Estatística

Teste de hipóteses para duas médias:

Teste unilateral à direita

Teste unilateral à esquerda

Teste bilateral

Renata Souza

Centro de Informática UFPE

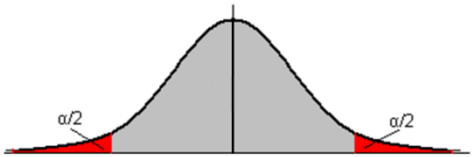
Um problema

- Um fabricante de latas deseja diminuir a espessura das latas a fim de reduzir o custo delas.
- Usualmente a espessura é de 0,0282 cm, mas o fabricante está testando latas de 0,0278 cm.
- A carga axial de uma lata é o peso máximo suportado por seus lados. Isto é medido através de uma placa nos seus lados.
- É importante temos uma carga axial suficientemente grande a fim de a lata não ceder quando se coloca a tampa.
- As latas de espessura 0,0282 tiveram carga axial média de 281,8 em uma amostra de latas de tamanho 175.
- As latas de espessura 0,0278 tiveram carga axial média de 267,1
- em uma amostra de latas de tamanho 175.
- *As latas de alumínio podem ter menor espessura para reduzir o custo?*

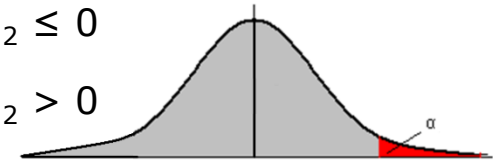
Teste de Hipótese

As hipóteses podem ter várias formas:

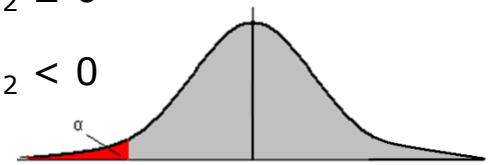
- Teste
  - 1. Bilateral
    - $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$
    - $H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$



  - 2. Unilateral
    - 2.1. À direita
      - $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0$
      - $H_a: \mu_1 - \mu_2 > 0$



    - 2.2. À esquerda
      - $H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq 0$
      - $H_a: \mu_1 - \mu_2 < 0$



Onde μ_1 e μ_2 são os valores numéricos específicos que estão sendo comparados nas hipóteses nula e alternativa.

Centro de Informática UFPE

Teste de Hipótese

- Quando σ_1 e σ_2 forem desconhecidos, use s_1 e s_2 (desvio padrão amostral) no lugar de σ_1 e σ_2;

- Use a distribuição t-Student com $n = \min \{n_1 - 1; n_2 - 1\}$ graus de liberdade (gl será o mínimo entre $n_1 - 1$ e $n_2 - 1$), onde n_1 e n_2 são números relativos ao tamanho da amostra.

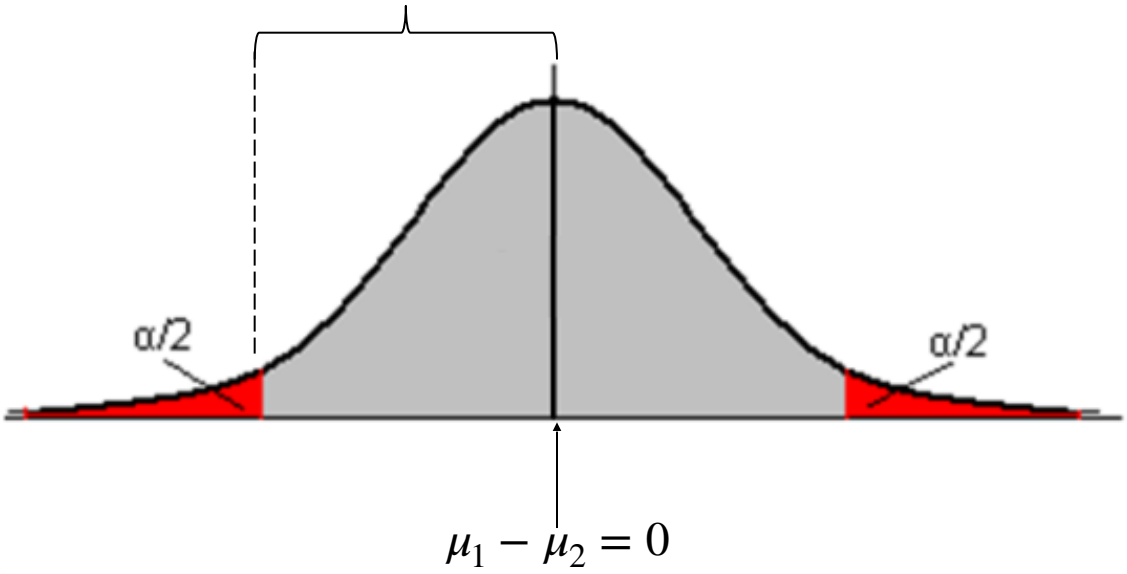
1. Teste de Hipótese Bilateral

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = N\left(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)$$

Sob H_0 temos $Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$

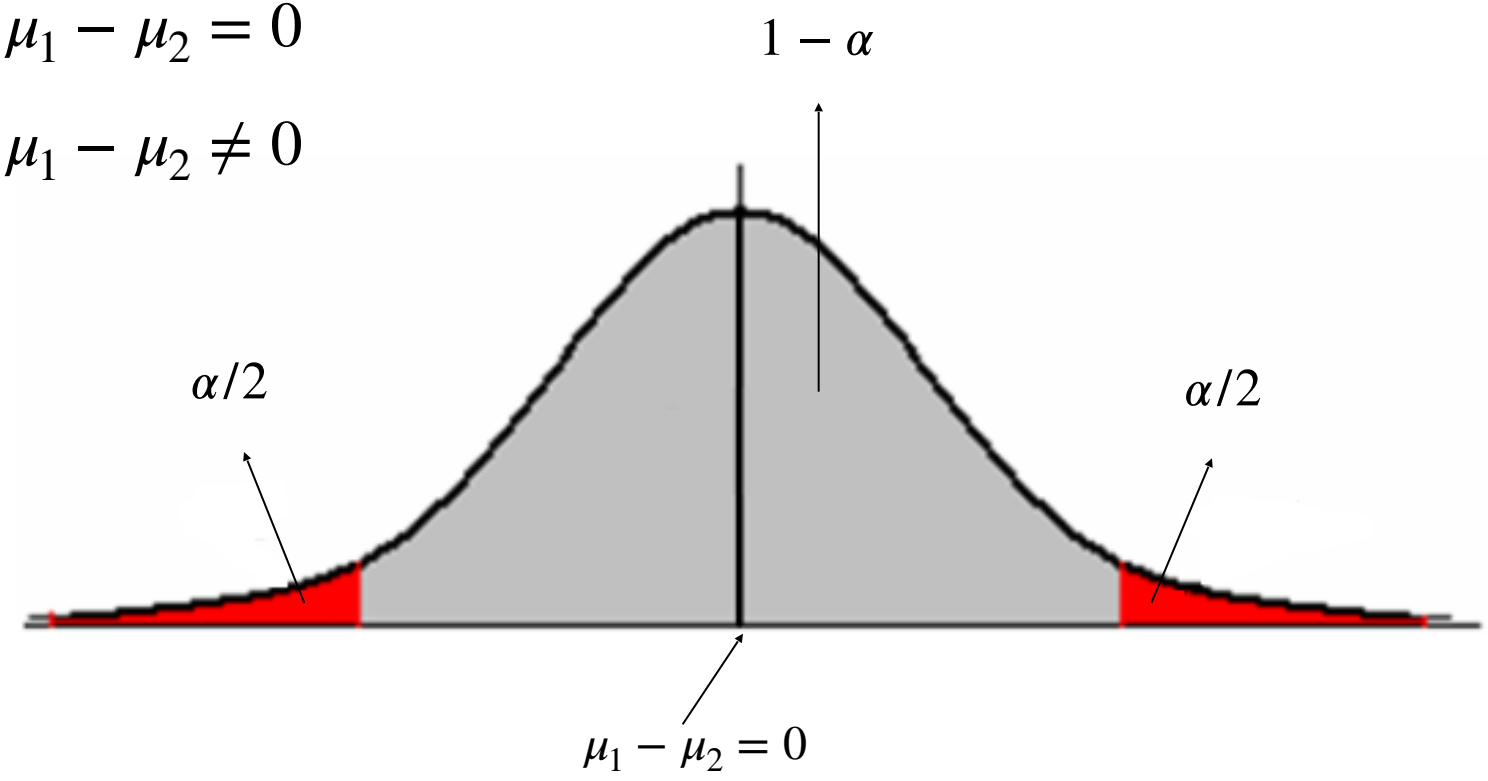


Centro de Informática UFPE

1. Teste de Hipótese Bilateral

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$

$H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$



Rejeitar H_0 | Não rejeitar H_0 | Rejeitar H_0

Centro de Informática UFPE

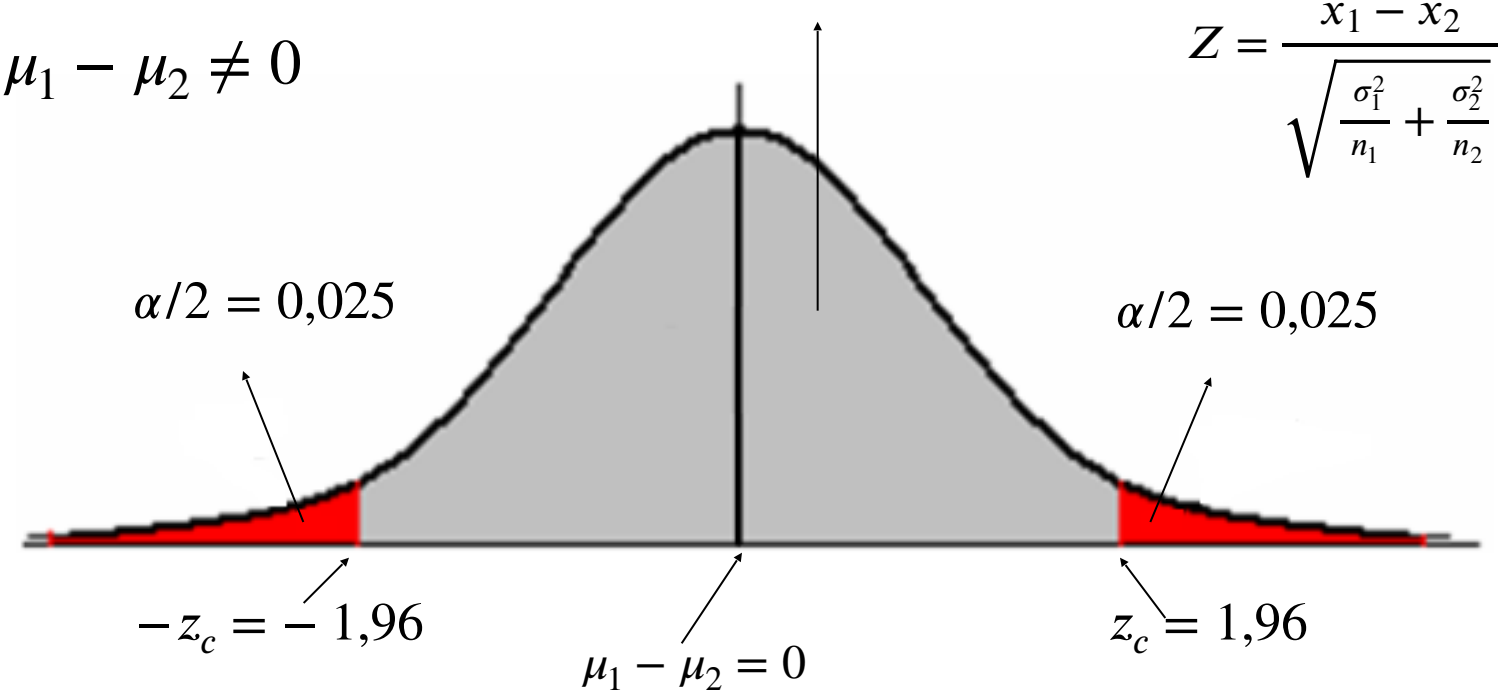
1. Teste de Hipótese Bilateral

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$

$H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

Estatística de teste

$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$



Rejeitar H_0 | Não rejeitar H_0 | Rejeitar H_0

Centro de Informática UFPE

Exemplo

Num estudo comparativo do tempo médio de adaptação, uma amostra de 100 funcionários, (sendo 50 homens e 50 mulheres) de um grande complexo industrial, produziu os resultados abaixo. Teste a igualdade a um nível de significância de 10%.

Estatísticas	Homens	Mulheres
Médias	3,2 anos	3,7 anos
Desvios Padrões	0,8 anos	0,9 anos

Centro de Informática UFPE

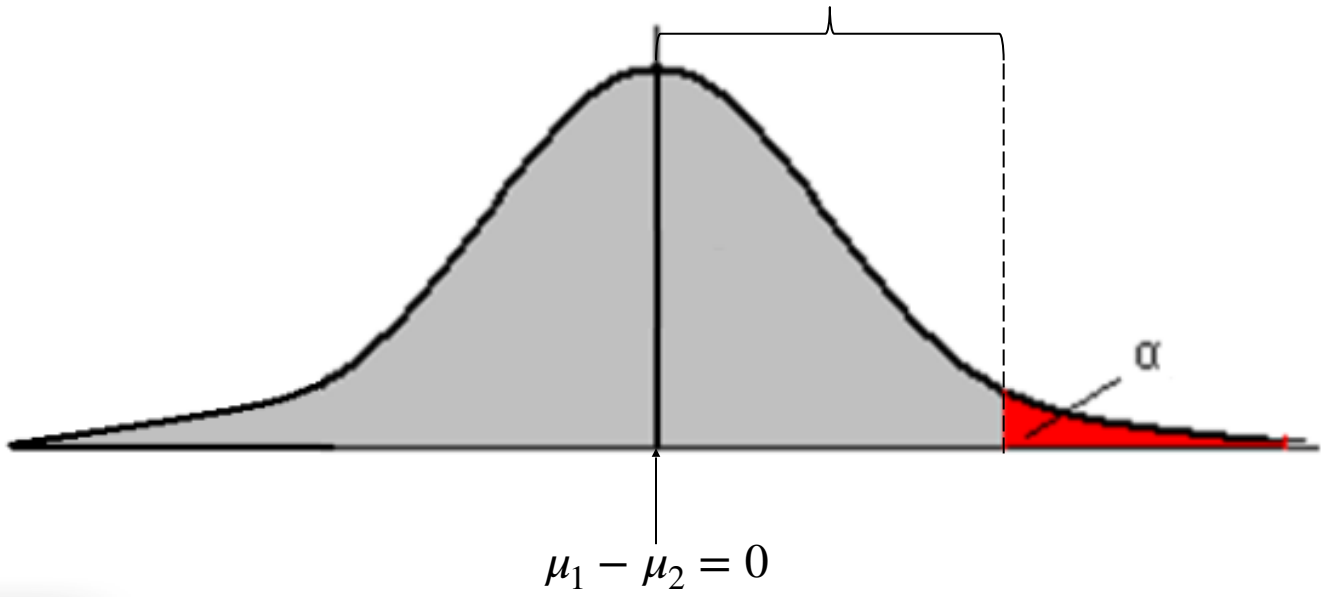
2.1 Teste de Hipótese Unilateral à Direita

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0$$

$$H_a: \mu_1 - \mu_2 > 0$$

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = N\left(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)$$

Sob H_0 temos $Z_\alpha \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$



Centro de Informática UFPE

2.1 Teste de Hipótese Unilateral à Direita

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0$$

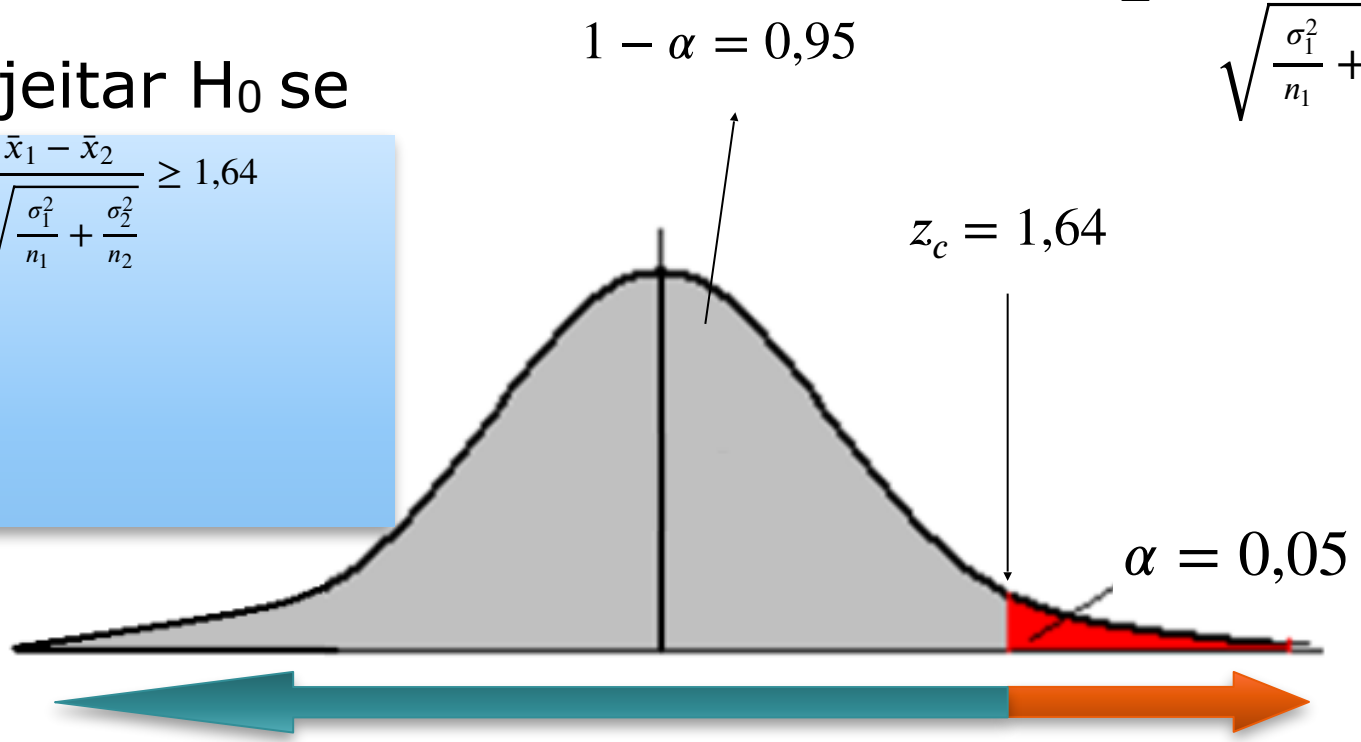
$$H_a: \mu_1 - \mu_2 > 0$$

Estatística de teste

$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

Rejeitar H_0 se

$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \geq 1{,}64$$



Centro de Informática UFPE

Exemplo

Numa indústria deseja-se testar se a produtividade média de seus empregados do período diurno é maior do que a do período noturno. Cada turno conta com 50 empregados e o turno da manhã apresenta média de 180 com desvio padrão de 50 e o período noturno apresenta média de 150 e desvio padrão de 70. Faça um teste de hipótese com nível de significância de 5%.

Centro de Informática UFPE

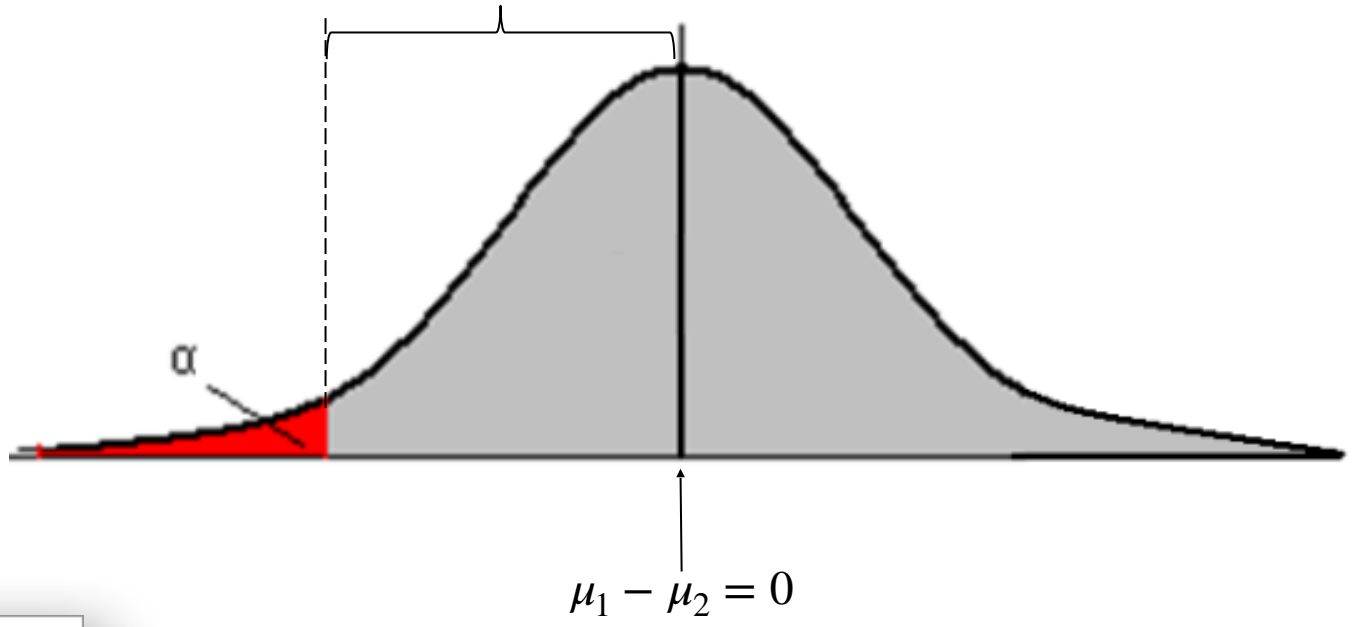
2.2 Teste de Hipótese Unilateral à Esquerda

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq 0$$

$$H_a: \mu_1 - \mu_2 < 0$$

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = N\left(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)$$

Sob H_0 temos $Z_\alpha \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$



Centro de Informática UFPE

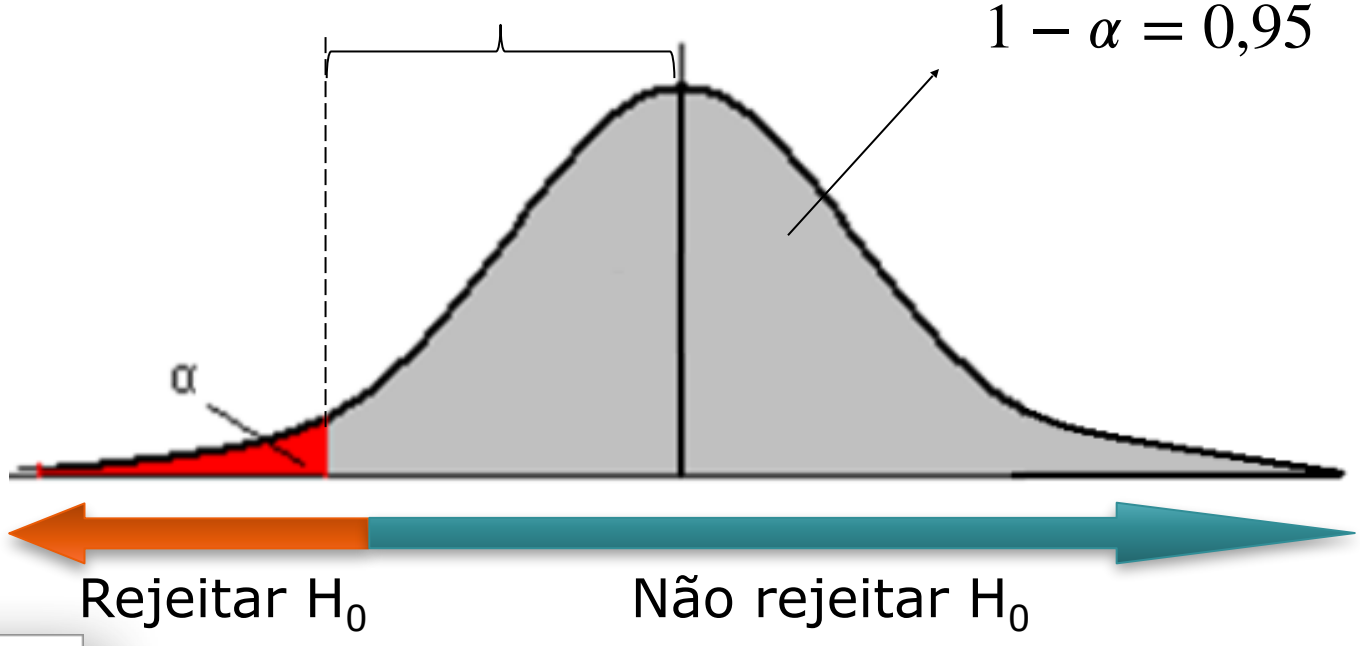
2.2 Teste de Hipótese Unilateral à Esquerda

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq 0$$

$$H_a: \mu_1 - \mu_2 < 0$$

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = N\left(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)$$

Sob H_0 temos $Z_\alpha \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$



Centro de Informática UFPE

2.2 Teste de Hipótese Unilateral à Esquerda

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq 0$$

$$H_a: \mu_1 - \mu_2 < 0$$

Estatística de teste

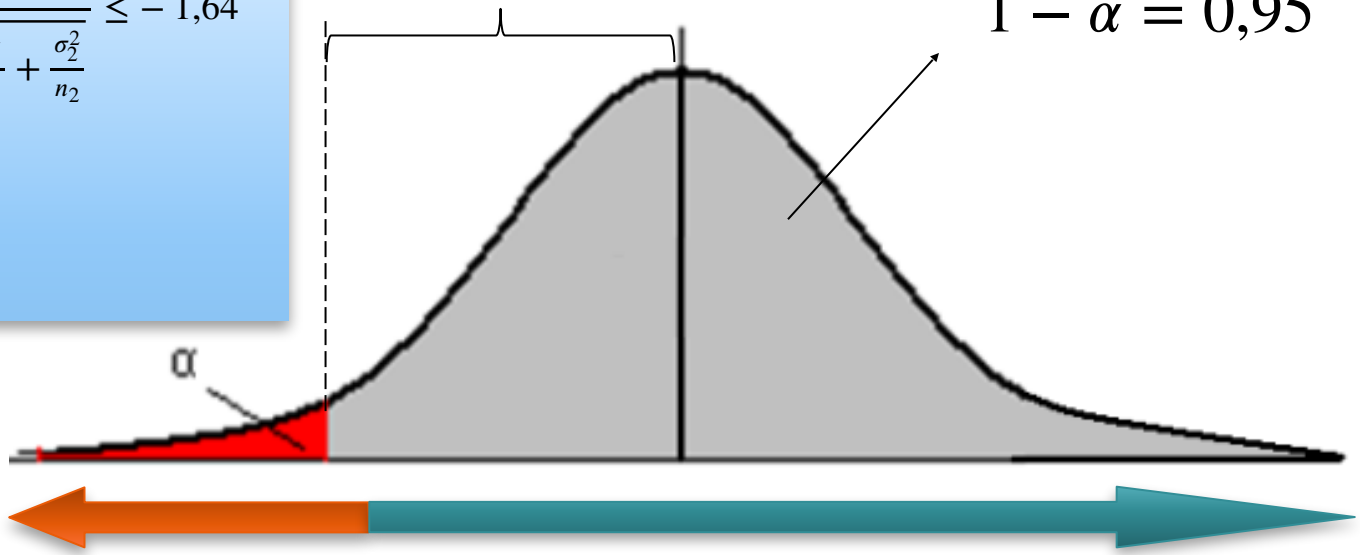
$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

Rejeitar H_0 se

$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \leq -1{,}64$$

$$\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$1 - \alpha = 0{,}95$$



Centro de Informática UFPE

Exemplo

Uma amostra de 100 trabalhadores de uma fábrica A leva, em média 12 minutos para completar uma tarefa, com desvio de 2 minutos. Em uma outra fábrica B, uma amostra de 50 trabalhadores levam, em média, 11 minutos com desvio de 3 minutos. Podemos assumir que os trabalhadores da fábrica A levam menos tempo que os da fábrica B a um nível de significância de 5%?

Teste de Hipóteses para σ_1 e σ_2 desconhecidos

Estatística de teste

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

Usar a tabela t-Student e o número de graus de liberdade é o menor dentre valor entre $n_1 - 1$ ou $n_2 - 1$.

Centro de Informática UFPE

Teste de Hipótese: procedimento geral

1. Identifique o parâmetro de interesse no problema. Neste caso é μ;
2. Formule a hipótese nula (H_0);
3. Formule uma hipótese alternativa apropriada (H_a);
4. Defina o nível de significância;
5. Estabeleça a estatística usando a distribuição normal quando as variâncias populacionais são conhecidas ou a distribuição t-Student quando as variâncias são estimadas;

Teste de Hipótese: procedimento geral

6. Estabeleça a região de rejeição usando o nível de significância;
7. Coletar os dados amostrais e calcular a estatística do teste;
8. Decida se H_0 deve ou não ser rejeitada e transponha esta conclusão para o contexto do problema.

Resposta do problema

Parâmetros de interesse:

μ_1 – carga axial média das latas com espessura 0,0278

μ_2 – carga axial média das latas com espessura 0,0282

Hipóteses:

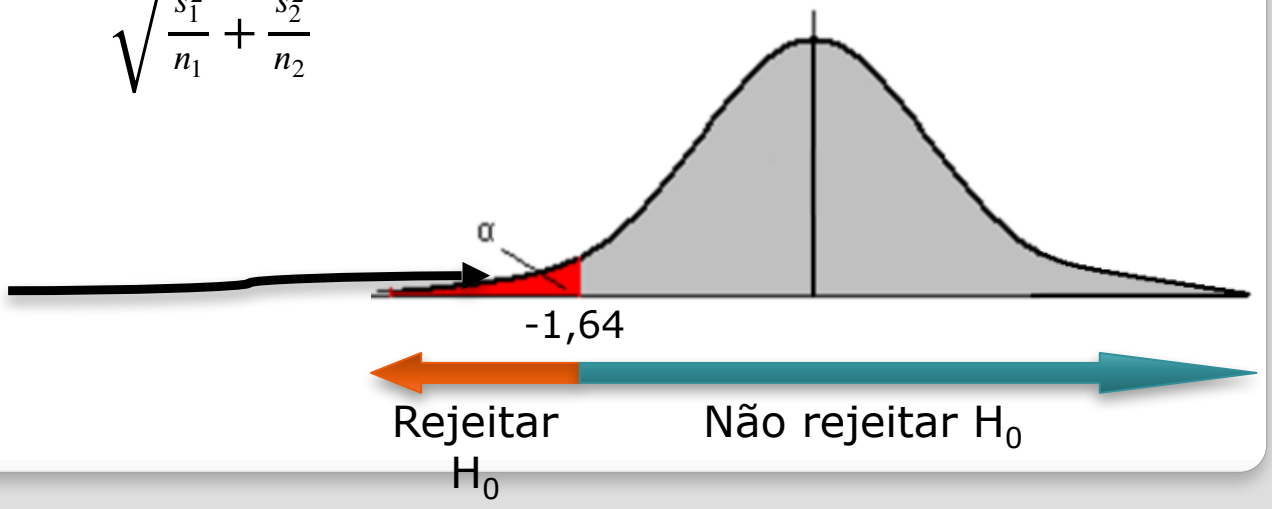
$H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq 0$

$H_a: \mu_1 - \mu_2 < 0$

Nível de significância do teste $\alpha = 0{,}05$

Estatística de teste $t = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}}$

Região de rejeição



Centro de Informática UFPE

Resposta do problema

Dados da amostra 1 (carga das lata com espessura 0,0278):

$\bar{x}_1 = 267{,}1 \quad n_1 = 175 \quad s_1 = 22{,}1$

Dados da amostra 2 (carga das lata com espessura 0,0282):

$\bar{x}_2 = 281{,}8 \quad n_2 = 175 \quad s_2 = 27{,}8$

Estatística do teste:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{267{,}1 - 281{,}8}{\sqrt{\frac{22{,}1^2}{175} + \frac{27{,}8^2}{175}}} = -5{,}475$$

Com t_c = -1,64 (174 graus de liberdade) existe uma forte evidência para apoiar a afirmação de que as latas de 0,0278 cm têm uma carga axial média inferior à das latas de 0,0282 cm

Centro de Informática UFPE

Exercício

Muitos anos de experiência com o primeiro exercício da cadeira de estatística para alunos de ciência da computação de uma determinada universidade forneceram a nota média de 6,4, com desvio padrão de 0,8. Todos os estudantes de certo período, em número de 55, obtiveram uma nota média 6,8. Podemos estar certos de que os estudantes deste período sejam superiores em estatística?