Aproximadamente 1100 aplicações bem sucedidas foram publicadas em 1996; e
- Utilizada em sistemas de Máquinas Fotográficas, Máquina de Lavar Roupas, Freios ABS, Ar Condicionado e etc.



Lógica difusa é uma importante ferramenta para auxiliar a concepção de sistemas complexos, de difícil modelagem, e pode ser utilizada em conjunto com outras tecnologias de ponta, como é o caso da combinação entre lógica difusa e redes neurais artificiais.

# Referências bibliográficas

---



REYES, C. A. P., *Lecture Notes in Computer Science 3204 - Coevolutionary Fuzzy Modeling*, Springer, Germany, 2004.

SANTOS, G. J. C., Tese de Mestrado, Universidade Federal de Santa Cruz, Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, Ilhéus, Bahia, 2003.

ALMEIDA, P. E. M., EVSUKOFF, A. G., *Sistemas Inteligentes: Fundamentos e Aplicações*, cap. Sistemas Fuzzy, Manole, Barueru, São Paulo, 2005.

COX, E., *The Fuzzy Systems Handbook*.

KARTALOPOULOS, S. V., *Understanding Neural Networks and Fuzzy Logic*, IEEE PRESS, 1996.

KOSKO, B., *Fuzzy Engineering*, Prentice-Hall, 1997.

Kosko, B., *Neural Networks and Fuzzy Systems*, Prentice-Hall, 1992.

