



Pós-Graduação em Ciência da Computação

# **Patrulha Temporal: Taxonomia, Métricas e Novas Soluções**

**Pablo Azevedo Sampaio**

**Tese de Doutorado**

Recife – PE  
Maio de 2013

*“The mere formulation of a  
problem is far more essential than  
its solution.” (Albert Einstein)*

## **DEDICATÓRIA**

Dedico, primeiramente, à minha esposa, Priscila, minha companheira amada, à Laura, minha filha preciosa, e aos próximos filhos que pretendemos ter.

Dedico à minha mãe, Valdeluce, *in memoriam*, que foi quem me deu o incentivo final para entrar no doutorado e para abraçar, de vez, a carreira acadêmica.

Dedico ao meu pai, Ivaldo e aos meus irmãos, que torceram por mim.

Dedico a todos os demais familiares que torceram por mim e me incentivaram.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao Deus Todo-Poderoso Criador dos céus e da Terra por ter me permitido e me dado forças para concluir este trabalho.

Aos meus orientadores, Geber Ramalho e Patrícia Tedesco, pela orientação, paciência e pela enriquecedora experiência que foi trabalhar com eles.

## RESUMO

Nos últimos anos, houve um aumento significativo do interesse por Problemas de Patrulha Multiagente (MAP). No entanto, existem algumas barreiras que impedem o amadurecimento das pesquisas. A principal barreira é a falta de consenso sobre a definição padrão desse problema, o que torna os resultados de trabalhos diferentes incomparáveis em diversos níveis. Por isso, propomos uma formulação chamada de *Patrulha Temporal Multiagente (MATP)*, que unifica muitas das formulações de MAP que assumem conhecimento do mundo mais restrito.

Com base na MATP, fazemos uma análise teórica profunda de medidas de desempenho antigas e novas e de como elas se relacionam com certos *requisitos de desempenho*. Também propomos uma *Taxonomia da MATP* que separa casos da MATP que são significativamente diferentes entre si. Essa taxonomia também foi usada para criar um mapeamento dos casos mais e menos estudados, servindo como guia para as próximas pesquisas.

Também propomos uma nova família de estratégias para MATP, chamadas de *estratégias gravitacionais*, inspiradas na lei de gravitação da Física. Por fim, propomos um *benchmark* baseado na MATP, que foi usado para comparar as novas estratégias com outras estratégias relevantes da literatura.

## ABSTRACT

In recent years, a substantial increase in the interest for MultiAgent Patrolling (MAP) problems was observed. However, there are some barriers that hinder the maturing of research on this subject. The main barrier is the lack of consensus about the standard definition of this problem, which makes the results of different works incomparable at different levels. Therefore, we propose a new formulation called *MultiAgent Timed Patrolling (MATP)*, which unifies many definitions of MAP that assume a more restricted level of knowledge of the world.

Based on MATP, we do a thorough theoretical analysis of old and new performance metrics and how they all relate to certain requirements of performance. We also propose a Taxonomy of MATP that separates the MATP in cases that are significantly different from each other. This taxonomy was also used to create a mapping of the most and least studied cases, serving as a guide for future research.

We also propose a new family of strategies for MATP, called *gravitational strategies*, inspired by the law of gravitation of Physics. Finally, we propose a *benchmark* based on MATP, which was used to compare the new strategies to other relevant strategies found in the literature.

# SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>2. FORMULAÇÕES DO PROBLEMA DA PATRULHA MULTIAGENTE</b>	<b>5</b>
2.1 Modelos na Ciência, na Computação e na MAP	5
2.2 Meta-Definição da Patrulha Multiagente	8
2.2.1 Ambiente	10
2.2.2 Pontos de Interesse	10
2.2.3 Critérios de Desempenho	10
2.2.4 Agente Perturbador (de Desempenho)	11
2.2.5 Organização do Restante do Capítulo	11
2.3 A Patrulha em Áreas Contínuas	12
2.3.1 Definição A-1	12
2.3.2 Definição A-3	14
2.3.3 Definição A-4	14
2.3.4 Outras Definições	14
2.3.5 Sumário – Patrulha em Áreas Contínuas	15
2.4 Patrulha em Grafos	16
2.4.1 Definição G-1	17
2.4.2 Definição G-2	18
2.4.3 Definição G-3	18
2.4.4 Outras Definições	19
2.4.5 Sumário – Patrulha em Grafos	20
2.5 Patrulha com Adversário	21
2.5.1 Definição J-1	22
2.5.2 Definição J-2	23
2.5.3 Definição J-3	24
2.5.4 Outras Definições	24
2.5.5 Sumário – Patrulha com Adversário	25
2.6 Patrulha para Detecção de Eventos	26
2.6.1 Definição E-1	27
2.6.2 Definição E-2	27
2.6.3 Sumário – Patrulha para Detecção de Eventos	28
2.7 Patrulha como um MDP	29
2.7.1 Definição M-1	30
2.7.2 Definição M-2	31
2.7.3 Outras Definições	32
2.7.4 Sumário – Patrulha como um MDP	32
2.8 Importância da Patrulha Multiagente	33

<b>2.9 Comentários Finais</b>	<b>35</b>
<b>3. PATRULHA TEMPORAL MULTIAGENTE</b>	<b>37</b>
<b>3.1 Importância do Conhecimento do Mundo</b>	<b>37</b>
<b>3.2 Conhecimento do Mundo na MAP</b>	<b>40</b>
3.2.1 Principal Dimensão do Conhecimento	41
3.2.2 Modelando os Alvos do Patrulhamento	42
<b>3.3 Patrulha Temporal Multiagente</b>	<b>45</b>
3.3.1 Agentes	46
3.3.2 Critérios de Desempenho	47
3.3.3 Ambientes e Pontos de Interesse	48
3.3.4 Definição Formal Completa	50
3.3.5 Exemplo de <i>Problema</i> e de <i>Configuração</i>	52
3.3.6 Definições da MAP Revistas	54
3.3.7 Discussão sobre a MATP	56
<b>3.4 Comentários Finais</b>	<b>56</b>
<b>4. MÉTRICAS DA MATP</b>	<b>58</b>
<b>4.1 Requisitos de Desempenho</b>	<b>58</b>
<b>4.2 Métricas da Literatura</b>	<b>61</b>
4.2.1 Métricas Baseadas nas Frequências de Visitas	65
4.2.2 Métricas Baseadas nas Ociosidades	66
4.2.3 Métricas de Tempo de Adaptação (Auxiliares)	68
<b>4.3 Novas Métricas</b>	<b>69</b>
4.3.1 Métricas Baseadas nos Intervalos Entre Visitas	69
4.3.2 Métricas Baseadas no Risco Linear	72
4.3.3 Métricas Baseadas nas Quantidades de Visitas	73
<b>4.4 Ferramentas Formais</b>	<b>75</b>
<b>4.5 Análise Formal: Métricas x Requisitos</b>	<b>78</b>
4.5.1 Métricas do Requisito “Frequência Média”	78
4.5.2 Métricas do Requisito “Visitação Mínima”	82
4.5.3 Métricas do Requisito “Tempo Máximo entre Visitas”	83
4.5.4 Métricas do Requisito “Visitação Uniforme”	85
4.5.5 Métricas do Requisito “Regularidade Temporal”	86
4.5.6 Métricas do Requisito “Equilíbrio Frequência-Regularidade”	87
4.5.7 Métricas do Requisito “Risco Linear Médio”	91
4.5.8 Resumo	93
<b>4.6 Comentários Finais</b>	<b>94</b>
<b>5. TAXONOMIA DOS PROBLEMAS DE MATP</b>	<b>96</b>
<b>5.1 Critérios para Elaboração da Taxonomia</b>	<b>97</b>
<b>5.2 A Taxonomia da MATP</b>	<b>99</b>

5.2.1 Parâmetros do Ambiente	100
5.2.2 Parâmetros dos Agentes	105
5.2.3 Parâmetros da Sociedade	108
5.2.4 Parâmetros de Execução e Avaliação	110
5.2.5 Comentários sobre a Taxonomia	112
<b>5.3 Mapeamento das Classes Estudadas</b>	<b>113</b>
5.3.1 Classificação dos Ambientes Estudados	114
5.3.2 Classificação dos Agentes Estudados	116
5.3.3 Classificação das Sociedades Estudadas	117
5.3.4 Classificação das Formas de Execução e Avaliação Estudadas	118
5.3.5 Comentários sobre o Mapeamento	119
<b>5.4 Novas Classes Propostas</b>	<b>120</b>
5.4.1 Classes de Referência	120
5.4.2 Classes Novas	121
<b>5.5 Comentários Finais</b>	<b>125</b>
 <b>6. ABORDAGENS PARA A MATP</b>	 <b>126</b>
<b>6.1 Abordagens para Grafos sem Pesos</b>	<b>127</b>
6.1.1 Trabalhos do CIn/UFPE	127
6.1.2 Abordagens de Busca em Tempo Real	128
6.1.3 Abordagens Swarm I	129
6.1.4 Abordagens Swarm II	130
6.1.5 Abordagens para Grafos Caminhos	132
6.1.6 Comentários sobre as Abordagens para Grafos sem Peso	133
<b>6.2 Abordagens para Grafos com Pesos</b>	<b>133</b>
6.2.1 Abordagens do CIn/UFPE	133
6.2.2 Abordagens Baseadas em Algoritmos de Grafos	135
6.2.3 Abordagem para Grafos com Pesos nos Nós	137
6.2.4 Outras Abordagens	138
6.2.5 Comentários sobre as Abordagens para Grafos com Pesos	139
<b>6.3 Comentários Finais</b>	<b>140</b>
 <b>7. ESTRATÉGIAS GRAVITACIONAIS PARA A MATP</b>	 <b>141</b>
<b>7.1 Classe da MATP Abordada</b>	<b>142</b>
<b>7.2 Descrição das Estratégias Gravitacionais</b>	<b>143</b>
7.2.1 Objetos e Massas	144
7.2.2 Direção e Intensidade das Forças	146
7.2.3 Propagação por Nó	148
7.2.4 Mecanismo Auxiliar de Coordenação	149
7.2.5 Sumário das Variantes	150
<b>7.3 Implementação</b>	<b>150</b>
7.3.1 SimPatrol	151
7.3.2 Biblioteca de Agentes	152
7.3.3 Estratégias Gravitacionais	152



<b>7.4 Comentários Finais</b>	<b>153</b>
<b>8. EXPERIMENTOS COM AS ESTRATÉGIAS GRAVITACIONAIS</b>	<b>155</b>
<b>8.1 <i>Benchmark</i></b>	<b>155</b>
8.1.1 Problema	156
8.1.2 Instâncias	157
8.1.3 Avaliação	159
8.1.4 Ambiente de Testes	160
8.1.5 Comentários	160
<b>8.2 Avaliação das Estratégias Gravitacionais</b>	<b>160</b>
8.2.1 Resultados – Map A	160
8.2.2 Resultados – Cicles-Corridor	161
8.2.3 Resultados – Grid	162
8.2.4 Resultados – Islands	163
8.2.5 Resultados – Traffic	164
8.2.6 Resultados – Random Directed 1	165
8.2.7 Resultados – Random Directed 2	166
8.2.8 Resultado Final	167
8.2.9 Comentários	169
<b>8.3 Avaliação das Principais Estratégias</b>	<b>171</b>
8.3.1 Resultados por Mapa	172
8.3.2 Resultado Final	175
8.3.9 Comentários	175
<b>8.4 Resultados Teóricos Revistos</b>	<b>176</b>
<b>8.5 Comentários Finais</b>	<b>178</b>
<b>9. CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>179</b>
<b>9.1 Contribuições</b>	<b>179</b>
9.1.1 Discussão Abrangente da MAP	179
9.1.2 <i>Framework</i> Conceitual e Metodológico	180
9.1.3 Métricas	181
9.1.4 Novas Soluções	181
<b>9.2 Trabalhos Futuros</b>	<b>182</b>
9.2.1 Extensões da MATP	182
9.2.2 Extensões das Estratégias Gravitacionais	183
9.2.3 Extensões dos <i>Benchmarks</i>	184
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>185</b>
<b>A. CONCEITOS BÁSICOS DE TEORIA DOS GRAFOS</b>	<b>195</b>
<b>A.1 Conceitos Básicos</b>	<b>195</b>
<b>A.2 Tipos de Grafos</b>	<b>196</b>
<b>A.3 Problemas de Grafos</b>	<b>197</b>

<b>B. DEMONSTRAÇÕES DOS LEMAS E TEOREMAS</b>	<b>198</b>
<b>B.1 Demonstrações da Subseção 4.3.1</b>	<b>198</b>
Demonstração do Lema 1	198
Demonstração do Lema 2	199
<b>B.2 Demonstrações da Subseção 4.3.3</b>	<b>199</b>
Demonstração do Lema 3	199
<b>B.3 Demonstrações da Seção 4.4</b>	<b>201</b>
Demonstração do Corolário 4	202
Demonstração do Lema 5	202
<b>B.4 Demonstrações da Subseção 4.5.1</b>	<b>203</b>
Demonstração do Lema 6	203
Demonstração do Teorema 7	205
Demonstração do Teorema 8	205
<b>B.5 Demonstrações da Subseção 4.5.2</b>	<b>206</b>
Demonstração do Teorema 9	206
Demonstração do Teorema 10	206
<b>B.6 Demonstrações da Subseção 4.5.3</b>	<b>208</b>
Demonstração do Lema 11	208
Demonstração do Teorema 12	208
<b>B.7 Demonstrações da Subseção 4.5.4</b>	<b>208</b>
Demonstração do Teorema 13	208
Demonstração do Teorema 14	209
<b>B.8 Demonstrações da Subseção 4.5.6</b>	<b>209</b>
Demonstração do Lema 15	211
Demonstração do Lema 16	211
Demonstração do Lema 17	211
Demonstração do Teorema 18	211
Demonstração do Lema 19	211
Explicações Prévias para a Demonstração do Teorema 20	212
Demonstração do Teorema 20	212
Demonstração do Teorema 21	213
<b>B.9 Demonstrações da Subseção 4.5.7</b>	<b>213</b>
Demonstração do Teorema 22	214
<b>C. MAIS DETALHES DO MAPEAMENTO DAS CLASSES DA MATP</b>	<b>215</b>
<b>C.1 Lista de Trabalhos Inicial</b>	<b>215</b>
<b>C.2 Critérios de Corte</b>	<b>217</b>
<b>C.3 Lista Final de Trabalhos Analisados</b>	<b>218</b>
<b>C.4 Diretrizes para Classificação</b>	<b>220</b>
<b>C.5 Classes da MATP Menos Estudadas</b>	<b>224</b>

## LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1: Ciclo de desenvolvimento e aplicação dos modelos científicos</i> .....	6
<i>Figura 2: Visitas feitas por um robô após 200 (a) e 1000 (b) iterações de uma trajetória de patrulha, na definição A-1 (Martins-Filho e Macau, 2007)</i> .....	13
<i>Figura 3: Índice de cobertura do terreno (eixo vertical) no decorrer do tempo (eixo horizontal) de uma trajetória da patrulha (Martins-Filho e Macau, 2007)</i> .....	13
<i>Figura 4: Três agentes (representados como triângulos) patrulhando as bordas de uma área contínua (Marino et al., 2009)</i> .....	14
<i>Figura 5: Área contínua com obstáculos em vermelho simplificada na forma de um grafo (nós em verde e arestas em azul) (<a href="http://www.autonomousrobotsblog.com">http://www.autonomousrobotsblog.com</a>)</i> .....	16
<i>Figura 6: Malha retangular tratada como um grafo grid (Elmaliach et al., 2007)</i> .....	19
<i>Figura 7: Recompensas em um jogo na forma normal (Paruchuri et al., 2007)</i> .....	22
<i>Figura 8: Parte da árvore em uma instância da definição J-2 (Amigoni, Gatti, Ippedico, 2008)</i> .....	23
<i>Figura 9: Conhecimento do mundo em problemas de busca e classificação da IA</i> .....	39
<i>Figura 10: Uso de esqueletonização para representar um ambiente contínuo como um grafo (Machado, 2002b)</i> .....	49
<i>Figura 11: Taxonomia da Patrulha Temporal Multiagente: nível superior</i> .....	100
<i>Figura 12: Taxonomia da MATP: dimensão Environment</i> .....	100
<i>Figura 13: Mapas com diversas propriedades topológicas (Almeida et al., 2004)</i> .....	103
<i>Figura 14: Taxonomia da patrulha temporal: dimensão Agent</i> .....	105
<i>Figura 15: Taxonomia da patrulha temporal: dimensão Society</i> .....	108
<i>Figura 16: Taxonomia da patrulha temporal: dimensão Execution &amp; Evaluation</i> .....	110
<i>Figura 17: Comportamento do Balloon DFS (Elor, Bruckstein, 2009)</i> .....	131
<i>Figura 18: Estratégias para grafos caminhos (Elmaliach, Shiloni e Kaminka, 2008a)</i> .....	132
<i>Figura 19: Campo potencial pré-calculado para um ambiente plano com 1 obstáculo e 1 objetivo (<a href="http://www.cs.mcgill.ca/~hsafad/robotics/index.html">http://www.cs.mcgill.ca/~hsafad/robotics/index.html</a>)</i> .....	142
<i>Figura 20: Um agente atraído por todos os nós do grafo</i> .....	144
<i>Figura 21: Forças atuando sobre um agente no modelo físico (esquerda) e no modelo definido pela estratégia gravitacional (direita)</i> .....	147
<i>Figura 22: Grafos da literatura adotados no benchmark da MATP</i> .....	157
<i>Figura 23: Novos grafos adotados no benchmark da MATP</i> .....	158
<i>Figura 24: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por aresta – Map A</i> .....	161
<i>Figura 25: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por nó – Map A</i> .....	161
<i>Figura 26: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por aresta – Cicles Corridor</i> .....	162
<i>Figura 27: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por nó – Cicles-Corridor</i> .....	162
<i>Figura 28: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por aresta – Grid</i> .....	163
<i>Figura 29: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por nó – Grid</i> .....	163

<i>Figura 30: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por aresta – Islands.....</i>	<i>164</i>
<i>Figura 31: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por nó – Islands.....</i>	<i>164</i>
<i>Figura 32: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por aresta – Traffic .....</i>	<i>165</i>
<i>Figura 33: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por nó – Traffic .....</i>	<i>165</i>
<i>Figura 34: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por aresta – Random Directed 1.....</i>	<i>166</i>
<i>Figura 35: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por nó – Random Directed 1.....</i>	<i>166</i>
<i>Figura 36: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por aresta – Random Directed 2.....</i>	<i>167</i>
<i>Figura 37: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por nó – Random Directed 2.....</i>	<i>167</i>
<i>Figura 38: Rankings das estratégias gravitacionais em cada mapa.....</i>	<i>168</i>
<i>Figura 39: Exemplo de buraco negro, formado pelos nós A e B .....</i>	<i>170</i>
<i>Figura 40: Experimentos com as melhores estratégias – Map A.....</i>	<i>172</i>
<i>Figura 41: Experimentos com as melhores estratégias – Cicles-Corridor.....</i>	<i>172</i>
<i>Figura 42: Experimentos com as melhores estratégias – Grid.....</i>	<i>173</i>
<i>Figura 43: Experimentos com as melhores estratégias – Islands.....</i>	<i>173</i>
<i>Figura 44: Experimentos com as melhores estratégias – Traffic.....</i>	<i>174</i>
<i>Figura 45: Experimentos com as melhores estratégias – Random Directed 1.....</i>	<i>174</i>
<i>Figura 46: Experimentos com as melhores estratégias – Random Directed 2.....</i>	<i>174</i>
<i>Figura 47: Rankings das principais estratégias em cada mapa.....</i>	<i>175</i>

## LISTA DE FÓRMULAS

<i>Fórmula 1: Soma descontada das recompensas .....</i>	<i>29</i>
<i>Fórmula 2: Função de recompensa descontada RMYPP.....</i>	<i>31</i>
<i>Fórmula 3: Função de recompensa descontada MBC .....</i>	<i>31</i>
<i>Fórmula 4: Algumas estruturas que compõem o parâmetro <math>E_s</math> (informações do grafo).....</i>	<i>62</i>
<i>Fórmula 5: Estruturas que compõem o parâmetro <math>H</math> (histórico de visitação).....</i>	<i>63</i>
<i>Fórmula 6: Sequência dos intervalos entre visitas de um nó <math>x</math> .....</i>	<i>63</i>
<i>Fórmula 7: Número total de intervalos.....</i>	<i>64</i>
<i>Fórmula 8: Sequência das ociosidades instantâneas de um nó <math>x</math>.....</i>	<i>64</i>
<i>Fórmula 9: Métrica Frequência Mínima – <math>F_{min}</math>.....</i>	<i>65</i>
<i>Fórmula 10: Métrica Frequência Média – <math>F_{avg}</math>.....</i>	<i>65</i>
<i>Fórmula 11: Métrica Desvio Padrão das Frequências – <math>F_{stdev}</math>.....</i>	<i>66</i>
<i>Fórmula 12: Métrica Ociosidade Máxima – <math>O_{max}</math>.....</i>	<i>67</i>
<i>Fórmula 13: Métrica Ociosidade Média – <math>O_{avg}</math> .....</i>	<i>67</i>
<i>Fórmula 14: Exemplo das ociosidades instantâneas de um nó <math>x</math> em um período <math>T=12</math> .....</i>	<i>67</i>
<i>Fórmula 15: Métrica auxiliar Tempo de Cobertura – <math>C</math>.....</i>	<i>68</i>
<i>Fórmula 16: Métrica Intervalo Máximo – <math>I_{max}</math>.....</i>	<i>70</i>
<i>Fórmula 17: Métrica Intervalo Médio – <math>I_{avg}</math> .....</i>	<i>70</i>
<i>Fórmula 18: Métrica Desvio Padrão dos Intervalos – <math>I_{stdev}</math>.....</i>	<i>71</i>
<i>Fórmula 19: Métrica Média Quadrática dos Intervalos – <math>I_{qmean}</math>.....</i>	<i>71</i>
<i>Fórmula 20: Métrica Média Potência-p dos Intervalos – <math>PMI_p</math>.....</i>	<i>72</i>
<i>Fórmula 21: Risco por nó .....</i>	<i>72</i>
<i>Fórmula 22: Métrica Risco Linear Médio – <math>R_{f,avg}</math> .....</i>	<i>73</i>
<i>Fórmula 23: Métrica Risco Linear Máximo – <math>R_{f,max}</math>.....</i>	<i>73</i>
<i>Fórmula 24: Métrica Mínimo de Visitas – <math>V_{min}</math>.....</i>	<i>73</i>
<i>Fórmula 25: Métrica Média de Visitas – <math>V_{avg}</math> .....</i>	<i>74</i>
<i>Fórmula 26: Métrica Desvio Padrão das Visitas – <math>V_{stdev}</math> .....</i>	<i>74</i>
<i>Fórmula 27: CLInG – Ociosidade propagada .....</i>	<i>138</i>
<i>Fórmula 28: CLInG – Função de propagação.....</i>	<i>138</i>
<i>Fórmula 29: Força gravitacional, segundo a Lei da Gravitação Universal.....</i>	<i>144</i>
<i>Fórmula 30: Estratégia gravitacional – função de massa aritmética .....</i>	<i>146</i>
<i>Fórmula 31: Estratégia gravitacional – função de massa geométrica .....</i>	<i>146</i>
<i>Fórmula 32: Estratégia gravitacional – intensidade da força do nó <math>i</math> sobre um agente no nó <math>j</math>.....</i>	<i>147</i>
<i>Fórmula 33: Estratégia gravitacional – força resultante na propagação por aresta.....</i>	<i>148</i>
<i>Fórmula 34: Estratégia gravitacional – massa combinada (propagação por nó).....</i>	<i>148</i>
<i>Fórmula 35: Estratégia gravitacional – força resultante na propagação por nó.....</i>	<i>149</i>
<i>Fórmula 36: Cálculo da métrica <math>PMI_p</math> no caso em que os intervalos seguem uma distribuição contínua de probabilidade <math>p(i)</math>.....</i>	<i>212</i>

## LISTA DE TABELAS

<i>Tabela 1: Definições da Patrulha em Áreas Contínuas .....</i>	<i>15</i>
<i>Tabela 2: Definições da Patrulha em Grafos.....</i>	<i>20</i>
<i>Tabela 3: Definições da Patrulha com Adversário .....</i>	<i>25</i>
<i>Tabela 4: Definições da Patrulha com Adversário – agente perturbador .....</i>	<i>26</i>
<i>Tabela 5: Definições da Patrulha para Detecção de Eventos.....</i>	<i>28</i>
<i>Tabela 6: Definições da Patrulha para Detecção de Eventos – agente perturbador.....</i>	<i>28</i>
<i>Tabela 7: Definições da Patrulha como um MDP .....</i>	<i>32</i>
<i>Tabela 8: Definições da MAP aderentes à MATP quanto aos agentes.....</i>	<i>54</i>
<i>Tabela 9: Definições da MAP aderentes à MATP quanto aos agentes e aos ambientes.....</i>	<i>55</i>
<i>Tabela 10: Definições da MAP aderentes à MATP (em todos os critérios).....</i>	<i>55</i>
<i>Tabela 11: Requisitos de Desempenho – Diversos.....</i>	<i>59</i>
<i>Tabela 12: Requisitos de Desempenho – Risco Linear Médio .....</i>	<i>60</i>
<i>Tabela 13: Requisitos de Desempenho – Equilíbrio Frequência-Regularidade .....</i>	<i>61</i>
<i>Tabela 14: Requisitos de Desempenho – Frequência Média por Nó / Total de Visitas (expandido).....</i>	<i>81</i>
<i>Tabela 15: Requisitos de Desempenho – Visitação Mínima por Nó (expandido).....</i>	<i>83</i>
<i>Tabela 16: Requisitos de Desempenho – Tempo Máximo entre Visitas (expandido).....</i>	<i>84</i>
<i>Tabela 17: Requisitos de Desempenho – Visitação Uniforme entre os Nós (expandido).....</i>	<i>86</i>
<i>Tabela 18: Requisitos de Desempenho – Regularidade Temporal (expandido).....</i>	<i>86</i>
<i>Tabela 19: Requisitos de Desempenho – Equilíbrio Frequência Regularidade (expandido) .....</i>	<i>90</i>
<i>Tabela 20: Requisitos de Desempenho – Risco Linear Médio (expandido).....</i>	<i>92</i>
<i>Tabela 21: Métricas × Requisitos.....</i>	<i>93</i>
<i>Tabela 22: Classificação dos trabalhos ligados à MATP quanto à dimensão Environment .....</i>	<i>114</i>
<i>Tabela 23: Classificação dos trabalhos ligados à MATP quanto à dimensão Agent.....</i>	<i>116</i>
<i>Tabela 24: Classificação dos trabalhos ligados à MATP quanto à dimensão Society.....</i>	<i>117</i>
<i>Tabela 25: Classificação dos trabalhos ligados à MATP quanto à dimensão Execution e Evaluation... </i>	<i>118</i>
<i>Tabela 26: Classes de Referência A e B (CR-A e CR-B).....</i>	<i>121</i>
<i>Tabela 27: Classes de Agente Único.....</i>	<i>122</i>
<i>Tabela 28: Classes com Choques.....</i>	<i>122</i>
<i>Tabela 29: Classes de Ambientes Dinâmicos.....</i>	<i>123</i>
<i>Tabela 30: Classes com Mensagens Locais .....</i>	<i>123</i>
<i>Tabela 31: Classe sem Comunicação.....</i>	<i>123</i>
<i>Tabela 32: Classes com Visitas Estocásticas .....</i>	<i>124</i>
<i>Tabela 33: Classes de Ambientes Arbitrários Direcionados.....</i>	<i>124</i>
<i>Tabela 34: Classes de Habilidades Heterogêneas .....</i>	<i>124</i>
<i>Tabela 35: Agentes de Machado et al. (2002a, 2002b).....</i>	<i>128</i>
<i>Tabela 36: Agentes propostos por Almeida et al. (2003).....</i>	<i>134</i>
<i>Tabela 37: Classe da MATP do Benchmark da MATP .....</i>	<i>156</i>
<i>Tabela 38: Ranking final das estratégias gravitacionais no benchmark.....</i>	<i>168</i>

<i>Tabela 39: Ranking médio para cada parâmetro das estratégias gravitacionais.....</i>	<i>169</i>
<i>Tabela 40: Ranking final da avaliação das principais estratégias no benchmark.....</i>	<i>175</i>
<i>Tabela 41: Rankings das estratégias nas métricas <math>N_{visits}</math> e <math>I_{avg}</math> (mapa Traffic, 1 agente).....</i>	<i>177</i>
<i>Tabela 42: Rankings das estratégias nas métricas <math>O_{avg}</math> e <math>I_{qmean}^2/I_{avg}</math> (mapa Traffic, 1 agente).....</i>	<i>177</i>
<i>Tabela 43: Trabalhos de pesquisa cujos classes foram classificadas e mapeadas .....</i>	<i>218</i>
<i>Tabela 44: Classes menos estudadas na dimensão Environment.....</i>	<i>224</i>
<i>Tabela 45: Classes menos estudadas na dimensão Agent.....</i>	<i>225</i>
<i>Tabela 46: Classes menos estudadas na dimensão Society.....</i>	<i>225</i>
<i>Tabela 47: Classes menos estudadas na dimensão Execution &amp; Evaluation.....</i>	<i>226</i>

## LISTA DE TEOREMAS

<i>Lema 1 (envolvendo <math>O_{max}</math> e <math>I_{max}</math>)</i> .....	70
<i>Lema 2 (envolvendo <math>PMI_1</math>, <math>PMI_2</math>, <math>I_{avg}</math> e <math>I_{qmean}</math>)</i> .....	72
<i>Lema 3 (envolvendo <math>F_{min}</math>, <math>F_{avg}</math>, <math>F_{stdev}</math>, <math>V_{min}</math>, <math>V_{avg}</math> e <math>V_{stdev}</math>)</i> .....	74
<i>Corolário 4 (envolvendo a relação <math>\equiv</math>):</i> .....	76
<i>Lema 5 (envolvendo a relação <math>\equiv</math>):</i> .....	77
<i>Lema 6 (envolvendo <math>V_{avg}</math>, <math>F_{avg}</math>, <math>I_{avg}</math> e <math>N_{visits}</math>)</i> .....	79
<i>Teorema 7 (envolvendo <math>F_{avg}</math>, <math>V_{avg}</math>, <math>I_{avg}</math> e <math>N_{visits}</math>):</i> .....	79
<i>Teorema 8 (envolvendo <math>F_{min}</math>, <math>F_{avg}</math>, <math>V_{min}</math>, <math>V_{avg}</math>, <math>I_{max}</math> e <math>I_{avg}</math>):</i> .....	80
<i>Teorema 9 (envolvendo <math>V_{min}</math> e <math>F_{min}</math>):</i> .....	82
<i>Teorema 10 (envolvendo <math>I_{max}</math> e <math>F_{min}</math>)</i> .....	82
<i>Lema 11 (envolvendo <math>O_{max}</math> e <math>R_{f, max}</math>)</i> .....	83
<i>Teorema 12 (envolvendo <math>R_{f, max}</math>, <math>O_{max}</math> e <math>I_{max}</math>):</i> .....	84
<i>Teorema 13 (envolvendo <math>F_{stdev}</math> e <math>V_{stdev}</math>)</i> .....	85
<i>Teorema 14 (envolvendo <math>I_{stdev}</math> e <math>F_{stdev}</math>)</i> .....	85
<i>Lema 15 (envolvendo <math>PMI_p</math>)</i> .....	87
<i>Lema 16 (envolvendo <math>PMI_p</math> e <math>I_{max}</math>)</i> .....	87
<i>Lema 17 (envolvendo <math>I_{qmean}</math>, <math>I_{avg}</math> e <math>I_{stdev}</math>)</i> .....	88
<i>Teorema 18 (envolvendo <math>O_{avg}</math> e <math>I_{qmean}^2/I_{avg}</math>):</i> .....	88
<i>Lema 19 (envolvendo <math>I_{qmean}^2/I_{avg}</math>, <math>I_{qmean}</math>, <math>I_{stdev}</math> e <math>I_{avg}</math>):</i> .....	89
<i>Teorema 20 (envolvendo <math>PMI_3</math>, <math>PMI_5</math> e <math>I_{qmean}^2/I_{avg}</math>)</i> .....	89
<i>Teorema 21 (envolvendo <math>PMI_p</math> e <math>I_{qmean}</math>)</i> .....	91
<i>Teorema 22 (envolvendo <math>O_{avg}</math>, <math>I_{qmean}^2/I_{avg}</math> e <math>R_{f, avg}</math>):</i> .....	92



## CAPÍTULO 1

# Introdução

Informalmente, o problema da **Patrulha Multiagente** ou **MAP** (*MultiAgent Patrolling*) é descrito na literatura como a tarefa em que um time de agentes tem o dever de “de caminhar ou de se deslocar por uma área com o objetivo de protegê-la ou supervisioná-la” (Machado et al., 2002) ou como o problema de “contínua exploração” de um ambiente por meio de agentes (Yanovski, Wagner e Bruckstein, 2003). Apesar de ser um problema relativamente recente na Computação, problemas MAP têm despertado um interesse científico crescente, o que pode ser percebido pela quantidade de trabalhos recentes (e.g. Agmon et al., 2012; Kawamura e Kobayashi, 2012; Portugal e Rocha, 2012; Poulet, Corruble e Seghrouchni, 2012a, 2012b; Smith, Schwager e Rus, 2012). Assim, a MAP tem sido estudada sob diferentes perspectivas, por diferentes grupos de pesquisa em todo o mundo – há trabalhos em Robótica (e.g. Curiac e Volosencu, 2009; Marino et al., 2009), trabalhos de Sistemas Multiagentes com agentes simulados (e.g. Machado et al., 2002; Fu e Jr, 2009) e também trabalhos de Ciência da Computação Teórica (TCS) (e.g. Elor e Bruckstein, 2009a, 2009b, 2009c, 2009d).

Em termos técnicos mais precisos, podemos descrever a patrulha como um *problema de otimização* em que as rotas de todos os agentes precisam ser conjuntamente escolhidas para satisfazer algum critério de desempenho. Trabalhos anteriores (Chevaleyre, Sempé e Ramalho, 2004) mostraram que uma certa formulação da MAP pode ser vista como uma *generalização* do Problema do Caixeiro-Viajante, que é NP-Completo (na sua versão como problema de decisão). Por conta dessa complexidade da MAP, várias soluções heurísticas têm sido propostas e, em sua maioria, elas são ligadas à área de Sistemas Multiagentes (SMAs). De fato, a MAP tem se mostrado um problema que permite a aplicação de técnicas de agentes inteligentes variadas, tais como: *pathfinding* com diversas heurísticas (e.g. Almeida et al., 2003), negociação multiagente (e.g. Menezes, Tedesco e Ramalho, 2006), aprendizagem por reforço (Santana et al., 2004), colônia de formigas (e.g. Chu et al., 2007) e outras abordagens *swarm* (Elor e Bruckstein, 2009d). Por essas duas características – a relativa complexidade do problema e a possi-

bilidade de aplicação de diversas técnicas de agentes inteligentes – a MAP mostra potencial para se tornar um relevante *benchmark* para Sistemas Multiagentes.

Outra característica da MAP é o potencial de aplicação em problemas reais. Como é natural, se considerarmos o uso original do nome “patrulha”, a classe de aplicações mais citada nos trabalhos da MAP são as *aplicações de segurança*, em que o objetivo é criar agentes que continuamente observam um ambiente (e.g. um prédio, ou a fronteira de um país) para evitar e detectar invasões de inimigos. No entanto, do ponto de vista computacional, outros problemas reais têm características muito semelhantes e, por isso, também são motivação para o estudo da MAP. A literatura sugere aplicações da MAP na *detecção de materiais perigosos* e no *resgate de pessoas* em áreas de conflito (Martins-Filho e Macau, 2007; Machado et al., 2002); na *detecção de vazamentos de gás ou de incêndios* (Agmon, 2010) e na *limpeza de ambientes* (Ahmadi e Stone, 2005, 2006).

Enfim, até aqui apresentamos três motivações para o estudo de MAP: o interesse crescente (de diferentes áreas da computação) sobre o problema, o potencial de se tornar um *benchmark* de SMAs e, em especial, o potencial de aplicação em problemas reais. Porém, a grande questão que o presente trabalho levanta é que **há obstáculos importantes para o amadurecimento do estudo sobre MAP**, o que pode tanto minar o interesse de pesquisa, como impedir o surgimento de um *benchmark* baseado em MAP e, ainda, restringir a aplicação de MAP em problemas reais. O obstáculo central que identificamos é que o problema da Patrulha Multiagente *não tem* uma definição precisa, que seja aceita como padrão em todas as pesquisas. Em vários dos trabalhos, o grupo de pesquisa adota uma formulação de MAP (e às vezes, mais de uma) que acaba sendo usada só pelo próprio grupo, o que faz com haja, atualmente, *mais de uma dezena* definições de MAP.

O grande problema é que essas definições da MAP são incompatíveis entre si, em níveis diversos. Um nível de incompatibilidade é quando não é possível nem mesmo usar uma solução proposta para uma definição de MAP em outra definição, pois há variações entre elas quanto aos modelos de ambiente e quanto à maneira como os agentes se locomovem. Em outro nível (que pode ocorrer mesmo quando as soluções são compatíveis), as formulações de MAP usam critérios de avaliação diferentes, muitas vezes representados por *métricas* de desempenho distintas. Destacamos que, apesar de haver um grande número de métricas na literatura, não encontramos nenhuma discussão mais profunda sobre o que cada uma representa ou como escolher uma delas (em função da aplicação que se deseja modelar). Além disso, há formulações em que o desempenho

dos agentes depende de um algum *adversário* ou de certos *eventos* que ocorrem no ambiente, enquanto outras não têm nenhum desses elementos.

Outro tipo de problema encontrado em muitos trabalhos da literatura (mesmo entre aqueles que adotam uma mesma formulação) é que eles avaliam as estratégias de patrulha usando experimentos muito distintos, que podem variar quanto: aos tamanhos dos mapas, às quantidades de agentes e às topologias dos mapas. Além disso, muitas vezes as novas soluções não são comparadas às soluções anteriores de outros grupos de pesquisa. Isso tudo dificulta muito a comparação dos resultados apresentados em trabalhos de grupos de pesquisas distintos. Enfim, podemos resumir as dificuldades enfrentadas nas pesquisas da área afirmando que **falta aos grupos de pesquisa em MAP uma unidade metodológica**: faltam critérios para comparar as diferentes soluções, falta entendimento sobre as métricas e, principalmente, falta unidade na própria definição do problema.

A presente pesquisa visa justamente discutir uma possível solução para essa falta de unidade nas pesquisas de Patrulha Multiagente. Para isso, revisamos as formulações de problemas de Patrulha Multiagente existentes na literatura procurando identificar as semelhanças estruturais entre elas. Também refletimos sobre o nível de conhecimento relevante do mundo que cada formulação incorpora. Com base nessas duas reflexões, propomos um *framework* conceitual chamado de **Patrulha Temporal Multiagente** ou **MATP** (do inglês *MultiAgent Timed Patrolling*) com o propósito de unificar as formulações de MAP que incorporam *menos* conhecimento do mundo, analogamente à *busca cega* nos problemas de busca, que são formulações que incorporam menos informações do que uma *busca informada*. Com base na MATP, apresentamos uma análise formal detalhada sobre diversas métricas de desempenho, tanto anteriores (encontradas na literatura) como novas (propostas nesta pesquisa). Neste trabalho, propomos, ainda, uma taxonomia para classificar os problemas de MATP, a qual servirá como ferramenta para comparar as pesquisas diferentes com critérios mais claros e relevantes.

A taxonomia proposta também foi usada para criar um “mapa” ou “panorama” das pesquisas atuais, indicando as características da MATP mais estudadas e as menos estudadas, servindo para direcionar as próximas pesquisas. Considerando uma das lacunas encontradas nas pesquisas, propomos uma nova família de estratégias para a MATP, chamadas de **estratégias gravitacionais**, devido à sua inspiração nas forças gravitacionais da Física clássica. Por fim, propomos uma versão inicial de *benchmark* baseado na MATP e o usamos para avaliar as estratégias.

A revisão das definições anteriores é feita no **Capítulo 2**, enquanto o **Capítulo 3** apresenta toda a discussão que levou à criação do *framework* Patrulha Temporal Multi-

agente (MATP). No **Capítulo 4**, apresentamos a análise das medidas de desempenho (novas e antigas) dentro do *framework* da MATP. O **Capítulo 5** apresenta a Taxonomia da MATP e o mapeamento da literatura ligada à MATP. Em seguida, no **Capítulo 6**, fazemos uma revisão das estratégias propostas em pesquisas anteriores e então, no **Capítulo 7**, apresentamos uma família de estratégias novas. No **Capítulo 8**, apresentamos o *benchmark* e avaliamos as novas estratégias. Por fim, as contribuições e os possíveis rumos futuros desta pesquisa são discutidos no **Capítulo 9**.

Este documento também apresenta três apêndices. O **Apêndice A** é dedicado à apresentação da terminologia de grafos usada neste documento. O **Apêndice B** apresenta as demonstrações de alguns resultados formais apresentados no Capítulo 4. Por fim, o **Apêndice C** apresenta diversos detalhes adicionais sobre o mapeamento da literatura apresentado no Capítulo 5.

## CAPÍTULO 2

# Formulações do Problema da Patrulha Multiagente

Este capítulo revisa as formulações encontradas na literatura para o problema de **Patrulha Multiagente** (*MultiAgent Patrolling*, em inglês) ou **MAP**. Uma definição bastante informal da MAP seria: “o problema de controlar vários agentes para se deslocar por um ambiente para supervisioná-lo”. Porém, aqui, neste capítulo, estamos primariamente interessados em *formulações* ou *definições* de MAP como especificações matematicamente precisas de um problema computacional. O principal objetivo deste capítulo é **mostrar que há uma grande diversidade de formulações da MAP**. Por isso, a MAP não pode ser tratada como um problema único, mas como uma classe de problemas. Um segundo objetivo deste capítulo é discutir quais características unem essas formulações e em que eles diferem exatamente. Essa discussão será baseada no entendimento de que todas as formulações da Patrulha Multiagente são *modelos* formais de tarefas reais de patrulhamento, tais como o policiamento preventivo ou a segurança civil de prédios. O terceiro objetivo deste capítulo é justificar a importância prática do estudo de MAP.

Para melhor fundamentar a discussão sobre a MAP, começamos apresentando uma discussão sobre o uso de *modelos* na Ciência em geral e, em especial, na Computação, na seção 2.1. Depois, propomos um modelo de alto nível da MAP na seção 2.2. As formulações da MAP encontradas na literatura são apresentadas da seção 2.3 à seção 2.7. Na seção 2.8, discutimos a importância prática MAP com base na revisão apresentada. Por fim, a seção 2.9 traz uma reflexão final sobre este capítulo.

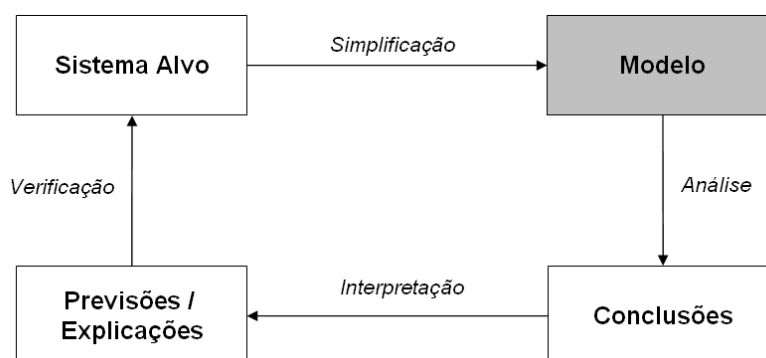
## 2.1 Modelos na Ciência, na Computação e na MAP

Rosenblueth e Wiener (1945) afirmam que, para desenvolver um estudo científico sobre alguma parte do universo, é necessário fazer abstrações. Essa abstração, que deve ser mais simples, porém de estrutura similar a essa porção do universo, corresponde ao

conceito de **modelo**. A porção do universo estudada pode ser chamada de **sistema-alvo** (Frigg e Hartmann, 2012).

O propósito dos modelos é facilitar a obtenção de conhecimento sobre o sistema-alvo sem a necessidade de estudá-lo diretamente. A literatura afirma que eles servem para *explicar* e *prever* o comportamento do sistema alvo (Giordano e Fox, 2009). Alguns exemplos de aplicações de *modelos* são:

- Na Economia, para prever indicadores econômicos diversos.
- No Metereologia, para fazer previsão do tempo.
- Na Biomecânica, para entender o funcionamento mecânico das articulações e para prever riscos de lesão, etc.
- Em toda a Física, onde diversos modelos matemáticos são usados para explicar fenômenos diversos (gravitação, eletricidade, magnetismo, etc.)
- Na área de *Drug Design*, para testar medicamentos por meio da modelagem da sua molécula e das biomoléculas envolvidas.



**Figura 1: Ciclo de desenvolvimento e aplicação dos modelos científicos**

Um estudo científico baseado em modelos segue o processo ilustrado na Figura 1 (adaptada de Giordano e Fox, 2009, pag. 1). Ela mostra que um modelo é criado por meio de uma **Simplificação** do sistema alvo, pois representar o sistema em sua inteireza seria impraticável ou impossível. Assim, nesta etapa, é criado um modelo que seja o mais simples possível, refletindo com economia apenas as características relevantes e descartando características irrelevantes (Chartrand, 1985). Dois fatores que influenciam nessa escolha são: o tipo de previsão que se deseja fazer e as técnicas que o pesquisador deseja aplicar sobre o modelo. A etapa em que acontece essa aplicação das técnicas é a de **Análise**, onde são obtidas conclusões sobre o modelo. As conclusões obtidas, então, são **Interpretadas** como explicações ou previsões sobre sistema alvo, na terceira etapa.

Na etapa de **Verificação**, essas previsões são comparadas com o comportamento diretamente observado do sistema alvo. No caso de haver erros significativos de previsão, é necessário refinar o modelo, incorporando mais conhecimento do mundo.

Rosenblueth e Wiener (1945) afirmam que quanto mais conhecimento incorporado ao modelo, mais ele tende a capturar as características do sistema original. No extremo, o modelo tornaria-se uma correspondência um-para-um com o sistema original. Porém, eles afirmam que a criação de um modelo perfeito do universo costuma requerer tanto conhecimento que, se alguém detivesse tal conhecimento, não precisaria mais do modelo para compreender o universo ou sistema em questão. Assim, aqueles autores concluem que: “*this [perfect] theoretical model cannot probably be achieved. Partial models, imperfect as they may be, are the only means developed by science for understanding the universe*” (p. 31).

A discussão de modelos na ciência, tal como encontrada na literatura e apresentada aqui, tipicamente é voltada para *prever* ou *explicar* comportamento de um sistema autônomo. Porém, neste trabalho, estamos interessados no estudo de **tarefas**, que é um caso particular em que se deseja intervir nos sistemas alvos por meio de uma *ação* ou *seqüência de ações* visando atingir certos *requisitos* previamente escolhidos. Um modelo da tarefa serviria para facilitar a solução dela, que seriam um plano das ações mais adequadas para satisfazer os requisitos. Em especial, estamos interessados no uso de meios computacionais para solucionar a tarefa. Discutimos, a seguir, algumas particularidades do ciclo da Figura 1 no estudo das tarefas com essa perspectiva.

No estudo de tarefas, a etapa de *Simplificação* deve modelar: o ambiente onde se desenvolve a tarefa, as *entidades* que participam dela ou interferem na sua execução, as *ações* relevantes para a execução da tarefa, e os requisitos da aplicação. Este último elemento requer especial cuidado de modelagem, pois os requisitos podem ser dados de forma informal e subjetiva, mas deverão ser transformados em algum mecanismo formal de avaliação de desempenho, tal como uma *medida de desempenho* (Russel e Norvig, 2004, pág. 36). O resultado final dessa modelagem, para nosso interesse aqui, será um *problema computacional* que abstrai a tarefa original.

A etapa de *Análise* consistirá tanto na criação de soluções da tarefa como também em uma previsão da qualidade destas soluções quanto ao cumprimento do *requisito da aplicação*. Dois níveis de *soluções* podem ser obtidos nesta etapa: (i) para uma instância particular do modelo, a solução será a *seqüência de ações* que resolve aquela instância; (ii) num sentido mais geral, aplicável a qualquer instância do modelo, a solução consiste em um *algoritmo* especializado que, para qualquer instância do modelo, calcula a sequência de ações adequada. A etapa de *Interpretação* consistirá apenas em

traduzir as ações do modelo em ações da tarefa real. Por fim, a etapa de *Verificação* analisará se os resultados da solução final, na execução da tarefa real, tem o desempenho previsto (na solução do modelo) ou, pelo menos, se são suficientemente satisfatórios quanto aos *requisitos da aplicação*.

Um exemplo de tarefa real seria a de “viajar de carro entre cidades”, tendo como requisito da tarefa “percorrer o menor caminho possível”. Um modelo dessa tarefa pode ser criado assim: (i) o mundo seria um grafo com pesos nas arestas onde os nós são as cidades e os pesos são as distâncias; (ii) a única ação possível seria a de atravessar uma aresta para ser deslocar para um nó vizinho; (iii) o desempenho seria dado pela soma dos pesos das arestas atravessadas. Uma solução geral para essa tarefa modelo seria o Algoritmo de Dijkstra (Cormen et al., 2009). Vários outros problemas teóricos estudados na Computação também podem ser considerados como possíveis modelos de tarefa, tais como: fluxo máximo em redes, *knapsack*, emparelhamento máximo e o problema do caixeiro-viajante. Em muitos casos, eles podem ser usados como modelos de diversas tarefas reais distintas. Em especial, a Inteligência Artificial pode ser vista como a principal área da Computação voltada à modelagem e solução de tarefas reais por meios computacionais.

No restante deste capítulo, tratamos as várias definições de Patrulha Multiagente encontradas na literatura como modelos distintos que foram criados ou são aplicáveis em **tarefas de patrulhamento** (e.g. policiamento preventivo, vigilância civil e defesa de fronteiras).

## 2.2 Meta-Definição da Patrulha Multiagente

A diversidade de modelos (definições) da MAP existentes traz algumas dificuldades na hora de apresentá-los de maneira coerente e de compará-los entre si. Por isso, nesta seção, propomos uma *meta-definição* da MAP, que é um modelo de alto nível de abstração que visa generalizar a estrutura de todas as definições de MAP encontradas. Ela servirá como guia para descrever as definições encontradas, facilitando a identificação de semelhanças e diferenças entre elas.

A meta-definição foi feita com base em uma análise dos trabalhos da literatura, num processo iterativo que achamos relevante descrever. Em um primeiro momento, buscamos, primeiramente, apenas os artigos que lidavam com problemas nominalmente tratados como “patrulha” (*patrol* ou *patrolling*, em inglês). Assim, encontramos formulações com os nomes de *Multi-Agent Patrolling* (Machado et al., 2002), *Multi-Robot Area Patrol* (Elmaliach, Agmon, Kaminka, 2007), [*Control of*] *Patrol Mobile Robots*



(Martins-Filho, Macau, 2007), *Robotic Patrolling with Adversaries* (Amigoni, Basilico, Gatti, 2009), *Multi-Robot Persistent Monitoring* (Smith, Rus, 2010), *Multi-Robot Patrolling* (Iocchi, Marchetti, Nardi, 2011), entre outros. Após revisar boa parte destes trabalhos, conseguimos perceber certas características comuns a todas as definições, em um nível alto de abstração, o que nos levou à *meta-definição* ou *meta-modelo* da MAP.

Essa meta-definição aprofundou nossa visão sobre a MAP, auxiliando o restante da revisão da literatura em dois sentidos. Primeiro, com base nela, foi possível descartar trabalhos que usavam o nome de “*patrulha*” de uma maneira incoerente com os demais (e.g. Mas et al., 2009, que tratam de uma patrulha no sentido de “*escolta*” de um alvo móvel). Em segundo lugar, ela também serviu para identificarmos outros trabalhos que, apesar de não usarem o nome “*patrulha*”, lidam com problemas formais que também são adequados como modelos de tarefas de patrulhamento. Esses problemas são apresentados como: *Continuous Area Sweeping* (Ahmadi e Stone, 2005), *Area Monitoring* (Curia e Volosencu, 2009), *Multirobot Continuous Coverage* (Cannata, Sgorbissa, 2011), *Repeated Coverage* (Koenig, Liu, 2001), entre outros. A inclusão desses novos trabalhos também trouxe novas ideias de aplicações potenciais da MAP, tal como na tarefa de limpeza do chão de prédios<sup>1</sup>.

Vamos, enfim, apresentar a chamada **Meta-Definição da MAP**. Em um alto nível de abstração, ela descreve a estrutura dos problemas que: (1) foram criados para modelar alguma tarefa de patrulhamento; ou (2) são aplicáveis como modelos de alguma tarefa de patrulhamento. Segue a descrição dela:

***Meta-Definição da Patrulha Multiagente:***

*Patrulha Multiagente é a tarefa de coordenar um time de agentes **patrulhadores**, durante um dado período de tempo, para que eles se alternem entre ações de movimentação pelo **ambiente** e visitação aos **pontos de interesse** desse ambiente, visando satisfazer **critérios de desempenho** dados. Em algumas formulações, o desempenho dos patrulhadores quanto aos critérios de desempenho pode ser afetado pelas ações de um **agente perturbador do desempenho**.*

A meta-definição acima destaca quatro elementos fundamentais de uma definição de Patrulha Multiagente: o ambiente, os pontos de interesse, o critério de desempe-

---

<sup>1</sup> Mais aplicações são descritas na seção 2.8.

nho e o agente perturbador do desempenho, se este existir. A seguir, falamos um pouco mais de cada um desses elementos e o que eles podem representar em uma tarefa real.

### 2.2.1 Ambiente

É a estrutura onde os agentes se posicionam e se locomovem (e.g. um malha retangular, uma região plana contínua). Em relação a aplicações reais, ele é o modelo que abstrai um terreno, um prédio ou as ruas de uma cidade, por exemplo.

### 2.2.2 Pontos de Interesse

São partes específicas do ambiente que precisam ser *visitadas* pelos agentes, onde a **visita** a um ponto de interesse é uma ação realizada pelo agente sobre aquele ponto. Na maioria das definições da MAP encontradas, a visita consiste no mero posicionamento (ou uma mera passagem) do agente sobre o ponto de interesse, mas aqui estamos generalizando esse conceito. Dependendo da formulação, os pontos de interesse podem ter características especializadas: eles podem ou não ter importâncias distintas entre si, as visitas podem ter efeito determinístico (i.e. elas atingem seu objetivo sempre que realizadas) ou não, podem ser imediatas ou tomar certo tempo, etc.

Em relação a aplicações reais, os pontos de interesse modelam, por exemplo: pontos com potencial de ação criminosa, equipamentos que precisam receber manutenção ou focos potenciais de dengue. Já uma visita pode representar: uma simples observação das redondezas (para verificar se há criminosos), uma tarefa de manutenção no equipamento ou uma aplicação de remédio contra mosquitos.

### 2.2.3 Critérios de Desempenho

Antes de explicarmos este elemento, vamos definir os termos que expressam soluções em um problema de MAP. Primeiramente, uma **trajetória de patrulha** é o termo que denota uma instância particular do problema, representada como um conjunto das ações de movimentação e de visita realizadas por todos agentes durante toda a duração da patrulha. Para nos referir a uma descrição genérica da solução, aplicável a várias instâncias, usamos o termo **estratégia de patrulha**.

Os **critérios de desempenho** de um problema de MAP são usados para avaliar as trajetórias de patrulha em toda instância do problema. Eles devem modelar os *requisitos da tarefa real de patrulhamento*. Em muitas das definições da MAP, os critérios de desempenho são dados como a *otimização* (i.e. maximização ou a minimização) de uma ou mais *medidas de desempenho* formalmente definidas, que chamamos de **métricas**. Em uma minoria dos casos, as definições da MAP definem o *critério de desempenho* de

maneira menos formal, sem métricas precisas. Incluímos definições assim apenas nos casos em que o critério informal puder ser formalizado de alguma maneira. Um exemplo de critério informal utilizado foi o de “seguir a borda” (Marino et al., 2009), que pode ser formalizado em termos do afastamento médio em relação ao centro da borda.

#### 2.2.4 Agente Perturbador (de Desempenho)

Talvez a maioria das definições da MAP da literatura possa ser descrita meramente pelos três elementos anteriores. Elas podem ser vistas como jogos de um só jogador, uma vez que todo o time de patrulhadores age cooperativamente para satisfazer um critério que depende apenas das ações do time. No entanto, muitas formulações incluem um **agente perturbador de desempenho** que não faz parte do time de patrulhadores e pode, autonomamente, tomar *ações* que afetam o desempenho dos patrulhadores. Este elemento faz a patrulha se aproximar de um jogo competitivo. Estas formulações também assumem algum **modelo de comportamento do agente perturbador**, que descreve os *interesses* (e.g. onde prefere invadir) e *conhecimento* (e.g. se ele vê tudo) do agente perturbador. Os patrulhadores, então, devem maximizar o desempenho diante do modelo de comportamento dado.

O agente perturbador, tipicamente, aparece em formulações da MAP inspiradas em aplicações de segurança. Nestes casos, o *agente perturbador* pode representar, por exemplo, um ladrão tentando invadir um prédio com várias salas, em que as salas variam quanto aos valores guardados nelas. O *modelo de comportamento* deste agente poderia descrever quanto o ladrão acredita que pode lucrar com o roubo de cada sala. O critério de desempenho, neste caso, poderia ser algo como “minimizar a probabilidade de invasão” diante desse modelo de comportamento.

#### 2.2.5 Organização do Restante do Capítulo

No restante deste capítulo, descrevemos os quatro elementos acima para cada uma das definições da MAP encontradas na literatura. Devido à quantidade de definições, elas foram agrupadas, com um propósito primordialmente didático, em cinco seções: a seção 2.3 apresenta definições que usam modelos contínuos de ambiente, a seção 2.4 apresenta definições que relacionam a patrulha a problemas tradicionais de grafos, a seção 2.5 apresenta definições que modelam a patrulha contra um adversário, a seção 2.6 descreve definições que tratam a patrulha para detecção de eventos e, por fim, a seção 2.7 apresenta definições da patrulha como um Problema de Decisão de Markov.

## 2.3 A Patrulha em Áreas Contínuas

Um grande número de tarefas reais de patrulhamento se dá em ambientes físicos, tais como: um terreno (e.g. em aplicações militares da patrulha visando evitar invasões inimigas) ou nas dependências internas de um prédio (e.g. em aplicações de vigilância para evitar furtos). Muitos desses ambientes podem ser modelados, sem grandes perdas de informação, como regiões planas (bidimensionais) e contínuas. As definições de patrulha revisadas nesta seção modelam os ambientes desta forma. Além disso, elas não tem um *agente perturbador*.

Como observa Ota (2006), a patrulha pode ser vista como uma generalização do problema da Robótica chamado de **Varredura Multi-Robô** (*Multi-Robot Sweeping*) ou **Cobertura Multi-Robô** (*Multi-Robot Coverage*) (Kurabayashi et al., 1996; Choset, 2001). Neste problema, um time de robôs precisa percorrer o ambiente até passar uma vez em cada ponto. Tipicamente, o objetivo é aplicar um sensor em todo o ambiente, onde tais sensores podem ter formato não-pontual (e.g. retangular ou circular). As maioria das definições de MAP desta seção, além de adotar modelo *contínuo* do ambiente, generaliza o problema da Varredura em dois sentidos:

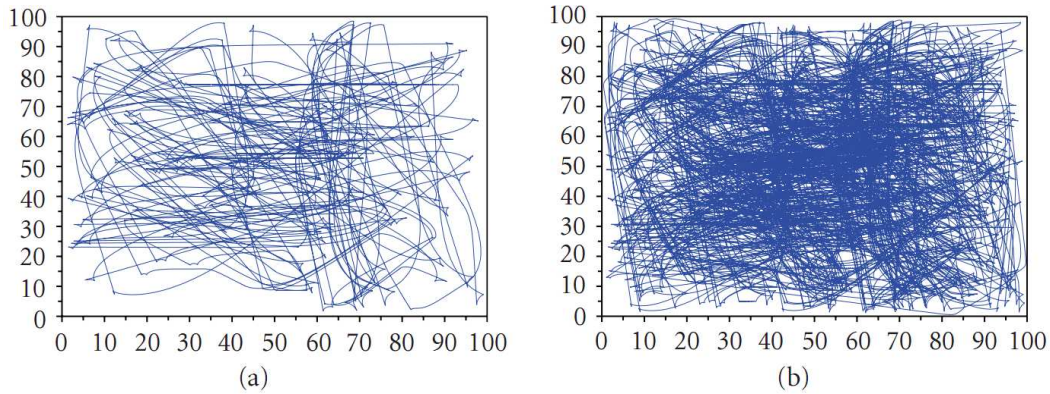
- pode haver apenas *algumas* sub-regiões do ambiente que precisam ser realmente visitadas ou varridas por um sensor (não precisa ser todo o ambiente) – estas regiões correspondem aos *pontos de interesse*;
- tais sub-regiões precisam ser visitadas repetidamente por um tempo arbitrário (e não apenas uma vez).

No restante desta seção apresentamos as definições de patrulha com as características acima. As definições apresentadas têm um rótulo com um “A-” seguido de uma numeração sequencial para facilitar a referência a elas.

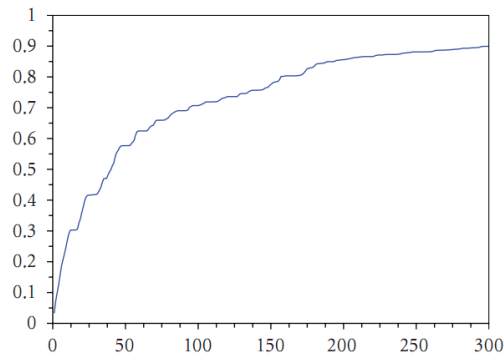
### 2.3.1 Definição A-1

Nakamura e Sekiguchi (2001) e Martins-Filho e Macau (2007) tratam do problema de criar um robô para percorrer *todos* os pontos de uma área plana, contínua e sem obstáculos. Uma aplicação citada é a de controlar um robô que precisa percorrer uma área perigosa (e.g. de conflito militar) para detectar materiais perigosos ou intrusos (Martins-Filho e Macau, 2007). Assim, os *pontos de interesse*, nessa definição, são todos os pontos (no sentido geométrico euclidiano da palavra) que compõem o ambiente. A visita, tal como acontece na maioria das definições de MAP, ocorre instantaneamente e consis-

te simplesmente em *passar sobre* o ponto. Como exemplo, a Figura 2 ilustra os pontos visitados em diferentes momentos por um agente (robô) criado para essa definição.



**Figura 2: Visitas feitas por um robô após 200 (a) e 1000 (b) iterações de uma trajetória de patrulha, na definição A-1 (Martins-Filho e Macau, 2007)**



**Figura 3: Índice de cobertura do terreno (eixo vertical) no decorrer do tempo (eixo horizontal) de uma trajetória da patrulha (Martins-Filho e Macau, 2007)**

Tanto Nakamura e Sekiguchi (2001) como Martins-Filho e Macau (2007) propõem como critério de desempenho que o robô deve **seguir uma trajetória caótica** (no sentido da Teoria do Caos). Martins-Filho e Macau (2007) argumentam que este critério foi proposto pensando na possibilidade de o robô estar sendo observado por inimigos em um ambiente de conflito, o que faz com que se requeira *imprevisibilidade* no comportamento. Nos dois trabalhos citados, também foi usada como critério de desempenho **a rapidez na evolução do índice de cobertura do terreno**. Este *índice de cobertura* é a proporção de pontos do mapa visitados no decorrer do tempo, considerando uma discretização fina do ambiente. O critério é avaliado com base em um gráfico *índice de cobertura  $\times$  tempo*.

### 2.3.2 Definição A-3

Proposta por Curiac e Volosencu (2009), esta definição difere de todas as demais definições desta seção por considerar que o ambiente possui apenas *dois* pontos de interesse, a serem visitados alternadamente, além de considerarem que a visita consiste em *contornar* esses pontos (e não em *passar sobre* eles). Similarmente à definição A-1, os autores adotam como critério de desempenho o **seguir trajetórias caóticas**. Porém, este é o único critério, porque critérios relativos à cobertura do terreno se tornam irrelevantes diante da suposição de que há apenas dois pontos de interesse.

### 2.3.3 Definição A-4

Marino et al. (2009) apresentam outra versão para a patrulha de áreas planas contínuas em que os pontos de interesse são as *fronteiras* (ou bordas) de uma sub-região escolhida *a priori*. A motivação seria estudar a criação de robôs de defesa para proteger as fronteiras de um país ou os limites (e.g. muros ou cercas) de uma propriedade privada. A Figura 4 mostra um exemplo de robôs efetuando esse tipo de patrulha. Um dos critérios de desempenho propostos é o de **seguir rigorosamente a borda** da região. Outro critério proposto foi o de **minimizar os choques entre os robôs** (agentes).

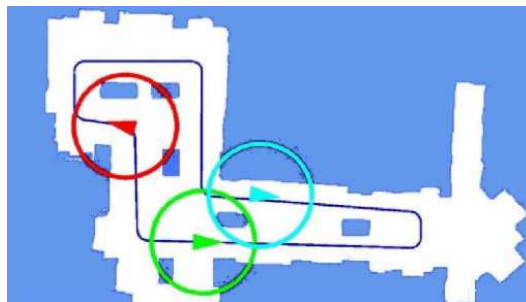


Figura 4: Três agentes (representados como triângulos) patrulhando as bordas de uma área contínua (Marino et al., 2009)

### 2.3.4 Outras Definições

Consideramos que as definições detalhadas acima são suficientes para ilustrar a diversidade de formulações de MAP em ambientes contínuos. Porém, por uma questão de completude, apresentamos de forma sucinta, nesta subseção, as demais definições de MAP em áreas contínuas encontradas na literatura.

**Definição A-2:** Svennebring e Koenig (2004) propõem a patrulha em toda uma área plana (como a A-1) com algum critério de desempenho de *minimizar o tempo da n-ésima cobertura*, para algum  $n > 1$ , assumindo uma discretização do ambiente. Uma

cobertura consiste em passar ao menos uma vez por todos os pontos de interesse. As próximas três definições são inspiradas em aplicações com UAVs (*Unmanned Aerial Vehicles*)<sup>2</sup>. **Definição A-5:** Jackson, et al. (2009) propõem uma patrulha em que os critérios de desempenho são: *minimizar choques* (como na A-4) e *criar trajetórias imprevisíveis* (análogo às definições A-1 e A-3). **Definição A-6:** Kingston, Bear e Holt (2008) propõem uma definição em um ambiente contínuo linear (unidimensional), tendo como critério de desempenho a otimização de uma *medida de latência*, que é o tempo máximo entre visitas a cada ponto. **Definição A-7:** Smith e Rus (2010) e Smith, Schwager e Rus (2012) propõem uma métrica análoga à da definição A-6, porém atribuem pesos diferentes aos pontos do plano.

### 2.3.5 Sumário – Patrulha em Áreas Contínuas

A Tabela 1 apresenta um sumário das definições de MAP com modelos contínuos de ambiente. Como não há *agente perturbador*, descrevemos apenas as três meta-características principais: *ambientes*, *pontos de interesse* e *critérios de desempenho*.

**Tabela 1: Definições da Patrulha em Áreas Contínuas**

	<b>Ambiente</b>	<b>Pontos de Interesse</b>	<b>Critérios de Desempenho</b>
<i>Definição A-1</i>	área contínua	toda a área (mas discretiza para aplicar um dos critérios)	seguir trajetórias caóticas e rapidez na evolução do índice de cobertura
<i>Definição A-2</i>	área contínua	discretização em grid	minimizar o tempo da n-ésima cobertura
<i>Definição A-3</i>	área contínua	dois pontos do ambiente	seguir trajetórias caóticas (imprevisíveis)
<i>Definição A-4</i>	área contínua	bordas de uma sub-região pré-definida	seguir a borda / minimizar choques entre robôs
<i>Definição A-5</i>	área contínua	conjunto finito de pontos	minimizar choques / seguir trajetórias imprevisíveis
<i>Definição A-6</i>	semirreta contínua	toda a reta	minimizar latência
<i>Definição A-7</i>	área contínua	toda a área ou um conjunto finito de pontos; com pesos distintos	minimizar a latência ponderada

<sup>2</sup> Esta sigla costuma ser traduzida para o português como VANT (Veículo Aéreo Não-Tripulado), mas, em geral, vamos preferir siglas em inglês.

## 2.4 Patrulha em Grafos

Alguns trabalhos de MAP, observando as dificuldades em lidar computacionalmente com ambiente contínuos, propõem definições em ambientes discretos. A principal estrutura discreta utilizada neles são os *grafos*, da Teoria dos Grafos (Chartrand, 1985). Essa estrutura é flexível para modelar características topológicas de ambientes reais contínuos, como ilustra a Figura 5. Nesta seção, apresentamos definições da MAP que usam grafos como ambientes e não possuem agente perturbador.

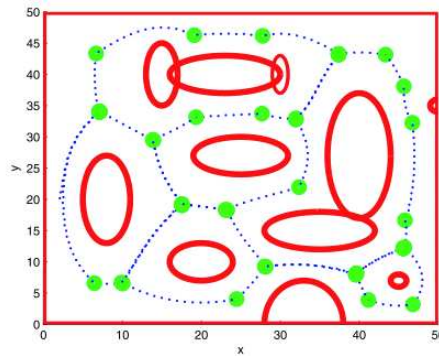


Figura 5: Área contínua com obstáculos em vermelho simplificada na forma de um grafo (nós em verde e arestas em azul) (<http://www.autonomousrobotsblog.com>).

Em especial, as definições desta seção apresentam algumas semelhanças com problemas tradicionais de otimização combinatória em grafos, tais como: o problema do *Caixeiro-Viajante (TSP)* e o problema do *Carteiro-Chinês*<sup>3</sup>. Estes dois problemas visam achar um caminho a ser seguido por um *único* agente para percorrer um grafo uma *única* vez, de modo que seja minimizada a *soma dos pesos das arestas* percorridas. As definições da patrulha apresentadas nesta seção generalizam esses problemas para o caso de *múltiplos* agentes percorrendo o grafo *indefinidas* vezes, visando otimizar *outras métricas* diversas. Há também, tipicamente, uma diferença de perspectiva no enfoque das pesquisas realizadas em MAP: nos problemas de grafos, o foco principal é na *complexidade* de algoritmos ótimos desenvolvidos; nas pesquisas em MAP, geralmente, o foco é na *eficácia* (bom desempenho) da solução retornada por algum algoritmo sempre polinomial, mas que pode ser sub-ótimo.

As subseções seguintes detalham as definições da MAP com tais características. As definições são rotuladas com um “G-” seguido de uma numeração sequencial. Três delas são apresentadas em detalhes e, no final desta seção, apresentamos um resumo.

---

<sup>3</sup> As descrições desses problemas são dadas no Apêndice A.



### 2.4.1 Definição G-1

Uma das primeiras definições da Patrulha Multiagente como um problema de grafos é aquela apresentada por Machado et al. (Machado et al., 2002), que foi inspirada, inicialmente, por aplicações em jogos eletrônicos de estratégia. Esta é a definição seguida pelo maior número de trabalhos da MAP (e.g. Sempé e Drogoul, 2003; Almeida et al., 2003; Chevaleyre, 2004; Santana et al., 2004; Menezes, Tedesco e Ramalho, 2006; Chu et al., 2007; Glad et al. 2008, 2009, 2010; Elor e Bruckstein, 2009a, 2009b, 2009c, 2009d; Fu e Jr, 2009; Pasqualetti, Franchi, Bullo, 2010; Portugal, Rocha, 2011a, 2011b)<sup>4</sup>. Nesta e em várias outras definições desta seção, as arestas têm pesos, que representam algum *custo* (e.g. de distância ou de tempo) para atravessar a aresta. Os pontos de interesse são todos os *nós* do grafo.

Com o objetivo de capturar medidas relacionadas ao “tempo entre visitas”, o trabalho inicial de Machado et al. (2002) propõem duas métricas baseadas no conceito de *ociosidade instantânea de um nó* (*instantaneous node idleness*, em inglês) ou, simplesmente, *ociosidade de um nó*<sup>5</sup>. Em um dado instante de tempo, a ociosidade de um nó é o tempo decorrido desde a última visita (realizada por qualquer agente) àquele nó. Assim, a ociosidade do nó cresce continuamente no decorrer do tempo, enquanto o nó permanecer sem visita. Um detalhe importante é que esta formulação assume um tempo discretizado em “turnos”. As métricas, então, são calculadas a partir dos valores das ociosidades instantâneas de todos os nós, medidos em todos os turnos de tempo.

Machado et al. (2002) propõem uma métrica para detectar o tempo máximo sem visitas, chamada de **ociosidade máxima** (ou *pior ociosidade*), é o maior valor de ociosidade ocorrido em toda a simulação. Para avaliar o desempenho médio, eles propuseram também uma métrica chamada de **ociosidade média**, calculada como uma média de todos os valores de ociosidade (medidos em todos os nós, em todos os turnos). Assim, o trabalho de Machado et al. (2002) propõe dois critérios de desempenho, associados a essas duas métricas, que são: a **minimização da ociosidade média** e a **minimização da ociosidade máxima**.

Em diversos trabalhos, esses dois critérios de desempenho foram usados tanto de forma conjunta (e.g. Machado et al., 2002; Almeida et al, 2003) como individualmente (e.g. Santana et al, 2004; Menezes, 2006; Lauri, Koukam, 2008; Elor e Bruckstein,

---

<sup>4</sup> Alguns trabalhos (e.g. Glad et al., 2008), ao invés de grafos arbitrários, usam malhas retangulares (*grids*) Porém, esta estrutura pode ser vista como um tipo de grafo (ver Apêndice A).

<sup>5</sup> No entanto, mostramos, no Capítulo 5, que, contrariamente ao desejado por Machado et al. (2002), esta métrica não mede exatamente o “tempo entre visitas”.

2009a). Porém, uma tendência encontrada nos trabalhos mais teóricos, em que são provadas propriedades de alguma dada estratégia, é a do uso da *ociosidade máxima* como único critério (e.g. Chevaleyre, 2004; Elor e Bruckstein, 2009a, 2009b, 2009c, 2009d; Pasqualetti, Franchi, Bullo, 2010). Aliás, um resultado importante apresentando em dois desses trabalhos (Chevaleyre, Sempé e Ramalho, 2004; Chevaleyre, 2004) é que o problema de patrulhar um grafo com um único agente visando apenas a *minimização da ociosidade máxima* reduz-se ao *problema do Caixeiro-Viajante*.

### 2.4.2 Definição G-2

Yanovski, Wagner e Bruckstein (2003) apresentam uma definição alternativa cujos pontos de interesse são as *arestas* (e não os nós, como a G-1). Esta escolha foi inspirada no problema de vigiar os corredores de uma galeria de artes. Os autores apresentam o critério de desempenho desta definição como sendo o de **atingir uma frequência de visita-ção uniforme no menor tempo possível**. De modo mais formal, o critério de desempenho adotado foi o de **minimizar o blanket time**, que é o tempo que os agentes levam para fazer com que a aresta mais visitada tenha, no máximo, o dobro de visitas da aresta menos visitada.

### 2.4.3 Definição G-3

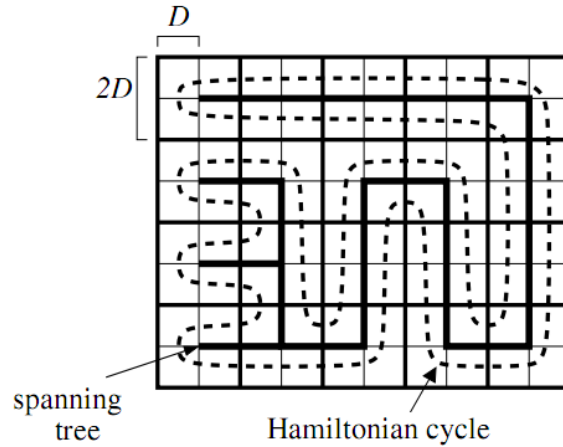
Um trabalho de Elmaliach, Agmon e Kaminka (2007) define a patrulha sobre uma malha retangular (*grid*), onde a locomoção entre células pode tomar tempos variados, porém eles também tratam esse modelo de ambiente, equivalentemente, como um grafo *grid* com pesos nas arestas (Figura 6). Em dois trabalhos posteriores (Elmaliach, Agmon e Kaminka, 2007; Elmaliach, Shiloni e Kaminka, 2008a) eles estudaram casos mais específicos dessa definição. Assim como na definição G-1, os pontos de interesse são os nós. A grande diferença são os critérios de desempenho.

Elmaliach, Agmon e Kaminka (2007) definem três métricas para avaliar os desempenhos das *trajetórias de patrulha*. As métricas são baseadas nas *frequências de visitas* de cada nó (ou seja, na quantidade de visitas que cada nó recebe por unidade de tempo). Considerando todas as frequências de visitas de todos os nós, os autores definem as três seguintes métricas: a **média das frequências de visitas**, o **desvio padrão das frequências de visitas**<sup>6</sup> (para medir a regularidade entre as frequências dos nós) e a **frequência mínima de visitas** (ou seja, a frequência do nó visitado menos frequentemente). Assim, os três critérios de desempenho considerados nesta definição são a **ma-**

---

<sup>6</sup> Na verdade, o primeiro trabalho desta definição (Elmaliach et al., 2007) usa a *variância*, que é simplesmente o quadrado do *desvio padrão*, sendo, portanto, uma métrica equivalente.

**maximização da frequência média e da frequência mínima e a minimização do desvio padrão das frequências.** Dentre os trabalhos que utilizam esta definição, a maior parte usa os três critérios concomitantemente (e.g. Elmaliach, Agmon e Kaminka, 2007; Elmaliach, Shiloni e Kaminka, 2008a; Elmaliach, Shiloni e Kaminka, 2008b), porém Portugal e Rocha (2010) consideram apenas a *maximização da frequência média*, enquanto Baglietto et al. (2009) consideram apenas um critério de desempenho semelhante ao de *minimização do desvio padrão das frequências*.



**Figura 6:** Malha retangular tratada como um grafo grid (Elmaliach et al., 2007)

#### 2.4.4 Outras Definições

Tal como fizemos na subseção 2.3.4 para a MAP em áreas contínuas, apresentamos, nesta subseção, uma descrição mais sucinta de outras definições de MAP em grafos encontradas na literatura.

As próximas três definições são variantes da definição G-1. **Definição G-5:** Sempé e Drogoul (2003) acrescentaram a possibilidade de haver diferentes pesos associados aos nós do grafo, representando a *importância relativa* de cada um deles. Assim, eles propuseram a otimização de uma métrica de *ociosidade média ponderada* como critério de desempenho. Eles também permitiram que os nós tivessem durações de visitas distintas e acrescentaram a necessidade de recarga aos agentes. **Definição G-6:** Pasqualetti, Durham e Bullo (2012) também adotaram pesos nos nós, porém, eles adotam uma métrica que pode ser vista como uma *ociosidade máxima ponderada*. **Definição G-7:** Iocchi, Marchetti e Nardi (2011) adotaram um modelo mais realista de movimentação dos agentes e assumiram que o custo de atravessar uma aresta é estocástico. Como critério de desempenho, eles propõem otimizar tanto a *ociosidade média* (da G-1) como uma nova métrica de *desvio padrão das ociosidades instantâneas médias*.

**Definição G-4:** Cannata e Sgorbissa (2011) adotam os nós como pontos de interesse e um critério de desempenho *aderência das frequências de visitas dos nós a proporções pré-definidas* (que pode ser visto como uma generalização de um dos critérios da definição G-3 que requer que todos os nós tenham a mesma frequência de visitas).

**Definição G-8:** Koenig e Liu (2001) e Koenig, Szymanski e Liu (2001) propõem uma definição com *grids* com três critérios de desempenho: *minimizar custo da cobertura* (para o qual foram propostas duas métricas), *uniformizar as frequências de visitas* (com duas métricas<sup>7</sup>) e *uniformidade dos tempos entre visitas* (com uma única métrica).

## 2.4.5 Sumário – Patrulha em Grafos

Para facilitar a comparação entre as definições desta seção, apresentamos um sumário delas na Tabela 2, a seguir.

**Tabela 2: Definições da Patrulha em Grafos**

	Ambiente	Pontos de Interesse	Critérios de Desempenho
<i>Definição G-1</i>	grafo	nós	otimização da ociosidade máxima e da ociosidade média
<i>Definição G-2</i>	grafo	arestas	minimização do blanket time
<i>Definição G-3</i>	grafo	nós	otimização da frequência média, da frequência máxima e do desvio padrão das frequências
<i>Definição G-4</i>	grafo	nós, com pesos distintos	aderência das frequências a proporções pré-definidas
<i>Definição G-5</i>	grafo	nós, com pesos e tempos de visita distintos	otimizar ociosidade média ponderada
<i>Definição G-6</i>	grafo	nós, com pesos distintos	otimizar ociosidade máxima ponderada
<i>Definição G-7</i>	grafo, com arestas com pesos probabilísticos	nós	otimizar a ociosidade média e o desvio padrão das ociosidades instantâneas médias
<i>Definição G-8</i>	grafo grid	nós	otimizar custo da cobertura e uniformizar as frequências de visitas e os tempos entre visitas

<sup>7</sup> Essas métricas têm propósito similar ao *desvio padrão das frequências* da definição G-3, mas têm formulações distintas dela.

## 2.5 Patrulha com Adversário

Nesta seção, tratamos de definições da MAP que se distinguem das anteriores pelo fato de haver algum agente adversário. Um nome, em inglês, usado na literatura que é bastante apropriado para as definições desta seção é *Adversarial Patrolling* (Agmon, Kaminka e Kraus, 2011).

Podemos relacionar as definições desta seção com o problema *Cops and Robber* (Berarducci e Intrigila, 1993) e suas variantes<sup>8</sup> (Alspach, 2004). O problema *Cops and Robber* original é um jogo de dois jogadores, que acontece em um grafo. Um dos jogadores move, em um mesmo turno, um conjunto de agentes *policiais*, enquanto o outro jogador move apenas um agente *ladrão*. Os policiais perseguem o ladrão pelo grafo e o jogo acaba quando algum policial é posicionado no mesmo nó que o ladrão, em um mesmo turno. A diferença essencial entre o *Cops and Robber* e as definições de MAP desta seção é que o time de agentes patrulhadores visa *prevenir* ou *detectar* uma ação do adversário e não *perseguir-lo* pelo ambiente. Com relação às meta-características dadas na seção 2.2, o adversário da MAP é um *agente perturbador de desempenho*, pois suas ações afetam o desempenho dos agentes patrulhadores.

Antes de detalharmos as definições, vamos comentar algumas características comuns à maioria delas. Em geral, assume-se que o adversário é um **invasor**, posicionado *externamente* ao ambiente ou que pode permanecer oculto no ambiente pelo tempo que desejar. Então, a qualquer momento, ele pode atacar qualquer ponto de interesse do ambiente para tentar invadi-lo. Isso poderia representar, por exemplo, um imigrante ilegal invadindo a fronteira de um país ou um ladrão tentando arrombar uma loja. A invasão, no entanto, leva um **tempo de invasão** para ser efetivada e, durante esse tempo, o invasor se torna detectável pelos agentes patrulhadores. Se a invasão for concluída, há um efeito negativo no desempenho dos patrulhadores. Por outro lado, se os agentes detectarem a invasão ou se o adversário não tentar nenhuma uma invasão, há um efeito positivo no desempenho dos patrulhadores. Em boa parte das definições, são usados conceitos de Teoria dos Jogos na formulação do problema.

As definições da patrulha contra adversários são rotuladas com “**J-**” seguido de uma numeração seqüencial (em referência à palavra “Jogo”). Elas são apresentadas ao longo das próximas subseções.

---

<sup>8</sup> Algumas dessas variantes são chamadas de *Sweeping*, mas não têm relação com o problemas de Robótica discutido na seção 2.3.

### 2.5.1 Definição J-1

Paruchuri et al. (2007) foram pioneiros em formular um problema de patrulha usando Teoria dos Jogos<sup>9</sup>. Sobre o ambiente, os autores assumem que há um número fixo  $m$  de pontos de interesse a serem visitados e que as distâncias entre esses pontos podem variar. Além disso, todos os pontos de interesse têm um mesmo *tempo de invasão*  $d$ . Nesta formulação, há apenas um agente patrulhador.

	1	2	3
1	5,5	0,0	3,10
2	0,0	2,2	5,0

Figura 7: Recompensas em um jogo na forma normal (Paruchuri et al., 2007)

O jogo (no sentido de Teoria dos Jogos) acontece em turnos repetidos sendo que, a cada turno, o patrulhador e o adversário escolhem uma ação distinta. A ação do agente adversário é escolher uma casa e tentar invadi-la. Já as ações possíveis para o agente patrulhador são todas as possíveis rotas que passam por  $n$  pontos de interesse e que são percorridas em um tempo inferior a  $d$ . A cada turno, cada um dos dois agentes recebe uma *recompensa* individual definida previamente por meio de uma tabela como aquela da Figura 7, que corresponde a um **jogo na forma normal**, na Teoria dos Jogos. Além disso, este é um **jogo Stackelberg** ou **Leader-Follower**, pois o invasor joga *depois* do patrulhador, conhecendo a ação dele.

Na tabela da Figura 7, as linhas representam as ações de um agente e as colunas representam as ações do outro agente, enquanto a célula interna dá as recompensas dos dois. A recompensa do adversário pode refletir o valor dos bens guardados nos pontos de interesse ou o custo de ser capturado, enquanto a recompensa do patrulhador reflete a recompensa ganha por capturar o adversário ou o prejuízo por permitir uma invasão. Na verdade, Paruchuri et al. (2007) permitem que haja várias tabelas distintas para representar o invasor, sendo cada tabela associada a uma probabilidade, que pode representar quão fielmente ela modela os invasores de uma dada aplicação. Por isso, essa formulação é também um **jogo Bayesiano**. Estas tabelas, que são previamente conhecidas pelos patrulhadores, formam o *modelo de comportamento do agente perturbador*.

Na Teoria dos Jogos, é comum buscar, como soluções, o par de estratégias (para ambos os jogadores) que satisfaçam algum tipo de *equilíbrio*. O mais conhecido é o

---

<sup>9</sup> Na verdade, Paruchuri et al. (2007) apresentam um framework conceitual mais abrangente. O que descrevemos é um exemplo, dado por eles, de uso do framework para modelar uma tarefa de patrulhamento.



**um equilíbrio sequencial de Kreps e Wilson** (Kreps e Wilson, 1982), que é um equilíbrio adequado para jogos extensivos deste tipo.

### 2.5.3 Definição J-3

Agmon, Kraus e Kaminka (2008) apresentam uma definição do problema da patrulha contra invasores sem usar conceitos de Teoria dos Jogos. Outros trabalhos do mesmo grupo de pesquisa seguem esta definição (Agmon, et al., 2008; Agmon et al., 2009; Agmon, Kaminka, Kraus, 2011). O ambiente considerado é a borda (ou a fronteira) de uma região discretizada em células ou casas (*tiles*). As células, que são os pontos de interesse, se ligam sucessivamente formando um ciclo.

Agmon, Kraus e Kaminka (2008) assumem que o adversário, antes de tentar uma invasão, tem conhecimento perfeito do posicionamento dos agentes patrulhadores, a cada instante. Isso é o que os autores chamam de *modelo forte* de adversário. O critério de desempenho adotado é o de **maximizar a probabilidade de detecção mínima** (ou seja, a probabilidade de detecção da célula mais exposta), considerando todos os instantes. Em trabalhos posteriores (Agmon, et al., 2008; Agmon et al., 2009), esse critério foi novamente utilizado, porém considerando *modelos fracos* do (conhecimento do) adversário, em que este não tem conhecimento perfeito dos patrulhadores.

### 2.5.4 Outras Definições

Nesta subseção, apresentamos sucintamente outras definições de MAP com adversários encontradas na literatura.

**Definição J-4:** Também chamada de **Modelo BGA**, esta definição baseada em Teoria dos Jogos foi proposta por Amigoni, Basilico e Gatti (Amigoni, Basilico e Gatti, 2009; Basilico, Gatti e Amigoni; 2009a) e foi adotada em vários trabalhos posteriores (e.g. Amigoni, et al., 2010; Basilico, Gatti, Villa, 2010; Basilico, Gatti e Amigoni, 2009b). Os ambientes são malhas retangulares, onde ocorre um *jogo na forma extensiva* que é uma simplificação daquele da definição J-2. O critério de desempenho é atingir um *equilíbrio leader-follower*, como na definição J-1. (Os autores provam que este critério equivale ao proposto na definição J-3 para um *modelo forte* de adversário).

A seguir, descrevemos duas formulações cujos critérios de desempenho podem ser descritos como *maximizar a taxa de detecção do adversário*, assumindo um *modelo fraco* (i.e. com conhecimento imperfeito) dele. Este critério é avaliado por meio de simulações. **Definição J-5:** Nesta definição da MAP proposta por Sak, Wainer e Goldstein (2008), os ambientes são grafos arbitrários, onde os nós são os pontos de interesse. São avaliados diversos modelos de adversários invasores. **Definição J-6:** Melo, Belchi-



or e Furtado, (2005) e Reis et al. (2006) descrevem uma definição de MAP com modelos mais ricos do ambiente e do adversário, inspirada na patrulha policial. O ambiente é um mapa plano de uma cidade e os pontos de interesse são estabelecimentos que movimentam dinheiro, tais como lojas e bancos. No ambiente, assaltantes potenciais podem sair de pontos específicos (e.g. favelas). Um modelo interno parametrizável dos assaltantes determina a escolha do momento e do alvo de um assalto.

Agora, apresentamos duas definições que são extensões da J-4 (*Modelo BGA*). **Definição J-7:** Nesta definição, o intruso só pode entrar no ambiente por *pontos de acesso* específicos, tendo que percorrer um caminho no ambiente até chegar a uma célula desejada (Basilico, Gatti e Rossi, 2009c; Basilico, et al., 2009d). **Definição J-8:** Bošanský, et al. (2011) estendem a definição J-4 ao adotar grafos como modelos de ambiente e ao permitir que os pontos de interesse sejam objetos *móveis*. Esses objetos seguem rotas previamente conhecidas.

### 2.5.5 Sumário – Patrulha com Adversário

A Tabela 3 apresenta um sumário das três principais meta-características de cada uma das definições desta seção. Colocamos as informações do *agente perturbador do desempenho* (i.e. o invasor) separadamente, na Tabela 4, onde descrevemos as ações, os interesses e o conhecimento do invasor.

**Tabela 3: Definições da Patrulha com Adversário**

	<b>Ambiente</b>	<b>Pontos de Interesse</b>	<b>CrITÉrios de Desempenho</b>
<i>Definição J-1</i>	livre	conjunto finito de posições	maximização da recompensa esperada (equilíbrio leader-follower)
<i>Definição J-2</i>	livre	conjunto finito de posições	equilíbrio seqüencial de Kreps e Wilson
<i>Definição J-3</i>	borda discretizada cíclica	células da borda (nós)	maximizar a probabilidade de detecção mínima
<i>Definição J-4</i>	grid	células, com diferentes tempos de invasão	maximização da recompensa esperada (equilíbrio leader-follower)
<i>Definição J-5</i>	grafo	nós	maximizar a taxa de detecção de intrusos
<i>Definição J-6</i>	mapa plano de uma cidade	alguns prédios	maximizar a taxa de detecção de criminosos
<i>Definição J-7</i>	grid, com células especiais de acesso	células com diferentes tempos de invasão	maximização da recompensa esperada (equilíbrio leader-follower)

<i>Definição J-8</i>	grafo	objetos móveis	maximização da recompensa esperada (equilíbrio leader-follower)
----------------------	-------	----------------	---

**Tabela 4: Definições da Patrulha com Adversário – agente perturbador**

	<b>Agente Perturbador do Desempenho</b>
<i>Definição J-1</i>	Agente invasor, somente com ações de invadir. <b>Interesses:</b> Recompensas distintas para cada ponto de interesse. Pode haver <i>modelos de recompensas</i> concorrentes. <b>Conhecimento:</b> Sem conhecimento do patrulhador.
<i>Definição J-2</i>	Agente invasor, com ações de invadir e esperar. <b>Interesses:</b> Recompensas distintas para cada ponto de interesse. <b>Conhecimento:</b> Conhecimento perfeito dos patrulhadores.
<i>Definição J-3</i>	Agente invasor, com ações de invadir e esperar. <b>Interesse:</b> Mesma recompensa para todos os pontos. <b>Conhecimento:</b> Pode ser perfeito ( <i>modelo forte</i> ), parcial ou nulo ( <i>modelos fracos</i> ).
<i>Definição J-4</i>	Agente invasor, com ações de invadir e esperar. <b>Interesse:</b> Recompensas distintas para cada ponto. <b>Conhecimento:</b> Conhecimento perfeito.
<i>Definição J-5</i>	Agente invasor, com ações de invadir e esperar. <b>Interesse:</b> Mesma recompensa para todos os pontos. <b>Conhecimento:</b> Conhecimento parcial.
<i>Definição J-6</i>	Agente criminoso, com ações de roubar e esperar. <b>Interesse:</b> Recompensas distintas para cada ponto. Descritos também por parâmetros de satisfação, experiência, etc. <b>Conhecimento:</b> Conhecimento parcial.
<i>Definição J-7</i>	Agente invasor, com ações de invadir, esperar e ações de locomoção (partindo de um ponto de acesso). <b>Interesse:</b> Recompensas distintas para cada ponto. <b>Conhecimento:</b> Pode ser perfeito ou parcial.
<i>Definição J-8</i>	Agente invasor, com ações de invadir e esperar. <b>Interesse:</b> Recompensas distintas para cada ponto. <b>Conhecimento:</b> Conhecimento perfeito.

## 2.6 Patrulha para Detecção de Eventos

O conjunto de definições da MAP apresentado nesta seção é inspirado em aplicações onde eventos genéricos ocorrem nos pontos de interesse do ambiente, sendo necessária a rápida detecção deles.

Nestas definições, a natureza desses eventos é abstraída por meio de algum modelo que descreve as *recompensa* ou os *custos* resultantes da detecção de um evento. O critério de desempenho do time de patrulhadores, portanto, consiste em otimizar a soma das recompensas ou dos custos. Algumas aplicações reais que inspiraram definições com estas características incluem: o policiamento preventivo (onde os eventos são crimes), a defesa de fronteiras de um país (onde os eventos são as invasões inimigas) e a limpeza de ruas (onde os eventos são as ações de depositar lixo na rua). Em relação à

meta-definição, consideramos que a distribuição dos eventos são ações realizadas pelo próprio *ambiente*, que, assim, passa a ser visto também como um *agente perturbador do desempenho*. Isso não significa que o ambiente é necessariamente *racional*, mas sim que ele produz os eventos de forma autônoma e que isso impacta no desempenho dos patrulhadores.

As definições da MAP baseadas explicitamente no conceito de evento são apresentadas nas duas próximas subseções, sendo rotuladas com “E-” seguido de numeração sequencial.

### 2.6.1 Definição E-1

Assim como algumas definições da MAP em áreas contínuas, Ahmadi e Stone (2005; 2006) abordam uma variação do problema de *Sweeping* (ou *Coverage*) da Robótica, como as definições da seção 2.3. Porém, nesta definição, o modelo do ambiente é discreto – especificamente, uma *malha retangular* (*grids*), tendo como pontos de interesse as *células* da malha. Nessas células surgem eventos que precisam ser detectados pelos agentes o mais rapidamente possível. Os eventos, nesta definição, se dividem em diferentes *tipos*, sendo cada tipo caracterizado por um valor de *importância* (tratado como um *custo*) e uma *probabilidade* de ocorrência em cada nó.

Depois da ocorrência de um evento, ele permanece no nó indefinidamente até que algum agente o detecte. Porém, quanto maior é o tempo  $\Delta t$  até a detecção de um evento de recompensa  $R$ , maior é um *custo* do agente, dado pelo produto  $R \times \Delta t$ . Assim, a métrica do desempenho dos agentes, que chamamos de **função de custo total**, é dada meramente pela soma dos produtos acima, para cada evento detectado durante toda a execução da patrulha. O critério de desempenho a ser satisfeito é a **minimização do custo total esperado** (i.e. médio).

### 2.6.2 Definição E-2

Como uma extensão dos seus trabalhos sobre a patrulha com adversários ligados à definição J-3, Agmon (2010) descreve uma patrulha para detecção de eventos que pode ser aplicada em uma gama mais geral de aplicações, tais como: prevenção e combate a vazamentos de gás, prevenção e combate a incêndios e a própria vigilância para evitar invasões (de adversários). Como na definição J-3, Agmon modela o ambiente como uma estrutura cíclica e discretizada em células (representando as bordas de uma região, por exemplo), onde ocorrem os eventos.

As características dos eventos podem variar, dependendo de um *modelo de detecção e recompensa* do evento. Agmon descreve três diferentes modelos alternativos,

mas descreveremos apenas o mais geral. Nele, a detecção do evento  $e$  gera uma recompensa  $rwd(\Delta t_e)$ , dada em função do tempo  $\Delta t_e$  de ocorrência do evento. Assume-se que  $rwd(.)$  é uma função não-crescente, assim, quanto mais cedo o agente detectar um evento, maior é a recompensa obtida. Além disso, a detecção de um evento  $e$  é imperfeita, sendo associada a uma probabilidade de detecção  $pdt(d_e, \Delta t_e)$ , que depende não só do tempo decorrido  $\Delta t_e$  como também da distância  $d_e$  que separa o agente do evento. Assume-se que  $pdt(.,.)$  cresce com o tempo e decresce com a distância. Com base nas recompensas e probabilidades envolvidas, é possível calcular uma métrica de **utilidade (recompensa) esperada** da estratégia de patrulha. O critério de desempenho é a **maximização da utilidade esperada**.

Agmon considera que os eventos são produzidos pelo ambiente segundo um modelo que chamaremos de *modelo de geração de eventos*. A autora faz uma interessante associação desse modelo com os modelos de adversários ligados à definição J-3, mostrando que a definição E-2 a generaliza. A ideia é considerar que as invasões, da definição J-3, constituem-se nos eventos desta definição, e que o ambiente seria um tipo de ambiente-adversário.

### 2.6.3 Sumário – Patrulha para Detecção de Eventos

A Tabela 5 descreve as três meta-características obrigatórias (*ambiente, pontos de interesse e critérios de desempenho*), enquanto a Tabela 6 descreve os agentes perturbadores das definições de MAP com eventos apresentadas.

**Tabela 5: Definições da Patrulha para Detecção de Eventos**

	<b>Ambiente</b>	<b>Pontos de Interesse</b>	<b>Crítérios de desempenho</b>
<i>Definição E-1</i>	grid	células	minimização do custo total esperado
<i>Definição E-2</i>	borda discretizada	células	maximização da utilidade esperada

**Tabela 6: Definições da Patrulha para Detecção de Eventos – agente perturbador**

	<b>Agente Perturbador do Desempenho</b>
<i>Definição E-1</i>	Agente-ambiente disparador de eventos. <b>Interesses:</b> Representada por probabilidades distintas de geração de eventos em cada ponto de interesse (para cada tipo de evento). <b>Conhecimento:</b> Sem conhecimento dos patrulhadores.
<i>Definição E-2</i>	Agente-ambiente disparador de eventos. <b>Interesses e Conhecimentos:</b> Dependem do <i>modelo de geração de eventos</i> . São dois possíveis: (1) o <i>modelo forte</i> , em que o perturbador vê os patrulhadores e dispara eventos visando minimizar a sua utilidade; (1) o <i>modelo fraco</i> , em que o perturbador ignora os patrulhadores, disparando eventos uniformemente entre os pontos.

## 2.7 Patrulha como um MDP

Esta seção apresenta definições de MAP baseadas em um mesmo *framework* formal – elas são tratadas como **Problemas de Decisão de Markov** (*Markov Decision Processes* ou *MDPs*) ou como uma de suas variantes (Puterman, 2005). As definições desta seção podem ter características das definições apresentadas nas outras seções, porém nenhuma delas conta com agente perturbador.

O MDP é um *framework* matemático para modelar tomadas de decisão em situações em que a saída é, em parte, probabilística e, em parte, controlada pelo decisor. De maneira formal, um MDP padrão é uma quádrupla  $(S, A, Pr(s,a,s'), R(s,a,s'))$ , onde:

- $S$  é um conjunto de estados, onde cada estado representa individualmente toda a informação necessária para uma tomada de decisão.
- $A$  é o conjunto de ações (porém, em cada estado  $s$  pode ser que apenas um subconjunto  $A_s$  esteja disponível para o decisor).
- $Pr(s, a, s')$  é a probabilidade de atingir o estado  $s'$  a partir do estado  $s$  ao realizar a ação  $a$ .
- $R(s, a, s')$  é a recompensa imediata recebida quando ocorre a mudança do estado  $s$  para o estado  $s'$  após a realização da ação  $a$ .

A questão central em um MDP é achar uma **política**  $\pi$  que indique a ação  $\pi(s)$  a ser tomada em cada estado  $s$ , de modo a maximizar uma função cumulativa das recompensas. Essa função é tipicamente uma **soma descontada esperada das recompensas** após infinitas tomadas de decisão consecutivas. Se considerarmos que  $s_0$  é o estado inicial e que  $s_k$  representa o estado atingido na  $k$ -ésima tomada de decisão ao seguir a política  $\pi$ , então a soma descontada seria dada pela Fórmula 1 abaixo. Nela, cada recompensa recebida (a cada mudança do estado  $s_k$  para o estado  $s_{k+1}$  devido à ação  $\pi(s_k)$ ) é descontada por meio de um fator  $\gamma$ , maior que 0 e menor que 1.

$$V^\pi = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k R(s_k, \pi(s_k), s_{k+1})$$

**Fórmula 1: Soma descontada das recompensas**

Nas definições de MAP apresentadas nesta seção, os critérios de desempenho são, em geral, dados pela maximização de fórmulas baseadas na Fórmula 1. Além disso, a escolha da *trajetória de patrulha* ótima, nestas definições da MAP, está diretamente ligada à escolha da *política ótima* do MDP quanto à soma descontada adotada. As definições da patrulha baseadas em MDP encontradas na literatura são apresentadas nas próximas subseções, rotuladas com “M-” seguido de numeração sequencial.

### 2.7.1 Definição M-1

Ruan et al. (2005) apresentam uma formulação da patrulha em que os ambientes são grafos com pesos (representando as distâncias), e os pontos de interesse são os nós, onde são gerados eventos. Cada nó  $i$  do grafo tem uma importância relativa dada por  $w_i$  e uma taxa de incidência de eventos  $\lambda_i$ , dada em eventos por unidade de tempo. Assim, o número de eventos  $N_i(t)$  ocorridos no nó  $i$  durante um período  $t$  de tempo é uma variável aleatória com valor médio  $\lambda_i \times t$ . A seguir, descrevemos como os autores modelam formalmente a patrulha de um *único* agente como uma MDP:

- Cada **estado**  $s$  é um par  $(i, \mathbf{o})$ , onde o valor  $i$  é o nó onde o agente está e  $\mathbf{o}$  é um vetor com as ociosidades instantâneas de todos os nós, sendo  $o_j$  a ociosidade de um nó  $j$  qualquer.
- Cada **ação**  $a$  é um par  $(i, i')$ , onde  $i$  é o nó do estado atual do agente e  $i'$  é algum nó vizinho de  $i$  no grafo. A realização de cada ação  $a$  leva um tempo  $t(a)$ , relacionado ao peso da aresta.
- Nesta formulação, as ações, aparentemente, são determinísticas. Assim, cada **probabilidade**  $Pr(s, a, s')$  é 1 (para ações de movimentação entre nós vizinhos) ou 0 (nos outros casos).
- A **recompensa** é dada pela fórmula  $R(s, a, s') = w_{i'} \times N_{i'}(o_{i'} + t(a))$ , onde:
  - $w_{i'}$  é a importância do nó  $i'$ , onde o agente chegará no estado  $s'$
  - $o_{i'} + t(a)$  é o tempo desde a última visita em  $i'$ , dado pela soma da ociosidade de  $i'$  (ainda no estado  $s$ ) com o tempo para realizar a ação.

Devido aos tempos distintos para cada ação, existe uma contagem contínua de tempo que é paralela à contagem das tomadas de decisão. A função de recompensa usada nesta definição, que chamamos de **função de recompensa descontada RMYPP** (as iniciais dos autores), é dada a função da Fórmula 2, considerando o instante de tempo contínuo em que ocorre a  $k$ -ésima tomada de decisão como  $t_k$ . Assim, o critério de de-

sempenho desta definição é a **maximização do valor esperado da função de recompensa descontada RMYPP**.

$$\sum_{k=0}^{\infty} e^{-\beta \cdot t_{k+1}} R(s_k, \pi(s_k), s_{k+1})$$

**Fórmula 2: Função de recompensa descontada RMYPP**

### 2.7.2 Definição M-2

Marier, Besse e Chaib-draa (2010) definem a patrulha com uma variante do MDP chamada de *Processo de Decisão Semi-Markoviano Generalizado* (*Generalized Semi-Markov Decision Process* ou *GSMDP*). A definição de MAP criada por eles generaliza vários aspectos da definição M-1. Em especial, ele permite múltiplos agentes.

Como na definição M-1, o ambiente é um grafo e os nós possuem importâncias distintas. Essas importâncias são representadas conjuntamente como um vetor  $\mathbf{w}$ . Porém, nesta definição, a travessia de uma aresta pode levar um tempo estocástico. A visita de um agente a um nó também é um processo estocástico, com uma probabilidade  $p$  de não ser eficaz. A realização (ou não) de uma visita impacta no *frescor* de um nó, que é um conceito análogo ao de ociosidade, porém, *decrece* durante o período em que o nó não é eficazmente visitado. Os autores afirmam que o frescor pode modelar a uma quantidade de informação que está decaindo no nó ou a uma probabilidade de um agente conseguir ler corretamente uma informação deixada ali. O vetor dos frescores de todos os nós em um instante do tempo contínuo  $t$  é representado como  $\mathbf{k}_t$ .

O critério de desempenho desta definição é baseado na **função de recompensa descontada MBC** (as iniciais dos autores), que é uma soma infinitesimal descontada do produto escalar  $\mathbf{w} \cdot \mathbf{k}_t$  (*pesos  $\times$  frescores*) ao longo do tempo contínuo  $t$ , como mostra o lado esquerdo da Fórmula 3. O lado direito é calculado com base na definição de  $\mathbf{k}_t$  (omitida aqui) e considerando  $t_k$  como o instante da  $k$ -ésima tomada de decisão. Assim, o critério de desempenho desta definição é a **maximização do valor esperado da função de recompensa descontada MBC**.

$$\int_0^{\infty} \gamma^t (\bar{\mathbf{w}} \cdot \bar{\mathbf{k}}_t) dt = \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \gamma^{t_k} \times (\bar{\mathbf{w}} \cdot \bar{\mathbf{k}}_{t_k}) \times \frac{b\gamma^{(t_{k+1}-t_k)} - 1}{\ln(b\gamma)} \right]$$

**Fórmula 3: Função de recompensa descontada MBC**

### 2.7.3 Outras Definições

Segue uma apresentação sucinta das outras definições de MAP baseadas em MDP encontradas na literatura.

**Definição M-3:** Paruchuri et al. (2006) propõem que seja usada uma política estocástica, para evitar que um inimigo aprenda a política. Eles propõem uma medida de **entropia da política**  $\pi$ , como uma medida do “nível de imprevisibilidade” dela. Eles também propõem uma **medida de recompensa PTOK** (com as iniciais dos autores), de propósito similar ao das funções utilizadas nas definições M-1 e M-2. Uma dificuldade é que a maximização de uma das duas medidas implica na redução da outra. Assim, eles propõem um critério de desempenho conjunto que é a **maximização da entropia mantendo uma recompensa mínima esperada  $E_{min}$** .

Outra definição de MAP como um MDP foi proposta por Santana et al. (2004; 2005). Seu critério de desempenho é equivalente à otimização da *ociosidade média* da definição G-1. Na verdade, ela foi proposta apenas como um passo intermediário para aplicar *aprendizagem por reforço* na solução da definição G-1. Por isso, não a incluímos na tabela final.

### 2.7.4 Sumário – Patrulha como um MDP

Apresentamos um sumário das definições de MAP baseadas em MDP na Tabela 7. Resaltamos que, nas formulações com MDP, não existe um agente perturbador.

**Tabela 7: Definições da Patrulha como um MDP**

	<b>Ambiente</b>	<b>Pontos de Interesse</b>	<b>Critérios de desempenho</b>
<i>Definição M-1</i>	grafo	nós, com pesos distintos	otimização do valor esperado da função de recompensa descontada RMYPP
<i>Definição M-2</i>	grafo com arestas com pesos probabilísticos	nós, com pesos distintos	otimização do valor esperado da função de recompensa descontada MBC
<i>Definição M-3</i>	indefinido	conjunto finito de posições	maximização da entropia, mantendo a recompensa PTOK acima de um dado valor mínimo



## 2.8 Importância da Patrulha Multiagente

Nesta seção, argumentamos sobre a *importância* do estudo de problemas de MAP, com base na revisão apresentada ao longo deste capítulo. Um indicativo de tal relevância é o interesse crescente sobre este problema. Sobre isso, Agmon, Urieli e Stone (2011) afirmam “*the problem of multiagent patrol has become a canonical problem in multiagent (and specifically multi-robot) systems in the past several years*”. Porém, apresentamos, a seguir, razões mais profundas para justificar o estudo da MAP.

A primeira razão, de ordem mais prática, é a **grande quantidade de aplicações reais** que podem ser modeladas como um problema de MAP. Os trabalhos analisados neste capítulo descrevem ou sugerem vários exemplos de aplicações, seja na criação de robôs ou agentes de software, ou ainda no controle de agentes humanos para:

1. Detecção de intrusos ou de materiais perigosos ou para resgatar pessoas em uma área insegura militarmente (como sugerido em trabalhos das definições A-1 e G-1).
2. Patrulhar fronteiras de países ou muros de uma área civil (como sugerido em trabalhos da definição A-4).
3. Aplicações em jogos eletrônicos (*games*) de estratégia (como sugerido em trabalhos da definição G-1).
4. Vigiar, internamente, os corredores de um prédio (como sugerido em trabalhos da definição G-3).
5. Proteger pontos de uma região ou suas fronteiras contra invasões, onde são conhecidas certas informações sobre os potenciais invasores, tais como: os valores que eles esperam obter e o tempo que levam para invadir (como sugerido nas definições J-1 a J-8).
6. Limpeza da área interna de um prédio ou das ruas de uma cidade (como sugerido nos trabalhos da definição E-1).
7. Prevenção e combate a vazamentos de gás, incêndios, etc. (como sugerido na definição E-2).
8. Aplicações de armazenamento e recuperação de informações em pontos espalhados por um ambiente (como sugerido na definição M-2).
9. Monitoramento, a partir do espaço aéreo (possivelmente usando UAVs), das bordas de uma região com vazamento de óleo, nuvens contaminadas, incêndios florestais ou outros eventos cuja extensão no espaço varia dinamicamente (como sugerido na definição A-6).

10. Monitoramento ou proteção, a partir do espaço aéreo (possivelmente usando *UAVs*), de frotas marítimas ou de outros objetos livremente espalhados numa região (como sugerido nas definições A-5 e A-7).
11. Patrulha policial em cidades, onde se conhece os locais de onde os criminosos partem e também se conhece um detalhado modelo de quando eles decidem agir e de como selecionam seus alvos (como sugerido na definição J-6).

Além disso, há aplicações que, apesar de não serem citadas na literatura, são análogas e podem ser estudadas na MAP. Por exemplo, no controle de agentes (softwares, robôs ou humanos) para:

12. Realizar manutenção contínua de equipamentos, tais como os fornos de uma fábrica (para evitar superaquecimento), os caixas eletrônicos de uma rede bancária ou as linhas de transmissão de uma rede elétrica.
13. Fiscalizar o trânsito, para multar infratores (e.g. carros estacionados em locais proibidos).
14. Acompanhar o andamento de uma obra, para verificar se todas as frentes de trabalho estão caminhando no ritmo adequado ou se elas estão paradas por falta de algum material.
15. Realizar visitas rotineiras às casas, em uma comunidade, para monitoramento de parâmetros de saúde da família e para o controle de pestes (e.g. dengue).

A lista acima ilustra bem o potencial de aplicação da MAP. Agora, apresentamos duas outras razões, de ordem mais científica, para se estudar MAP. Uma é que **as soluções ótimas são complexas** para várias formulações da MAP, pois há formulações que são, comprovadamente, no mínimo, NP-Completo (e.g. definição G-1). Isso abre espaço para criação de técnicas de solução mais robustas, que podem ter aplicação em outros problemas de similar complexidade. Mais uma razão é que as formulações da MAP **permitem que soluções sejam buscadas usando diversas técnicas da Computação e, em especial, da Inteligência Artificial**. Para ilustrar, citamos algumas das técnicas que foram usadas para solucionar apenas as instâncias da definição G-1: aprendizagem por reforço, negociação multiagente, algoritmos da Teoria dos Grafos, heurísticas baseadas em *pathfinding* e abordagem *swarm* diversas.

A união das três características citadas – relevância prática, complexidade de resolução e a possibilidade de aplicar diversas técnicas – dá à MAP um grande **potencial de ser utilizada como *benchmark* da Inteligência Artificial** (ou de Sistemas Multiagentes, mais especificamente). Esta é uma possibilidade estudada de forma preliminar por Moreira et al. (2007), que focou apenas na definição G-1 da patrulha, sem nenhuma reflexão sobre as outras formulações.

## 2.9 Comentários Finais

Apresentamos, neste capítulo, as diversas formulações de MAP como *modelos* formais de tarefas de patrulhamento (e.g. policiamento) ou tarefas análogas (e.g. limpeza contínua). Propomos um meta-modelo, chamado de *Meta-definição da MAP*, que generaliza todas as formulações apresentadas em termos de quatro elementos, que listamos abaixo junto com a descrição das variações encontradas em cada um:

- **Ambiente:** Nas definições de MAP, varia entre uma região contínua, uma malha retangular (*grids*), uma borda discretizada ou um grafo.
- **Pontos de interesse:** Podem ser *alguns* ou *todos* os pontos (geométricos) da região; as células da malha; os nós ou as arestas do grafo. Em alguns casos, podem ter importâncias distintas.
- **CrITÉRIOS de desempenho:** A grande maioria dos critérios consiste na *otimização de uma ou mais métricas* formais de desempenho (e.g. “ociosidade máxima”, “frequência média”, “recompensa esperada”, “blanket time”). Cada formulação costuma ter métricas particulares, o que faz com que haja mais de *vinte* métricas, entre as definições.
- **Agente perturbador de desempenho:** Pode não existir, pode ser um agente invasor ou um ambiente-adversário disparador de eventos. Cada formulação adota um modelo distinto deste agente.

Com isso, este capítulo atingiu seu objetivo principal de mostrar a grande **falta de consenso sobre a formulação padrão do Problema da Patrulha Multiagente**. Porém, a perspectiva da MAP como modelos de tarefas reais de patrulhamento nos permite apontar quatro possíveis razões para essa variedade de definições. A primeira é que muitas delas modelam tarefas de patrulhamento diferentes, com *requisitos da aplicação* diferentes. Outra razão é a subjetividade inerente ao processo – pesquisadores podem ter incorporado uma mesma característica de formas distintas no modelo. Uma

terceira razão provável é que algumas definições estão em níveis de abstração distintos, sendo algumas mais realistas e outras, menos realistas. A quarta e última razão é que as definições foram propostas por pesquisadores de áreas diferentes, visando a aplicação de diferentes técnicas – há grupos de pesquisa de *Robótica*, *Inteligência Artificial*, *Ciência da Computação Teórica* e *Aeronáutica* trabalhando com MAP.

Esta falta de consenso, certamente, é um grande empecilho para o avanço das pesquisas sobre MAP, pois a adoção de formulações distintas faz com que seja difícil ou, mesmo, impossível comparar os resultados das pesquisas. Essa é uma questão especialmente crítica se considerarmos o grande potencial de aplicação da MAP em problemas reais e também seu potencial de se tornar um *benchmark* de IA, como também discutimos neste capítulo. Para alcançar tudo isso – avanço nas pesquisas, aplicação em problemas reais e, ainda, a criação de um *benchmark* – acreditamos que é necessária a escolha de uma definição de ampla aceitação e de amplo potencial de aplicação nas tarefas de patrulhamento. Ou seja, é necessário propor definições de MAP que sejam mais gerais, unificando uma parcela significativa das formulações existentes.

No próximo capítulo, discutimos propostas de unificação e propomos um *framework* conceitual para unificar as formulações de MAP que incorporam um conhecimento mais restrito da tarefa real.

## CAPÍTULO 3

# Patrulha Temporal Multiagente

Este capítulo tem, em primeiro lugar, o objetivo de **discutir ideias para a unificação das definições de Patrulha Multiagente (MAP)**. Essa discussão se desenvolve partindo da premissa de que as diversas formulações da MAP são modelos que incorporam variados graus de conhecimento do mundo (nas tarefas reais de patrulhamento). Uma parte central da discussão é identificar quais características do mundo que são mais relevantes de serem modeladas e estudadas computacionalmente dentro desta área de pesquisa. As formulações de MAP podem ser unificadas por um modelo suficientemente genérico desse conhecimento.

Porém, justificamos que há a necessidade, pelo menos neste momento, de unificar separadamente as formulações da MAP que incorporam *mais* conhecimento do mundo daquelas que incorporam *menos* conhecimento do mundo. Diante, disso, o segundo objetivo deste capítulo é **apresentar uma proposta concreta de unificação das formulações com menos conhecimento do mundo**. Essa proposta se constitui no *framework conceitual* que chamamos de **Patrulha Temporal Multiagente**.

Segue a organização do capítulo. Na seção 3.1, discutimos como o nível de conhecimento do mundo impacta no estudo de problemas na Computação. Então, na seção 3.2, discutimos os possíveis conhecimentos que podem ser incorporados em formulações da MAP e identificamos o eixo de conhecimento mais relevante para esta classe de problemas. Em seguida, na seção 3.3 apresentamos os detalhes do novo *framework* conceitual proposto. A seção 3.4 traz comentários finais do capítulo.

### 3.1 Importância do Conhecimento do Mundo

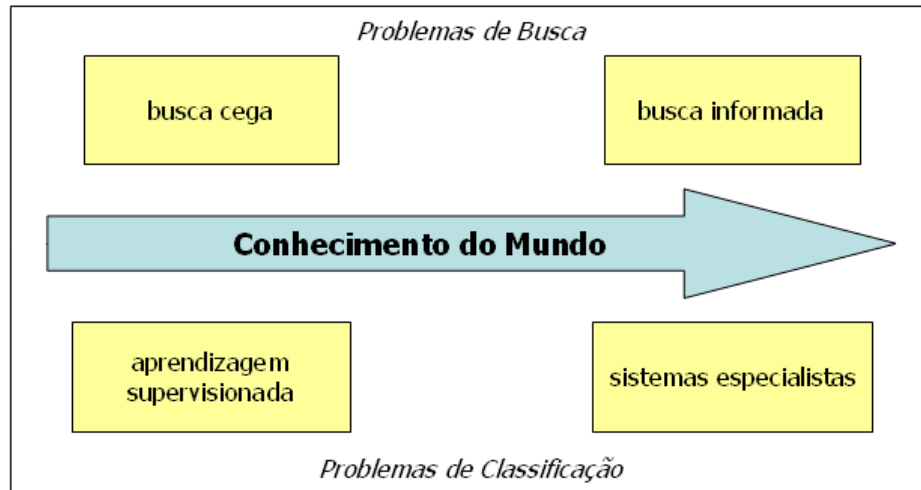
Nesta seção, vamos fazer uma reflexão sobre como o nível de *conhecimento do mundo* assumido na formulação do problema impacta no seu estudo computacional. Em especial, estamos considerando problemas computacionais que são *modelos* matemáticos de alguma tarefa do mundo real (i.e. esta discussão não se aplica a *toy problems*).

Primeiramente, relembramos que, por serem modelos, eles refletem um conhecimento apenas *parcial* do mundo (ver seção 2.1). Assim, o conhecimento incorporado ao modelo pode afetar a *qualidade* (eficácia) da solução final, depois de adaptada para tarefa original. Em geral, quanto mais informações relevantes para a tarefa forem incorporadas ao modelo, melhor pode ser a qualidade (ou a eficácia), em relação à tarefa real, da solução que pode ser obtida. Com menos informações, aumenta-se a distância entre o modelo e a tarefa e, assim, uma solução obtida tende a ser sub-ótima para a tarefa real. Em segundo lugar, entendemos que a quantidade de informação pode afetar no processo de *projeto* (*design*) da solução. Em um caso extremo, incorporar muitas informações do problema real tende a deixar o modelo mais *complexo* de ser tratado computacionalmente. No outro extremo, com poucas informações, a solução pode ser obtida de forma eficiente, mas ela pode ser irrelevante. Em suma, queremos destacar que a quantidade de conhecimento do mundo incorporado no modelo impacta significativamente no seu estudo na Computação.

Vamos ilustrar este ponto, discutindo o impacto do nível de conhecimento do mundo em duas classes de problemas estudadas na Inteligência Artificial. Reconhecemos que este “nível de conhecimento de mundo” pode ser difícil de dimensionar. Por isso, vamos nos ater a duas classes de problemas cuja estrutura claramente diferencia a incorporação de mais ou menos conhecimento do mundo. As classes de problemas que vamos discutir são: os **problemas de busca** e os **problemas de classificação**. Vamos falar de como o conhecimento impacta na escolha das técnicas de IA adequadas para obter uma solução eficaz em cada uma dessas classes.

Primeiramente, vamos falar dos **problemas de busca**, que são modelos de tarefas reais em que, em linhas gerais, é necessário realizar uma sequência de tarefas para atingir algum *estado objetivo* minimizando uma dada *função de custo* (Russel e Norvig, 2004, pp. 63-64). O conhecimento mínimo para resolver problemas desse tipo é o das ações possíveis, com seus efeitos e seus custos. Neste caso, o problema costuma ser chamado de um **problema de busca cega** ou **não-informada** e os algoritmos para resolver tais problemas precisam fazer uma pesquisa sistemática no espaço de estados até chegar ao estado-objetivo. Algoritmos desse tipo incluem: *busca em largura*, *busca em profundidade* e *busca com aprofundamento iterativo* (Russel e Norvig, 2004, cap. 3). Por outro lado, outros problemas de busca podem incorporar informações do mundo que ajudem a guiar na escolha das ações, visando chegar ao objetivo mais facilmente. Problemas de busca que incluem tal informação na forma de uma *função heurística* são chamados de **busca informada**. Apesar de as técnicas anteriores serem aplicáveis, técnicas especializadas são mais eficientes, neste caso, tais como: *busca gulosa*, *busca A\**

e as variantes desta (Russel e Norvig, 2004, cap. 4). A Figura 9 mostra essas duas subclasses dos problemas de busca posicionadas adequadamente no eixo “conhecimento do mundo”.



**Figura 9:** Conhecimento do mundo em problemas de busca e classificação da IA

Agora vamos falar dos **problemas de classificação**, que podem ser associados a tarefas do mundo real que envolvam a atribuição de categorias simbólicas a objetos de um certo universo. Tais objetos, também chamados de *instâncias*, são, tipicamente, modelados como um vetor das características. O conhecimento mínimo consiste justamente na seleção das características que são, de fato, relevantes para a classificação. As técnicas adequadas a esse caso são as de **aprendizagem (indutiva) supervisionada**, em que uma solução (um classificador) é *treinado* automaticamente a partir de um conjunto de instâncias classificadas obtidas de observações do mundo real. Exemplos dessas técnicas são: *redes perceptron*, *árvores de decisão* e *kNN* (Mitchel, 1997). Por outro lado, se houver um amplo conhecimento dos critérios para classificar qualquer instância a partir de suas características, então, basta formalizar esse conhecimento explicitamente e usá-lo junto com um motor de inferência, que é o que constitui um **sistema especialista** (Coppin, 2010, cap. 9) ou “sistema baseado em conhecimento” (Russel e Norvig, 2004, pag. 352). (Porém, a atividade de *obtenção* deste conhecimento do mundo pode ser demasiadamente complexa). Por outro lado, para níveis intermediários de conhecimento do mundo, a literatura propõe técnicas híbridas (Russel e Norvig, 2004, cap. 19).

Nosso objetivo não é fazer uma revisão geral dos problemas e técnicas da IA, mas, com os exemplos apresentados, queremos ilustrar como: (1) tarefas similares podem ser modeladas assumindo diferentes níveis de conhecimento; e (2) o nível de conhecimento assumido impacta significativamente na maneira de abordar o problema. A

relevância desta reflexão para este trabalho é que pretendemos interpretar as diferentes formulações da MAP como modelos com diferentes níveis de conhecimento do mundo. Para isso, precisamos caracterizar adequadamente qual a principal dimensão do “conhecimento do mundo” nos problemas de patrulha.

### 3.2 Conhecimento do Mundo na MAP

Analisando mais a fundo as aplicações reais (descritas na seção 2.8) que servem de inspiração para as várias formulações da Patrulha Multiagente, identificamos várias dimensões do conhecimento do mundo que são relevantes, em algum nível, para o estudo de uma tarefa real de patrulhamento e que, assim, podem ser incorporados em modelos da MAP<sup>10</sup>. Essas dimensões são:

- **Conhecimento sobre ambiente**, que pode ser descrito por uma infinidade de parâmetros, especialmente se o ambiente for um terreno qualquer. Neste caso, poderíamos considerar incorporar ao modelo informações tais como: obstáculos, elevações, o material que o compõe (e.g. se é arenoso, de barro, de pedra ou cimento) e propriedades desse material (e.g. cor, resistência).
- **Conhecimento sobre patrulhador**, que pode ter diferentes formas, alturas e pesos; pode necessitar ou não recarregar, comer ou dormir; pode ter diferentes velocidades, acelerações, etc.
- **Conhecimento sobre as entidades dependentes de aplicação que precisam ser monitoradas**, que chamaremos de **alvos da patrulha**. Essas são entidades sobre as quais precisam ser tomadas ações por parte dos patrulhadores e que, portanto, motivam o patrulhamento. Os alvos podem ser ladrões ou invasores (cuja ação criminosa deve ser inibida ou detectada), sujeira (que precisa ser limpa), equipamentos (que precisam receber manutenção preventiva ou corretiva), construções (que precisam ser fiscalizadas), entre outros.
- **Conhecimento sobre o requisito da aplicação**, que se refere às expectativas das pessoas (ou organização) interessadas na realização do patrulhamento.

---

<sup>10</sup> Estamos discutindo o conhecimento representado no modelo de problema como um todo. Não confundir com o conhecimento detido por algum agente em uma instância particular deste modelo, que é apenas um subconjunto do conhecimento que estamos considerando.



- **Outros conhecimentos**, tais como: a física do mundo (gravidade, etc.), o clima, outros agentes presentes no ambiente (e.g. pessoas que passam na rua), etc.

Na subseção 3.2.1, analisamos como esses conhecimentos são modelados em um modelo de MAP e, com base nisso, apresentamos um argumento de qual o conhecimento mais relevante. Na subseção 3.2.2, apresentamos ideias para representar esse conhecimento de forma mais genérica em novos modelos de MAP.

### 3.2.1 Principal Dimensão do Conhecimento

Um indicativo da importância de uma dimensão do conhecimento nas tarefas de patrulhamento é o nível de atenção que ela recebe nas formulações da MAP – o quanto dessa dimensão é expresso nas quatro meta-características e o quanto ele tem sido variado nas formulações de MAP encontradas na literatura e apresentadas no Capítulo 2. Com base nesse critério, analisamos, a seguir, cada uma das dimensões.

Primeiramente, a dimensão do *conhecimento sobre o ambiente* é o que mais facilmente é mapeado em uma meta-característica, a saber, o (*modelo do*) *ambiente*. Em todas as formulações de MAP encontradas, os modelos de ambiente não incorporam conhecimento muito profundo dos ambientes reais. Os modelos de ambientes mais ricos são os que visam aplicações de Robótica, que são modelos contínuos. Porém, eles são planos e sem irregularidades, o que é distante da maioria dos ambientes físicos reais. Outros modelos são discretos e abstraem certas características do terreno, tais como distância ou dificuldade de locomoção, na forma de pesos.

O *conhecimento sobre os patrulhadores* é incorporado obrigatoriamente nas definições de MAP, mas a grande maioria das formulações da MAP não explorou modelagens de níveis mais realistas deste conhecimento. Em quase todas as definições, as propriedades físicas dos agentes são desprezadas, eles se locomovem em velocidade uniforme e não precisam parar para recarregar ou fazer manutenção.

Até aqui, temos as dimensões de conhecimento sobre *ambiente* e sobre *agentes* incorporadas nos modelos de forma econômica, o que indica que elas não são o foco das pesquisas de MAP. Destacamos, ainda, que dimensão referente a *outros conhecimentos* está praticamente ausente das formulações, o que indica que ela é ainda menos relevante. Para contrastar, em algumas pesquisas da área de Robótica (e.g. para criar um robô para explorar Marte) alternativas de modelagem dessas três dimensões precisariam ser exploradas mais a fundo, visando a criação de robôs que funcionem bem em diferentes terrenos, possivelmente variando suas velocidades e trajetórias considerando cálculos

físicos diversos. Porém, a MAP, em essência, visa modelar e estudar outros conhecimentos.

Um conhecimento que é mais característico da patrulha é o *conhecimento sobre alvos do patrulhamento*. Ele se reflete (é modelado) em, pelo menos, duas meta-características das definições de MAP: (1) nos *pontos de interesse*, que, no fundo, representam os pontos onde os alvos estão situados (e.g. se forem máquinas) ou podem atuar (e.g. se forem invasores); e (2) no *agente perturbador*, que, quando está presente, constitui-se em um modelo explícito das ações, interesses e conhecimentos *dos alvos*. Uma evidência da importância dessa dimensão de *conhecimento sobre os alvos*, é que há grande variação nas duas meta-características citadas – há pontos de interesse com ou sem pesos e há mais de uma dezena de modelos de agentes perturbadores.

Quanto à dimensão de *conhecimento do requisito da aplicação*, ela, naturalmente, é modelada na meta-característica *critério de desempenho*. Conforme apresentamos no Capítulo 2, essa é a meta-característica que mais varia entre as definições de MAP, o que indica a importância do conhecimento do requisito da aplicação. Porém, no mundo real, o requisito sempre depende do alvo do patrulhamento. Citamos alguns exemplos de possíveis requisitos para mostrar esta relação: “acabar com os roubos”, “impedir (ou minimizar) quebras de máquinas”, “impedir acúmulo (acima de certo nível) de sujeira”, etc. Para expressar de forma genérica, podemos dizer que, no fundo, os requisitos da aplicação expressam qual o nível de “controle” que se espera obter sobre alvo por meio das ações dos patrulhadores.

Assim, concluímos que o **conhecimento central da MAP é o conhecimento sobre os alvos**: como se comportam e como controlá-los. Então, para propor definições de MAP que tenham maior potencial de aplicação e maior generalidade em relação as definições anteriores, é necessário discutir uma modelagem do alvo suficientemente genérica. Discutimos isso na próxima subseção.

### 3.2.2 Modelando os Alvos do Patrulhamento

Aprofundando a discussão anterior, vamos argumentar que nem todo o conhecimento sobre o alvo (no mundo) é relevante para a MAP (modelo). As características físicas dos alvos, por exemplo, são ignoradas em todas as definições de MAP encontradas. Nem mesmo a mera movimentação dos alvos (quando estes se movem), é parte explícita das definições, com exceção de duas (a J-7 e a J-8).

Na verdade, o que torna um elemento do mundo um alvo de um patrulhamento (por parte dos patrulhadores) é o fato de ele poder disparar certos **eventos** (acontecimentos) relevantes, tais como: uma tentativa de invasão (quando o alvo é um ladrão),

uma quebra (quando o alvo é um equipamento) ou um incêndio (quando o alvo são construções). Enfim, toda aplicação da MAP visa *detectar* eventos ocorridos ou *evitar* a ocorrência de novos eventos. Por isso, podemos dizer que, em essência, **patrulhar é o problema mover agentes para detectarem ou evitarem a ocorrência de eventos**. Para reforçar essa visão, descrevemos os eventos que compõem as aplicações citadas na seção 2.8:

- **Invasões de fronteiras de um país ou de uma propriedade particular**, que são eventos a serem preferencialmente *evitados*, mas que também podem ser *detectados*.
- **Vítimas (mortais ou não) de uma região de conflito**, que precisam ser *detectadas* (para serem resgatadas).
- **Depósitos/acumulações de sujeira (poeira ou lixo)**, que precisa ser *detectados*.
- **Vazamentos de gás, óleo ou outro material**, que são eventos que precisam ser *detectados*, mas que os patrulhadores também podem trabalhar para *evitar*.
- **Incêndios**, que precisam ser *detectados*.
- **Crimes**, que precisam ser *evitados* e *detectados*.
- **Quebras de equipamentos**, que precisam ser *evitadas* e *detectadas*.
- **Infrações de trânsito**, que precisam ser *evitadas* e *detectadas*.
- **Necessidades em uma obra** (e.g. falta de material de construção), que são eventos a serem *evitados* e *detectados*.
- **Ocorrências de doenças**, que precisam ser *evitados* e *detectados*.

Portanto, nas pesquisas o subconjunto mais relevante do mundo relacionado ao alvo é o *conhecimento sobre os eventos* (que o alvo pode disparar). Por exemplo, importa menos saber se o evento foi gerado por um equipamento ou uma pessoa, do que saber seu custo, tempo de início, duração e consequências do evento em si. Assim, vamos rever a afirmação da subseção anterior, deixando-a mais específica: **a principal dimensão do conhecimento do mundo para a MAP é o conhecimento sobre os eventos**. Esse entendimento ajuda a organizar conceitualmente as definições da MAP de duas formas, discutidas a seguir.

Primeiramente, ele é útil para separar as formulações da MAP com mais informações do mundo daquelas formulações com menos informações. É possível interpretar a meta-característica *agente perturbador de desempenho* como um mero modelo dos

*eventos* que podem ser produzidos pelo alvo. Na ausência desse elemento, as informações sobre o alvo ficam mais restritas (e.g. sabe-se pouco mais além dos pontos onde eles ocorrem). Logo, dos grupos de formulações da MAP apresentados, os mais informados são aquelas com agentes perturbadores: as formulações com adversários (seção 2.5) e as que foram explicitamente propostas para detecção de eventos (seção 2.6). Elas seriam, para a MAP, análogas da *busca informada* para os problemas de busca. Já as formulações apresentadas nas seções 2.3, 2.4 e 2.7), por não assumirem um conhecimento explícito dos eventos na forma de um agente perturbador, seriam análogas à *busca cega*.

Em segundo lugar, o entendimento do *conhecimento sobre os eventos* como a principal dimensão do conhecimento do mundo é o ponto de partida para uma unificação da MAP. Acreditamos que o próximo passo rumo à unificação seria a criação ***framework conceitual***, situado em um nível intermediário de abstração entre as formulações e as aplicações. Por um lado, ele forneceria um “terreno comum” formal sobre o qual as formulações de MAP atuais pudessem ser formalmente definidas ou reinterpretadas, tornando possível converter e comparar os seus resultados. Por outro lado, ele facilitaria a associação entre uma aplicação real e uma formulação de MAP que modele essa aplicação de forma adequada. Contudo, acreditamos que, em um primeiro momento, seria mais adequado pensar em *frameworks* separados para cada extremo do eixo de conhecimento dos eventos.

Um *framework* para o lado mais informado deveria descrever de maneira bastante geral os eventos reais por meio de um *modelo de eventos* geral, composto de diversos atributos genéricos, de modo que possa generalizar todo conhecimento sobre eventos modelados no *agente perturbador* das formulações mais informadas<sup>11</sup>. Exemplos de atributos possíveis seriam: distribuição de ocorrência (no tempo e nos lugares), custos (e como eles evoluem no tempo), tempo mínimo e máximo para detecção, etc. Uma investigação sobre a criação de um *framework* assim está sendo realizada por Marcelo Siqueira em sua pesquisa de doutorado com Geber Ramalho e Patrícia Tedesco.

Nesta pesquisa, estamos propondo um *framework* para o extremo menos informado da MAP, visando unificar as formulações que *não* adotam um modelo dos eventos. Assim, este *framework* seria como um tipo de “patrulha cega”, análoga à busca cega. Acreditamos que é metodologicamente justificável começar unificando as formulações mais simples, pois isso fornece experiência para a criação de *frameworks* mais ge-

---

<sup>11</sup> Um exemplo limitado de generalização é a definição E-2, que adota um modelo de eventos capaz de generalizar definição J-3. Porém, estamos propondo a criação de algo ainda mais geral.

rais (de fato, houve uma interação proveitosa com Marcelo). Também acreditamos que a MAP sem modelo de eventos é útil para modelar aplicações em que é difícil obter conhecimento detalhado sobre os eventos, que são relativamente comuns. Por exemplo: em aplicações de segurança, é muito difícil ter, de antemão, conhecimento de onde os ladrões têm mais interesse em atuar (contrariamente ao que assumem as formulações de patrulha com adversários da seção 2.5). Na próxima seção, descrevemos o *framework* conceitual que desenvolvemos.

### 3.3 Patrulha Temporal Multiagente

Nesta seção, descrevemos a **Patrulha Temporal Multiagente** ou **MultiAgent Timed Patrolling**, (MATP), que é um *framework* conceitual para problemas de MAP criado com o objetivo de **unificar as formulações que não incorporam nenhum conhecimento explícito sobre os eventos**, ou seja, as formulações que:

- não têm um agente perturbador de desempenho
- e cujos pontos de interesse são tidos como igualmente importantes (i.e. não há pesos associados a eles).

Por “*framework* conceitual para problemas de MAP”, queremos dizer que a MATP não se constitui em um problema formal específico, mas fornece conceitos comuns sobre os quais problemas de MAP podem ser formalmente definidos. Um problema definido sobre a MATP será chamado de **problema de MATP**. A *Meta-Definição da MAP* dada na seção 2.2 pode ser vista como um *framework* conceitual, porém ela é *informal* e, assim, não permite inter-relacionar formalmente as definições e seus resultados – ela foi criada apenas para destacar os elementos estruturais de uma definição de MAP. A Patrulha Temporal Multiagente (MATP), por outro lado, visa permitir esse interrelacionamento formal.

Nas primeiras três subseções a seguir, descrevemos como a MATP permite modelar, respectivamente, as características dos agentes (subseção 3.3.1), os critérios de desempenho (3.3.2) e os ambientes com seus pontos de interesse (3.3.3), em uma definição de patrulha. Na subseção 3.3.4, damos uma definição formal completa da MATP, cujo uso é exemplificado na subseção 3.3.5. Na subseção 3.3.6, discutimos quais definições de MAP da literatura são generalizadas pela MATP. Encerramos a apresentação da MATP com uma discussão na subseção 3.3.7

### 3.3.1 Agentes

Conforme exposto acima, os *problemas de MATP* (i.e. modelos de patrulha criados sobre a MATP) não têm um modelo de *agentes perturbadores*, tais como invasores, assaltantes ou ambientes disparadores de eventos. Em todo problema da MATP há **apenas agentes patrulhadores, operando de forma cooperativa**.

Os agentes patrulhadores devem ter a possibilidade de realizar, em qualquer problema de MATP, pelo menos dois tipos de ações obrigatórias, que consideramos como ações características das tarefas de patrulhamento. Assim definimos **as ações obrigatórias** da MATP:

- **Ações de movimentação**, para deslocamento entre os pontos de interesse. Pode ser apenas uma ação de atravessar uma aresta (se o ambiente for um grafo), ou pode ser um conjunto de ações realistas de movimentação realista pelo ambiente, tais como: rotacionar, acelerar, etc.
- **Ações de visita** a um ponto de interesse, que podem ser realizadas implicitamente no mero “passar sobre” o ponto de interesse, ou podem ser ações mais elaboradas.

Deixamos aberta a possibilidade de alguns detalhes dessas ações variar entre diferentes *problemas de MATP*, para dar maior generalidade. Para ilustrar, vamos falar das ações de movimentação. A maioria das definições de MAP da literatura adota agentes com um modelo de movimentação muito simples – eles se movem a uma velocidade constante e não precisam recarregar (e.g. G-1, G-2, M-1, M-2, etc.). Porém, algumas definições acrescentam detalhes de movimentação mais realistas, tais como a necessidade de recarga de energia (e.g. G-5) e a necessidade de rotacionar (e.g. G-7). Na Patrulha Temporal, pretendemos dar liberdade para criar instâncias tanto contemplando os modelos mais simples de locomoção, como os modelos mais realistas de locomoção.

Pode haver outras ações, além das obrigatórias. Porém, elas não podem ser ações competitivas contra algum outro agente, pois não há não há adversário explicitamente modelado na MATP. **Ações não obrigatórias** podem ser acrescentadas a algum problema da MATP apenas para deixá-lo mais realista e mais próximo de alguma aplicação. Algumas possíveis *ações não obrigatórias* seriam: ações de comunicação, ações de recarga e ações de entrada e saída no ambiente (em sociedades abertas).

Um detalhe importante a todas as ações é que elas têm um **custo de tempo**. Esse custo de tempo pode ser constante ou pode depender do agente ou do tipo de ação. O custo também pode ser nulo (por exemplo, esse é o custo das ações de *visita*, na

maioria das definições). Em todo caso, o custo de tempo faz parte das descrições das ações, na especificação de um problema da MATP. Outros custos (como o gasto de energia) também podem ser adotados em paralelo.

### 3.3.2 Critérios de Desempenho

Diante da ausência de um modelo dos eventos, é necessário que os critérios de desempenho da MATP sejam baseados, unicamente, nas *ações obrigatórias* dos próprios patrulhadores. Porém, as ações de *movimentação* não são inerentemente ligadas à patrulha e, por isso, qualquer critério baseado neste tipo de ação pode ser estudado fora da MAP. Por exemplo, um critério de desempenho como “seguir a borda”, como o da definição A-4, pode ser estudado, à parte, como um problema de *Tracking*, na Robótica. Por outro lado, a ação de *visitação* é uma abstração do ato de procurar, detectar ou prevenir eventos. Logo, elas são intrinsecamente relevantes para qualquer problema de patrulha. Por esse motivo, este tipo de ação é a base para os critérios de desempenhos da MATP. Mais especificamente, os tempos de *conclusão* destas ações serão usados.

Assim, **um critério de desempenho na MATP é a minimização de uma métrica qualquer que seja definida, fundamentalmente em função dos instantes de conclusão das visitas**. Na terminologia de Sistemas Multiagentes, esta *métrica* que estamos considerando constitui-se em uma *medida de desempenho* global dos agentes (Russell e Norvig, 2004, pág. 36). O nome “Patrulha Temporal” foi escolhido justamente porque o desempenho dos agentes é medido simplesmente a partir dos *tempos* (ou instantes de tempo) em que eles visitam os pontos de interesse, sem levar em conta outras ações dos patrulhadores, ou os pesos dos nós, ou ações de um agente perturbador, por exemplo. Além dos instantes das visitas, podem ser usadas outras informações, com um papel secundário de *normalizar* o valor da métrica, tais como: número de pontos de interesse, a quantidade de agentes ou o tempo  $T$  de duração da patrulha. Uma restrição sobre o valor da métrica é que ela deve ser *não-negativa* (i.e.  $\geq 0$ ).

Cada *problema de MATP* (i.e. instância deste *framework*) pode adotar uma métrica qualquer com as características dadas. Isso faz da métrica da MATP o principal elemento de unificação das formulações de MAP. Para exemplificar a flexibilidade da MATP, vamos explicar, em linhas gerais, como as métricas da definição G-3 podem ser redefinidas na MATP. Aquelas métricas são calculadas a partir das *frequências de visitas* de cada nó do grafo (e outros parâmetros de normalização). Porém, a frequência de visitas de cada nó consiste em contar o *número de visitas* e dividir pela duração da patrulha  $T$ . Por sua vez, o número de visitas pode ser facilmente obtido observando quantos *instantes de visitas* distintos foram registrados em cada nó. Assim, as três métricas

de frequência da definição G-3 são aplicáveis na MATP. Um mapeamento mais completo de quais métricas da literatura podem ser usadas na MATP é dado mais adiante, na subseção 3.3.6.

### 3.3.3 Ambientes e Pontos de Interesse

Quanto à definição do *modelo de ambiente*, buscamos dar à MATP a maior generalidade possível. Porém, a MATP impõe algumas restrições sobre os modelos de ambientes para garantir: (1) coerência com a maior parte da literatura; e (2) que qualquer métrica da MATP seja aplicável a ele. Qualquer modelo formal de ambiente que satisfaça as dadas restrições pode ser adotado na MATP.

As restrições sobre os modelos de ambiente da MATP são dadas abaixo:

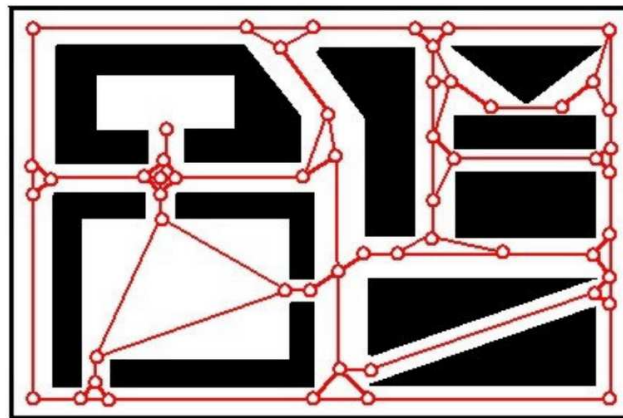
- **O conjunto de pontos de interesse deve ser finito**, como a maioria das definições da literatura (as exceções são A-1, A-4, A-6 e A-7). Isso também simplifica a definição, o cálculo e a análise das métricas. Destacamos, porém, que o restante do ambiente pode ser contínuo.
- **Os pontos de interesse devem ser fixamente posicionados no ambiente**. Essa restrição visa manter o padrão da maioria das definições da literatura (apenas na definição J-8 os pontos de interesse são móveis). Apesar dos pontos de interesse serem fixos, os acessos a eles (e.g. aresta) e seus custos podem variar dinamicamente.
- **O conjunto de pontos de interesse deve ser estático** durante a execução. Ou seja, não podem ser acrescentados ou removidos pontos de interesse, pois isso dificultaria a definição e análise das métricas.
- **Todos os pontos de interesse devem ter a mesma importância**. Se houver algum peso associado ao nó, este não pode ser usado na métrica para fazer algum cálculo ponderado. Porém, pode haver algum peso para outros propósitos (e.g. indicar o tempo de *visita* leva naquele nó).

As restrições acima tornam possível adotar diretamente todos os *modelos discretos de ambiente* encontrados na literatura (e.g. grids e grafos das definições G-1 a G-8 e J-1 a J-8, entre outras), porém desconsiderando eventuais *importâncias* nos pontos de interesse, presentes em uma minoria das definições (e.g. definição G-5). Além disso, alguns dos *modelos contínuos* de ambientes também podem ser adotados na MATP. Em especial, aqueles que apresentam um conjunto finito de pontos de interesse (e.g. definição A-3). No caso de um ambiente contínuo, é possível, até mesmo, adotar uma sub-



região não pontual do ambiente como ponto de interesse (e.g. uma região quadrada). Isso porque, mesmo que uma ação de *visita* envolva aplicar um sensor em toda a sub-região, apenas o instante de *conclusão* da visita será utilizado no cálculo da métrica. Apesar dessa flexibilidade, recomendamos a adoção, preferencialmente, de **grafos** como modelos de ambiente da MATP, pelas razões que explicamos a seguir.

A primeira razão é que, conforme argumentamos na seção 3.2, o conhecimento fundamental que precisa estar presente em um modelo de MAP não é sobre o *ambiente*, logo, é conveniente que o modelo de ambiente seja mais simples (ou mais abstrato). Assim, é possível manter o foco na tarefa mais essencial de MAP, que, no caso da MATP, consiste em *visitar os pontos de interesse de forma eficaz*.



**Figura 10:** Uso de esqueletonização para representar um ambiente contínuo como um grafo (Machado, 2002b)

Naturalmente, o ambiente não deve ser modelado de forma tão abstrata que torne impossível a adaptação para o mundo real dos resultados obtidos no modelo de MAP. Assim, a segunda razão que propomos para a recomendação de adotar *grafos* é justamente que este tipo de modelo *permite* essa adaptação, mesmo no caso em que o ambiente da tarefa é o mundo físico real. Neste caso, o ambiente real pode ser modelado por grafos em que as arestas ligam pontos de interesse que são diretamente acessíveis entre si, com a distância entre os pontos representada por um *peso* na aresta. Se não houver pontos de interesse específicos (como um terreno aberto que precisa ser vigiado), é possível aplicar técnicas de *esqueletonização* ou *grafos de visibilidade* para criar todo o grafo, incluindo os nós. A Figura 10 exemplifica uma dessas técnicas. Trabalhos recentes confirmam que é possível adaptar soluções MAP desenvolvidas em grafos para ambientes realistas contínuos (Portugal e Rocha, 2011b; Iocchi, Marchetti e Nardi, 2011). Baglietto et al. (2009) argumentam o seguinte, sobre essa transição:

*“For a real-world implementation, it is assumed that robots are equipped with proper algorithms for vertex-to-vertex navigation, as well as obstacle avoidance and localization. In particular, it is assumed that every vertex  $[s_i]$  is linked to an adjacent vertex  $s_j$  through [edge]  $a_{ij}$  whenever it is possible to reach  $s_j$  starting from  $s_i$  through a ‘simple motion’, e.g., moving on a straight line.”*

Além disso, dentro de certos limites, os grafos podem modelar alguns ambientes físicos tridimensionais, tal como um prédio de vários andares. Afinal, o que é mais relevante para a MAP é apenas a acessibilidade entre as salas e corredores. Outro argumento para a adoção de grafos na MATP é que eles podem modelar até ambientes mais abstratos diversos, tal como uma rede de computadores ou ambientes virtuais de jogos.

No caso de adoção de um grafo como ambiente, sugerimos que os pontos de interesse do grafo sejam os *nós* ou um subconjunto deles. Porém, se forem adotadas as arestas como pontos de interesse (como na definição G-2), é possível transformá-lo no grafo que propomos simplesmente calculando-se o *grafo linha* dele (ver Apêndice A). Assim, consideramos que **o modelo preferencial de ambiente na MATP são grafos com nós como pontos de interesse.**

### 3.3.4 Definição Formal Completa

Até este ponto do documento, apresentamos o *framework Patrulha Temporal Multiagente* (MATP), para definição de problemas de patrulha, apenas de maneira informal. Nesta subseção, damos uma definição *formal* completa da MATP.

Consideramos que cada instância da MATP é completamente definida por sete parâmetros (que seriam análogos a sete entradas necessárias para que um algoritmo centralizado e com conhecimento total resolvesse o problema). Assim, formalmente, **uma instância da MATP é uma 7-tupla  $(E, P, S, s_0, A, I, M)$ , onde:**

- **E** (de *environment*) é o modelo de **ambiente** adotado, que pode ser qualquer um que obedeça às restrições impostas na subseção 3.3.3.
- **P** são os **pontos de interesse** do ambiente, também aderentes à descrição dada na subseção 3.3.3.
- **S** (de *states*) é o espaço dos possíveis **estados de sociedade** de agentes. Cada estado indica, pelo menos, quantos agentes estão ativos, qual a posição atual (no ambiente *E*) desses agentes e qual o tempo decorrido des-

de o início. Pode também conter outras características individuais para cada agente, tais como: orientação, energia, etc. Também pode conter características globais da sociedade, tais como marcações deixadas no ambiente ou um *blackboard* para comunicação.

- $s_0$  é o **estado inicial da sociedade**, que é um elemento de  $S$ . No mínimo, ele descreve as localizações iniciais dos agentes e o tamanho inicial  $K$  da sociedade.
- $A$  é o **conjunto de ações** que alteram o estado da sociedade. Esse conjunto pode incluir **ações individuais** dos agentes e **ações coletivas** da sociedade. Como explicamos na subseção 3.3.1, deve haver, pelo menos, as duas ações individuais obrigatórias de *movimentação* e de *visitação* (a um ponto de  $P$ ). Exemplos de ações coletivas seriam: a ação de sair e a ação de entrar um novo agente (em sociedades abertas). Toda ação tem **pré-condições**, um **custo de tempo** da ação e **resultados**, que são alterações aplicadas no estado após a conclusão da ação.
- $I$  é o **intervalo de medição**  $[a;b]$ , durante o qual o desempenho dos agentes será computado, considerando que a execução inicia no tempo  $0$  e encerra no tempo  $b$ , se o tempo for contínuo. Se o tempo for discretizado em *ciclos* ou *turnos*, o tempo é contado de  $1$  a  $b$ .
- $M$  é a **métrica** não-negativa a ser minimizada, que deve seguir as restrições dadas, informalmente, na subseção 3.3.2. Abaixo, definimos formalmente o que é uma métrica.

Formalmente, definimos que **uma métrica  $M$  da Patrulha Temporal Multiagente** é qualquer função não-negativa  $M(E_s, T, H)$ , onde:

- $E_s$  contém as **informações estáticas do ambiente**, tais como: quantidade de pontos de interesse ou a maior distância. Elas podem ser usadas para fins de normalização do valor da métrica (e.g. para dar um desempenho médio por nó).
- $T$  é o **tempo de medição**, ou seja, o total de tempo usado para avaliar o desempenho dos agentes. Ele consiste meramente no tamanho do intervalo  $I$ , logo,  $T=b-a$ , para tempo contínuo, ou  $T=b-a+1$ , para tempo discreto.
- $H$  é o **histórico de visitação dos agentes** durante o intervalo  $I$ , que representa todas as informações de todas as visitas realizadas neste interva-

lo. Em suma,  $H$  indica: qual agente visitou qual ponto em qual instante. Esta é a principal entrada para a métrica.

A ideia é que, em uma instância da MATP, à medida que o tempo passa, devem ser aplicadas ações sucessivas, porém respeitando as pré-condições de cada ação (e.g. uma ação de movimentação de  $a$  para  $b$  requer que o agente esteja em  $a$ ). Uma solução potencial, que vamos chamar de **trajetória de patrulha**, é um conjunto de pares  $(a, t)$ , onde cada par indica uma ação  $a$  e o instante de tempo  $t$  do início de sua execução, de forma que todas as pré-condições sejam respeitadas. Porém, o desempenho da solução é dado apenas em função dos pares em que  $a$  é uma ação de visita e  $t \in I$ . A trajetória que resolve (de forma ótima) uma instância da MATP é aquela de valor mínimo na métrica, dentre todas as trajetórias possíveis naquela instância.

Para o restante da discussão, precisamos diferenciar dois níveis distintos de instâncias da MATP. Em um nível mais alto, que chamamos de **problemas de patrulha temporal** ou **problema de MATP**, a métrica  $M$  é precisamente definida, mas os parâmetros  $E$ ,  $P$ ,  $S$  e  $A$  têm apenas a sua *estrutura formal* definida. Neste nível, a solução seria um *algoritmo de patrulha* ou uma *estratégia de patrulha* (explicamos melhor a diferença no Capítulo 6). O nível mais baixo (mais concreto) é definido sobre o anterior e, por isso, será chamado de uma **configuração de um problema de MATP**. Nele, são definidos todos os *valores específicos* de todos os parâmetros de um possível *problema de MATP* (e.g. um ambiente específico, com um dado número de agentes específico, iniciando em um estado específico). Neste segundo nível, a solução é a estrutura que chamamos de *trajetória de patrulha* no parágrafo anterior. Exemplificamos os conceitos de *problema da MATP* e *configuração da MATP* na próxima subseção.

### 3.3.5 Exemplo de *Problema* e de *Configuração*

Nesta subseção explicamos, primeiramente, como a definição G-1 pode ser redefinida como um *problema de MATP* equivalente a ela. Depois, vamos apresentar uma *configuração* deste problema de MATP.

Para não alongar o discurso, vamos considerar a definição G-1 adotando apenas grafos sem pesos nas arestas e usando apenas a métrica de *ociosidade máxima*. Neste caso, o **problema de MATP equivalente à definição G-1** teria os parâmetros  $E$ ,  $P$ ,  $S$  e  $A$  (da definição formal da MATP) definidos assim:

- **E** é um grafo  $E=(P,L)$ , onde  $P$  é o conjunto de nós e  $L$  é um conjunto dos pares  $\{x,y\}$ , cada um representando uma aresta (não-direcionada e sem peso) ligando um nó  $x$  a um nó  $y$ .
- **P** é todo o conjunto de nós referido acima.
- **S** é um conjunto de  $(k+1)$ -tuplas, para o caso de haver  $k$  agentes. Cada tupla pode ser representada como  $(n_1, n_2, n_3, \dots, n_k, t)$ , onde  $t$  é tempo decorrido desde o início e cada componente  $n_i$  (com  $1 \leq i \leq k$ ) é o nó onde está posicionado o  $i$ -ésimo agente, no instante de tempo  $t$ .
- **A** é o conjunto das seguintes ações (para cada estado, cada agente e cada nó):
  - **Mover**( $S, i, n$ ), que altera o estado  $S$ , levando o  $i$ -ésimo agente a se deslocar para a posição  $n$ . A pré-condição é que  $n$  seja vizinha da posição atual do agente. O custo é uma unidade de tempo.
  - **Visitar**( $S, i, n$ ), faz o  $i$ -ésimo agente efetuar uma visita ao nó  $n$ . A pré-condição é que  $n$  seja a posição atual do agente. O custo é nulo (i.e. a visita é instantânea).
- **M**( $E, T, H$ ) é a função que calcula a *ociosidade máxima*. Isso pode ser feito analisando  $H$ , para encontrar o intervalo máximo entre visitas consecutivas a um mesmo nó. Damos a definição formal dessa métrica no Capítulo 4 (subseção 4.2.2).

Agora, explicamos, em linhas gerais, como construir uma **configuração** do problema de MATP definido acima. Para isso, é necessário dar valores específicos para o ambiente  $E$ , para o estado inicial  $s_0$  e para o intervalo  $I$ . Se quisermos, por exemplo, construir uma configuração com o grafo da Figura 10 para 3 agentes patrulharem por mil unidades de tempo, sendo avaliados na metade final desse tempo, podemos definir os três parâmetros assim:

- **E** seria o par  $(P,L)$  onde  $P=\{N_1, N_2, N_3, \dots\}$  seria um conjunto de rótulos atribuídos aos nós do grafo da Figura 10 e  $L$  seria o conjunto dos pares  $\{N_i, N_j\}$  de nós interligados.
- **s<sub>0</sub>** seria alguma quádrupla  $(N_1, N_1, N_2, 0)$ , indicando que, dos três agentes, dois começam no nó rotulado  $N_1$ , e o terceiro começa em  $N_2$ .
- **I** seria o intervalo  $[500; 1.000]$ .

O objetivo da MATP, de generalizar definições de MAP da literatura que não possuem modelo explícito dos eventos, pode ser atingido reformulando-as como *problemas* (e não *configurações*) da MATP. Nesta subseção, mostramos apenas que um caso restrito da definição G-1 é generalizado pela MATP. Na próxima subseção, apresentamos uma análise mais abrangente.

### 3.3.6 Definições da MAP Revistas

Nesta subseção, apresentamos uma revisão sucinta das definições de MAP encontradas na literatura (e apresentadas no Capítulo 2) identificando aquelas que são generalizadas pela MATP, podendo ser reformuladas como *problemas de MATP*. Para isso, fazemos uma análise mais objetiva, utilizando as restrições impostas pelo *framework* MATP, que foram apresentadas nas subseções 3.3.1 a 3.3.3, como filtros sucessivos nas definições.

Com base nas restrições sobre os *agentes* descritas na subseção 3.3.1, descartar todas as definições que contam com o *agente perturbador de desempenho* (i.e. as definições das seções 2.5 e 2.6). Todas as demais definições – apresentadas nas seções 2.3 (patrulha em áreas contínuas), 2.4 (patrulha em grafos) e 2.7 (patrulha como MDP) – satisfazem as restrições da definição da MATP. Isso inclui tanto definições com movimentação mais realista dos agentes (e.g. A-4), como definições com movimentação mais simplista (e.g. G-1). A Tabela 8 lista as definições aprovadas nas restrições da MATP analisadas até este ponto.

**Tabela 8: Definições da MAP aderentes à MATP quanto aos agentes**

<b>Patrulha em Áreas Contínuas</b>	<b>Patrulha em Grafos</b>	<b>Patrulha com Adversários</b>	<b>Patrulha com Eventos</b>	<b>Patrulha como MDP</b>
todas	todas	nenhuma	nenhuma	todas

Considerando as definições acima, apresentamos, agora, uma análise quanto à satisfação das restrições sobre os *modelos de ambientes*, descritas na subseção 3.3.3. Ignorando as restrições sobre a existência de pesos nos pontos de interesse, todos os ambientes discretos das seções 2.3 (patrulha em grafos) e da seção 2.6 (patrulha como MDP) se adequam a MATP, bem como todas as formulações da seção 2.2 (patrulha em ambientes contínuos) que adotam um conjunto finito de pontos de interesse (definições A-2, A-3, A-5 e A-7). Porém, considerando que a MATP não aceita pesos nos pontos de interesse, a MATP não permite adotar os modelos ambientes das definições A-7, G-4, G-5, G-6, M-1 e M-2. Vamos considerar que apenas um caso mais restrito destas definições é aceito na MATP, que é o caso em que todos os pontos de interesse têm pesos

iguais e unitários. A Tabela 9 lista as definições que, além de satisfazer as restrições sobre os agentes, satisfazem as restrições sobre os ambientes.

**Tabela 9: Definições da MAP aderentes à MATP quanto aos agentes e aos ambientes**

<b>Patrulha em Áreas Contínuas</b>	<b>Patrulha em Grafos</b>	<b>Patrulha como MDP</b>
A-2, A-3 e A-5; A-7 parcialmente (somente pesos unitários)	G-1, G-2, G-3, G-7 e G-8; G-4, G-5 e G-6 parcialmente (somente pesos unitários)	M-3; M-1 e M-2 parcialmente (somente pesos unitários)

Quanto aos critérios de desempenho, como apresentamos na subseção 3.3.2, a MATP aceita, em linhas gerais, apenas a *minimização* de alguma métrica que seja definida com base nos instantes de visitas. Porém, na nossa análise, também aceitamos critérios que consistem em *maximizar* uma métrica compatível com a MATP, porque é trivial transformá-lo em um critério de *minimização* (basta usar o inverso ou simétrico aditivo da métrica. Foram descartadas as métricas ligadas apenas ao modo de movimentação dos agentes, tais como: as métricas de “seguir trajetórias caóticas/imprevisíveis”, das definições A-3 e A-5; e a métrica “minimizar choques”, da definição A-5. Também descartamos o critério de desempenho da definição M-3 porque ele depende de uma “entropia” associada ao processo decisório dos agentes. Por outro lado, aceitamos medidas que não foram formalizadas precisamente, mas que, em essência, dependem apenas dos instantes de visita, tal como a “aderência das frequências de visitas dos nós a proporções pré-definidas”. A nossa justificativa para isso é que qualquer formalização dessas medidas resulta em uma métrica MATP-compatível.

**Tabela 10: Definições da MAP aderentes à MATP (em todos os critérios)**

<b>Patrulha em Áreas Contínuas</b>	<b>Patrulha em Grafos</b>	<b>Patrulha como MDP</b>
A-2 A-7 parcialmente (somente pesos unitários)	G-1, G-2, G-3, G-7, G-8 G-4, G-5 e G-6 parcialmente (somente pesos unitários) <sup>12</sup>	M-1 e M-2 parcialmente (somente pesos unitários)

Assim, chegamos à lista de todas as definições de MAP da literatura que podem ser reformuladas como *problemas da MATP*, que é dada na Tabela 10. Nos casos em

---

<sup>12</sup> Com pesos unitários, as métricas das definições G-4, G-5 e G-6 ficam idênticas ou análogas a certas métricas das definições G-3 (desvio padrão das frequências) e G-1 (ociosidades média e máxima).

que nem todas as métricas da definição original são adequadas à MATP, colocamos entre parênteses as métricas que são válidas.

### 3.3.7 Discussão sobre a MATP

A MATP está formalmente definida sobre sete componentes abstratos, que podem ser definidos com certa *flexibilidade*. Por exemplo, podem ser adotados diferentes ambientes, com ações mais realistas ou menos realistas, e diferentes métricas. Conforme apresentamos na subseção anterior, essa flexibilidade faz com que o *framework* MATP consiga atingir o objetivo principal de **generalizar (em sua maioria) as patrulhas sem nenhum modelo dos eventos**, que podem ser tratadas como *problemas de MATP*.

Além disso, como o *framework* está definido em termos formais precisos, ao tratar essas formulações como *problemas de MATP*, atingimos um objetivo mais profundo que é o de **permitir correlacionar formalmente as diferentes formulações de patrulha sem eventos**. (De certa forma, a função dos sete parâmetros da MATP é justamente mostrar os possíveis pontos de diferença, possibilitando correlacionar as definições). Em última análise, isso significa que é possível alinhar e agregar, dentro da MATP, as contribuições das diferentes pesquisas desenvolvidas com diferentes formulações de MAP sem modelos dos eventos.

## 3.4 Comentários Finais

Neste capítulo, argumentamos que a ocorrência de certos *eventos* (disparados pelos chamados *alvos* da patrulha) é o que motiva todo problema real de patrulhamento. Por isso, o conhecimento sobre os eventos é a principal dimensão de conhecimento do mundo que pode ser incorporado em formulações da MAP. Mostramos que as formulações revisadas no Capítulo 2 podem ser agrupadas em dois extremos: com e sem modelos explícitos dos eventos, que teriam como paralelos, respectivamente, os problemas de busca informada e os de busca cega. Em seguida, apresentamos o *framework Patrulha Temporal Multiagente (MATP)* para unificar as formulações de patrulha que *não* assumem conhecimento explícito dos eventos. Mostramos que, de fato, a MATP consegue generalizar muitas das formulações anteriores.

Consideramos que o componente da MATP mais importante é a *métrica*. Basicamente, as restrições impostas pela MATP visam garantir que, independente de outros parâmetros, todos os seus problemas são compatíveis quanto à *métrica*. (i.e. a métrica de um problema de MATP pode ser aplicada em qualquer outro problema da MATP). Assim, um passo central para correlacionar os resultados de pesquisas baseadas em dife-



rentes *problemas de MATP* consiste em entender melhor a correlação entre as diferentes métricas existentes. Mais do que isso, um entendimento mais profundo das métricas é essencial para fazer a ligação mais apropriada entre os *problemas de MATP* e as aplicações reais de patrulha. Devido a essa importância, dedicamos o próximo capítulo a uma análise profunda de várias métricas da MATP.

## CAPÍTULO 4

# Métricas da MATP

Este capítulo apresenta uma discussão das métricas da MATP, visando cumprir três objetivos. O primeiro objetivo é o de **revisar as métricas da literatura**, reformulando-as como métricas da MATP (i.e. que podem ser adotadas em qualquer *problema de MATP*). Outro objetivo é **apresentar novas métricas**, propostas nesta pesquisa devido a algumas deficiências encontradas nas métricas da literatura. O terceiro objetivo deste capítulo é o de **esclarecer, em termos intuitivos e práticos, os significados das métricas**. Este último objetivo é cumprido por meio de uma análise formal para associar as métricas a certos *requisitos de desempenho*, que são descrições informais e intuitivas do comportamento esperado da estratégia em uma dada aplicação.

Para simplificar, neste capítulo, tratamos o ambiente sempre como um grafo. Isso não tira a generalidade da discussão aqui apresentada, afinal toda métrica da MATP definida para grafos pode ser aplicada a qualquer outro ambiente válido na MATP (conforme discutido na subseção 3.3.3). Outro detalhe é que, neste capítulo, como parte da análise das métricas, provamos alguns teoremas e lemas que correlacionam as métricas entre si. Para economizar espaço e não desviar o foco da discussão, as demonstrações de todos esses resultados foram colocadas no Apêndice B.

Começamos este capítulo apresentando os próprios *requisitos de desempenho*, na seção 4.1. Esses requisitos serão usados para discutir os significados das métricas, que são apresentadas nas duas seções seguintes – a seção 4.2 apresenta as principais métricas da literatura, enquanto a seção 4.3 apresenta as novas métricas. A seção 4.4 apresenta novos conceitos formais que servem de “ferramentas” para a seção 4.5, onde analisamos formalmente as métricas e as associamos aos requisitos propostos. Por fim, na seção 4.6, apresentamos comentários finais sobre o capítulo.

### 4.1 Requisitos de Desempenho

Diferentes aplicações de patrulha podem requerer comportamentos diferentes por parte dos agentes patrulhadores. Por exemplo, uma aplicação pode exigir que as visitas se

distribuíam igualmente entre os nós, enquanto outra pode exigir que a quantidade de visitas seja maximizada independente dessa distribuição, por exemplo. A esse tipo de descrição informal ou semiformal do comportamento desejado da estratégia de patrulha ideal, chamamos de **requisito de desempenho**. Entendemos que cada métrica da MATP modela pelo menos um desses requisitos, sendo uma formalização dele. Assim, antes de apresentarmos as definições das métricas da MATP, apresentamos, nesta seção, os *requisitos de desempenho* mais relevantes que podem ser associados a elas.

A Tabela 11 apresenta vários requisitos de desempenho mais simples. Na coluna da esquerda, apresentamos uma descrição mínima de cada requisito, para servir de *identificador* dele no restante do texto. Já *descrição padrão*, dada na coluna da esquerda, é mais detalhada e servirá para guiar a análise das métricas no restante do capítulo. Ao longo do capítulo, vamos associar cada métrica a, pelo menos, um requisito. Ao mesmo tempo, vamos aumentar esta tabela com outras descrições alternativas, à medida que desenvolvemos a análise formal das métricas.

**Tabela 11: Requisitos de Desempenho – Diversos**

<b>Requisito</b>	<b>Descrição Padrão</b>
<i>Frequência Média (por Nó)</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• “A taxa de visitas média por nó deve ser a maior possível (ou deve ser superior a um valor <math>k</math> dado).”</li> </ul>
<i>Visitação Mínima (por Nó)</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• “A taxa de visita do nó menos visitado deve ser a maior possível (ou deve ser superior a um valor <math>k</math> dado).”</li> </ul>
<i>Tempo Máximo entre Visitas</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• “O pior tempo registrado entre visitas consecutivas a um nó deve ser o menor possível (ou deve ser inferior a um valor <math>k</math> dado), considerando todos os nós.”</li> </ul>
<i>Visitação Uniforme (entre os Nós)</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• “A visitas devem ser divididas da maneira mais uniforme possível entre os nós. (Idealmente, todos os nós devem ser visitados com a mesma taxa).”</li> </ul>
<i>Regularidade Temporal</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• “Os intervalos de tempo entre visitas consecutivas devem ser tão uniformes (iguais) quanto possível. (Idealmente, todos os intervalos devem ser iguais).”</li> </ul>

O próximo requisito é descrito em termos de uma medida dependente da aplicação que chamamos genericamente de **risco**. O risco pode representar, por exemplo, um custo que (potencialmente) pode ser causado pela demora em detectar uma ocorrência de um evento em um ponto de interesse. O risco é calculado por nó, a cada instante de tempo, por meio de uma **função de risco**. Na análise que faremos neste capítulo, vamos assumir que esta função é única para todos os nós e que ela cresce linearmente com o tempo decorrido desde a última visita ao nó. A descrição do requisito baseado no risco é

dada na Tabela 12. Naturalmente, a descrição assume que é possível modelar alguma característica dos eventos do mundo real por meio de uma *função de risco* com as características descritas. Como apresentamos no Capítulo 3, essa modelagem explícita do comportamento dos eventos ultrapassa os limites da MATP. Porém, vamos mostrar, neste capítulo, que é possível lidar com esse requisito com uma métrica “pura” da MATP, ignorando a função de risco.

**Tabela 12: Requisitos de Desempenho – Risco Linear Médio**

<b>Requisito</b>	<b>Descrição Padrão</b>
<i>Risco Linear Médio</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• “Na média temporal (a cada instante de tempo), o risco por nó deve ser o menor possível (ou deve ser inferior a um valor <math>k</math> dado)”</li> </ul>

Para ilustrar este requisito, vamos dar um exemplo de aplicação potencial. Considere que o grafo representa uma fábrica e que os nós modelam fornalhas cujas temperaturas crescem linearmente com o tempo. Com o aumento da temperatura, considere que uma *probabilidade de explosão* da fornalha também cresce linearmente com o tempo sem visita. Assuma ainda que cada fornalha precise ser regularmente visitada por agentes para realizar manutenção nela e, assim, reduzir sua temperatura ao valor mínimo de 200° C. A temperatura média desejada, vamos assumir que seja de 310° C, correspondentes a 2% de risco de explosão. Nesta situação, podemos tratar a probabilidade de explosão (ou a própria temperatura) como o *risco* do nó. Então, o comportamento desejável da estratégia de patrulha, no contexto apresentado, poderia ser o de “manter o nível médio do risco de explosão, a longo do tempo, igual ou menor que 2% (ou manter a temperatura igual ou menor que 310° C)”. Outras aplicações análogas poderiam usar o conceito de *risco* para representar a probabilidade de invasão (por um agente externo) ou o nível de sujeira no nó, entre outros.

Todos os *requisitos de desempenho* apresentados até aqui refletem algum conhecimento (ou alguma suposição) dos eventos, ainda que bastante limitado. Somente diante de conhecimentos como custo e de duração dos eventos é possível escolher seguramente se um requisito de *Risco Linear Médio* ou *Tempo Máximo entre Visitas* ou outro representa melhor a necessidade em alguma aplicação. Assim, apesar da Patrulha Temporal Multiagente (MATP) não assumir conhecimento *explícito* dos eventos, como deixamos claro na sua definição, algumas métricas da MATP são capazes de refletir esse conhecimento *implícito* (mas bastante restrito) dos eventos, que pode ser descrito por um dos *requisitos de desempenho* anteriores.

Apesar de aceitável, deter conhecimento dos eventos não é a situação padrão que inspirou a MATP. Por isso, também apresentamos, a seguir, um requisito que julgamos ser adequado para o caso em que *não há* conhecimento sobre os efeitos dos eventos. Este requisito reflete nosso entendimento de que, neste caso mais “cego” da MATP, os agentes devem maximizar a taxa de visitas por unidade de tempo (frequência), porém cuidando para que as visitas sejam bem distribuídas no tempo (i.e. que sejam igualmente espaçadas). Tal requisito é apresentado na Tabela 13. Por ser o único requisito que verdadeiramente ignora qualquer informação sobre os efeitos dos eventos, ele será tratado como o **requisito padrão** da Patrulha Temporal.

**Tabela 13: Requisitos de Desempenho – Equilíbrio Frequência-Regularidade**

<b>Requisito</b>	<b>Descrição Padrão</b>
<i>Equilíbrio Frequência-Regularidade</i> (requisito padrão)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• “Manter alta frequência de visitas e, ao mesmo tempo, manter as visitas uniformemente espaçadas no tempo (i.e. em intervalos iguais).”</li> </ul>

Os requisitos aqui apresentados são usados para guiar a reflexão sobre os *significados* das métricas, que permeia todo o restante do capítulo, mas que é aprofundada na seção 4.5. A reflexão também esclarecerá porque escolhemos esse conjunto relativamente restrito de requisitos, mesmo diante de tantas métricas, e porque omitimos alguns requisitos potenciais, tal como um *Risco Linear Máximo*.

## 4.2 Métricas da Literatura

Nesta seção, reformulamos como métricas da MATP várias das métricas encontradas na literatura. Porém, antes de apresentar as métricas, vamos dar os detalhes gerais das principais estruturas (variáveis, funções e sequências) que usamos nas definições. Como mostramos no Capítulo 3 (subseção 3.3.4), uma métrica da MATP é uma função  $\mathbf{M}(E_s, T, H_I)$  definida em termos das informações do ambiente  $E_s$  (que estamos tratando como um grafo), do tempo de medição  $T$  e do histórico de visitação (durante o intervalo de medição)  $H$ . Porém, aqui, alguns desses parâmetros foram decomposto em estruturas mais simples, que descrevemos a seguir.

Do parâmetro  $E_s$ , vamos precisar nos referir somente ao conjunto de nós do grafo (de pontos de interesse). Ele será representado com **Nodes**. A quantidade de nós será, portanto, representada como  $|Nodes|$ . Abaixo, resumimos esses componentes de  $E_s$ <sup>13</sup>:

$$\begin{aligned} Nodes &= \text{conjunto de nós (pontos de interesse) do grafo} \\ |Nodes| &= \text{quantidade de nós do grafo} \end{aligned}$$

**Fórmula 4: Algumas estruturas que compõem o parâmetro  $E_s$  (informações do grafo)**

O parâmetro  $T$  é trivial – ele indica apenas a duração do intervalo de medição  $I=[a;b]$  da definição formal da MATP. Os instantes de visitas (registrados em  $H$ ), inicialmente, seriam quaisquer valores dentro desse intervalo  $[a;b]$ . Porém, sem perda de generalidade, vamos considerar que o intervalo de medição será todo o tempo de execução da patrulha. Assim, se o tempo for contínuo, os instantes serão reais de  $0$  a  $T$ ; já se o tempo for discreto, os instantes de tempo serão inteiros de  $1$  a  $T$ . Assim, em todo caso,  $T$  também irá representar o instante de tempo final da patrulha.

Com relação ao *histórico de visitação*  $H$ , que é a principal fonte de informações para o cálculo da métrica, vamos referenciar algumas sub-estruturas que o compõem. São duas as estruturas principais:

- A função ***visits***( $x$ ), que indica a quantidade de visitas a um nó  $x$  (realizadas por qualquer dos agentes).
- A **sequência dos instantes de visitas** de cada nó  $x$ , denotada<sup>14</sup> como  $\{v^x_j\}$ . Cada termo  $v^x_j$  da sequência representa o instante de tempo da  $j$ -ésima visita efetuada com sucesso ao nó  $x$ . (Por exemplo:  $v^x_3$  representa o instante em que ocorreu a terceira visita ao nó  $x$ ). Naturalmente, cada sequência  $\{v^x_j\}$  tem  $visits(x)$  termos.

Também usamos outras estruturas derivadas das duas acima. Uma delas é a variável  $N_{visits}$ , que representa a soma dos valores de  $visits(.)$  para todos os nós. Outra estrutura auxiliar, componente de  $H$ , é a função ***freq***( $x$ ), que representa a frequência de visitas a um nó qualquer  $x$  — ela é meramente  $visits(x)$  dividida por  $T$ . Uma explicação

---

<sup>13</sup> Outras informações de  $E_s$  que não precisaremos aqui também podem ser usadas no cálculo de alguma outra métrica. Por exemplo: o conjunto de arestas ou as distâncias entre os nós.

<sup>14</sup> As chaves, neste caso, *não* representam conjuntos. Elas são usadas para diferenciar uma sequência completa (incluindo todos os seus termos) de apenas *um* de seus termos. Assim,  $\{a_i\}$  identifica toda uma sequência, mas  $a_i$  identifica apenas o  $i$ -ésimo termo da sequência.

mais intuitiva é que esta função dá a “taxa de visitas ao nó  $x$  por unidade de tempo”. Abaixo, resumimos as componentes de  $H$  definidas até aqui:

$visits(x) = \text{número de visitas a um nó } x$

$$\{v_{j}^x\} = v_{1}^x, v_{2}^x, v_{3}^x, \dots, v_{visits(x)}^x$$

$$N_{visits} = \text{número total de visitas} = \sum_{x \in Nodes} visits(x)$$

$$freq(x) = \text{frequência de visitas a um nó } x = \frac{visits(x)}{T}$$

**Fórmula 5: Estruturas que compõem o parâmetro  $H$  (histórico de visitação)**

Existem métricas que não são diretamente formuladas a partir da sequência  $\{v_{j}^x\}$ , mas sim a partir de sequências alternativas. Para mostrar que tais métricas se adequam à MATP, mostramos, adiante, como construir tais sequências alternativas a partir de  $\{v_{j}^x\}$ . Uma das sequências alternativas é **sequência dos intervalos entre visitas**, representada como  $\{i_{j}^x\}$  para cada nó  $x$  dado. Como o nome indica, ela registra o tempo decorrido entre visitas consecutivas ao nó  $x$ . Portanto, em geral, cada termo  $i_{j}^x$  é dado pela diferença entre o  $j$ -ésimo instante de visita e o  $(j-1)$ -ésimo instante de visita ao nó  $x$ , ou seja,  $i_{j}^x = v_{j}^x - v_{j-1}^x$ . Adicionalmente, são considerados como intervalos:

- o tempo decorrido até a primeira visita registrada no nó  $x$  (o que faz com que o primeiro intervalo tenha o valor  $v_{1}^x$ );
- e o tempo decorrido desde a última visita ao nó  $x$  até o instante de tempo final  $T$  (logo o último termo valerá  $T - v_{visits(x)}^x$ ).

Definida assim, a sequência  $\{i_{j}^x\}$  tem tamanho  $visits(x)+1$ . Abaixo, resumimos essa definição de  $\{i_{j}^x\}$ :

$$\begin{aligned} \{i_{j}^x\} &= i_{1}^x, i_{2}^x, i_{3}^x, \dots, i_{visits(x)+1}^x \\ &= (v_{1}^x), (v_{2}^x - v_{1}^x), (v_{3}^x - v_{2}^x), \dots, (T - v_{visits(x)}^x) \end{aligned}$$

**Fórmula 6: Sequência dos intervalos entre visitas de um nó  $x$**

Observe que a soma de todos os termos da sequência  $\{i_{j}^x\}$  dá o tempo total  $T$ , uma vez que os intervalos (em um nó) representam apenas uma subdivisão do intervalo de medição, de duração  $T$ . Outro parâmetro que usaremos é  $N_{intervals}$ , que representa a

quantidade total de intervalos, considerando todos os nós do grafo. Como cada nó tem  $visits(x)+1$  intervalos, o número total de intervalos é a soma de todos esses valores para todo nó  $x$  possível, conforme a fórmula seguinte:

$$N_{intervals} = \sum_{x \in Nodes} (visits(x) + 1)$$

**Fórmula 7: Número total de intervalos**

Já apresentamos, ao falar da definição G-1 (seção 2.3), o conceito de *ociosidade instantânea* de um nó em um turno de tempo  $t$ , que é o tempo decorrido desde a última visita ao nó. Este conceito, usado em algumas métricas, pode ser representado por uma **sequência das ociosidades instantâneas** de um nó  $x$ , cuja notação será  $\{o^x_t\}$ . Cada sequência  $\{o^x_t\}$ , para cada nó  $x$ , tem  $T$  termos, onde um termo  $o^x_t$  dá o valor da ociosidade instantânea de  $x$  imediatamente antes da conclusão das ações do turno  $t$ . Mostramos, a seguir, como esta sequência pode ser definida a partir da sequência de intervalos.

Primeiramente, observamos que uma consequência da definição de ociosidade instantânea é que, em um período sem visitas a um nó  $x$ , os valores sucessivos de  $\{o^x_t\}$  que representam aquele período formam uma progressão aritmética (PA) de razão 1 que atinge valor máximo no instante  $t$  em que acontece uma visita ao nó  $x$  (pois estamos assumindo que a ociosidade é medida imediatamente antes da visita). Então, o termo seguinte  $o^x_{t+1}$  volta para o valor 1 e, a partir dele, inicia-se uma nova PA. Um detalhe importante é que o valor máximo de cada PA é justamente a medida do intervalo entre visitas  $i^x_k$  (para algum  $k$ ) relacionado àquele período de tempo. Portanto, cada sequência  $\{o^x_t\}$  é uma concatenação de PAs cujos termos finais são os valores da sequência  $\{i^x_j\}$ , como ilustramos na Fórmula 8. Assim, mostramos que a sequência  $\{o^x_t\}$  é definida (indiretamente) a partir de  $\{v^x_j\}$  e, por isso, também pode ser usada em uma métrica da Patrulha Temporal.

$$\begin{aligned} \{o^x_t\} &= o^x_1, o^x_2, o^x_3, \dots, o^x_T \\ &= 1, 2, 3, \dots, i^x_1, 1, 2, 3, \dots, i^x_2, 1, 2, 3, \dots, i^x_3, \dots, 1, \dots, i^x_{visits(x)+1} \end{aligned}$$

**Fórmula 8: Sequência das ociosidades instantâneas de um nó  $x$**

As duas subseções seguintes apresentam as redefinições das principais métricas encontradas na literatura, usando as estruturas aqui apresentadas. Cada subseção apresenta uma *família* de métricas inter-relacionadas conceitualmente. Apesar do foco, nesta



seção, ser apenas o de apresentar as definições das métricas, fazemos também uma análise superficial dos requisitos que as métricas modelam, quando possível.

#### 4.2.1 Métricas Baseadas nas Frequências de Visitas

As métricas desta seção são todas calculadas com base na função  $freq(.)$ , ou seja, com base nas frequências de visita aos nós. Várias métricas presentes nas definições G-2, G-3, G-4 e G-8 se encaixam nesta família, porém, focamos nas três métricas da definição G-3 que é a mais utilizada na literatura. A seguir, redefinimos essas métricas usando as estruturas apresentadas e explicamos como tratar tais métricas como métricas da MATP.

Uma das métricas da definição G-3 é a **frequência mínima**, representada como  $F_{min}$  e definida na Fórmula 9. Originalmente, esta métrica foi definida, simplesmente, como a menor das frequências de visitas dentre todos os nós. É fácil perceber que a *maximização* de tal valor satisfaz o requisito de *Visitação Mínima (por Nó)*. (Nesta primeira definição, explicitamos a métrica como uma função dos parâmetros  $E_s$ ,  $T$  e  $H$ , porém nas demais métricas, esses parâmetros serão omitidos).

$$F_{min}(E_s, T, H) = \min_{x \in Nodes} (freq(x))$$

**Fórmula 9: Métrica Frequência Mínima –  $F_{min}$**

Porém, formalmente, a definição ainda não está adequada à Patrulha Temporal, pois, na MATP, as métricas devem ser *minimizadas*. Na verdade, o inverso dela, que vamos representar como  $F_{min}^{-1}$ , seria uma medida adequada à MATP e com efeito equivalente (i.e. representaria o mesmo requisito), pois sua *minimização* implica na *maximização* da métrica original  $F_{min}$ . No restante deste capítulo, com outras métricas “de maximização” como esta, vamos preferir apresentar uma definição mais próxima da original ou mais intuitiva; porém, nas análises formais que apresentamos mais adiante, a métrica irá aparecer necessariamente invertida (i.e. elevada a -1).

Outra métrica *de maximização* proposta na definição G-3 é a métrica **frequência média** de visitas, representada por  $F_{avg}$  e definida pela fórmula abaixo. Ela reflete o valor médio invertido dos valores de  $freq(.)$  de todos os nós. Com base na sua definição original, é direta a associação desta métrica ao requisito *Frequência Média (por Nó)*.

$$F_{avg} = \frac{1}{|Nodes|} \sum_{x \in Nodes} freq(x)$$

**Fórmula 10: Métrica Frequência Média –  $F_{avg}$**

A terceira métrica da definição G-3 visa medir a *variação* entre as frequências dos nós – é a métrica **desvio padrão das frequências**, representada por  $F_{stdev}$  e definida na Fórmula 11. Ela é baseada no “desvio padrão” da Estatística, que é uma medida da variação dos valores (das frequências, no caso) em relação à média. A partir de sua definição, é fácil perceber que ela modela adequadamente o requisito *Visitação Uniforme (entre os Nós)*. Também destacamos que, diferente das anteriores, esta métrica já tem definição adequada à MATP, pois, originalmente, ela é uma métrica a ser minimizada. O valor mínimo 0 dela indica a situação em que todos os nós são visitados exatamente com mesma frequência (igual à média  $F_{avg}$ ).

$$F_{stdev} = \left[ \frac{1}{|Nodes|} \sum_{x \in Nodes} (freq(x) - F_{avg})^2 \right]^{1/2}$$

**Fórmula 11: Métrica Desvio Padrão das Frequências –  $F_{stdev}$**

Uma crítica conceitual a todas as métricas de frequência é que elas não são capazes de refletir nenhuma característica da forma como as visitas se distribuem ao longo do tempo. Isso se deve ao fato da função  $freq(.)$ , que é base para estas métricas, não levar em consideração, de forma alguma, os instantes de tempo em que ocorreram as visitas. A próxima família de métricas que apresentamos leva em conta os instantes de tempo das visitas, ainda que de maneira indireta.

#### 4.2.2 Métricas Baseadas nas Ociosidades

As métricas desta família são definidas com base nas sequências das ociosidades instantâneas  $\{o^x_{ij}\}$ , para todo nó  $x$ . Esta família de métricas é utilizada na definição G-1 e nas suas variantes: as definições G-5, G-6 e G-7. Vamos focar nas duas métricas da definição mais influente que é a G-1, porém tais métricas coincidem também com as métricas das definições G-5 e G-6, no caso em que os pesos dos nós são unitários. Como a patrulha G-1 (seção 2.3) é a mais estudada dentre todas as definições de MAP, a análise delas tem especial importância, pois pode lançar um novo entendimento sobre os vários resultados anteriormente publicados.

Uma métrica que reflete a ideia de “pior caso” dentre todas as ociosidades instantâneas é a **ociosidade máxima** ou **pior ociosidade**, que representamos com  $O_{max}$ . Uma possível definição formal é dada pela fórmula abaixo, que a define como o máximo das ociosidades máximas de todos os nós ao longo de todo o tempo  $T$ . Neste caso,

não é tão imediata a associação desta métrica a um requisito e, por isso, deixamos para fazer essa associação mais adiante.

$$O_{\max} = \max_{x \in Nodes} \left( \max_{t \in \{1 \dots T\}} (o_t^x) \right)$$

**Fórmula 12: Métrica Ociosidade Máxima –  $O_{\max}$**

A outra métrica baseada em ociosidade é a **ociosidade média**  $O_{avg}$ . Ela consiste em calcular a média por nó das ociosidades a cada instante de tempo de 1 a T, e, depois, tomar a média temporal de todos esses valores.

$$O_{avg} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left( \frac{1}{|Nodes|} \sum_{x \in Nodes} o_t^x \right)$$

**Fórmula 13: Métrica Ociosidade Média –  $O_{avg}$**

Apesar das métricas desta família terem sido definidas com o propósito de refletir o *intervalo de tempo entre visitas* (*time lag between two passages*) (Machado et al., 2002), afirmamos que isso não é o que as definições dadas expressam diretamente. Depois de redefini-las na MATP, isso fica óbvio porque elas não são baseadas nos *intervalos entre visitas*, mas sim nas ociosidades instantâneas, cujos valores dependem de forma não-trivial dos valores dos intervalos. Para dar um exemplo, considere que um agente fez visitas ao nó  $x$  nos instantes de tempo 3 e 7, de um tempo total  $T=12$ . Assim, o nó  $x$  apresentará a sequência de ociosidades instantâneas mostrada na Fórmula 14. Também vamos assumir a situação (irreal) de este ser o único nó do grafo.

$$\{o_t^x\} = 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 5$$

**Fórmula 14: Exemplo das ociosidades instantâneas de um nó  $x$  em um período  $T=12$**

Como explicamos na definição da sequência das ociosidades instantâneas, os máximos locais 3, 4 e 5 representam justamente os tamanhos dos *intervalos* entre visitas e, portanto, o *intervalo médio* é 4. Porém, na sua definição, a  $O_{avg}$  considera no seu cálculo também todos os valores intermediários das ociosidades instantâneas, a cada instante (turno) de tempo. Assim, teremos  $O_{avg} = (1+2+3+1+2+3+4+1+2+3+4+5)/12 \cong 2.58$ . Isso mostra que esta métrica *não* satisfaz o propósito para o qual foi criada – há uma discrepância entre a motivação para criação das métricas e a forma como elas fo-

ram definidas. Em especial, consideramos não-trivial explicar o requisito que a métrica  $O_{avg}$  modela.

Um ponto que difere esta família de métricas de outras famílias é que ela assume tempo *discreto*, enquanto as demais famílias lidam com qualquer dos casos (contínuo ou discreto) naturalmente. Contudo, consideramos adequado aplicar métricas de ociosidade em problemas de MATP com tempo contínuo de duas formas. Uma, é criando uma discretização suficientemente fina do tempo  $T$  por meio da divisão do tempo em  $T_D$  intervalos de tamanhos iguais  $T / T_D$ . Outra é, de fato, redefinindo as métricas para tempo contínuo, usando integrais, ao invés de somatórios. Neste primeiro momento, porém, vamos lidar com a métrica em sua forma mais próxima da original e deixaremos a redefinição das métricas de ociosidade para trabalhos futuros.

### 4.2.3 Métricas de Tempo de Adaptação (Auxiliares)

Nesta seção, vamos falar sucintamente de algumas métricas da literatura que não julgamos adequadas como *métricas principais* da MATP por dois motivos: (1) porque elas não servem para representar nenhum dos requisitos de aplicação que consideramos; (2) porque elas podem ser vistas como medidas do tempo até atingir algum nível (minimamente) aceitável de desempenho em alguma *outra* medida. Consideramos que medidas assim podem ser adotadas como auxiliares para estimar o tempo que um algoritmo de patrulha leva para se *adaptar* a uma configuração da MATP e entrar em um estado estável do seu comportamento. Por isso, chamamos tais medidas de **métricas de tempo de adaptação**.

Uma das métricas encontradas com essas características é a medida de desempenho mais usada no *Problema de Cobertura* (Sweeping) da Robótica. Chamada, originalmente de **tempo de cobertura**, ela foi adotada na definição G-1 com o nome de **tempo de exploração** (Machado et al., 2002). Representada aqui como  $C$ , ela mede o tempo que os agentes levam para completarem pelo menos uma visita a cada um dos nós do grafo. Sua definição formal na MATP é dada na fórmula abaixo. A definição só se aplica se cada nó tiver recebido ao menos uma visita (ou seja, se  $visits(x) > 0$ , para todo nó  $x$ ). Caso contrário, o valor de  $C$  é infinito.

$$C = \max_{x \in Nodes} (v_1^x)$$

**Fórmula 15: Métrica auxiliar Tempo de Cobertura –  $C$**

Um problema com a métrica *tempo de cobertura* é que, em experimentos, observa-se que o valor dela é inferior ao tempo que a muitas estratégias levam para convergir,

de fato, para um estado estável. Na literatura da definição A-2, há um conjunto de métricas que generalizam  $C$  e que, portanto, podem ser mais adequadas – são as métricas de **tempo da  $n$ -ésima cobertura**, representadas aqui como  $C_n$ , para qualquer inteiro positivo  $n$ . No caso  $n=1$  (métrica  $C_1$ ) ela coincide com a métrica  $C$ . Nos demais casos ( $n>1$ ),  $C_n$  mede o tempo que os agentes levam para visitar novamente todos os pontos de interesse (pelo menos uma vez cada ponto), considerando apenas as visitas realizadas após completar a cobertura anterior (i.e. após o tempo  $C_{n-1}$ ).

Outra métrica que consideramos relevante apenas como métrica de tempo de adaptação é a **blanket time**, proposta na definição G-2. Ela mede o tempo necessário para atingir a situação em que a proporção entre a frequência máxima e a mínima dos nós é menor ou igual a dois (i.e.  $\max(freq(x)) / \min(freq(x)) \leq 2$ ). Ou seja, ela mede o momento a partir do qual todos os nós atingiram certo patamar de igualdade nas distribuição das visitas. Porém, ela não quantifica essa igualdade deste momento até o fim da patrulha, que seria algo necessário para que a métrica representasse mais fielmente o requisito *Visitação Uniforme*.

As *métricas de tempo de adaptação* têm uma relevância prática para pesquisadores que estão desenvolvendo uma solução para um problema de MATP. Elas podem servir para identificar a *flexibilidade* ou *adaptabilidade* de sua solução a novas configurações. Em termos mais formais, essas medidas também ajudam a identificar o valor do intervalo de medição  $I$  (da definição formal da MATP) no qual a sua solução consegue melhor desempenho. No entanto, no restante deste documento, focamos nossa análise nas demais métricas, visando associá-las aos *requisitos de desempenho* da seção 4.1.

## 4.3 Novas Métricas

Nesta seção apresentamos três novas famílias de métricas da MATP, propostas nesta pesquisa. Elas são definidas com as mesmas estruturas auxiliares que foram apresentadas no início da seção anterior. Cada uma delas é apresentada em uma subseção própria que explica a motivação geral daquela família, as definições formais de suas métricas e alguns resultados formais simples envolvendo-as.

### 4.3.1 Métricas Baseadas nos Intervalos Entre Visitas

As métricas desta subseção foram propostas para corrigir o desvio conceitual das métricas de ociosidade, que não medem exatamente o que se propunham a medir, como explicamos na subseção 4.2.2. As métricas desta nova família são baseadas nos *intervalos entre visitas* aos nós, dados pelas sequências  $\{t_j^x\}$ , definidas para cada nó  $x$ . Todas as

métricas desta família, definidas na forma mais intuitiva, são métricas a serem minimizadas, como requer a MATP.

A primeira métrica que apresentamos é o **intervalo máximo**, representada por  $I_{max}$ . Como expressa a fórmula abaixo,  $I_{max}$  é calculado como o maior intervalo dentre todos os intervalos máximos de cada nó. Assim, como consequência de sua definição, ela naturalmente modela o requisito de *Tempo Máximo entre Visitas*.

$$I_{max} = \max_{x \in Nodes} \left( \max_{j \in \{1 \dots visits(x)+1\}} (i_j^x) \right)$$

**Fórmula 16: Métrica Intervalo Máximo –  $I_{max}$**

Um resultado simples envolvendo  $I_{max}$  e  $O_{max}$  é apresentada no Lema 1 abaixo. Ela mostra que, se o tempo for discreto, as duas métricas citadas dão valores *idênticos* (apesar de suas definições serem distintas). Portanto, concluímos que a métrica  $O_{max}$  também modela adequadamente o requisito de *Tempo Máximo entre Visitas*.

**Lema 1** (envolvendo  $O_{max}$  e  $I_{max}$ )

*Se o tempo for discreto, então  $O_{max} = I_{max}$ .*

Outra métrica desta família é representada por  $I_{avg}$  e chamada de **intervalo médio**. Ela é definida formalmente na Fórmula 17. Na definição, o duplo somatório é necessário para que seja feita a soma, para cada nó, dos intervalos entre as visitas àquele nó. Porém, em princípio, a ideia dela é simplesmente de somar todos os intervalos e dividir pelo total de intervalos ( $N_{intervals}$ ), o que faz dela uma simples média aritmética dos intervalos. A associação desta métrica com um dos requisitos da seção 4.1 não é tão direta e, por isso, deixamos para discutir essa questão na seção 4.5.

$$I_{avg} = \frac{1}{N_{intervals}} \sum_{x \in Nodes} \left( \sum_{j=1}^{visits(x)+1} i_j^x \right)$$

**Fórmula 17: Métrica Intervalo Médio –  $I_{avg}$**

A terceira e última métrica desta família reflete o nível de variação nos intervalos em geral, considerando todos os nós. Ela é chamada de **desvio padrão dos intervalos** e é representada simbolicamente por  $I_{stdev}$ . Esta definição é facilmente associada à descrição do requisito de *Regularidade Temporal*, que requer que os intervalos tenham

máxima regularidade. O caso de satisfação perfeita ao requisito, quando todos os intervalos são iguais, é representado pelo valor mínimo  $I_{stdev}=0$ .

$$I_{stdev} = \left[ \frac{1}{N_{intervals}} \sum_{x \in Nodes} \left( \sum_{j=1}^{visits(x)+1} (i_j^x - I_{avg})^2 \right) \right]^{1/2}$$

**Fórmula 18: Métrica Desvio Padrão dos Intervalos –  $I_{stdev}$**

Antes de apresentar outra métrica, vamos explicar como cada uma das métricas apresentadas até aqui, nesta família, tem um valor fortemente independente dos valores das demais métricas da família. Uma média aritmética ( $I_{avg}$ ) não diz nada sobre o valor máximo ( $I_{max}$ ) nem sobre o nível de variação entre os valores ( $I_{stdev}$ ), ou seja, o máximo e a medida de variação podem ser tão altos quanto se deseja para uma mesma média. Em certo sentido, o máximo limita a variação, mas não é uma boa medida dela. Por sua vez, o nível variação sozinho também não diz nada sobre a média nem sobre o máximo.

Porém, acreditamos que uma boa métrica para o *requisito padrão* da MATP (i.e. *Equilíbrio Frequência-Regularidade*) teria que refletir um equilíbrio entre os valores das três métricas acima. Com esse objetivo, propomos a métrica de **média quadrática dos intervalos** ou *intervalo quadrático médio*, representada<sup>15</sup> como  $I_{qmean}$ . Ela é dada pela raiz quadrada da média dos quadrados dos intervalos.

$$I_{qmean} = \left[ \frac{1}{N_{intervals}} \sum_{x \in Nodes} \left( \sum_{j=1}^{visits(x)+1} (i_j^x)^2 \right) \right]^{1/2}$$

**Fórmula 19: Métrica Média Quadrática dos Intervalos –  $I_{qmean}$**

No estudo das médias, a média aritmética e a média quadrática são casos especiais da *média potência* ou *média generalizada* (Bullen, 2003). Por isso, propomos, com o mesmo objetivo da  $I_{qmean}$ , novas métricas chamadas de **médias potência-p dos intervalos**<sup>16</sup>, representada por  $PMI_p$ . Para calcular o seu valor, primeiro é calculada a média das potências  $p$  de todos os intervalos e, depois, é calculada a raiz  $p$  desse resultado. A fórmula geral da  $PMI_p$  é dada abaixo.

<sup>15</sup> O subscrito “qmean” é uma abreviatura para o termo *quadratic mean* do inglês.

<sup>16</sup> PMI é abreviatura adotada para expressar o termo inglês “*power mean of the intervals*”.

$$PMI_p = \left[ \frac{1}{N_{\text{intervals}}} \sum_{x \in \text{Nodes}} \left( \sum_{j=1}^{\text{visits}(x)+1} (i_j^x)^p \right) \right]^{1/p}$$

**Fórmula 20: Métrica Média Potência- $p$  dos Intervalos –  $PMI_p$**

Na verdade, a  $PMI_p$  representa infinitas métricas, sendo uma para cada valor de  $p$ . Note que, como consequência direta da definição, as métricas  $I_{avg}$  e  $I_{qmean}$  são os casos  $p=1$  e  $p=2$  da  $PMI_p$ . Esse resultado é apresentado no Lema 2 abaixo. Outros valores de  $p$  também podem ser adotados, porém, vamos restringir nossa análise a valores inteiros e positivos de  $p$ , por simplicidade. Com base em resultados que apresentamos mais adiante, na subseção 4.5.6, também recomendamos adotar valores pequenos para  $p$ .

**Lema 2** (envolvendo  $PMI_1$ ,  $PMI_2$ ,  $I_{avg}$  e  $I_{qmean}$ )

- (a)  $PMI_1 = I_{avg}$
- (b)  $PMI_2 = I_{qmean}$ .

Deixamos para seção 4.5 a confirmação de que a  $I_{qmean}$  e as métricas  $PMI_p$  são métricas adequadas para modelar o requisito *Equilíbrio Frequência-Regularidade*.

### 4.3.2 Métricas Baseadas no Risco Linear

Até aqui, analisando apenas as definições das métricas, já apontamos métricas que claramente (ou aparentemente) modelam quase todos os requisitos propostos. O único requisito que ainda não foi associado a nenhuma métrica foi o requisito de *Risco Linear Médio*. Nesta seção, apresentamos uma métrica criada diretamente a partir da descrição deste requisito, bem como outra métrica baseada em risco.

Na definição do requisito, falamos que o *risco de um nó* é dado por alguma função de risco que cresce linearmente com o tempo sem visita. Vamos chamar a função de risco de  $f$ . Ela vai ser aplicada nos termos da sequência de ociosidades instantâneas do nó, pois eles representam o “tempo sem visita” do nó para cada instante. Assim, o que o requisito *Risco Linear Médio* descreve como “risco por nó” em um dado instante  $t$  seria a média, por nó, dos valores de  $f$ , que pode ser representada assim:

$$\frac{1}{|\text{Nodes}|} \sum_{x \in \text{Nodes}} f(o_t^x)$$

**Fórmula 21: Risco por nó**



Porém, o requisito se refere à “média temporal” desses valores como sendo a medida a ser otimizada. Essa média temporal, no caso de tempo discreto, pode ser representada pela soma dos valores de *risco por nó* a cada instante dividido pelo tempo total de execução  $T$ . Portanto, para lidar com o requisito de *Risco Linear Médio*, definimos a métrica de **risco linear médio** (representada como  $R_{f,avg}$ ), para uma dada função de risco  $f$ , com a Fórmula 22.

$$R_{f,avg} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left( \frac{1}{|Nodes|} \sum_{x \in Nodes} f(o_t^x) \right)$$

**Fórmula 22: Métrica Risco Linear Médio –  $R_{f,avg}$**

Apesar de não haver um requisito *Risco Linear Máximo*, também definimos uma métrica decrescente chamada de **risco linear máximo** e representada por  $R_{f,max}$ . Ela dá o maior valor do risco atingido, considerando todos os nós em todos os instantes de tempo. Mostramos, na análise da seção 4.5, que esta métrica modela, simplesmente, um dos requisitos dados na seção 4.1 e, que, por isso, ela também pode ser substituída por uma métrica “pura” da MATP (i.e. sem conhecimento da função de risco).

$$R_{f,max} = \max_{x \in Nodes} \left( \max_{t \in \{1 \dots T\}} f(o_t^x) \right)$$

**Fórmula 23: Métrica Risco Linear Máximo –  $R_{f,max}$**

### 4.3.3 Métricas Baseadas nas Quantidades de Visitas

As métricas desta família foram propostas como uma simplificação das métricas de frequência, visando deixá-las mais intuitivas. A ideia é de simplesmente trocar a frequência de visitas  $freq(.)$  pela quantidade de visitas  $visits(.)$ . Assim, para cada métrica de frequência apresentada na subseção 4.2.1, definimos uma análoga nesta família.

Analogamente a  $F_{min}$ , definimos a métrica  $V_{min}$ , que chamamos de **(número) mínimo de visitas**. Esta métrica é definida pela Fórmula 24. Como a métrica  $F_{min}$ , ela é uma métrica de maximização e, por isso, nas análises formais será elevada a -1.

$$V_{min} = \min_{x \in Nodes} (visits(x))$$

**Fórmula 24: Métrica Mínimo de Visitas –  $V_{min}$**

Já a métrica **média de visitas** aos nós, que representamos como  $V_{avg}$ , é análoga à métrica  $F_{avg}$ . Ela também é uma métrica de maximização. Sua definição segue:

$$V_{avg} = \frac{1}{|Nodes|} \sum_{x \in Nodes} visits(x)$$

**Fórmula 25: Métrica Média de Visitas –  $V_{avg}$**

A terceira métrica desta família é análoga à  $F_{stdev}$ . Ela é chamada de **desvio padrão das (quantidades de) visitas** aos nós e representada como  $V_{stdev}$ . Intuitivamente, ela mede quão desiguais são os valores de  $visits(x)$  ao considerarmos todos os nós  $x$ , analogamente ao que mede  $F_{stdev}$  relativamente aos valores de  $freq(x)$ .

$$V_{stdev} = \left[ \frac{1}{|Nodes|} \sum_{x \in Nodes} (visits(x) - V_{avg})^2 \right]^{1/2}$$

**Fórmula 26: Métrica Desvio Padrão das Visitas –  $V_{stdev}$**

A nossa intuição, ao propor esta família de métricas, era a de que elas seriam, em algum sentido, “equivalentes” às métricas de frequência. Naturalmente, como o Lema 3 mostra,<sup>17</sup> o valor de cada métrica desta família não é exatamente *igual* ao de sua análoga baseada em frequências (diferente do que aconteceu com  $I_{max}$  e  $O_{max}$ ). Porém, o que supúnhamos não era uma igualdade nos valores, mas sim uma equivalência para fins de determinação da estratégia ótima.

**Lema 3** (envolvendo  $F_{min}$ ,  $F_{avg}$ ,  $F_{stdev}$ ,  $V_{min}$ ,  $V_{avg}$  e  $V_{stdev}$ )

- (a)  $F_{min}^{-1} = T \cdot V_{min}^{-1}$
- (b)  $F_{avg}^{-1} = T \cdot V_{avg}^{-1}$
- (c)  $F_{stdev} = (1/T) \cdot V_{stdev}$

Naturalmente, a literatura da Patrulha Multiagente (em geral) se omite a respeito de comparações entre métricas (e.g. quanto à equivalência entre elas). Em grande parte, isso se deve à impossibilidade de comparação que havia entre as definições de MAP.

---

<sup>17</sup> Lembrando que, em resultados formais, toda métrica *de maximização* aparece elevada a -1, para torná-la uma métrica *de minimização*. No Lema 3, só  $F_{stdev}$  e  $V_{stdev}$  são, naturalmente, métricas de minimização.

Porém, com a MATP, criamos um mesmo terreno conceitual para a definição de métricas de patrulha, o que torna possível correlacionar de forma mais profunda as métricas definidas sobre este terreno. Na próxima seção, vamos propor uma forma de fazer isso, definindo o conceito de *equivalência* entre métricas da MATP, com o qual poderemos verificar (entre outras) a correspondência entre as *métricas de frequência* e as *métricas de quantidades de visitas*.

## 4.4 Ferramentas Formais

Nesta seção, apresentamos alguns conceitos formais que servirão de ferramentas para análises posteriores sobre as métricas da MATP. Primeiro, apresentamos um conceito de *equivalência* entre métricas, depois apresentamos um tipo mais restrito de dependência entre as métricas.

Antes de caracterizar de maneira formal a noção de equivalência entre as métricas, vamos rever alguns conceitos auxiliares. Na subseção 3.3.4, definimos que um **problema de MATP** é dado pela *estrutura* formal  $d$  os componentes da MATP, enquanto uma **configuração (de um problema) da MATP** é uma instância concreta do problema, com valores específicos para todos os sete componentes da MATP (em especial para o ambiente  $E$ , o estado inicial  $s_0$  e o intervalo de medição  $I$ ). Aqui, vamos relaxar o conceito de *configuração*, considerando apenas que ela não inclui a métrica (mas inclui todo o restante). Isso será necessário para considerarmos a possibilidade de avaliar estratégias em uma mesma configuração com diferentes métricas.

Note que é necessário fixar a *configuração* e a *métrica* para comparar de forma justa o desempenho de duas (ou mais) estratégias distintas. Se fixarmos apenas a configuração, cada métrica que adotarmos avaliará as estratégias diferentemente (inclusive determinando diferentemente qual a estratégia ótima). Podemos dizer que cada métrica induz a criação de um *ranking* distinto entre as estratégias consideradas. Matematicamente, isto pode ser visto como uma *relação de ordem total* sobre as estratégias, induzida pela métrica e pela configuração. Nomeamos essa relação sobre o conjunto de todas as estratégias possíveis de **Relação de Ordem de Desempenho (segundo a métrica  $M$  na configuração  $\Phi$ )** e a representamos por  $\leq_{M,\Phi}$ . A seguir, definimos formalmente a relação (para  $M$  e  $\Phi$  dados).

**Definição da “Relação de Ordem de Desempenho”:**

*Sejam duas trajetórias de patrulha  $X$  e  $Y$  da configuração  $\Phi$ , avaliadas pela métrica  $M$  com os valores  $M_X$  e  $M_Y$ , respectivamente.*

Usamos a notação  $X \angle_{M,\Phi} Y$  (lida como “ $X$  tem desempenho melhor do que  $Y$  na configuração  $\Phi$  segundo a métrica  $M$ ”) sse  $M_X \leq M_Y$ .

O que percebemos ao analisar as métricas com mais profundidade foi que alguns pares de métricas *distintas* determinam exatamente a *mesma* ordem de desempenho, para qualquer configuração escolhida. Em outras palavras, elas induzem sempre o mesmo *ranking* das estratégias, para qualquer configuração fixa. Nestes casos, o efeito prático de usar uma métrica ou outra é o mesmo, pois a estratégia de desempenho ótimo em uma métrica será também ótima quanto à outra métrica. Isso caracteriza uma *relação de equivalência* entre as métricas, baseada não no valor que cada métrica retorna, mas no *ranking* que ela produz. Chamamos essa relação, definida sobre o conjunto de todas as possíveis *métricas*, de **Relação de Equivalência Comparativa**. Esta relação, representada simplesmente por  $\equiv$ , é definida formalmente abaixo:

**Definição da “Relação de Equivalência Comparativa”:**

Duas métricas  $M$  e  $N$  obedecem à relação  $M \equiv N$  (lida como  **$M$  é comparativamente equivalente a  $N$** ) se e somente se:

para toda configuração  $\Phi$  e para todas trajetórias de patrulha  $X$  e  $Y$ , é verdade  $X \angle_{M,\Phi} Y$  se e somente se  $X \angle_{N,\Phi} Y$  (em outras palavras, as relações  $\angle_{M,\Phi}$  e  $\angle_{N,\Phi}$  são idênticas).

Apresentamos, a seguir, o Corolário 4, que é uma consequência simples da definição anterior e que facilita o trabalho de identificar e provar casos de *equivalência comparativa* entre métricas da MATP.

**Corolário 4** (envolvendo a relação  $\equiv$ ):

Sejam duas métricas da MATP  $M$  e  $N$  quaisquer. Uma condição suficiente para  $M \equiv N$  é que, para toda configuração  $\Phi$ , exista uma função  $f$  tal que:

$M_X = f(N_X)$ , para toda trajetória de patrulha  $X$   
(onde  $M_X$  e  $N_X$  são os desempenhos da trajetória  $X$  medidos, respectivamente, pelas métricas  $M$  e  $N$ )

e

$f$  seja estritamente crescente na imagem de  $N$ .

Um detalhe sobre a função  $f$  referida no teorema é que ela pode depender da configuração. Por exemplo, ela pode envolver  $|Nodes|$  ou  $T$ . Vamos ilustrar provando as equivalências conjecturadas anteriormente entre as métricas de frequências e as de quantidades de visitas. Para isso, precisamos considerar apenas as funções  $g(x)=T.x$  e  $h(x)=(1/T).x$ , que são funções estritamente crescentes no intervalo  $[0, \infty)$  e que dependem de  $T$ , que é parte da configuração da MATP. Com base no Lema 3, dado na seção anterior, vemos que  $F_{min}^{-1}=g(V_{min}^{-1})$  e  $F_{avg}^{-1}=g(V_{avg}^{-1})$  e  $F_{stdev}=h(V_{stdev})$ . Logo, concluímos que  $F_{min}^{-1} \equiv V_{min}^{-1}$ ,  $F_{avg}^{-1} \equiv V_{avg}^{-1}$  e  $F_{stdev} \equiv V_{stdev}$ . Dessa forma, confirmamos nossa conjectura de que os pares de métricas análogas das duas famílias se equivalem. Na próxima seção, estes e outros resultados serão apresentados como **teoremas de equivalência**, os quais servirão como uma das ferramentas formais para a análise das métricas.

Para facilitar a discussão sobre os teoremas de equivalência (e a demonstração deles no Apêndice B), vamos adotar um caso mais restrito do Corolário 4, na forma do Lema 5 abaixo. Destacamos que os valores  $k$  e  $w$  referenciados nele podem depender da configuração.

**Lema 5** (envolvendo a relação  $\equiv$ ):

*Sejam duas métricas da MATP  $M$  e  $N$  quaisquer. Cada uma das condições abaixo é suficiente para  $M \equiv N$ :*

*(a) Que, para toda configuração  $\Phi$ , exista um real positivo  $k$  e um real qualquer  $w$ , de modo que, para toda trajetória  $X$ :*

$$M_X = k.N_X + w$$

*(b) Ou que, se  $N$  é sempre positiva e, para toda configuração  $\Phi$  existam dois reais positivos  $k$  e  $w$ , de modo que, para toda trajetória  $X$ , seja verdade:*

$$M_X = k.(N_X^{-1} + w)^{-1}$$

*(c) Ou que, para toda configuração  $\Phi$  e toda trajetória  $X$ :*

$$M_X = (N_X)^2$$

*(onde  $M_X$  e  $N_X$  são os desempenhos da trajetória  $X$  na configuração  $\Phi$ , medidos, respectivamente, pelas métricas  $M$  e  $N$ ).*

Outro tipo de teorema que será dado na próxima seção mostra uma dependência “boa” entre os valores das métricas, que é algo que pode ocorrer mesmo entre métricas não equivalentes. Informalmente, esses teoremas mostram que o desempenho “bom” (abaixo de certo limite) quanto a uma métrica  $N$  pode ser garantido com outra exigência de desempenho “bom” (abaixo de certo limite) sobre outra métrica  $M$ . Vamos chamar

esse tipo de teorema de **teorema de influência positiva** de uma métrica  $M$  sobre outra métrica  $N$ . Ele será expresso assim (para alguma função  $f$  que depende da configuração e do valor  $k$ , que representa o limite desejado para a métrica  $N$ ):

“(Para toda configuração  $\Phi$ , toda trajetória de patrulha  $X$  e todo valor  $k$  que pertence à imagem da métrica  $N$ ):  
Se  $M_X \leq f(\Phi, k)$ , então  $N_X \leq k$ ”

Poderíamos inverter e expressar o limitante de  $M$  apenas com o  $k$  e expressando o limitante de  $N$  com uma função  $g(\Phi, k)$ . Porém, a forma dada acima é mais útil para as discussões da próxima seção. Destacamos, ainda, que esse tipo de teorema *não* garante o sentido inverso da implicação (que satisfazer o limitante de  $N$  garante satisfazer o de  $M$ ) a menos que as duas métricas sejam, de fato, equivalentes. (Se esse for o caso, nós expressamos a dependência entre as duas métricas como um *teorema de equivalência*, diretamente).

## 4.5 Análise Formal: Métricas x Requisitos

O objetivo desta seção é apresentar várias propriedades formais das métricas da MATP demonstradas nesta pesquisa e, com base nelas, tirar novas conclusões sobre as ligações entre as métricas das seções 4.2 e 4.3 e os requisitos de desempenho da seção 4.1. Em especial, usamos *teoremas de equivalência* envolvendo várias métricas para fazer novas associações entre as métricas e os requisitos. Também provamos *teoremas de influência positiva* que permitem usar métricas de outros requisitos como alternativas, em casos especiais. A partir dos dois tipos de teoremas, também propomos novas descrições para os requisitos e discutimos mais a fundo o que os requisitos, de fato, expressam (e o que não expressam) sobre o comportamento da estratégia.

O restante desta seção está dividido em subseções, sendo cada uma delas dedicada à análise de um requisito distinto, com suas métricas.

### 4.5.1 Métricas do Requisito “Frequência Média”

A métrica que associamos a este requisito foi a métrica  $F_{avg}$ . Porém, como apresentado no final da seção 4.4, esta métrica é equivalente a  $V_{avg}$ . O Lema 6, dado a seguir, mostra dependências entre os valores destas e de outras métricas, que permitem concluir novas equivalências.

**Lema 6** (envolvendo  $V_{avg}$ ,  $F_{avg}$ ,  $I_{avg}$  e  $N_{visits}$ )

- (a)  $F_{avg}^{-1} = T \cdot |Nodes| \cdot N_{visits}^{-1}$
- (b)  $I_{avg} = T \cdot |Nodes| \cdot (N_{visits} + |Nodes|)^{-1}$
- (c)  $\lim_{T \rightarrow \infty} F_{avg}^{-1} = I_{avg}$

Com base na parte *a* do Lema 6, se usarmos o Lema 5a com  $k=T./Nodes/$  e  $w=0$ , concluímos que há equivalência entre  $F_{avg}^{-1}$  e  $N_{visits}^{-1}$ , tratando  $N_{visits}^{-1}$  (o inverso do total de visitas) como uma métrica. De fato,  $N_{visits}^{-1}$  tem as características necessárias para ser considerada uma métrica da MATP e sua minimização, obviamente, maximiza a *quantidade total de visitas*. O Lema 6b também permite concluir uma equivalência entre  $I_{avg}$  e  $N_{visits}^{-1}$ , usando o Lema 5b. Por transitividade, desses dois casos, também concluímos a equivalência entre  $I_{avg}$  e  $F_{avg}^{-1}$ . O caso *c* reforça esta equivalência, mas vai além, mostrando que  $I_{avg}$  e  $F_{avg}^{-1}$  têm aproximadamente o *mesmo* valor, para valores altos de  $T$ . O Teorema 7 abaixo resume as equivalências discutidas. (Veja detalhes das demonstrações no Apêndice B).

**Teorema 7** (envolvendo  $F_{avg}$ ,  $V_{avg}$ ,  $I_{avg}$  e  $N_{visits}$ ):

$$F_{avg}^{-1} \equiv V_{avg}^{-1} \equiv I_{avg} \equiv N_{visits}^{-1}.$$

Analisando, agora, quanto aos requisitos, o Teorema 7 nos permite concluir que todas as métricas ali envolvidas servem igualmente para modelar o requisito *Frequência Média*. Um fato curioso é que a  $F_{avg}$ , que é uma métrica conceitualmente elaborada, além de ser relativamente bem utilizada na literatura, seja equivalente ao simples *total de visitas* invertido  $N_{visits}^{-1}$ . Por esta métrica ser mais simples e mais intuitiva, no restante do capítulo, ela ( $N_{visits}^{-1}$ ) será tratada como métrica padrão do requisito *Frequência Média*, o qual também será renomeado para o nome *Total de Vistas*.

Também adotamos, para este requisito, diversas novas descrições alternativas inspiradas conceitualmente em cada uma das métricas que o representam. Para deixar as descrições mais intuitivas, elas respeitam a definição original, não-invertida, de cada métrica. Seguem as novas descrições:

- Maximizar o total de visitas ( $N_{visits}$ )
- Maximizar a média das frequências de visitas aos nós ( $F_{avg}$ )
- Maximizar a quantidade média de visitas por nó ( $V_{avg}$ )
- Minimizar o intervalo médio entre visitas ( $I_{avg}$ )

Diremos que as descrições acima estão na **forma de otimização**, pois elas requerem que a estratégia tenha o desempenho *ótimo* em cada métrica. Por outro lado, os requisitos da aplicação também podem referenciar um limiar de desempenho, para “filtrar” as estratégias de desempenho aceitável para uma dada aplicação. Diremos que requisitos dados assim estão na **forma de decisão**<sup>18</sup>. As descrições anteriores são apresentadas nas formas de decisão a seguir:

- A quantidade total de visitas ( $N_{visits}^{-1}$ ) deve ser maior ou igual a  $k$
- A média das frequências de visitas aos nós ( $F_{avg}$ ) deve ser maior ou igual a  $f(k)$
- A média de visitas por nós ( $V_{avg}$ ) deve ser maior ou igual a  $g(k)$
- O intervalo médio entre visitas ( $I_{avg}$ ) deve ser menor ou igual a  $h(k)$

Os requisitos na *forma de otimização* dados antes são perfeitamente equivalentes entre si, ou seja, é possível trocar uma descrição por outra sem qualquer adaptação. Com requisitos na *forma de decisão*, é preciso algum cuidado, porque o valor limite muda conforme a métrica em que a descrição se baseia. Expressamos os limitantes das demais métricas em função do valor  $k$  usado para limitar  $N_{visits}^{-1}$ , que é a métrica padrão. As funções  $f$ ,  $g$  e  $h$  que expressam essa conversão de  $k$  para os limitantes correspondentes das demais métricas podem ser facilmente obtidas do Lema 3b e do Lema 6.

A diferenciação entre requisitos *de otimização* e *de decisão* foi criada, especialmente, devido aos *teoremas de influência positiva* envolvendo métricas não equivalentes. Teoremas deste tipo mostram como um *requisito de decisão* de uma métrica pode ser satisfeito por outro requisito de decisão envolvendo outra métrica. O próximo teorema condensa três *influências positivas* que são trivialmente decorrentes das definições das métricas envolvidas (e das propriedades matemáticas gerais de “mínimos”, “médias” e “máximos”).

**Teorema 8** (envolvendo  $F_{min}$ ,  $F_{avg}$ ,  $V_{min}$ ,  $V_{avg}$ ,  $I_{max}$  e  $I_{avg}$ ):

- (a) Se  $F_{min}^{-1} \leq k$ , então  $F_{avg}^{-1} \leq k$ .
- (b) Se  $V_{min}^{-1} \leq k$ , então  $V_{avg}^{-1} \leq k$ .
- (c) Se  $I_{max} \leq k$ , então  $I_{avg} \leq k$ .

---

<sup>18</sup> Ambos os nomes que classificam as descrições dos requisitos (*forma de otimização* e *forma de decisão*) são inspirados na nomenclatura dos problemas computacionais na Teoria da Computação.



As relações mostram como um requisito de decisão envolvendo  $V_{avg}^{-1}$ ,  $F_{avg}^{-1}$  ou  $I_{avg}$  pode ser satisfeito por outro requisito de decisão envolvendo  $V_{min}^{-1}$ ,  $F_{min}^{-1}$  ou  $I_{max}$ , respectivamente<sup>19</sup>. Por exemplo, podemos garantir a satisfação ao requisito  $F_{avg}^{-1} \leq k$  por meio da satisfação ao requisito  $F_{min}^{-1} \leq k$ . Porém, como discutido na seção 4.4, o contrário não é garantido. Por isso, anotamos o novo requisito decorrente da relação (i.e.  $F_{min}^{-1} \leq k$ , no exemplo anterior) como “mais forte”, porque ele não é estritamente *necessário* para satisfazer o requisito original (i.e.  $F_{avg}^{-1} \leq k$ , no exemplo).

A Tabela 14 abaixo traz as descrições alternativas para o requisito *Total de Visitas*, divididas em descrições na *forma de otimização* e na *forma de decisão*. Cada descrição é baseada conceitualmente em uma métrica.

**Tabela 14: Requisitos de Desempenho – Frequência Média por Nó / Total de Visitas (expandido)**

Requisito	Descrições
<i>Total de Visitas</i> ( <i>Frequência Média por Nó</i> )	<p><b>Formas de otimização:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• A quantidade total de visitas (<math>N_{visits}</math>) deve ser maximizada</li> <li>• A quantidade de visitas média por nó (<math>V_{avg}</math>) deve ser maximizada</li> <li>• A frequência média por nó (<math>F_{avg}</math>) deve ser maximizada</li> <li>• O intervalo médio entre visitas (<math>I_{avg}</math>) deve ser minimizado</li> </ul> <p><b>Formas de decisão:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• O total de visitas deve ser maior ou igual a <math>k</math></li> <li>• A quantidade de visitas média por nó (<math>V_{avg}</math>) deve ser maior ou igual a <math>k /  Nodes </math></li> <li>• A frequência média por nó (<math>F_{avg}</math>), ao longo de um tempo <math>T</math>, deve ser maior ou igual a <math>k / T Nodes </math></li> <li>• O intervalo médio (<math>I_{avg}</math>) entre visitas, ao longo de um tempo <math>T</math>, deve ser menor ou igual a <math>(T Nodes ) / (k +  Nodes )</math></li> <li>• [Mais forte] A quantidade de visitas do nó menos visitado (<math>V_{min}</math>) deve ser maior ou igual a <math>k /  Nodes </math></li> <li>• [Mais forte] A frequência de visitas do nó menos visitado (<math>F_{min}</math>) deve ser maior ou igual a <math>k / T Nodes </math></li> <li>• [Mais forte] O intervalo máximo entre visitas (<math>I_{max}</math>) deve ser menor ou igual a <math>T Nodes  / k</math></li> </ul>

<sup>19</sup> Por coincidência, em cada resultado de influência positiva do Teorema 7, o limiar é o mesmo ( $k$ ) para cada par de métricas envolvidas. Porém, nos demais resultados que apresentaremos, os limiares vão ter uma dependência menos trivial.

Um cuidado que um projetista deve ter antes de adotar o requisito de *Total de visitas* para uma instância da MATP é que a estratégia que meramente maximiza as visitas pode ter comportamento muito irregular. De fato, observamos em experimentos que, em algumas configurações de problemas da MATP, as melhores estratégias quanto ao requisito *Total de Visitas*, muitas vezes, atuavam visitando repetidamente somente dois ou três nós situados mais próximos entre si, deixando outras dezenas de nós sem visitas. Isso acontece porque essas métricas (e o requisito em si) não refletem a “regularidade na distribuição das visitas” em nenhum sentido – nem quanto à distribuição delas no tempo, nem quanto à distribuição entre os nós. Por conta disso, achamos improvável que alguma aplicação real, de fato, requeira individualmente este requisito.

#### 4.5.2 Métricas do Requisito “Visitação Mínima”

A métrica cuja definição está imediatamente relacionada a esse requisito, como já comentamos, é a métrica  $F_{min}$ . Porém, conforme visto na seção 4.4, esta métrica é equivalente a  $V_{min}$ . Representamos esse resultado no Teorema 9.

**Teorema 9** (envolvendo  $V_{min}$  e  $F_{min}$ ):

$$V_{min}^{-1} \equiv F_{min}^{-1}.$$

O teorema de equivalência acima mostra que  $V_{min}^{-1}$  também pode ser usada para o requisito aqui tratado, esteja ele descrito na forma de decisão ou de otimização. Já o teorema de influência positiva dado a seguir mostra que é possível usar a métrica  $I_{max}$  para garantir a satisfação a um requisito de decisão sobre  $F_{min}^{-1}$ . (Contudo, o contrário não é garantido porque  $F_{min}^{-1}$  não reflete nada sobre os intervalos). O Teorema 10 também vale se trocarmos  $I_{max}$  por  $O_{max}$ , se o tempo for discreto (cf. Lema 1).

**Teorema 10** (envolvendo  $I_{max}$  e  $F_{min}$ )

$$\text{Se } I_{max} \leq \frac{T \cdot k}{T + k}, \text{ então } F_{min}^{-1} \leq k.$$

Na tabela a seguir, listamos todas as descrições semiformais alternativas para o requisito *Visitação Mínima por Nó*, com base nos teoremas apresentados. No caso das descrições na forma de decisão, usamos o Lema 3a e o Teorema 10 para expressar todos os limites em função do valor  $k$  usado como limitante de  $F_{min}$ .

**Tabela 15: Requisitos de Desempenho – Visitação Mínima por Nó (expandido)**

Requisito	Descrições
<i>Visitação Mínima por Nó</i>	<p><b>Formas de otimização:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• A frequência de visitas do nó menos visitado (<math>F_{min}</math>) deve ser maximizada</li> <li>• A quantidade de visitas do nó menos visitado (<math>V_{min}</math>) ao longo de todo o tempo <math>T</math> deve ser maximizada</li> </ul> <p><b>Formas de decisão:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• A frequência de visitas do nó menos visitado (<math>F_{min}</math>) deve ser maior ou igual a <math>k</math></li> <li>• A quantidade de visitas do nó menos visitado (<math>V_{min}</math>) ao longo de todo o tempo <math>T</math> deve ser maior ou igual a <math>kT</math></li> <li>• [Mais forte] O intervalo máximo entre visitas (<math>I_{max}</math>) deve ser menor ou igual a <math>1/[k+(1/T)]</math></li> <li>• [Mais forte] A ociosidade máxima, em qualquer instante de tempo (<math>O_{max}</math>), deve ser menor ou igual a <math>1/[k+(1/T)]</math></li> </ul>

Podemos entender o requisito *Visitação Mínima por Nó* como um requisito ligado, frouxamente, à ideia de “distribuição espacial (entre os nós) das visitas” – a sua satisfação garante que nenhum nó será “muito mal servido” de visitas. Além disso, à luz do Teorema 8a, vemos que a satisfação deste requisito também tem um impacto sobre o requisito *Total de Visitas*, porém essa é uma ligação também muito frouxa. Um cuidado especial que um projetista deve ter na hora de escolher este requisito é que ele não reflete absolutamente nada sobre a “distribuição temporal” (os intervalos) das visitas. Assim, para qualquer valor de  $F_{min}$ , pode acontecer tanto de os intervalos serem bem regulares, como pode acontecer de eles serem irregulares, com períodos de tempos arbitrariamente longos sem visitas a alguns dos nós.

#### 4.5.3 Métricas do Requisito “Tempo Máximo entre Visitas”

As duas métricas que apresentamos para este requisito foram as métricas  $I_{max}$  e  $O_{max}$ , que, pelo Lema 1, são métricas com valores idênticos. Isso, naturalmente, leva à conclusão de que  $I_{max}$  e  $O_{max}$  são equivalentes. O Lema 11, dado abaixo, mostra, ainda, como os valores dessas métricas se relacionam com o valor de  $R_{f, max}$ . Como  $a$  e  $b$  são constantes para qualquer função de risco escolhida, este lema leva à conclusão da equivalência entre  $R_{f, max}$  e  $O_{max}$  (e  $I_{max}$ ). Todas essas equivalências estão expressas no Teorema 12.

**Lema 11** (envolvendo  $O_{max}$  e  $R_{f, max}$ )

Se o tempo for discreto e  $f$  for uma função linearmente crescente dada por  $f(x) = ax+b$ , então  $R_{f,max} = a.O_{max} + b$ .

**Teorema 12** (envolvendo  $R_{f,max}$ ,  $O_{max}$  e  $I_{max}$ ):

Com tempo discreto:

(a)  $O_{max} \equiv I_{max}$ .

(b) Para qualquer função  $f$  linearmente crescente:

$$R_{f,max} \equiv O_{max} \equiv I_{max}.$$

Destacamos que o caso *a* deste teorema independe da existência de uma função de risco. No caso *b*, o resultado vale mediante a existência de uma função de risco linear, porém ela pode ser *qualquer* função linearmente crescente. Isso mostra que o conhecimento da própria função de risco não é necessário – basta saber que ela tem a propriedade de crescer linearmente com o tempo sem visita. Destacamos que, das três métricas, apenas a  $I_{max}$  está definida para tempo contínuo.

A tabela abaixo dá as alternativas de descrição semiformal do requisito *Tempo Máximo entre Visitas*, inspiradas nas três métricas.

**Tabela 16: Requisitos de Desempenho – Tempo Máximo entre Visitas (expandido)**

Requisito	Descrições
<i>Tempo Máximo entre Visitas</i>	<p><b>Formas de otimização:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• O maior intervalo (<math>I_{max}</math>) deve ser minimizado</li> <li>• O valor da maior ociosidade (<math>O_{max}</math>) deve ser minimizado</li> <li>• [Dada uma função de risco linearmente crescente <math>f</math>:] O valor do maior risco instantâneo (<math>R_{f,max}</math>) deve ser minimizado</li> </ul> <p><b>Formas de decisão:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• O maior intervalo entre visitas (<math>I_{max}</math>) deve ser menor ou igual a <math>k</math> (ou “nenhum nó pode passar mais de <math>k</math> unidades de tempo sem visita”)</li> <li>• A maior ociosidade (<math>O_{max}</math>) deve ser menor ou igual a <math>k</math> (ou “a ociosidade instantânea de todos os nós deve ser menor ou igual a <math>k</math>, em todos os instantes de tempo”)</li> <li>• [Dada função de risco linearmente crescente <math>f</math>:] O maior risco instantâneo (<math>R_{f,max}</math>) deve ser menor ou igual a <math>k</math> (ou “o risco instantâneo de todos os nós deve ser menor ou igual a <math>k</math>, em todos os instantes de tempo”)</li> </ul>

A métrica  $O_{max}$ , deste requisito, foi adotada em vários trabalhos anteriores de patrulha e, em especial, em trabalhos de cunho mais teórico (e.g. Chevaleyre, 2004; Elor e Bruckstein, 2009a, 2009b, 2009c, 2009d). Uma justificativa é que ela tem uma definição bastante simples, o que ajuda em análises teóricas. Porém, apresentamos outros motivos para adotar esta ou outras métricas deste requisito. Em primeiro lugar, as métricas deste requisito expressam um mínimo de conhecimento sobre a “distribuição temporal” das visitas – elas expressam um limitante dos intervalos, limitando também a variação deles. Além disso, os Teoremas 8c e 10 mostram que  $I_{max}$  tem efeito positivo sobre  $I_{avg}$  e  $F_{min}^{-1}$ , o que nos leva a concluir que as métricas deste requisito também refletem um pouco dos requisitos *Total de Visitas* e da *Visitação Mínima*.

Por exercer certa influência sobre outros requisitos, as métricas de *Tempo Máximo Entre Visitas* podem ser adequadas para modelar aplicações onde há pouco conhecimento sobre os requisitos (i.e. os eventos são pouco conhecidos). No entanto, apresentaremos métricas mais adequadas a essa situação na subseção 4.5.6, que analisa as métricas ligadas ao requisito *Equilíbrio Frequência-Regularidade*.

#### 4.5.4 Métricas do Requisito “Visitação Uniforme”

Este requisito requer manter os nós igualmente visitados e, como apresentamos, ele tem a métrica  $F_{stdev}$  como métrica padrão. Porém, como discutido na seção 4.4, esta métrica equivale à métrica  $V_{stdev}$ . Este resultado é apresentado no Teorema 13:

**Teorema 13** (envolvendo  $F_{stdev}$  e  $V_{stdev}$ )

$$F_{stdev} \equiv V_{stdev}.$$

Já o Teorema 14, mostra que, no caso extremo em que o valor ideal teórico da métrica  $I_{stdev}$  é alcançado (que é o valor 0), então a  $F_{stdev}$  também alcança seu valor ideal teórico (0). A justificativa para este teorema é que, quando não há variação nos tamanhos dos intervalos de visitas, todos os nós são visitados precisamente com a mesma frequência (i.e. não haverá variação entre as frequências).

**Teorema 14** (envolvendo  $I_{stdev}$  e  $F_{stdev}$ )

$$Se I_{stdev} = 0, então F_{stdev}=0$$

Veja que o Teorema 14 *não* é um teorema de influência positiva, pois não se aplica a um limite  $k$  qualquer. Este teorema só permite o uso de  $I_{stdev}$  para satisfazer  $F_{stdev}$

no caso extremo do desempenho desejado ser o ótimo perfeito, que nem sempre é possível de ser obtido. Assim, nas descrições dos requisitos, colocamos uma descrição na *forma de otimização* envolvendo  $I_{stdev}$ , mas válida apenas para o caso perfeito. A tabela abaixo dá todas as descrições propostas para o requisito de *Visitação Uniforme*.

**Tabela 17: Requisitos de Desempenho – Visitação Uniforme entre os Nós (expandido)**

Requisito	Descrições
<i>Visitação Uniforme entre os Nós</i>	<p><b>Formas de otimização:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Minimizar a variação nas frequências de visitas aos nós (<math>F_{stdev}</math>)</li> <li>• Minimizar a variação nas quantidades de visitas aos nós (<math>V_{stdev}</math>)</li> <li>• [Se o ótimo teórico <math>F_{stdev}=0</math> for possível e desejado] Não deve haver variação nos tamanhos dos intervalos (<math>I_{stdev}=0</math>)</li> </ul> <p><b>Formas de decisão:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• O desvio padrão das frequências de visitas deve ser menor ou igual a <math>k</math></li> <li>• O desvio padrão das quantidades de visitas (ao longo do tempo <math>T</math>) deve ser menor ou igual a <math>kT</math></li> </ul>

O requisito *Visitação Uniforme* é fortemente independente dos requisitos apresentados nas subseções anteriores. Ele expressa meramente uma ideia de “igualdade na distribuição espacial das visitas”, porém não expressa nada sobre a distribuição temporal das visitas ou sobre a quantidade de visitas ou sobre o intervalo máximo. Um projetista deve ter isso em mente, antes de escolher este requisito para representar o comportamento desejado em uma aplicação.

#### 4.5.5 Métricas do Requisito “Regularidade Temporal”

A única métrica apresentada que é ligada a este requisito é  $I_{stdev}$ . No entanto, outras métricas similares (mas, talvez, não formalmente equivalentes a esta) podem ser propostas aplicando-se outras medidas estatísticas de *variação* ou *dispersão* (e.g. o desvio absoluto médio) nos intervalos entre visitas. As descrições deste requisito são dadas a seguir, considerando apenas a métrica  $I_{stdev}$ .

**Tabela 18: Requisitos de Desempenho – Regularidade Temporal (expandido)**

Requisito	Descrições
<i>Regularidade Temporal</i>	<p><b>Forma de otimização:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Minimizar a variação nos intervalos entre visitas (<math>I_{stdev}</math>)</li> </ul> <p><b>Forma de decisão:</b></p>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• O desvio padrão dos intervalos entre visitas deve ser menor ou igual a <math>k</math></li> </ul>
--	---

O requisito *Regularidade Temporal* expressa a necessidade de uma “igualdade na distribuição *temporal* das visitas”. Idealmente, ele requer que todos os intervalos sejam iguais. Destacamos a analogia entre este e o requisito *Visitação Uniforme*, que requer uma igualdade “espacial” das visitas. Além disso, pelo Teorema 14, a satisfação ideal do requisito *Regularidade Temporal* leva à satisfação ideal daquele mesmo requisito (*Visitação Uniforme*). A menos desse caso, o requisito aqui tratado é independente dos demais. Em especial, as métricas de *Regularidade Temporal* não informam nada sobre os tamanhos (máximo ou médio) dos intervalos. Acreditamos que, na prática, aplicações em que se requer a regularidade nos intervalos, também se requer (ainda que secundariamente) maximizar a frequência de visitas. Esse tipo de equilíbrio é mais precisamente modelado com o próximo requisito.

#### 4.5.6 Métricas do Requisito “Equilíbrio Frequência-Regularidade”

Este requisito, que requer da estratégia que ela satisfaça algum tipo de equilíbrio entre o *Total de Visitas* e a *Regularidade Temporal*, é o único que não teve uma métrica específica apontada como padrão, até este ponto. (Sugerimos algumas métricas, mas não comprovamos que nenhuma delas modela este requisito). A seguir, apresentamos uma série de propriedades, na forma de lemas e teoremas, que apontam métricas que podem ser usadas para expressar adequadamente este requisito.

**Lema 15** (envolvendo  $PMI_p$ )

*Se  $p < q$ , então  $PMI_p \leq PMI_q$ .*

*Além disso, a igualdade vale sse todos os intervalos forem iguais.*

**Lema 16** (envolvendo  $PMI_p$  e  $I_{\max}$ )

$$\lim_{p \rightarrow +\infty} PMI_p = I_{\max}$$

O Lema 15 é encontrado na literatura de médias generalizadas (e.g. Bullen, 2003), mas nós vamos dar uma explicação informal dele para  $p$  e  $q$  inteiros positivos. Sabemos que para  $p=1$ , a  $PMI_p$  é exatamente a média aritmética  $I_{\text{avg}}$ . A partir disso, quanto maior o valor de  $q$ , maior é a contribuição que os intervalos “grandes” dão para o valor final de qualquer medida  $PMI_q$ . (O Lema 16 reforça essa ideia, ao mostrar que,

quando  $p$  tende a infinito, a  $PMI_p$  tende exatamente ao valor do maior intervalo). Portanto, se  $p < q$ , temos  $PMI_p$  mais próximo da média e  $PMI_q$  mais próximo dos intervalos “grandes” e, portanto, mais distante da média. Logo,  $PMI_p \leq PMI_q$ . Porém, se todos os intervalos forem iguais, todas as médias generalizadas têm mesmo valor.

Com base nessa reflexão sobre os Lemas 15 e 16, podemos concluir, informalmente, que **todas as métricas  $PMI_p$  com  $p > 1$  têm seus valores baseados na média  $I_{avg}$ , mas são sensíveis à presença de variação** nos intervalos. Isso porque só existe variação nos intervalos se houver intervalos acima da média, os quais levam a  $PMI_p$  em sua direção. Esta conclusão mais geral é ilustrada e quantificada precisamente para o caso específico da  $PMI_2$ , ou  $I_{qmean}$ , no Lema 17. Este lema referencia o quadrado de  $I_{qmean}$  ( $I_{qmean}^2$ ), mas, pelo Lema 5c, ele equivale à própria  $I_{qmean}$ . Assim, o lema mostra que  $I_{qmean}$  mede uma combinação entre o valor da média ( $I_{avg}$ ) e da medida de variação dos intervalos ( $I_{stdev}$ ).

**Lema 17** (envolvendo  $I_{qmean}$ ,  $I_{avg}$  e  $I_{stdev}$ )

$$I_{qmean}^2 = I_{avg}^2 + I_{stdev}^2$$

Logo, podemos concluir que as métricas  $PMI_p$  para  $p \geq 2$  e, em especial, a métrica  $I_{qmean}$  ( $=PMI_2$ ) são adequadas para modelar o requisito de *Equilíbrio Frequência-Regularidade*. Porém, como os valores altos de  $p$  fazem a  $PMI_p$  tender ao máximo  $I_{max}$  (cf. Lema 16), vamos restringir  $p$  a valores inteiros tais que  $2 \leq p \leq 5$ , para fins de modelagem do requisito *Frequência-Regularidade*. A seguir, identificamos, ainda, outras métricas adequadas ao mesmo requisito.

**Teorema 18** (envolvendo  $O_{avg}$  e  $I_{qmean}^2/I_{avg}$ ):

*Com tempo discreto:*

$$O_{avg} \equiv \frac{I_{qmean}^2}{I_{avg}}.$$

O Teorema 18 mostra que, tratando o quociente  $I_{qmean}^2/I_{avg}$  como uma métrica, esta seria equivalente comparativamente à  $O_{avg}$ . Assim, podemos analisar este quociente para tirar conclusões válidas também para  $O_{avg}$ . Na verdade, vamos analisar o quadrado do quociente, que pelo Lema 5c é equivalente ao próprio quociente (e, portanto, é equivalente a  $O_{avg}$ ). Segue um resultado sobre esse quociente quadrado:



**Lema 19** (envolvendo  $I_{qmean}^2/I_{avg}$ ,  $I_{qmean}$ ,  $I_{stdev}$  e  $I_{avg}$ ):

$$\left( \frac{I_{qmean}^2}{I_{avg}} \right)^2 = I_{qmean}^2 + I_{stdev}^2 + \frac{I_{stdev}^4}{I_{avg}^2}.$$

Pelo Lema 19, vemos que o quociente  $I_{qmean}^2/I_{avg}$  (ou  $O_{avg}$ ) reflete o valor de  $I_{qmean}$  somado a dois termos que dependem, principalmente, da variação dos intervalos ( $I_{stdev}$ ). Logo, o quociente  $I_{qmean}^2/I_{avg}$  é mais sensível ao nível de variação dos intervalos do que a  $I_{qmean}$ . O próximo teorema posiciona os valores deste quociente em relação aos de outras médias generalizadas  $PMI_p$ , sob certas condições.

**Teorema 20** (envolvendo  $PMI_3$ ,  $PMI_5$  e  $I_{qmean}^2/I_{avg}$ )

*Se os intervalos entre visitas são contínuos e distribuídos no intervalo  $[0; I_{max}]$  segundo uma **distribuição uniforme** ou segundo uma **distribuição raised cosine**, então vale:*

$$PMI_3 \leq \frac{I_{qmean}^2}{I_{avg}} \leq PMI_5$$

À luz do Lema 15, podemos entender que o Teorema 20 mostra que **o quociente  $I_{qmean}^2/I_{avg}$  pode ter seu valor aproximado pela  $PMI_4$** . Logo, o quociente  $I_{qmean}^2/I_{avg}$  é mais sensível a variações nos intervalos do que a  $PMI_3$ , mas é menos sensível do que a  $PMI_5$ . Naturalmente, esta interpretação só vale se os intervalos entre visitas seguirem uma das distribuições descritas na condição do teorema. De fato, consideramos esta uma hipótese realista, uma vez que a distribuição *raised cosine* tem similaridades (e.g. gráfico em forma de “sino”) com a *distribuição normal/gaussiana*, que é uma distribuição que aparece em muitas situações aleatórias naturais<sup>20</sup>.

Com relação às descrições do requisito *Equilíbrio Frequência Regularidade*, tivemos dificuldades em dar descrições intuitivas que, ao mesmo tempo, referencie as métricas. Por isso, demos descrições mais formais, talvez, do que nos requisitos anteriores. Outra dificuldade é que as métricas aqui apresentadas *não são* todas *comparativamente equivalentes* entre si, do ponto de vista formal. Porém, todas as métricas apresentadas ou são equivalentes ou tem valor próximo ao de alguma das métricas  $PMI_p$ , para

---

<sup>20</sup> A *distribuição normal* não se aplica neste contexto porque tem suporte infinito para ambos os lados. Porém, a *raised cosine* tem suporte finito (de 0 a  $I_{max}$ , neste caso).

algum  $p$ . Por isso, foi feita uma divisão das descrições pelo valor de  $p$ , o que pode ser entendido como uma divisão pelo “nível de sensibilidade” à variação dos intervalos.

A Tabela 19 abaixo dá várias alternativas de descrições semiformais para o requisito *Equilíbrio Frequência Regularidade*, sendo cada uma baseada em uma das métricas aqui apresentadas. Nas descrições de decisão, os limiares de cada métrica são dados em função do limiar  $k$  da métrica  $PMI_p$  de mesma sensibilidade.

**Tabela 19: Requisitos de Desempenho – Equilíbrio Frequência Regularidade (expandido)**

<b>Requisito</b>	<b>Descrições</b>
<i>Equilíbrio Frequência- Regularidade</i>	<p><b>Formas de otimização:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Com sensibilidade <math>p=2</math>: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Minimizar o intervalo quadrático médio (<math>PMI_2=I_{qmean}</math>)</li> </ul> </li> <li>• Com sensibilidade <math>p=3</math>: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Minimizar o intervalo cúbico médio (<math>PMI_3</math>)</li> </ul> </li> <li>• Com sensibilidade <math>p=4</math>: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Minimizar o intervalo quádrico médio (<math>PMI_4</math>)</li> <li>○ Minimizar a razão do quadrado do intervalo quadrático pela média aritmética (<math>I_{qmean}^2/I_{avg}</math>)</li> <li>○ Minimizar a média temporal da ociosidade pro nó (<math>O_{avg}</math>)</li> </ul> </li> <li>• Com sensibilidade <math>p=5</math>: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Minimizar o intervalo quártico médio (<math>PMI_5</math>)</li> </ul> </li> </ul> <p><b>Forma de decisão:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Com sensibilidade <math>p=2</math>: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Manter o intervalo quadrático médio menor ou igual a <math>k</math> (<math>PMI_2=I_{qmean}</math>)</li> </ul> </li> <li>• Com sensibilidade <math>p=3</math>: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ O intervalo cúbico médio (<math>PMI_3</math>) deve ser menor ou igual a <math>k</math></li> </ul> </li> <li>• Com sensibilidade <math>p=4</math>: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ O intervalo quádrico médio (<math>PMI_4</math>) deve ser menor ou igual a <math>k</math></li> <li>○ [Se os intervalos distribuírem-se uniformemente ou com uma distribuição <i>raised cosine</i>:] A razão do quadrado do intervalo quadrático pela média aritmética (<math>I_{qmean}^2/I_{avg}</math>) deve ser menor ou igual a <math>k</math></li> <li>○ [Se os intervalos distribuírem-se uniformemente ou com uma distribuição <i>raised cosine</i>:] A média temporal da ociosidade por nó (<math>O_{avg}</math>) deve ser menor ou igual a <math>(k+1)/2</math></li> </ul> </li> <li>• Com sensibilidade <math>p=5</math>: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Manter o intervalo quártico médio (<math>PMI_5</math>) menor ou igual a <math>k</math></li> </ul> </li> </ul>

Outra maneira de entender todos os limiares dos requisitos de decisão é como se todos eles fossem dados em função do limiar  $k$  da métrica  $I_{qmean}$  ( $PMI_2$ ), como consequência do teorema de influência positiva expresso a seguir (Teorema 21), que é uma consequência direta do Lema 15. Porém, lembramos que, nesta perspectiva, todas as descrições dadas para métricas de sensibilidade maior que 2 expressam condições *mais fortes* do que a condição original sobre  $I_{qmean}$ .

**Teorema 21** (envolvendo  $PMI_p$  e  $I_{qmean}$ )

*Seja  $q > 2$ .*

*Se  $PMI_q \leq k$ , então  $I_{qmean} \leq k$ .*

O fato de poder expressar todos os requisitos de decisão das demais métricas em função da  $I_{qmean}$  é um dos motivos para considerá-la como *métrica padrão* deste requisito. Outro motivo pode ser explicado com base no Lema 17 – ele mostra que a otimização da  $I_{qmean}$  afeta positivamente a  $I_{avg}$  e a  $I_{stdev}$ . Por sua vez, a otimização da  $I_{stdev}$  afeta, ao menos no caso extremo, a métrica  $F_{stdev}$ , conforme o Teorema 14. Por isso, podemos dizer que a otimização da  $I_{qmean}$  leva a um aumento da *quantidade de visitas* (por sua influência sobre  $I_{avg}$ ), da *regularidade na distribuição temporal das visitas* (por sua influência sobre  $I_{stdev}$ ) e, em menor medida, leva a um aumento da *regularidade na distribuição espacial das visitas* (por sua influência sobre  $F_{stdev}$ ). Ou seja, esta métrica modela uma combinação dos requisitos de *Total de Visitas*, *Regularidade Temporal* e *Visitação Uniforme entre os Nós*, o que é coerente com aquilo que propusemos na descrição do requisito *Equilíbrio Frequência-Regularidade*, na seção 4.1.

Essa análise também reforça a ideia de que a métrica  $I_{qmean}$ , bem como as demais métricas deste requisito, são adequadas para modelar aplicações em que não se conhece um requisito específico sobre a estratégia de patrulha (ou seja, onde há total desconhecimento sobre os eventos). Pois, neste caso, o melhor a se fazer é tentar um *equilíbrio* entre os diversos requisitos, o que pode ser alcançado com essa métrica.

#### 4.5.7 Métricas do Requisito “Risco Linear Médio”

A métrica que criamos especificamente para o requisito *Risco Linear Médio*, assumindo uma função  $f$  que dá o risco em cada nó, foi a métrica homônima representada por  $R_{f,avg}$ . Como já comentamos, assumir o conhecimento da função de risco  $f$  é algo que vai além da MATP. No entanto, o teorema abaixo mostra que as métricas  $O_{avg}$  e  $I_{qmean}^2/I_{avg}$  po-

dem ser usadas para minimizar o risco médio, independente de qual seja a função de risco (desde que seja linearmente crescente).

**Teorema 22** (envolvendo  $O_{avg}$ ,  $I_{qmean}^2/I_{avg}$  e  $R_{f, avg}$ ):

*Com tempo discreto, para qualquer função  $f$  linearmente crescente:*

$$R_{f, avg} \equiv O_{avg} \equiv \frac{I_{qmean}^2}{I_{avg}}.$$

Das métricas apontadas para este requisito, destacamos que a  $I_{qmean}^2/I_{avg}$  tem a vantagem de se aplicar também a tempo contínuo. Por isso, a escolhemos como métrica padrão deste requisito. As descrições alternativas para o requisito *Risco Linear Médio* são dadas na Tabela 20. Os limiares referenciados nas descrições de decisão são dados em função do valor  $k$  da métrica padrão  $I_{qmean}^2/I_{avg}$ .

**Tabela 20: Requisitos de Desempenho – Risco Linear Médio (expandido)**

Requisito	Descrições
<i>Risco Linear Médio</i>	<p><b>Formas de otimização:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Minimizar a razão do quadrado do intervalo quadrático pela média (<math>I_{qmean}^2/I_{avg}</math>)</li> <li>• Minimizar a média temporal da ociosidade por nó (<math>O_{avg}</math>)</li> <li>• [Assumindo uma função de risco linearmente crescente <math>f</math>:] Minimizar a média temporal do risco por nó (<math>R_{f, avg}</math>)</li> </ul> <p><b>Formas de decisão:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• A razão do quadrado do intervalo quadrático pela média aritmética (<math>I_{qmean}^2/I_{avg}</math>) deve ser menor ou igual a <math>k</math></li> <li>• A média temporal da ociosidade por nó (<math>O_{avg}</math>) deve ser menor ou igual a <math>(k+1)/2</math></li> <li>• [Assumindo uma função de risco linearmente crescente <math>f</math>:] A média temporal do risco por nó (<math>R_{f, avg}</math>) deve ser menor ou igual a <math>f((k+1)/2)</math></li> </ul>

Confirmamos que o requisito *Risco Linear Médio* pode ser adequadamente tratado na MATP com as métricas puras  $I_{qmean}^2/I_{avg}$  e  $O_{avg}$ , sem que seja necessário assumir conhecimento explícito da função de risco  $f$  (que seria um modelo explícito dos eventos). Porém, destacamos que, para lidar com a *forma de otimização* deste requisito, é necessário saber que, na aplicação, a ociosidade (i.e. tempo sem visitas) implica em

algum “risco” e que este risco cresce linearmente. Acreditamos que esta suposição do crescimento linear seja razoável em muitos casos. Para lidar com *requisitos de decisão*, no entanto, o mais adequado seria conhecer (ou supor, com razoável confiança) a função de risco  $f$ , bem como o seu nível médio desejado. Com essa informação, é possível, converter o valor desejado para requisitos de decisão com as métricas puras da MATP.

#### 4.5.8 Resumo

Ao longo das subseções anteriores, associamos cada uma das métricas a, pelo menos, um requisito e vice-versa. A tabela abaixo resume essas associações, excluindo as métricas de risco, que não são puras da MATP. Destacamos, em negrito, a métrica padrão de cada requisito e colocamos entre parênteses as métricas que se aplicam apenas a casos restritos (por exemplo, as que se aplicam apenas às *formas de decisão* do requisito).

**Tabela 21: Métricas × Requisitos**

<b>Requisitos</b>	<b>Métricas</b>
Total de Visitas	$N_{visits}, F_{avg}, V_{avg}, I_{avg},$ $(V_{min}, F_{min}, I_{max}, O_{max})$
Visitação Mínima	$F_{min}, V_{min}$ $(I_{max}, O_{max})$
Tempo Máximo entre Visitas	$I_{max}, O_{max}$
Visitação Uniforme	$F_{stdev}, V_{stdev}, I_{stdev}^{(21)}$
Regularidade Temporal	$I_{stdev}$
Equilíbrio Frequência-Regularidade (requisito padrão)	<i>Na ordem das menos às mais sensíveis ao nível de variação nos intervalos:</i> $I_{qmean}, PMI_2;$ $PMI_3;$ $PMI_4, I_{qmean}^2/I_{avg}, O_{avg}^{(22)};$ $PMI_5$
Risco Linear Médio	$I_{qmean}^2/I_{avg}, O_{avg}$

<sup>21</sup> Apenas no caso de se desejar o mínimo teórico (quando todos os nós são visitados igualmente).

<sup>22</sup> As métricas  $I_{qmean}^2/I_{avg}$  e  $O_{avg}$  refletem, aproximadamente, o mesmo nível de variação que a  $PMI_4$  somente se os intervalos satisfizerem as condições enunciadas no Teorema 20. Mas em outras situações,  $I_{qmean}^2/I_{avg}$  e  $O_{avg}$  também se adequam ao requisito, como consequência do Teorema 18 e do Lema 19.

O principal critério para escolher uma métrica deve ser a necessidade (requisito) da aplicação. Apesar disso, queremos destacar algumas métricas que consideramos mais interessantes devido às suas propriedades *teóricas*:

- $I_{qmean}$  – É a métrica padrão do requisito padrão. A vantagem desta métrica é combinar  $I_{avg}$  e  $I_{stdev}$  segundo uma relação algébrica conhecida (cf. Lema 17), além de, indiretamente, afetar positivamente a  $F_{stdev}$ .
- $I_{qmean}^2/I_{avg}$  – Como a  $I_{qmean}$ , porém é mais sensível a variações nos intervalos. Isso implica em um efeito maior sobre  $I_{stdev}$  e  $F_{stdev}$  e menor efeito sobre a  $I_{avg}$ . (A métrica  $O_{avg}$  é equivalente, mas tem a desvantagem de se aplicar apenas ao tempo discreto).
- $I_{max}$  – Afeta positivamente  $F_{min}$  e  $I_{avg}$  (cf. Teoremas 8c e 10). É uma métrica que facilita análises teóricas (do limite superior do desempenho de uma estratégia, por exemplo). (A métrica  $O_{max}$  é equivalente, mas só aplica-se a tempo discreto).

## 4.6 Comentários Finais

Neste capítulo, métricas propostas em pesquisas anteriores de patrulha foram redefinidas como métricas da MATP. Por falta de tempo, algumas métricas da literatura não puderam ser analisadas, porém, analisamos a *maioria* das métricas compatíveis com a MATP e, em especial, analisamos as métricas dos trabalhos mais citados. Também definimos várias novas métricas, visando suprir algumas deficiências e corrigir erros conceituais das métricas anteriores. Destacamos a nova família de métricas baseadas nos *intervalos entre visitas*. Ressaltamos que alguns trabalhos anteriores (e.g. Glad et al., 2009) podem ter utilizado a métrica de *intervalo médio* ( $I_{avg}$ ) por interpretarem erradamente a ociosidade média. Há, também, um trabalho (Agmon et al., 2012) usando as *métricas de intervalo médio e máximo* ( $I_{avg}$  e  $I_{max}$ ), porém é posterior à nossa pesquisa e aos nossos resultados parciais já publicados (Sampaio, Ramalho e Tedesco, 2010). Em todo caso, esta pesquisa é a única a adotar métricas baseadas nas médias generalizadas dos intervalos ( $PMI_p$ ) na patrulha.

Fizemos uma análise original dos significados de todas as métricas (anteriores e novas), associando-as àquilo que chamamos de *requisitos de desempenho*, que são descrições semiformais de como a solução deve se comportar. Para a análise das métricas,

criamos dois novos conceitos formais principais: (1) a *relação de equivalência comparativa*, que relaciona métricas que produzem sempre um mesmo *ranking* das estratégias; e (2) a *relação de influência positiva*, que mostra quando uma métrica de um requisito afeta positivamente o desempenho de outra métrica de outro requisito. Provamos diversos teoremas baseados nesses conceitos e, assim, conseguimos um detalhado mapeamento entre métricas e requisitos de desempenho. Acreditamos que isso dá a este capítulo uma especial *relevância prática*, uma vez que permite a um projetista fazer a ligação entre a aplicação e a métrica que modela o requisito da aplicação.

Esta análise, porém, é parte de um esforço maior de associar *problemas MATP* às aplicações que elas modelam. Esse esforço resultou na criação de uma *taxonomia* dos problemas de MATP, apresentada no próximo capítulo.

## CAPÍTULO 5

# Taxonomia dos Problemas de MATP

Devido à flexibilidade oferecida pelo *framework* MATP, um número muito grande de problemas de patrulha podem ser formulados como *problemas de MATP*. Essa flexibilidade foi dada, primeiramente, visando unificar as diversas formulações de patrulha de existentes, que foi a nossa motivação inicial. Além disso, essa flexibilidade permite usar da MATP para modelar aplicações reais bastante distintas, possivelmente variando o grau de realismo incorporado no modelo.

Porém, percebemos a necessidade de definir parâmetros para *organizar* esse grande universo de formulações permitidas pela MATP, tendo em vista três objetivos:

- (I) Para poder comparar e deixar claras as diferenças mais significativas entre os problemas MATP adotados em diferentes pesquisas, permitindo comparações mais adequadas entre os trabalhos.
- (II) Para identificar as lacunas de pesquisa, ou seja, as características que são menos estudadas na literatura. Isso ajudaria como guia para as novas pesquisas.
- (III) Para facilitar a ligação entre *problemas da MATP* e as tarefas de patrulhamento reais que eles podem modelar.

Com relação ao objetivo (I), de certo modo, os componentes da definição formal da MATP (seção 3.3) podem ser usados para identificar as diferenças formais entre dois problemas de MATP. No entanto, não queremos nos ater a qualquer diferença formal mínima, mas a diferenças *significativas* entre problemas de MATP, que afetem as possíveis soluções e aplicações. Como ferramenta central para organizar os problemas de MATP segundo os objetivos apresentados, **propomos, neste capítulo, a Taxonomia da Patrulha Temporal Multiagente ou Taxonomia da MATP**. Ela classifica os problemas da MATP em *classes da MATP*. Com base nela, foi feita uma **revisão da literatu-**



**ra para identificar as classes mais estudadas e as menos estudadas** nos trabalhos ligados à MATP. Então, com base nesse mapeamento, **propomos novas classes** que consideramos relevantes de serem estudados em pesquisas futuras.

Antes de apresentarmos a taxonomia proposta, apresentamos, na seção 5.1, os critérios usados na sua elaboração. Então, na seção 5.2 apresentamos, em detalhes, a Taxonomia da MATP. Na seção 5.3, apresentamos uma revisão das classes da MATP tratadas na literatura. Na seção 5.4, propomos novas classes para as pesquisas futuras. Por fim, na seção 5.5, fazemos os comentários finais do capítulo.

## 5.1 Critérios para Elaboração da Taxonomia

Apesar de o seu conceito ter se originado na Biologia, as *taxonomias* são adotadas em diversas outras áreas do conhecimento para *classificar* informações de um domínio, servindo de ferramenta para discussão, análise ou descoberta dessas informações. Quanto à estrutura de uma taxonomia, há duas visões, na literatura. A primeira considera que uma taxonomia é uma estrutura *hierárquica* de classificação. Neste caso, ela geralmente tem a forma de árvore e representa relações de generalização-especialização, analogamente à taxonomia da Biologia (Graef, 2001; Brewster, 2002; Bruno e Richmond, 2003). Outra visão, mais geral, considera como *taxonomia* qualquer sistema de organização do conhecimento (Hedden, 2010). Neste segundo caso, se encaixam as chamadas *taxonomias em facetas* em que a informação é classificada com base em múltiplas características independentes, chamadas de *facetas*.

A Taxonomia da MATP, apresentada na próxima seção, foi proposta para classificar os *problemas de MATP* para facilitar a discussão e análise deles, visando atingir, diretamente, os objetivos (I) e (III) dados no início do capítulo. Quanto à sua estrutura, ela foi proposta como uma *taxonomia em facetas*, onde cada faceta é um **parâmetro de classificação**, com *valores* que representam classificações atribuídas aos problemas de MATP. A sucessiva classificação de um *problema de MATP* quanto a todos os parâmetros da taxonomia forma o que chamamos de uma **classe da MATP**, que pode agrupar *problemas de MATP* que apresentam semelhanças relevantes. O restante desta seção apresenta os critérios específicos adotados na construção da Taxonomia da MATP para garantir que ela satisfaça os objetivos propostos. Primeiramente, definimos um critério estrutural genérico para os parâmetros:

1. **Critério estrutural:** os parâmetros de classificação devem apresentar as características de:

- a. **generalidade:** cada parâmetro deve ser capaz de classificar todos os possíveis problemas de MATP por meio de algum de seus valores.
- b. **independência:** a classificação em cada parâmetro deve ser independente das classificações nos demais parâmetros.

O critério 1a fez com que evitássemos criar um parâmetro que seja tão específico que não faça sentido para classificar *algum* problema de MATP (e.g. “velocidade de rotação” não se aplicaria a todos os problemas). O critério 2a serviu para evitar sobreposição de semântica entre os parâmetros. A seguir, apresentamos outro critério:

- 2. **Perspectiva de Sistemas Multiagentes:** Os parâmetros devem classificar os problemas da MATP considerando que eles serão resolvidos distribuidamente, por meio de uma sociedade de agentes autônomos.

Apesar da definição formal da MATP ter uma perspectiva mais centralizada (cf. subseção 3.3.4), o critério acima define que a perspectiva da Taxonomia da MATP é a de criação de soluções distribuídas, primordialmente. Assim, alguns detalhes que não são explicitamente tratados na definição formal, precisam ser tratados na taxonomia, a exemplo de limitações no conhecimento prévio e nas percepções dos agentes. A justificativa para essa perspectiva é que ela é mais próxima da grande maioria das aplicações reais (e.g. com robôs ou humanos como patrulhadores). O terceiro critério adotado para guiar a construção da taxonomia é dado abaixo:

- 3. **Critério de relevância do parâmetro:** Um parâmetro só deve ser incluído na taxonomia se os seus valores (classificações) têm **relevância prática**, distinguindo problemas de MATP que servem de modelos para diferentes tarefas reais de patrulhamento. Dois critérios secundários de relevância para avaliar um parâmetro consistem em verificar se os valores dele:
  - a. **impactam no desempenho** da estratégia, de modo que, em problemas de MATP classificados diferentemente, requerem estratégias (algoritmos) diferentes;
  - b. ou se **diferenciam problemas com graus de realismos diferentes**.

O critério acima, que está diretamente ligado ao objetivo (III) do início do capítulo, foi central na elaboração da taxonomia. Ele foi o principal guia na inclusão ou ex-

clusão dos parâmetros e de valores. O último critério, porém, tem propósito similar, servindo de complemento ao terceiro:

4. **Critério de controle da especialização:** Deve-se evitar especializar as classificações, nos casos em que não for possível prever com segurança a *relevância* do parâmetro ou valor, segundo o critério 3.

Este último critério serviu para evitar criar classificações excessivamente especializadas, sem conhecimento da relevância prática delas. O objetivo deste critério foi o de deixar a taxonomia mais simples, neste momento inicial, até que as pesquisas alcancem um maior entendimento teórico e prático da MATP. Porém, não descartamos a possibilidade de que seja necessário estender a taxonomia no futuro, caso sejam identificadas novas aplicações com necessidades mais específicas. No próximo capítulo, apresentamos a taxonomia criada com base nos quatro critérios aqui apresentados.

## 5.2 A Taxonomia da MATP

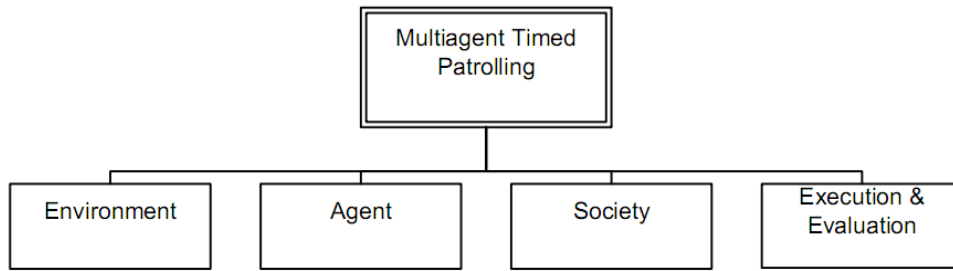
Nesta seção, apresentamos a **Taxonomia da MATP**, cuja versão inicial foi elaborada conjuntamente com Marcelo Siqueira, que é, também, aluno de doutorado do CIn sob orientação de Patrícia Tedesco e Geber Ramalho.

Conforme exposto na seção anterior, a *Taxonomia da MATP* não segue a estrutura tradicional hierárquica – ela é definida por **parâmetros de classificação** independentes. Porém, por uma questão didática, os próprios parâmetros foram agrupados em uma árvore, obedecendo relações “parte-todo” (Bruno e Richmond, 2003). Nas figuras, os parâmetros estão localizados sempre no último nível da hierarquia e são identificados com nodos<sup>23</sup> de cor mais escura.

A Figura 11 mostra os níveis superiores da taxonomia, chamados aqui de *dimensões* da taxonomia. São quatro as dimensões: dos parâmetros relacionados ao ambiente, daqueles ligados às características individuais dos agentes, dos parâmetros da sociedade e dos parâmetros de execução e avaliação do time de agentes. Cada uma dessas dimensões é discutida individualmente nas subseções 5.2.1 a 5.2.4. Nelas, os parâmetros são apresentados e justificados com base nos critérios da seção 5.1, em especial o *critério de relevância*. Então, na subseção 5.2.5, comentamos a taxonomia apresentada.

---

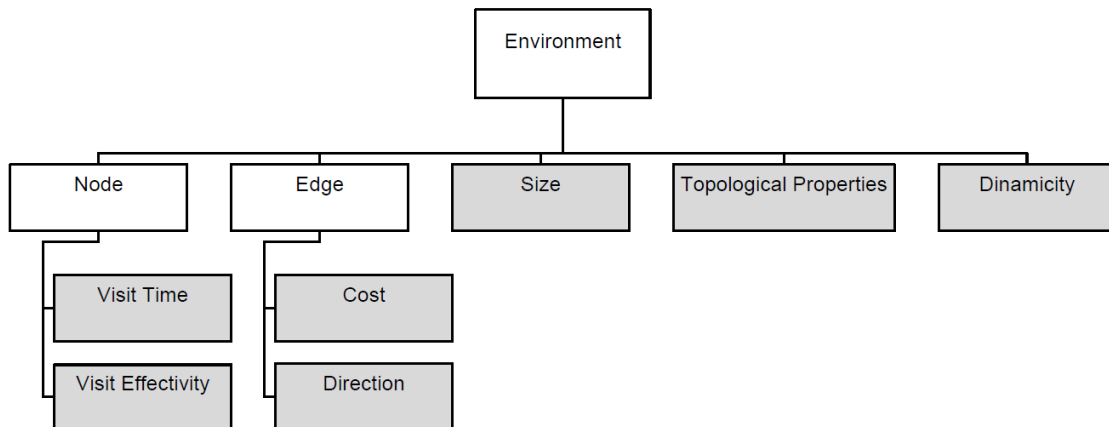
<sup>23</sup> Apesar de sinônimos, fazemos uma diferenciação, aqui, entre os termos “nodo” e “nó”. O primeiro (nodo) é usado para referenciar um elemento da taxonomia e o segundo (nó) para os vértices do grafo.



**Figura 11: Taxonomia da Patrulha Temporal Multiagente: nível superior**

### 5.2.1 Parâmetros do Ambiente

Como já apresentamos, a MATP permite diversos modelos de ambiente. No entanto, na taxonomia, eles são tratados como *grafos*, para abstrair características do ambiente secundárias para a tarefa de patrulhamento e focar nos aspectos mais relevantes, que são os aspectos topológicos do ambiente. Como comentamos na seção 3.3, outros modelos de ambientes são compatíveis com grafos e, assim, devem ser classificados a partir de um grafo que o represente.



**Figura 12: Taxonomia da MATP: dimensão *Environment***

Os parâmetros da dimensão **Environment** da taxonomia classificam as características ligadas ao grafo que representa o ambiente. A Figura 12 detalha essa dimensão. Dentro dela, o nodo **Node** agrupa parâmetros ligados aos nós do grafo (ou seja, aos pontos de interesse de um ambiente qualquer). Dentro de *Node*, encontram-se estes parâmetros:

1) **Node→Visit Time**. Este parâmetro representa o tempo que um agente leva para completar uma ação de visita em cada nó. Valores (classificações) possíveis:

- *Instantânea*: Quando a visita não toma tempo – ela é concluída instantaneamente quando um agente passa pelo nó.
- *Retardada*: Quando a visita leva algum tempo para ser concluída.

**Justificativa:** Este parâmetro foi criado porque afeta a aplicabilidade. Por exemplo, em aplicações de limpeza, a visita pode consistir apenas em “passar” fisicamente pelo nó, para aspirar a poeira; já em outras aplicações, a visita pode envolver ações não-instantâneas, tais como: a aplicação de um sensor, um movimento (e.g. para olhar ao redor) ou alguma atividade de manutenção no ponto de interesse.

2) **Node→Visit Effectivity**. Este parâmetro representa se uma ação de visita ao um nó pode ou não falhar. Essas são as classificações possíveis:

- *Determinística*: Quando toda ação de visita concluída resulta em sucesso. Logo, toda visita é usada no cálculo da métrica.
- *Estocástica*: Quando as ações de visitas podem falhar, de acordo com alguma probabilidade. Visitas “falhas” não são consideradas para efeito de cálculo da métrica.

**Justificativa:** Em algumas aplicações, um agente pode falhar no conserto de um defeito de um equipamento ou na realização de uma tarefa de manutenção, durante a visita. Já em aplicações de segurança, a visita pode ser considerada como sempre eficaz se o objetivo for apenas o de *inibir* invasões pela mera presença física do agente.

O nodo **Edge** da taxonomia agrupa os parâmetros que classificam características associadas às arestas dos grafos. Seus parâmetros são explicados a seguir:

1) **Edge→Cost**. Este parâmetro descreve se existem *custos* distintos associadas a arestas distintas, onde o custo de cada aresta representa a distância entre dois nós ou, equivalentemente, o tempo necessário para ir de um nó a outro (para um dado modelo de movimentação dos agentes). Classificações possíveis:

- *Sem custos*: Quando as arestas não variam seus custos associados, ou seja, seus custos são todos iguais (tipicamente, unitários).
- *Com custos*: Quando as arestas de um mesmo ambiente podem apresentar custos distintos entre si.

**Justificativa:** Em algumas aplicações, pode ser relevante discretizar todo o ambiente real em células de mesmo tamanho (na forma de um *grid*, por exemplo), o que resulta em um modelo de ambiente cujos pontos de interesse são regularmente espaçados. Em outras, os pontos de interesse ficam, naturalmente, a distâncias variáveis.

2) **Edge→Direction**. Este parâmetro descreve se as arestas podem ser todas atravessadas em ambas as direções (i.e. se o grafo é não-direcionado) ou se cada aresta tem uma direção específica (i.e. se o grafo é direcionado). Os valores deste parâmetro são simplesmente:

- *Não-direcionadas*: Todas as arestas são bi-direcionais.
- *Direcionadas*: As arestas são uni-direcionais, mas pode haver arestas simétricas. (Note que os grafos direcionados são mais gerais, pois cada aresta não-direcionada pode ser representada por duas arestas direcionadas simétricas).

**Justificativa**: Impacta na aplicabilidade, pois para representar as ruas de uma cidade em uma aplicação de coleta de lixo, seria necessário usar arestas direcionadas, porém, para representar o ambiente interno de um prédio em uma aplicação de vigilância, seria adequado usar arestas não-direcionadas.

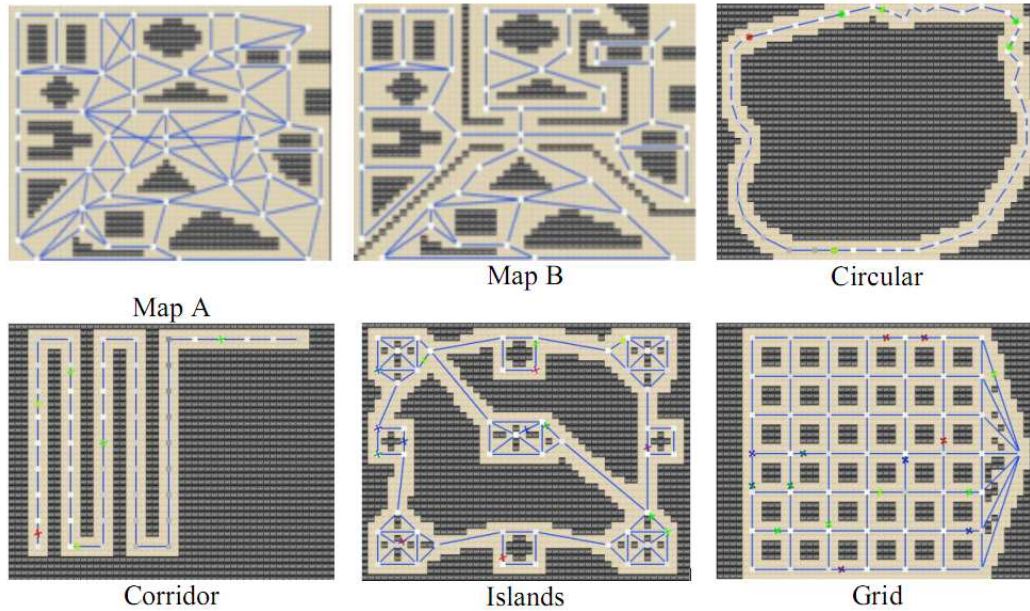
Quanto ao nodo **Size**, ele é um parâmetro que classifica os ambientes quanto à quantidade de nós (pontos de interesse). Descrevemos os valores deste parâmetro usando a ordem de grandeza da quantidade de nós:

- *Dezenas de nós*
- *Centenas de nós*
- *Milhares de nós*
- *Dezenas de milhares de nós*
- ...
- *Qualquer*

**Justificativa**: Aplicações para a vigilância de um prédio ou para a limpeza urbana de uma cidade variam na ordem de grandeza dos pontos de interesse. Além disso, devido a questões de complexidade dos algoritmos, lidar com maior quantidade de nós traz mais desafios na pesquisa de soluções. O caso “qualquer” foi criado por conta de trabalhos teóricos que não restringem o tamanho do ambiente.

Outro parâmetro relacionado ao ambiente é **Topological Properties**, que, classifica o ambiente quanto às suas características estruturais relevantes. É fácil justificar este parâmetro, pois cada tipo de grafo pode ter aplicabilidades e algoritmos específicos. Por exemplo, o *grafo anel* (ou grafo ciclo) sem pesos pode representar a patrulha nas fronteiras de uma região e é um dos poucos tipos de grafos para o qual já existem algoritmos ótimos de patrulha (e.g. Elor e Bruckstein, 2009d). O grande problema que en-

contramos foi em definir de maneira precisa e relevante como classificar quanto a esse parâmetro. Pelos critérios para elaboração da taxonomia dados na seção 5.1, tentamos fazer com que esse parâmetro separasse classes em que o desempenho dos agentes variam e que seja independente do número de nós (que é tratado em outro parâmetro).



**Figura 13: Mapas com diversas propriedades topológicas (Almeida et al., 2004)**

Para ilustrar a dificuldade em classificar quanto à topologia do grafo, mostramos na Figura 13 alguns exemplos de mapas (e seu grafo subjacente) com tamanhos próximos, nos quais foi observada grande variação de desempenho entre diferentes estratégias de patrulha, em experimentos (Almeida et al., 2004). Informalmente, é fácil perceber características que distinguem tais mapas – no mapa *A*, há grande facilidade de acesso a todos nós; no mapa *B*, os nós se agrupam em “salas”; no mapa *Islands*, as salas são menores e mais distantes entre si; o mapa *Corridor* não tem bifurcações; etc. Porém, a dificuldade é criar um mecanismo *formal* para classificar, de forma relevante, qualquer grafo possível.

Pensamos em duas abordagens gerais para classificar quanto ao parâmetro *Topological Properties*: (1) dividi-lo em sub-parâmetros, tais como: distância média (entre os nós), grau médio e diâmetro do grafo; ou (2) usar os tipos de grafos previstos na Teoria dos Grafos. A primeira abordagem requer um conhecimento muito profundo de quais características afetam o desempenho e a aplicabilidade, que requer um esforço de pesquisa adicional. Por isso, achamos mais adequado, nesta primeira versão da Taxonomia da MATP, adotar a segunda abordagem. Além disso, diversos trabalhos propõem algoritmos específicos para alguma classe de grafos da Teoria dos Grafos (e.g. Elor e

Bruckstein, 2009b, 2009c; Pasqualetti, Franchi e Bullo, 2010; Agmon, Urieli e Stone, 2011), o que mostra que várias dessas classes impactam no desenvolvimento.

Assim, os valores do parâmetro *Topological Properties* são esses:

- *Grafo caminho, grafo ciclo, grafo completo, grafo hamiltoniano, grafo euleriano, grafos grid, grafo outerplanar*, entre outros tipos de grafos formalmente definidos na Teoria dos Grafos.
- *Topologia planar arbitrária*: Para problemas em que os grafos são planares e arbitrários (e.g. não são de um tipo mais específico).
- *Topologia arbitrária*: Para problemas que permitem qualquer tipo de grafo, inclusive não-planares.

**Justificativa:** A patrulha de fronteira, a patrulha interna de prédios e a patrulha de ruas de uma cidade variam quanto às suas topologias. Fizemos diferenciação entre *planar arbitrária* e *arbitrária* porque a primeira é relevante para aplicações de Robótica, mas a segunda é adequada apenas para algum tipo de ambiente virtual (e.g. uma rede de computadores) que permita grafos não-planares.

O último parâmetro relacionado aos ambientes é **Dinamicity**, que classifica quanto à possibilidade de haver variação nas características do ambiente durante a execução. No *problema de MATP*, essa variação deve ser modelada formalmente de maneira específica (e.g. por meio de uma função do tempo sem visita ou por alguma distribuição de probabilidade). Porém, esse modelo não foi considerado na classificação. As classificações quanto a este parâmetro são estas:

- *Estático*: Indica que nenhum elemento do ambiente varia.
- *Dinâmico quanto às visitas*: Indica que a *duração* da visita ou a *probabilidade de efetivação* da visita (ou ambas as características) variam, em cada nó.
- *Dinâmico quanto à acessibilidade*: Indica que, durante a execução, podem variar características do grafo que afetam a movimentação dos agentes, tais como: *custos das arestas* e *disponibilidade de nós* ou *arestas* (onde nós/arestas *indisponíveis* não podem ser visitados/atravessados).
- *Dinâmico completo*: Engloba os dois casos imediatamente anteriores.

**Justificativa:** Em uma aplicação de manutenção, por exemplo, pode acontecer de a chance de uma visita ser efetivada diminuir quando um equipamento (nó) passa muito tempo sem receber manutenção. Já em aplicações militares, partes do ambiente podem se tornar indisponíveis por conta de ataques adversários.



### 5.2.2 Parâmetros dos Agentes

Os parâmetros que classificam os problemas de MATP quanto a conhecimento, ações e percepções dos agentes estão agrupados na dimensão *Agent* da Taxonomia da MATP, detalhada na Figura 14.

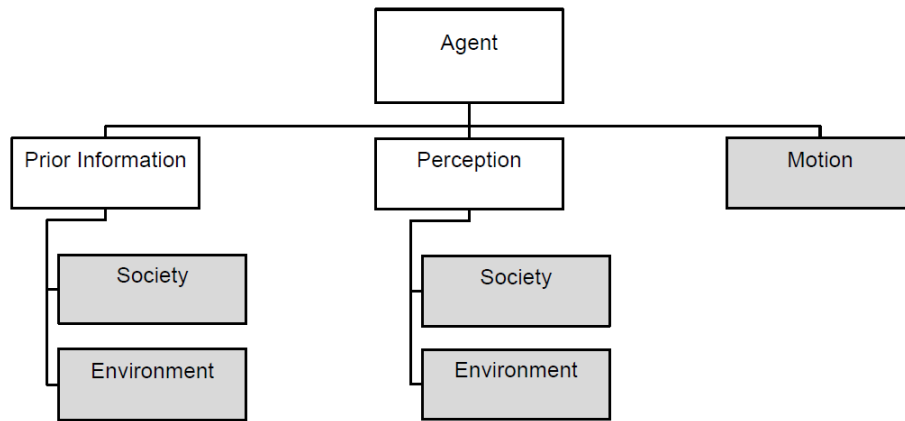


Figura 14: Taxonomia da patrulha temporal: dimensão *Agent*

O nodo **Prior Information** agrupa os parâmetros que classificam os problemas de MATP quanto às informações que os agentes possuem *antes* de sua execução e que são necessárias para planejar as rotas de todos os agentes, para todo o intervalo de medição. A idéia é que a MATP pode ser estudada como um problema a ser resolvido em *tempo de execução*, à medida que os agentes adquirem conhecimento do ambiente, ou como um problema em que os agentes *planejam* suas ações ou *aprendem* como escolhê-las, antes de entrarem em execução. Há dois tipos de informações que os agentes podem deter previamente, que são dois parâmetros complementares da taxonomia:

1) **Prior Information** → **Society**. Este parâmetro descreve o conhecimento que os agentes detêm sobre a sociedade, antes de sua execução. Possíveis valores:

- *Nenhum conhecimento*: Nenhum agente tem nenhum tipo de informação prévia sobre outros agentes patrulhadores.
- *Conhecimento total*: Pelo menos um agente patrulhador tem acesso a todas as informações relevantes da sociedade. Tais informações incluem, pelo menos, a quantidade inicial de agentes e as posições iniciais dos agentes. Dependendo das características específicas do problema de MATP, também podem ser conhecidas as direções iniciais dos agentes, o nível de suas energias (nas baterias), etc.

- *Conhecimento parcial*: Algum dos agentes conhece apenas uma parte das informações descritas acima.

2) **Prior Information → Environment**. Este parâmetro descreve o conhecimento prévio dos agentes sobre o ambiente. Classificações possíveis:

- *Nenhum conhecimento*: Nenhum agente tem nenhum tipo de informação prévia sobre o ambiente.
- *Conhecimento total*: Pelo menos um agente conhece todo o grafo em todos os seus detalhes: os nós, as arestas e os tempos de visita, pelo menos. Dependendo do problema, os agentes podem deter também conhecimento das probabilidades de efetivação das visitas, entre outras.
- *Conhecimento parcial*: Pelo menos um agente detém apenas parte das informações do grafo ou detém uma informação mais abstrata sobre ele. Exemplos: o agente sabe a quantidade de nós ou a classificação topológica do grafo (a mesma usada no parâmetro *Topological Properties*).

**Justificativa**: Em aplicações militares, os agentes podem ter conhecimento prévio parcial das sociedades e dos ambientes, pois os agentes devem ser preparados para começar a atuar rapidamente. Em aplicações de segurança interna de prédios ou de limpeza, geralmente há menos urgência, o que permite configurar esse conhecimento previamente nos agentes.

O nodo **Perception** agrupa os parâmetros que classificam quanto aos elementos percebidos individualmente por cada agente de patrulha. Ele é formado por dois parâmetros complementares, descritos a seguir:

1) **Perception → Society**. Classifica quanto à percepção que cada agente tem da localização dos outros agentes patrulhadores. Semelhantemente ao parâmetro anterior, as classificações são relativas ao alcance. A diferença é que pode não haver nenhuma percepção dos agentes. Assim, estas são as possíveis classificações, definidas com base no agente que tem percepção mais profunda (os outros têm percepção inferior):

- *Nenhuma*. Nenhum agente percebe os outros, independentemente de quão próximos estejam.
- *Local*. Algum dos agentes tem a capacidade de perceber a presença de outros agentes situados a uma dada distância fixa que independe de qualquer característica do ambiente ou da sociedade.

- *Não-local*. Algum dos agentes tem a capacidade de perceber a presença de outros agentes situados uma distância que depende da quantidade de agentes e do ambiente. Essa distância pode ser suficiente para cobrir todo o ambiente (*percepção global*) ou pode ser proporcional a alguma medida do “tamanho” do ambiente, tal como o *diâmetro* ou a *quantidade de nós* (que podemos chamar de *percepção semi-global*).

2) **Perception → Environment**. Classifica quanto à percepção de nós e arestas. As possíveis classificações, dadas a seguir, dizem respeito ao alcance (*range*) da percepção do agente, medido em termos de alguma medida de “distância” (e.g. a *quantidade de arestas* ou os *custos das arestas*):

- *Local*: Análoga à percepção *local* da sociedade.
- *Não-local*: Análoga à percepção *não-local* da sociedade.

**Justificativa:** Os dois parâmetros impactam na aplicabilidade. Em aplicações com ambientes (da aplicação) grandes, pode ser inviável adotar robôs com percepção não-local. Em ambientes menores, é mais viável fornecer percepção não-local por meio de uma rede de sensores. Os casos *global* e *semi-global* foram agrupados por serem muito semelhantes, requerendo uma percepção proporcional às dimensões do ambiente.

O parâmetro **Motion** especifica o nível de realismo com que é modelada a locomoção dos agentes no ambiente. Estes são os possíveis valores:

- *Simples*: Os agentes patrulhadores se locomovem com velocidade constante unitária. Não há necessidade de mudança de direção (ou esta é instantânea), nem de recarga e não há choques entre os agentes.
- *Realística*: Os agentes têm várias das (ou todas as) principais características de locomoção de robôs físicos reais, tais como: mudança de velocidade, mudança de direção, possibilidade de colisão e necessidade de recarga das baterias.
- *Intermediária*: Movem-se a uma velocidade constante, mas possuem alguma das características realistas (e.g. precisam recarregar baterias).

**Justificativa:** Este parâmetro obviamente impacta na pesquisa de soluções. Ele também tem impacto na aplicabilidade: problemas de MATP com movimentação simples podem ser aplicados em jogos, enquanto problemas com as outras classificações são mais adequados para aplicações de robótica.

### 5.2.3 Parâmetros da Sociedade

A dimensão *Society* (Figura 15) agrupa os parâmetros que classificam os problemas de MATP quanto às características gerais da sociedade (time) de agentes patrulhadores.

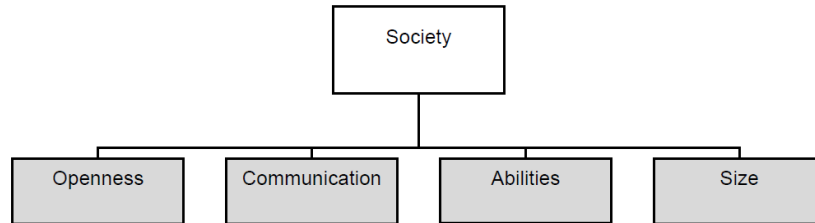


Figura 15: Taxonomia da patrulha temporal: dimensão *Society*

Nesta dimensão, o parâmetro **Openness** classifica quanto à possibilidade de entrarem e saírem agentes durante a execução. Ele permite dois valores:

- *Fechada*: Não podem entrar ou sair agentes. Os agentes que efetuam a patrulha são os mesmos do início até o fim da execução.
- *Aberta*: Agentes podem entrar ou sair durante a execução. A entrada e a saída de agentes podem seguir critérios diversos (um agente pode sair quando atinge uma meta de visitas ou pode sair dependendo de uma probabilidade de falhar, por exemplo).

**Justificativa:** Problemas de MATP com sociedades abertas podem servir para modelar, por exemplo, aplicações militares em que patrulheiros podem ser eliminados, por exemplo.

O parâmetro **Communication** classifica quanto à existência e ao tipo de comunicação explícita entre os agentes. No caso em que os agentes se comunicam, é necessário também classificar como essa comunicação acontece. Possíveis classificações:

- *Sem comunicação*: Não há mensagens de nenhum tipo. Útil para modelar aplicações militares em contextos em que é necessário manter “silêncio de rádio” para impedir que o inimigo localize a tropa.
- *Marcações (flags)*: Os agentes podem deixar informações em cada nó ou aresta para serem lidas por qualquer outro agente que chegar naquela mesma localização ou em localizações próximas, a uma distância fixa. Pode modelar aplicações de robótica em que são usadas etiquetas RFID espalhadas no ambiente para armazenar pequenas quantidades de informação (cf. Baglietto et al., 2009; Cannata e Sgorbissa, 2011).

- *Mensagens diretas de alcance global*: Os agentes podem enviar, a qualquer momento, informações que são imediatamente recebidas pelos demais agentes, em qualquer ponto do grafo. Não consideramos diferenciar entre comunicação individualizada (agente a agente) ou em *broadcast* (para todos os agentes). Esse tipo de comunicação representa, por exemplo, aplicações em que robôs trocam mensagens por algum mecanismo *wireless* (e.g. *WiFi*). Consideramos que comunicação *blackboard* também se encaixa neste caso, pois ela tem o mesmo efeito prática do uso de mensagens de *broadcast* com alcance global.
- *Mensagens diretas de alcance local*: Como o anterior, porém os agentes não podem trocar mensagens se estiverem muito distantes entre si (onde essa distância é o custo do menor caminho entre eles).

**Justificativa:** Tem impacto nas aplicações, como explicado em cada classificação acima.

O parâmetro **Abilities** indica se os agentes têm exatamente as mesmas ações com os mesmos efeitos ou não. Não se trata de uma classificação dos *papéis* dos agentes na organização multiagente, mas sim das suas *habilidades* ou *capacidades* relativas. Ele permite dois valores:

- *Homogêneas*: Todos os agentes têm as mesmas ações com os mesmos efeitos, na definição do problema.
- *Heterogêneas*: As ações disponíveis são diferentes ou os efeitos delas são diferentes entre os agentes. Exemplos: apenas um agente pode enviar mensagens ou os agentes têm diferentes velocidades.

**Justificativa:** Em aplicações de robótica é possível adotar robôs de modelos diferentes, com diferentes capacidades. Mesmo robôs de um mesmo modelo costumam ter pequenas variações de velocidade, aceleração, etc. Em aplicações em jogos, pode não haver essa preocupação.

O parâmetro **Size** classifica a sociedade quanto ao número de agentes patrulhadores. Porém, não basta analisar a quantidade absoluta de agentes – é importante observar a relação *agente*  $\times$  *nós*. Assim, estas são as classificações propostas:

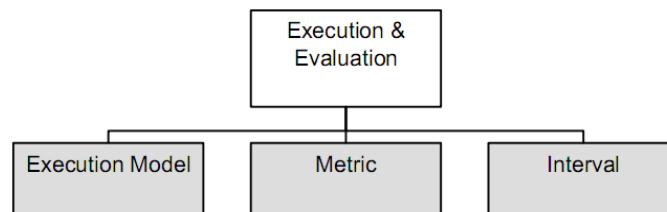
- *Agente único*: Quando é dada atenção especial ao caso em que há apenas um patrulhador.

- *Time pequeno*: Quando a proporção dos agentes em relação aos nós é menor que  $1/3$ . Permite haver um único agente, desde que junto com outros tamanhos da sociedade.
- *Time grande*: Esta classificação se aplica aos casos em que a proporção dos agentes em relação aos nós é maior que  $1/3$ .
- *Qualquer*: Pode envolver de um só agente até um time grande.

**Justificativa:** De acordo com a nossa experiência, este parâmetro traz impacto no desempenho relativo das estratégias. O limiar de  $1/3$  foi escolhido porque observamos, em experimentos, que quando o número de agentes está acima de  $1/3$  do número de nós, as estratégias começam a apresentar desempenhos muito próximos entre si. Porém, abaixo de  $1/3$ , as estratégias se diferenciam com mais clareza. O caso de um único agente foi criado por um interesse de pesquisa – ele pode servir como um passo inicial, mais simples, antes do estudo dos demais. O caso *qualquer* foi criado por conta de trabalhos teóricos de resultados bastante gerais.

#### 5.2.4 Parâmetros de Execução e Avaliação

A dimensão *Execution & Evaluation* agrupa parâmetros ligados ao modelo de execução dos agentes e à forma de avaliação do desempenho. A Figura 16 mostra os três parâmetros dessa dimensão.



**Figura 16:** Taxonomia da patrulha temporal: dimensão *Execution & Evaluation*

O parâmetro **Execution Model** classifica os problemas de MATP quanto à forma que a escolha e a execução das ações são dispostas no tempo. Consideramos relevantes apenas dois possíveis valores:

- *Baseado em turnos (turn-based)*. Neste modelo de execução, o tempo é discretizado em *turnos*, que representam a passagem de uma unidade de tempo no problema. A cada turno, todos os agentes podem escolher uma ou mais ações aplicáveis, antes do turno ser incrementado. Neste modelo, o tempo de computação (gasto pelos agentes) não conta no tempo do

problema. Logo, os agentes podem levar tempos arbitrários escolhendo suas ações a cada turno.

- *Tempo real (realtime)*. Neste modelo, o tempo é contínuo e prossegue independente de qualquer ação dos agentes. Isso significa: (1) que os agentes podem efetuar ações em qualquer fração de tempo arbitrária, e (2) que o tempo de computação gasto pelos agentes conta no tempo do problema. É como se a própria computação da próxima ação de cada agente fosse uma ação da definição formal, tendo seus custos de tempo (em algum processador) contabilizados no problema.

**Justificativa:** Esta diferenciação entre *realtime* e *turn-based* é relevante tanto para aplicações quanto para pesquisas. O caso *turn-based* requer menos preocupação com a complexidade de tempo dos algoritmos e pode ser mais adequada para se pré-calcular uma estratégia, em aplicações em que isso é possível (talvez, em todos os ambientes estáticos). O caso *realtime* é um melhor modelo para aplicações de Robótica em que se requer reatividade.

O parâmetro **Metric** está relacionado à métrica utilizada. Porém, ao invés de listar todas as métricas da MATP apresentadas, definimos os valores deste parâmetro usando os *requisitos de desempenho* associados a elas, com base na análise do Capítulo 4. Assim, os valores deste parâmetro são:

- *Total de visitas.*
- *Visitação mínima.*
- *Tempo máximo entre visitas.*
- *Visitação uniforme.*
- *Regularidade temporal.*
- *Equilíbrio frequência-regularidade (o requisito padrão).*
- *Risco linear médio.*

**Justificativa:** Cada requisito requer um comportamento distinto da estratégia ótima nele, como explicado no Capítulo 4. Logo, é necessário pesquisar algoritmos especializados para cada um deles.

O parâmetro **Interval**, ligado ao componente *I* da definição formal da MATP, descreve o período de tempo que é usado para avaliar as estratégias. Consideramos duas possibilidades principais, que são representadas pelos dois valores deste parâmetro:

- *Completo:* Todo o período de execução da estratégia é usado para avaliá-la (na métrica escolhida).

- *Estado estável*: Somente o período de tempo em que a estratégia exibiu seu comportamento estável é considerado para avaliação. Assim, o período inicial, de adaptação da estratégia (possivelmente com um desempenho pior), é desconsiderado.

**Justificativa:** Esta classificação afeta a aplicabilidade, pois o caso *completo* é mais adequado para aplicações em que se requer mais reatividade ou adaptabilidade das soluções. Já o caso *Estado Estável* é útil para pré-calcular as rotas, em aplicações em que não há urgência para iniciar a patrulha (e.g. limpeza).

### 5.2.5 Comentários sobre a Taxonomia

Nas classificações propostas para os parâmetros, pequenas variações nos problemas de MATP foram desprezadas e todas receberam a mesma classificação, quando julgamos tais variantes pouco relevantes. Um exemplo disso acontece com o parâmetro *Execution Model*, para o qual definimos apenas *uma* classificação de tempo discreto (*turn-based*) apesar de a literatura descrever algumas variantes dele (Glad et al., 2010; Elor e Bruckstein, 2009d). Outros parâmetros em que diversas pequenas variantes também foram ignoradas são esses:

- *Environment*→*Node*→*Visit Effectivity*: A classificação *Estocástica* despreza detalhes de como a probabilidade de sucesso da visita é determinada. Por exemplo, ela pode ser constante ou variar em função do tempo sem visita, pode variar entre os nós ou não, entre outras possibilidades.
- *Environment*→*Node*→*Visit Time*: Na classe *Retardada*, o tempo de visita permite variações análogas aos descritos no item anterior.
- *Environment*→*Dinamicity*: Nos casos dinâmicos, são possíveis diferentes modelos de variação das *visitas* ou da *acessibilidade* dos ambientes. Elas podem ser dadas em função da quantidade de visitas ou seguir alguma distribuição de probabilidade, por exemplo.
- *Agent*→*Motion*: Na classificação *Realista*, a movimentação pode variar em diversos aspectos (e.g. aceleração, mudanças de direção) entre diferentes modelos de robô. A classificação *Intermediária* também permite vários sub-casos.
- *Society*→*Openness*: O modelo de saída e entrada de agentes também pode variar em função das ações dos agentes ou aleatoriamente, analogamente ao parâmetro *Environment*→*Dinamicity*.



Destacamos também que o parâmetro *Topological Properties* pode admitir formas diferentes de classificação, talvez mais simples. Portugal e Rocha (2011b), por exemplo, propõem usar uma medida numérica chamada de *Fiedler value* ou *conectividade algébrica* para classificar as topologias. Porém, eles não comprovam a generalidade nem a relevância dessa classificação para a patrulha. Há muitas outras características dos grafos que, potencialmente, podem afetar o desempenho, tais como: a conectividade por nó, a conectividade por arestas, o grau médio, o diâmetro, o caminho mais longo, o *girth*, etc. Assim, a escolha de características adequadas para classificar as topologias é uma questão em aberto, a ser investigada em pesquisas futuras.

Por fim, para as discussões no restante do capítulo, convém definir de maneira mais precisa o que chamados de **classe da MATP**: é um conjunto de problemas de MATP que recebem precisamente a mesma classificação em *todos* os parâmetros da Taxonomia da MATP. Essas classificações individuais servem para comparar problemas distintos, o que satisfaz o objetivo (I), apresentado no início do capítulo. Além disso, por conta do critério de relevância adotado na construção da MATP, uma *classe da MATP* agrupa *problemas de MATP* que apresentam semelhante *potencial de aplicação*, conforme o objetivo (III) proposto. Na próxima seção, analisamos todos os trabalhos anteriores ligados a definições generalizadas pela MATP, para criar um “mapa” de quais classes da MATP já foram estudadas, de modo a satisfazer o objetivo (II).

### 5.3 Mapeamento das Classes Estudadas

O objetivo desta seção é classificar os trabalhos anteriores quanto às *classes da MATP* de que eles tratam, criando, assim, um *mapeamento* entre classes da MATP e os trabalhos de pesquisa. O benefício direto deste mapeamento é que ele agrupa pesquisas realmente similares, permitindo uma comparação mais igual entre elas. Além disso, o mapeamento pode auxiliar no *direcionamento de novas pesquisas* de patrulha sem conhecimento dos eventos (dentro do *framework* MATP) de duas formas: (1) ele facilita a identificação de pontos de semelhança entre um problema de MATP antigos e algum novo problema que se deseja estudar, permitindo a um pesquisador reutilizar ou adaptar alguma das soluções das classes anteriores; (2) ele permite identificar as classes menos estudadas que, por isso, merecem maior atenção em pesquisas futuras.

Em um primeiro momento, consideramos relevantes para este mapeamento todos os mais de cinquenta trabalhos encontrados que podem ser enquadrados no *framework* da Patrulha Temporal Multiagente (MATP). Destes trabalhos, descartamos alguns com base em certos *critérios de corte*, chegando, assim, a uma lista final dos trabalhos

efetivamente considerados no mapeamento. A lista inicial, os critérios de corte e a lista final de trabalhos estão detalhadamente descritos no Apêndice C. O mesmo apêndice também traz as principais diretrizes que adotamos durante a classificação dos *problemas de MATP* adotadas em cada trabalho de pesquisa.

Nas próximas subseções, analisamos, separadamente, como os trabalhos se classificam em cada dimensão da Taxonomia da MATP (em cada um dos seus parâmetros). Para identificar cada trabalho no mapeamento, usamos números de dois níveis (e.g. 7.2), que podem ser consultados na seção C.2 (Apêndice C). Nos parâmetros da taxonomia em que o trabalho apresenta diferenças de classificação (para os diferentes algoritmos tratados), acrescentamos uma letra minúscula ao identificador (e.g. 7.1a e 7.1b), para diferenciar.

### 5.3.1 Classificação dos Ambientes Estudados

A Tabela 22 resume o mapeamento das características dos ambientes estudadas na literatura. Todo trabalho de pesquisa (da lista final) foi classificado em cada um dos parâmetros da dimensão *Environment*. Porém, a coluna percentual soma mais de 100% em alguns parâmetros por conta dos trabalhos com classes mistas (como o trabalho 4.1, que estuda ambientes com e sem pesos nas arestas).

**Tabela 22: Classificação dos trabalhos ligados à MATP quanto à dimensão Environment**

Parâmetro	Classificação	Trabalhos	Percentual
<b>Node → Visit Time</b>	instantânea	1.1, 2.1, 2.2, 2.3, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 7.1, 8.1, 8.2, 9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 12.1, 13.1, 14.1, 16.1	95%
	retardada	10.1	5%
<b>Node → Visit Effectivity</b>	determinística	1.1, 2.1, 2.2, 2.3, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 7.1, 8.1, 8.2, 9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 10.1, 12.1, 13.1, 14.1, 16.1	100%
	estocástica	-	0%
<b>Edge → Cost</b>	sem custos	1.1, 2.1, 2.2, 2.3, 4.1a, 8.2, 12.1	35%
	com custos	4.1b, 4.2, 4.3, 4.4, 7.1, 8.1, 9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 10.1, 13.1, 14.1, 16.1	70%
<b>Edge → Direction</b>	não-direcionadas	1.1, 2.1, 2.3, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 7.1, 8.1, 9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 10.1, 12.1, 13.1, 14.1, 16.1	95%
	direcionadas	2.2	5%
<b>Size</b>	unidades	9.4	5%
	dezenas	4.1, 4.2, 4.4, 7.1, 9.3, 10.1, 13.1, 16.1	40%
	centenas	1.1, 2.1, 2.3, 8.1, 8.2	25%
	milhares	12.1	5%
	qualquer	2.2, 4.3, 9.1, 9.2, 14.1	25%

<b>Topological Properties</b>	caminho	9.2, 14.1a	10%
	ciclo / anel	2.2, 9.4	10%
	árvore	14.1b	5%
	grid (livre)	9.1**	5%
	grid c/ obstáculos	1.1, 8.1, 8.2, 12.1	20%
	hamiltoniano	2.1	5%
	metric graph	4.3	5%
	outerplanar	9.3	5%
	planar arbitrária	4.1, 4.2, 4.4, 7.1, 10.1, 13.1, 16.1	35%
	arbitrário	2.3, 14.1c	10%
<b>Dinamicity</b>	estático	1.1*, 2.1, 2.2, 2.3, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 7.1, 8.1, 8.2, 9.1, 9.2, 9.4, 10.1, 12.1, 13.1, 14.1, 16.1	95%
	dinâmico quanto à acessibilidade	9.3	5%
	dinâmico – outros	-	0%

\* Em 1.1, há certo dinamismo que não consideramos relevante classificar: os agentes podem mudar de posições de maneira não-intencional (e.g. por conta de um esbarrão) e marcações (flags) podem se apagar dos nós. / \*\* Em 9.1, os grids têm dimensões pares.

Segue uma análise das características dos ambientes exploradas até o momento na literatura. Primeiramente, vemos que os trabalhos de pesquisa pouco exploraram diferentes características nas visitas. Apenas um (5%) dos trabalhos analisados considerou visitas retardadas e nenhum considerou visita estocástica<sup>24</sup>. Quando às arestas, há um relativo equilíbrio entre arestas com e sem custos, com uma tendência natural à adoção de arestas com custos (70% dos trabalhos). Porém, as arestas direcionadas foram muito pouco estudadas – apenas um trabalho (5%).

Quanto aos tamanhos dos ambientes, muitos trabalhos trabalham com ambientes pequenos, com *menos de mil* nós (70%). Apenas um trabalho lida explicitamente com *milhares* de nós. Um número razoável de pesquisas (25%) apresenta resultados para grafos de quaisquer tamanhos. Em geral, são pesquisas de abordagem teórica, o que é um bom indicativo de que o problema já está sendo melhor entendido formalmente.

Quanto à topologia, já existe uma grande diversidade delas que foram estudadas. A maioria dos trabalhos lida com topologias *planares arbitrárias* (35%), mas há também vários trabalhos com variações de *grids* (25%). Também destacamos as pesquisas 2.2 e 14.1, que estudaram duas topologias bastante simples – caminho e anel – como passo intermediário para estudar topologias mais complexas (no próprio trabalho 14.1 e

<sup>24</sup> Há um trabalho ligado à MATP que adota visita estocástica (Marier, Besse e Chaib-draa, 2010), mas ele não foi selecionado nos critérios de corte (ver seção B.2, no Apêndice B).

no 2.3). Essas duas topologias simples também receberam atenção em trabalhos de patrulha recentes (e.g. Czyzowicz et al., 2011; Kawamura e Kobayashi, 2012) que estão fora da MATP por adotarem pontos contínuos.

Por fim, destacamos que há apenas um trabalho (5%) com ambientes dinâmicos, mas ele permite apenas o dinamismo quanto aos custos das arestas. Outros tipos de dinamismo simplesmente não foram explorados na MATP.

### 5.3.2 Classificação dos Agentes Estudados

A Tabela 23 resume como os trabalhos encontrados na literatura são classificados quanto às características dos agentes (dimensão *Agent*). Como na subseção anterior, a coluna percentual não soma 100% em alguns parâmetros por conta das classes mistas.

**Tabela 23: Classificação dos trabalhos ligados à MATP quanto à dimensão Agent**

Parâmetro	Classificação	Trabalhos	Percentual
<b>Prior Inform. → Society</b>	nenhuma	1.1, 2.1, 2.2, 2.3, 4.1, 4.4, 8.1, 8.2, 9.4a, 10.1, 13.1	55%
	parcial	4.2, 4.3, 7.1, 9.3, 9.4b, 12.1, 14.1, 16.1	40%
	total	9.1, 9.2	10%
<b>Prior Inform. → Environment</b>	nenhuma	1.1, 2.1, 2.2, 2.3, 4.1a, 8.2	30%
	parcial	12.1, 16.1a	10%
	total	4.1b, 4.2, 4.3, 4.4, 7.1, 8.1, 9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 10.1, 13.1, 14.1, 16.1b	70%
<b>Perception → Society</b>	nenhuma	1.1, 2.1, 2.3, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 7.1, 8.1, 8.2, 9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 10.1, 12.1, 13.1, 14.1, 16.1	95%
	local	-	0%
	não-local	2.2**	5%
<b>Perception → Environment</b>	local	1.1, 2.1, 2.2, 2.3, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 7.1, 8.1, 8.2, 9.1, 9.2, 9.3, 9.4*, 10.1, 12.1, 13.1, 14.1, 16.1	100%
	não-local	-	0%
<b>Motion</b>	simples	1.1, 2.1, 2.2, 2.3, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 7.1, 8.1, 8.2, 9.1, 10.1, 12.1, 14.1, 16.1	80%
	intermediária	9.2a	5%
	realista	9.2b, 9.3, 9.4, 13.1	20%

\* Em 9.4, os agentes se localizam por meio de GPS, mas consideramos que eles percebem o ambiente localmente para se deslocar evitando obstáculos. / \*\* Em 2.2, a percepção da sociedade é, especificamente, semi-global.

Vemos que há certo equilíbrio da distribuição dos trabalhos entre os diversos níveis de conhecimento prévio (da sociedade e dos ambientes). Destacamos duas tendências opostas interessantes: (1) trabalhos que exigem conhecimento prévio *total* do ambi-

ente, pelo menos (70%); (2) trabalhos que não exigem *nenhum* conhecimento prévio nem da sociedade nem do ambiente (30%). Convém que estas duas tendências se diferenciem mais claramente nas pesquisas futuras, pois há trabalhos com classes mistas das duas (e.g. 4.1).

A adoção de percepção não-local é incomum nas pesquisas. Apenas um trabalho (5% do total) adota percepção não-local da sociedade, especificamente. No caso do ambiente, uma explicação é que, muitas vezes, os ambientes estudados são estáticos (95% dos trabalhos) e previamente conhecidos (70%). No caso da sociedade, isso pode ser explicado porque muitos trabalhos (80% dos trabalhos) adotam um modelo simplista de movimentação, em que não há choques entre os agentes, o que torna desnecessária percepção uns dos outros. Para outros fins (além do de evitar choques), os agentes costumam se comunicar por mensagens (ver próxima subseção).

Por fim, destacamos que os modelos realistas de movimentação são uma tendência recente, já adotado em 20% dos trabalhos. Em geral, eles costumam envolver experimentos em simuladores de robótica ou em robôs reais.

### 5.3.3 Classificação das Sociedades Estudadas

A Tabela 24 resume o mapeamento dos trabalhos da literatura, com base nas características das sociedades (dimensão *Society* da Taxonomia da MATP).

**Tabela 24: Classificação dos trabalhos ligados à MATP quando à dimensão Society**

<b>Parâmetro</b>	<b>Classificação</b>	<b>Trabalhos</b>	<b>Percentual</b>
<b>Openness</b>	aberta	16.1	5%
	fechada	1.1, 2.1, 2.2, 2.3, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 7.1, 8.1, 8.2, 9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 10.1, 12.1, 13.1, 14.1	95%
<b>Communication</b>	nenhuma	2.2, 7.1, 9.4a	15%
	flags	1.1, 2.1, 2.3, 4.1a, 4.2a, 8.2, 10.1, 12.1	40%
	mens. locais	9.4b	5%
	mens. locais + flags	4.2b	5%
	mens. globais	4.1b, 4.3, 4.4, 8.1, 9.1, 9.2, 9.3, 13.1, 14.1, 16.1	50%
<b>Abilities</b>	homogênea	1.1, 2.1, 2.2, 2.3, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 7.1, 8.1, 8.2, 9.1, 9.2, 9.3, 10.1, 12.1, 13.1, 14.1, 16.1	95%
	heterogênea	9.4**	5%
<b>Size</b>	agente único	2.3a, 4.3a	10%
	time pequeno	1.1, 2.1, 4.1, 4.2a, 4.4, 8.1, 8.2, 9.3a, 10.1a, 12.1, 13.1a, 16.1, 7.1a	65%
	time grande	4.2b, 9.3b, 9.4, 10.1b, 13.1b, 7.1b	30%
	qualquer	2.2, 2.3b, 4.3b, 9.1, 9.2, 14.1	30%

*\*\* Em 9.4, os agentes têm leves diferenças de velocidade apenas.*

A maioria dos trabalhos de pesquisa lida com sociedades *fechadas* (95%), mas um trabalho recente (16.1) inaugurou a linha de pesquisa com sociedades *abertas* dentro da MATP. Os tipos de mensagens mais utilizados são *flags* (40%) e *mensagens globais* (50%). Em geral, esses são os dois mecanismos que permitem que todos os agentes tenham conhecimento da ociosidade real (compartilhada) de todos os nós, que é um importante parâmetro no funcionamento de vários algoritmos. Outro detalhe é que os trabalhos que adotam *flags* englobam quase a totalidade dos que não requerem conhecimento prévio nenhum (5 dos 6 trabalhos que não requerem conhecimento prévio). Um único trabalho usa mensagens locais sozinhas e outro propôs um algoritmo que usa mensagens locais combinadas com *flags*<sup>25</sup>.

Quanto às habilidades, apenas um trabalho (5%) considerou agentes de habilidades distintas, mas uma distinção muito sutil nas velocidades, apenas. Trabalhos recentes de patrulha têm voltando sua atenção para o caso de agentes com velocidades arbitrariamente definidas (Czyzowicz et al., 2011; Kawamura e Kobayashi, 2012), mas eles não se encaixam na MATP.

Quanto à quantidade de agentes, há certo equilíbrio. A maioria (60%) lida com *times pequenos*, mas há uma quantidade significativa de trabalhos com *times grandes* (30%). Nas demais classificações (*agente único* e *qualquer*), destacamos trabalhos teóricos. No caso *agente único*, especificamente, listamos os que apresentam resultados expressivos (ótimos) novos para um único agente. Na classificação *qualquer* há uma quantidade expressiva (30%) de trabalhos com resultados (teóricos) válidos para qualquer tamanho da sociedade.

### 5.3.4 Classificação das Formas de Execução e Avaliação Estudadas

A Tabela 25 resume o mapeamento dos trabalhos da literatura quanto às formas de execução e avaliação adotadas (dimensão *Execution & Evaluation*).

**Tabela 25: Classificação dos trabalhos ligados à MATP quanto à dimensão Execution e Evaluation**

Parâmetro	Classificação	Trabalhos	Percentual
<b>Execution Model</b>	baseado em turnos	1.1, 2.1, 2.2, 2.3, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 7.1, 8.1, 8.2, 9.1, 9.2a, 10.1, 12.1, 14.1, 16.1	85%
	tempo real	9.2b, 9.3, 9.4, 13.1	20%

<sup>25</sup> O uso de mensagens globais poderia substituir esse sistema misto de comunicação. No entanto, nos atemos ao que foi proposto no trabalho.

<b>Metric</b>	total de visitas	9.1a, 9.2a	10%
	visitação mínima	9.1b, 9.2b	10%
	tempo máximo entre visitas	2.1, 2.2, 2.3, 4.3, 8.1a, 8.2a, 9.3, 9.4, 12.1, 14.1, 16.1	55%
	visitação uniforme	1.1*, 9.1c, 9.2c, 10.1	20%
	regularidade temporal	-	0%
	equilíbrio frequência-regularidade	4.1, 4.2, 4.4, 7.1, 8.1b, 8.2b, 9.4, 12.1, 13.1, 16.1	50%
	risco linear médio	4.1, 4.2, 4.4, 7.1, 8.1b, 8.2b, 9.4, 12.1, 13.1	45%
<b>Interval</b>	estado estável	2.1, 2.2, 2.3, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 7.1, 8.2, 9.1, 9.2, 9.3, 10.1, 12.1, 13.1, 14.1, 16.1	85%
	completo	1.1, 8.1, 9.4	15%

\* O trabalho 1.1 usa outras métricas não analisada aqui, mas ligadas ao requisito “visitação uniforme”. Ele também propõe uma métrica de regularidade temporal, mas ela falha em representar tal requisito.

A grande maioria dos trabalhos de pesquisa adota o tempo *baseado em turnos* (85%). O *tempo real* é adotado em quatro trabalhos (20% do total) e representam uma tendência recente por conta dos pesquisadores de Robótica, que estão envolvidos no estudo das mais diversas formas de MAP. Quanto ao intervalo de avaliação, a maioria dos trabalhos (85%) adota *estado estável*. Alguns desses foram classificados assim por requererem computação prévia e outros por explicitamente descartarem algum período inicial da avaliação (ver diretrizes na seção C.4, Apêndice C). Apenas três trabalhos (15%) efetivamente estudaram *classes da MATP* em que o desempenho dos agentes é avaliado em todo o período.

Quanto às métricas, vemos que há predominância das métricas de *tempo máximo*, especialmente por conta da  $O_{max}$ , e de *equilíbrio frequência-regularidade* (50%), por conta, principalmente, da  $O_{avg}$ . O número expressivo de trabalhos classificados com *risco linear médio* (45%) se deve, também, ao uso da  $O_{avg}$  (pois o caso  $O_{avg}$  recebe essa classificação dupla, como exposto nas diretrizes na seção C.4, Apêndice C). Já há um trabalho (16.1) que adota a  $I_{qmean}$ , por conta de uma publicação preliminar nossa (Sampaio, Ramalho e Tedesco, 2010), não incluída neste mapeamento. A única classificação que não foi atribuída a nenhum trabalho foi a de *regularidade temporal*.

### 5.3.5 Comentários sobre o Mapeamento

Aqui, trazemos alguns comentários sobre o mapeamento da literatura da MATP realizada ao longo desta seção 5.3.

Primeiramente, reportamos algumas das dificuldades que encontramos na classificação dos trabalhos. Uma dificuldade encontrada em vários trabalhos é que eles têm um enfoque na criação de soluções centralizadas, enquanto a Taxonomia da MATP tem

um enfoque em Sistemas Multiagentes. Outra dificuldade é que os trabalhos não são claros em todos os detalhes requeridos para fazer a classificação: alguns não informam explicitamente os tamanhos ou a topologia dos ambientes, trabalhos com simuladores de robótica também não deixam claro se adotaram *tempo real* (como seria esperado), outros assumem que o ambiente faz computações, etc. Explicamos os critérios que adotamos para lidar com estas e outras questões nas seções C.2 e C.4 do Apêndice C.

Uma mudança eventual nos critérios adotados poderia produzir algumas diferenças no mapeamento acima, porém estamos seguros de que não seriam mudanças significativas. Isso porque o mapeamento apresentado partiu de uma lista inicial de mais de *cinquenta* trabalhos, dos quais foram selecionados vinte, segundo critérios também apresentados no Apêndice C. Assim, consideramos que o mapeamento é expressivo da situação atual da pesquisa em definições de MAP compatíveis com a MATP. Com base nesse mapeamento, na próxima seção (5.4), propomos *classes da MATP* que consideramos especialmente relevantes para as próximas pesquisas.

## 5.4 Novas Classes Propostas

O principal objetivo desta seção é propor novas *classes da MATP* que sejam relevantes de serem estudadas em pesquisas futuras. Para isso, começamos apresentando duas classes de referência como ponto de partida para as novas classes. Elas são apresentadas na subseção 5.4.1. Em seguida, na subseção 5.4.2, propomos novas classes de MATP como variantes das classes de referência.

### 5.4.1 Classes de Referência

Nesta subseção, propomos duas *classes de referências* com base nas classificações mais comuns encontradas na literatura. A justificativa para partir dessas classes para propor novas classes (na próxima subseção) é que, assim, as novas pesquisas também podem se basear nas pesquisas anteriores para reaproveitar algoritmos e mapas, além de ter, nas pesquisas já desenvolvidas, uma referência para os novos resultados de desempenho que forem obtidos.

As duas *classes da MATP* escolhidas como classes de referência foram chamadas de **Classe de Referência A** e **Classe de Referência B** ou, **CR-A** e **CR-B**. A principal diferença entre elas é que a CR-A adota comunicação por *flags* sem conhecimento prévio e a CR-B adota mensagens globais com conhecimento prévio do ambiente, que são as duas combinações mais comuns na literatura. O restante das classes foi escolhido com base no critério de *mais ampla adoção*. Com relação à métrica, adotamos o caso



*equilíbrio frequência-regularidade*, que é o mais adotado, mas recomendamos a métrica  $I_{qmean}$ , pelos motivos apresentados no Capítulo 4.

A tabela abaixo descreve conjuntamente as classes CR-A e CR-B, destacando os percentuais de adoção de cada classificação (considerada individualmente):

**Tabela 26: Classes de Referência A e B (CR-A e CR-B)**

<b>Dimensão</b>	<b>Parâmetro</b>	<b>Classificação</b>	<b>Percentual</b>
<b>ENVIRONMENT</b>	<b>Node → Visit Time</b>	instantânea	95%
	<b>Node → Effectivity</b>	determinística	100%
	<b>Edge → Cost</b>	com custos	70%
	<b>Edge → Direction</b>	não-direcionadas	95%
	<b>Size</b>	dezenas	40%
	<b>Topological Properties</b>	planar arbitrária	35%
	<b>Dinamicity</b>	estático	95%
<b>AGENT</b>	<b>Prior Info. → Society</b>	nenhuma	55%
	<b>Prior Info. → Environ.</b>	<b>CR-A:</b> nenhuma <b>CR-B:</b> total	30% 70%
	<b>Perception → Society</b>	nenhuma	95%
	<b>Perception → Environ.</b>	local	100%
	<b>Motion</b>	simples	80%
<b>SOCIETY</b>	<b>Openness</b>	fechada	95%
	<b>Communication</b>	<b>CR-A:</b> flags <b>CR-B:</b> mensagens globais	40% 50%
	<b>Abilities</b>	homogêneas	95%
	<b>Size</b>	time pequeno	65%
<b>EXECUTION &amp; EVALUATION</b>	<b>Execution Model</b>	baseado em turnos	85%
	<b>Metric</b>	equilíbrio freq.-regularidade	50%
	<b>Interval</b>	estado estável	85%

#### 5.4.2 Classes Novas

Aqui, apresentamos as novas *classes da MATP* que propomos para as próximas pesquisas, em um futuro próximo. Elas são propostas como pequenas alterações das classes de referência, para lidar com características poucos pesquisadas. Para isso, fizemos uma compilação das classificações menos estudadas de cada parâmetro. Essa compilação foi colocada no Apêndice C, seção C.5, para deixar esta seção mais objetiva.

Cada nova classe é descrita informando: (1) em qual *classe de referência* ele se baseia e (2) quais os parâmetros que foram alterados. Ao montar as classes, além do

critério de *novidade* (i.e. representa uma lacuna das pesquisas), buscamos criar *classes de MATP* que tenham potencial de *aplicação* ou que sejam especialmente *complexas* de serem abordadas. As novas classes são apresentadas e comentadas a seguir:

**C1) Classes de Agente Único** (Tabela 27). Uma das melhores estratégias heurísticas atualmente conhecidas<sup>26</sup> para qualquer time é derivada de uma estratégia comprovadamente ótima, no *tempo máximo*, para um único agente. Por isso, estamos propondo várias classes de agente único com outras métricas, que podem servir para trazer também um novo entendimento dos casos gerais (com vários agentes). Apesar de o objetivo ser tratar a *topologia arbitrária*, foram propostas também topologias mais simples (*caminho* e *ciclo*), para uma etapa inicial.

**Tabela 27: Classes de Agente Único**

Classes Base	CR-A / CR-B	
Novos Parâmetros	Topological Properties	caminho / ciclo / arbitrária
	[Team] Size	agente único
	Metric	visitação mínima visitação uniforme regularidade temporal equilíbrio freq.-regularidade

**C2) Classes com Choques** (Tabela 28). Nestas classes, alteramos a movimentação simplesmente acrescentando a possibilidade de haver *choques* (colisões) entre os agentes e a percepção local da sociedade. Acreditamos que esta simples alteração já traz novos desafios de pesquisa, além de tornar o problema mais próximo de aplicações reais. Diferentes modelos de choque podem ser consideradas, mas o mais simples consiste em considerar que os agentes se chocam somente se atravessarem ao mesmo tempo uma mesma aresta (mas não se chocam quando estão no mesmo nó).

**Tabela 28: Classes com Choques**

Classe Base	CR-A / CR-B	
Novos Parâmetros	Perception → Society	local
	Motion	intermediário

<sup>26</sup> A estratégia SC-TSP, que é apresentada no Capítulo 6.

C3) **Classes de Ambientes Dinâmicos** (Tabela 29). Apresentam visita retardada e dinamicidade na disponibilidade de nós e arestas. Elas podem servir para modelar zonas de conflito militar em que as visitas representam ações de combate ou de reportar/receber relatório, podendo tomar tempos variáveis. Além disso, nós e arestas podem se tornar indisponíveis por terem sido destruídos ou por estarem sob ataque.

**Tabela 29: Classes de Ambientes Dinâmicos**

Classe Base	CR-A / CR-B	
Novos Parâmetros	Node → Visit Time	retardada
	Dinamicity	dinâmico total

C4) **Classes com Mensagens Locais** (Tabela 30). Estas classes alteram o CR-B tornando as mensagens *locais*. Além disso, consideramos ambientes de tamanhos maiores do que no CR-B, para tornar mais frequente o caso em que os agentes não conseguem se comunicar, o que deve forçar as novas estratégias a exibirem um equilíbrio entre independência e trabalho em equipe. Inicialmente, podem ser investigadas adaptações das diversas estratégias atuais que usam mensagens globais.

**Tabela 30: Classes com Mensagens Locais**

Classe Base	CR-B	
Novos Parâmetros	[Environment] Size	milhares / dez. de milhares
	Communication	mensagens locais

C5) **Classes sem Comunicação** (Tabela 31). Sem comunicação e com percepção não-local da sociedade, o objetivo é que estas classes sirvam para estudar formas de coordenação implícita, por meio da observação dos agentes entre si (e não por mensagens). Elas podem ter aplicações militares também, nos casos em que se requer “silêncio de rádio”, para o inimigo não interceptar as mensagens.

**Tabela 31: Classe sem Comunicação**

Classe Base	CR-B	
Novos Parâmetros	Percetion → Society	não-local
	Communication	nenhuma

C6) **Classes com Visitas Estocásticas** (Tabela 32). Estas classes podem servir para aplicações em que os agentes são imperfeitos na realização das suas atividades

(e.g. manutenção de equipamentos). As probabilidades de efetivação das visitas podem seguir diferentes modelos: podem ser idênticas e constantes para todos os nós ou podem variar em função da ociosidade de cada nó, etc.

**Tabela 32: Classes com Visitas Estocásticas**

<b>Classe Base</b>	<b>CR-A / CR-B</b>	
<b>Novos Parâmetros</b>	<b>Node → Visit Effectivity</b>	estocástica

**C7) Classes de Ambientes Arbitrários Direcionados** (Tabela 33). Estas classes foram propostas com os ambientes com as características mais gerais possíveis – com custos, direcionados e de topologia arbitrária (planares e não-planares) – e considerando avaliação em *todo* o intervalo. Por sua generalidade, elas podem servir de base para a criação de um *benchmark* da MATP. Discutimos uma proposta preliminar de tal *benchmark* no Capítulo 7.

**Tabela 33: Classes de Ambientes Arbitrários Direcionados**

<b>Classe Base</b>	<b>CR-A / CR-B</b>	
<b>Novos Parâmetros</b>	<b>Edge → Direction</b>	direcionadas
	<b>Topological Properties</b>	arbitraria
	<b>Interval</b>	completo

**C8) Classes de Habilidades Heterogêneas** (Tabela 34). Simplesmente acrescentam habilidades heterogêneas ao CR-A e ao CR-B. Em especial, convém explorar agentes com velocidades distintas ou que levam tempos distintos para realizar as visitas.

**Tabela 34: Classes de Habilidades Heterogêneas**

<b>Classe Base</b>	<b>CR-A / CR-B</b>	
<b>Novos Parâmetros</b>	<b>Abilities</b>	heterogênea

Apresentamos classes de MATP que, apesar de novas, são razoavelmente simples, para permitir a exploração científica *imediata* delas, possivelmente reaproveitando algoritmos e resultados anteriores. No entanto, muitas outras classes novas ainda precisam ser pesquisadas. Maneira simples de encontrar outras classes de MATP mais elaboradas é pela combinação das classes acima ou pelo acréscimo de movimentação *realista* em qualquer delas. Porém, achamos mais prudente começar com classes simples como as que propomos, antes de avançar para classes mais realistas ou complexas.

## 5.5 Comentários Finais

Neste capítulo, apresentamos a *Taxonomia da MATP* como uma ferramenta para classificar os vários possíveis de *problemas da MATP* em *classes da MATP*. Os parâmetros que formam a taxonomia servem para destacar as características *relevantes* que distinguem os problemas, permitindo *comparações mais adequadas*, conforme o objetivo (I) proposto no início deste Capítulo. Assim, ela pode prevenir que novos trabalhos comparem soluções de classes da MATP muito distintas, tal como se vê na literatura atual (e.g. Machado et al., 2002, Almeida et al, 2004). Além disso, os parâmetros da taxonomia podem servir para que os pesquisadores comuniquem e planejem com mais clareza as características que desejam focar.

Também apresentamos que as *classes da MATP* definidas pela taxonomia agrupam os problemas por potencial de aplicação, o que facilita estabelecer ligação entre *tarefas reais* de patrulhamento e *os problemas de MATP* que as modelam, satisfazendo o objetivo (III). Isso também reforça a recomendação para que os trabalhos futuros abordem, explicitamente, *classe da MATP* individuais, pois, assim, os seus resultados (no modelo) poderão ser mais facilmente interpretados nas aplicações (mundo real).

Por fim, apresentamos um mapeamento, realizado com base na taxonomia, dos trabalhos da literatura ligados à MATP, identificando as classes mais estudadas. Com base nas lacunas identificadas nesse mapeamento, propomos novas classes relevantes para as pesquisas futuras, satisfazendo, assim, o objetivo (II). Assim, os três objetivos propostos no início deste capítulo foram atingidos. No Capítulo 6 apresentamos uma revisão das soluções MATP da literatura e, então, no Capítulo 7, apresentamos novas estratégias para abordar uma das novas *classes da MATP* proposta aqui.

## CAPÍTULO 6

# Abordagens para a MATP

Neste capítulo, **revisamos os algoritmos e estratégias propostos na literatura** que podem ser aplicados em problemas da *Patrulha Temporal Multiagente* (MATP). Para cada solução, também **apresentamos os resultados de desempenho** obtidos por ela em alguma topologia para alguma das *métricas principais* da MATP. Deixamos de lado a discussão específica de qual *classe de MATP* cada solução pode tratar porque isso depende da implementação, que nem sempre é completamente detalhada nos trabalhos, e porque deixaria a discussão muito complexa.

Antes de apresentarmos as soluções, discutimos o conceito de *solução* de um problema de MATP. Consideramos que uma solução para a patrulha temporal pode ser entendida em diferentes níveis de abstração. O nível mais baixo, mais concreto, é aquele que chamamos de **trajetória de patrulha** (subseção 3.3.4), que resolve apenas uma *configuração da MATP* em particular. Em um nível mais alto, temos uma solução para qualquer configuração de um *problema da MATP* dada por um **algoritmo de patrulha**, que é um código centralizado ou distribuído que decide as ações dos agentes a cada instante (construindo, assim, as *trajetórias* para cada configuração). Este é um nível que interessa nesta revisão. Porém, aqui, também tratamos as soluções em um nível mais alto, em que elas são chamadas de **estratégias de patrulha**, que é uma descrição apenas do *raciocínio* principal por trás da decisão das ações.

A distinção que criamos entre *algoritmo* e *estratégia* de patrulha pode ser justificada de várias formas. Primeiro, pelo fato de diferentes algoritmos serem capazes de implementar uma mesma estratégia – pode haver um algoritmo centralizado e outro descentralizado, por exemplo. Além disso, pode haver um mesmo algoritmo que produz diferentes estratégias, por meio de parâmetros do algoritmo. Também destacamos que algumas propriedades da solução podem ser analisadas com base apenas na descrição da estratégia, tal como a *otimalidade* da solução (em um dado tipo de grafo para uma dada métrica). Outras propriedades, no entanto, dependem também do próprio algoritmo, a

exemplo da *escalabilidade* da solução. Em especial, a *classe da MATP* à qual uma solução se aplica depende do *algoritmo de patrulha*.

Há trabalhos que focam mais na descrição da estratégia de patrulha, enquanto outros (a maioria deles) focam na apresentação do algoritmo. Vamos optar, preferencialmente, pela descrição das *estratégias de patrulha* propostas, com exceção nos casos em que os *algoritmos de patrulha* são a contribuição principal do trabalho. A preferência foi dada à estratégia porque ela é suficiente para discutirmos desempenho e porque nem todos os trabalhos detalham completamente o algoritmo (o que dificultaria uma discussão apenas no nível do *algoritmo*, portanto).

Sobre a organização do restante do capítulo, a seção 6.1 apresenta as estratégias criadas especialmente para grafos sem pesos nas arestas. Em seguida, a seção 6.2 faz o mesmo para grafos com pesos nas arestas (e nos nós). A seção 6.3 encerra o capítulo com alguns comentários sobre o que foi apresentado.

## 6.1 Abordagens para Grafos sem Pesos

Em geral, as estratégias da MATP podem ser aplicadas tanto a grafos com pesos nas arestas quanto a grafos sem pesos nas arestas. No entanto, há estratégias que foram projetadas especialmente para cada um desses tipos de grafos, fazendo uso das suas características no processo de decisão. Nesta seção, analisamos as estratégias propostas para grafos que *não* tem pesos nas arestas ou que não usam os pesos das arestas no processo de decisão. Por questões didáticas, elas foram agrupadas, nas próximas subseções, por semelhanças técnicas ou pelos relacionamentos entre os trabalhos de pesquisa que as propuseram.

### 6.1.1 Trabalhos do CIn/UFPE

O trabalho de Machado et al. (2002a, 2002b), que propôs a definição G-1 e é um dos pioneiros sobre patrulha em grafos, apresenta diversas estratégias de patrulha para grafos sem pesos de topologias arbitrárias. Foram propostas várias estratégias, variando quanto a diversas características, sendo estas as principais:

1. **Tipo básico do agente.** Pode ser *reativo*, em que cada agente decide visitar sempre um nó vizinho; ou pode ser *cognitivo*, em que o agente escolhe um nó qualquer do grafo para ser alcançado usando o menor caminho.

2. **Mecanismo de comunicação.** Pode ser: por *flags* nos nós, para manter o registro da ociosidade do nó; por *blackboard*, acessível a todos os agentes; ou por *mensagens globais*.
3. **Escolha do próximo nó.** Pode ser *randômica*; pode ser decidida com base nas *ociosidades compartilhadas*, considerando as visitas de todos os agentes; ou nas *ociosidades individuais*.

**Tabela 35: Agentes de Machado et al. (2002a, 2002b)**

Architecture Name	Basic Type	Communication	Next Node Choice	Coordination Strategy
Random Reactive	reactive	none	locally random	emergent
Conscientious Reactive			locally individual idleness	
Reactive with Flags			locally shared idleness	
Conscientious Cognitive	cognitive	none	globally individual idleness	
Blackboard Cognitive		blackboard	globally shared idleness	central
Random Coordinator		messages	globally random	
Idleness Coordinator			globally shared idleness	

As sete estratégias resultantes são apresentadas na Tabela 18. Foram realizados experimentos com essas estratégias em dois grafos de 50 nós, usando as métricas: *ociosidade média* e *ociosidade máxima*. Os experimentos apontaram a estratégia **Conscientious Reactive (CR)** como a de melhor desempenho. Outra estratégia de destaque foi a **Cognitive Coordinated (CC)**.

### 6.1.2 Abordagens de Busca em Tempo Real

Aqui, apresentamos soluções descritas na literatura como “algoritmos de busca em tempo real” para o problema da *Cobertura Repetida*, que é compatível com a MATP. O princípio geral de todos os algoritmos é esse: os agentes podem ler e marcar um valor no nó atual e podem perceber (ler) as células vizinhas, escolhendo se dirigir para a que tem menor valor (Koenig e Liu, 2001). A grande diferença entre os algoritmos está no valor de marcação escrito na célula.

Koenig e Liu (2001) e Koenig, Szymanski e Liu (2001) adaptam, para a patrulha, quatro algoritmos de busca em tempo real: **LRTA\***, **Regra de Wagner**, **Regra de Thrun** e **Node Counting**. Destacamos o *Node Counting*, em que os agentes simplesmente incrementam um contador em cada nó, fazendo-o registrar a quantidade de visitas que o nó recebeu. Foram feitos vários tipos de experimentos em um mesmo ambiente, que representa três escritórios e uma sala de espera, usando diversas métricas. Usando métricas ligadas ao requisito de *Visitação Uniforme* (seção 4.1) o *Node Counting* foi o melhor algoritmo. Porém, em métricas ligadas ao requisito de *Regularidade Temporal*,



o *Node Counting* foi claramente o pior, enquanto os outros tiveram desempenhos muito similares entre si<sup>27</sup>. Posteriormente, Svennebring e Koenig (2004) avaliaram o *Node Counting* em robôs reais usando métricas (auxiliares) de *Tempo de Adaptação*.

Baglietto et al. (2009) propõe uma estratégia inspirada na *Node Counting* chamada de **EdgeCount**, em que os agentes marcam a quantidade de vezes em que atravessaram uma *aresta*, em determinada direção dela, e escolhem sempre seguir pela aresta menos atravessada. Foram realizados experimentos que indicam que essa estratégia consegue visitaçaõ mais uniforme do que o *Node Counting*, se forem avaliados apenas os nós de mesmo *grau* (quantidade de vizinhos). Porém, esse foi o mesmo desempenho obtido por uma simples *random walk*, nos experimentos.

Um trabalho posterior do mesmo grupo que propôs o Edge Count (Cannata, Sgorbissa, 2011), foi proposto um algoritmo chamado de **PatrolGraph\***, capaz de lidar com grafos de nós de diferentes importâncias (que não faz parte da MATP padrão). O algoritmo faz cálculos baseados em cadeias de Markov para conseguir uma *visitaçaõ proporcional às importâncias* dos nós, que é uma generalização do requisito de *Visitaçaõ Uniforme*. Porém, em experimentos com nós de mesma importância, foi observado que o *PatrolGraph\** tem desempenho inferior à estratégia *Node Counting* (quanto à *Visitaçaõ Uniforme*).

### 6.1.3 Abordagens Swarm I

Aqui, vemos uma série de trabalhos relacionados entre si, que usam abordagens *swarm*, em que um comportamento “de bando” adequado é originado a partir de agentes com comportamentos individuais simples, tipicamente com comunicação por *flags*.

Chu et al. (2007) apresentam um algoritmo de patrulha em *grafos grids* chamada de **EVAP**, inspirada em colônia de formigas. Nele, os agentes deixem uma quantidade (máxima) de *feromônio* em um nó toda vez que o visitam. Depois, a quantidade de feromônio passa a diminuir a cada ciclo de tempo sem visita. O critério de decisão do agente consiste simplesmente em ir para o nó vizinho com menor quantidade de feromônio como destino. Isso, em essência, corresponde ao comportamento de “seguir para o nó visitado (por qualquer agente) há mais tempo”, que é a estratégia dos agentes *Reactive wih Flags* de Machado (2002).

Outro algoritmo proposto pelo mesmo grupo foi o **EVAW** (Glad et al., 2008). Ele efetua a mesma estratégia do EVAP (e do *Reactive wih Flags*), mas é implementado sem a necessidade de decrescer feromônios a cada instante de tempo, o que o faz mais

---

<sup>27</sup> Isso ilustra os comentários feitos no Capítulo 4 sobre como a minimização de  $I_{stdev}$  impacta em  $F_{stdev}$ , mas não necessariamente acontece o contrário.

eficiente. Em diversos trabalhos (Glad et al., 2009, 2010), foram provadas várias propriedades sobre o comportamento dessa estratégia, buscando prever, em especial, as situações em que ele converge para uma **estratégia cíclica**, que é quando todos os agentes percorrem um mesmo ciclo no grafo, na mesma direção.

Os mesmos autores propuseram também uma melhoria do EVAW, chamada **EVAW+** (Glad et al., 2009), que também se aplica a *grafos grid*. Nele os agentes escolhem o nó (célula do grid) de menor marcação que seja também um *nó de cauda*, que é o nó que possui marcação menor do que todas os seus vizinhos. Para isso, o EVAW+, precisa por olhar 12 células ao redor (profundidade 2). O autor realiza experimentos que mostram que o EVAW+ converge mais vezes e mais rápido do que o EVAW para uma *estratégia cíclica*. Não foram feitos experimentos comparativos do EVAW ou do EVAW+ com outras estratégias.

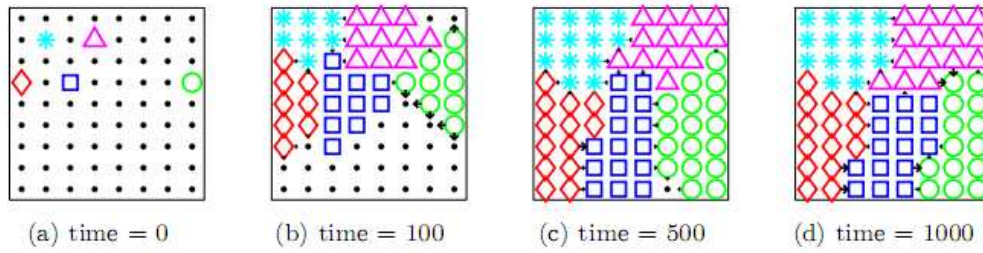
Fu e Ang Jr. (2009) apresentam alguns outros algoritmos para grafos sem peso com abordagem *swarm* e, em especial, inspirados em *colônia de formigas*. Um dos algoritmos, chamado por esses autores de **Ants**, corresponde ao algoritmo *NodeCount* apresentado antes. Outro algoritmo proposto foi o **PAnts**, em que o feromônio é incrementado a cada visita, mas decai proporcionalmente a cada unidade de tempo, segundo uma taxa  $\lambda$ . No *PAnts*, cada agente usa os feromônios dos nós vizinhos para calcular (aplicando uma função exponencial) as probabilidades de ir para cada nó, as quais são, então, usadas para escolher randomicamente o próximo destino. Os autores fizeram experimentos para comparar, quanto às métricas de *ociosidade média* e *ociosidade máxima*, o *Ants* e três variantes do *PAnts*, com valores distintos de  $\lambda$ . A conclusão dos autores é que a melhor estratégia é aquela produzida pelo *PAnts* com  $\lambda=0,995$ .

#### 6.1.4 Abordagens Swarm II

Nesta seção, apresentamos as soluções que Elor e Bruckstein propuseram em uma série de artigos. Em geral, os trabalhos têm um caráter mais teórico – os autores provam limites superiores para o desempenho no pior caso e não fazem experimentos comparativos.

O primeiro algoritmo proposto (Elor, Bruckstein, 2009a) é o **Balloon DFS**, que é um algoritmo que implementa um tipo de **estratégia de partição**, que é como chamamos toda estratégia em que cada agente patrulha de forma exclusiva uma porção (partição) do grafo. Na *Balloon DFS*, cada agente inicia com uma partição que tem apenas seu nó inicial. Em seguida, inspirado na idéia de balões sendo inflados, cada agente passa a percorrer o grafo e depositar informações nas arestas que são interpretadas como “pressões”. Essas pressões fazem expandir a partição do agente até chegar à fronteira da partição de outro agente. A Figura 17 ilustra esse processo. Quanto ao desempenho, os au-

tores provaram que a *ociosidade máxima* obtida por este algoritmo é, no pior caso, duas vezes o ótimo teórico (para grafos sem peso).



**Figura 17: Comportamento do Balloon DFS (Elor, Bruckstein, 2009)**

Em outro trabalho, Elor e Bruckstein (2009b) apresentam a estratégia **PVAW1** para um único agente atuando em grafos hamiltonianos, preferencialmente. Ele é uma modificação dos agentes reativos (*Reactive with Idleness*, *EVAP* e *EVAW*), em que o agente, quando posicionado em um nó  $x$ , vai para o nó vizinho  $y$  de maior ociosidade se essa ordem de visitas (de  $x$  para  $y$ ) foi a mesma que ele seguiu na última visita a  $x$ . Se não, o agente tem uma probabilidade  $p$  de escolher o seu próximo vizinho randomicamente. O autor prova que, se o grafo for hamiltoniano, o algoritmo PVAW1 é capaz de convergir para uma *estratégia cíclica* que segue um ciclo hamiltoniano, que é a estratégia ótima quanto à *ociosidade máxima* (para um só agente).

Uma extensão do algoritmo PVAW1 é o algoritmo **PVAW2** para um único agente em um grafo 2-conectado (Elor e Bruckstein, 2009b). A principal diferença, em relação ao PVAW1, é que os agentes são capazes de perceber nós até uma profundidade dois. Este algoritmo converge para uma *estratégia cíclica* em qualquer grafo 2-conectado, mas não necessariamente para um ciclo hamiltoniano. A *ociosidade máxima* obtida pelo PVAW2 pode ser até duas vezes a ótima, porém os autores afirmam que, em média, o PVAW2 consegue ciclos menores do que isso.

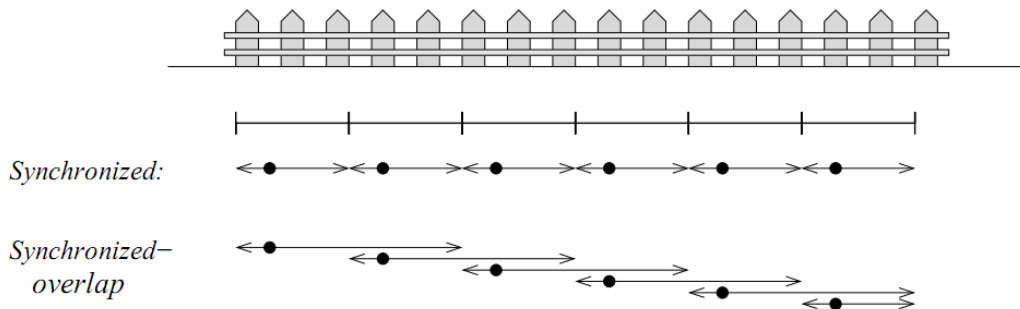
Em um terceiro trabalho, Elor e Bruckstein (2009d) estendem as idéias anteriores para topologias quaisquer e para qualquer quantidade de agentes. A idéia proposta é de organizar a sociedade em um agente *líder*, que é responsável por encontrar um ciclo, e em  $k$  agentes *seguidores*, que apenas seguem o líder. O algoritmo do agente líder é o **PVAW3**, que se difere das versões anteriores simplesmente porque o agente percebe vértices até uma profundidade quatro. O desempenho deste algoritmo é de até quatro vezes o valor ótimo da *ociosidade máxima* para 1 agente. Para os agentes *seguidores*, o comportamento básico proposto é o simplesmente o de seguir as marcações deixadas nos nós pelo agente líder, formando uma “fila indiana”. Os autores também propõem

uma **técnica de espalhamento** para que os seguidores se posicionem a distâncias uniformes (entre agentes consecutivos) ao longo do ciclo. Para conseguir isso, os seguidores usam apenas marcações deixadas nos nós.

Um quarto trabalho de Elor e Bruckstein (2009c) estuda a patrulha em grafos ciclo (anéis) direcionados. Eles propõem dois algoritmos, que vamos considerar que implementam uma estratégia **EB**. Em ambos, os agentes que não se comunicam, mas são capazes de perceber outros agentes até uma profundidade de  $n/k$  ou de  $n/k + k/2$  (dependendo do algoritmo), onde  $n$  é o número de nós e  $k$  é o número de agentes. Ambos os algoritmos convergem para uma estratégia cíclica com os agentes igualmente espaçados no ciclo, que é a estratégia *ótima* quanto à *ociosidade máxima* neste tipo de grafo. Um dos algoritmos converge em tempo  $O(n^2/k)$  e o outro converge em tempo  $O(nk)$ .

### 6.1.5 Abordagens para Grafos Caminhos

Elmaliach, Shiloni e Kaminka (2008a e 2008b) apresentam soluções da patrulha para ambientes dados como um “polígono aberto” subdividido em seções de mesmo tamanho. Este tipo de ambiente pode ser abstraído como um grafo caminho sem pesos. Neste tipo de ambiente, os autores propõem o uso de uma estratégia **Synchronized**, em que cada agente patrulha uma única seção, e de estratégias **Synchronized-Overlap**, em que cada agente patrulha  $o$  seções do ambiente, porém “invadindo” até  $o-1$  seções dos agentes vizinhos à direita. Na verdade, o modelo sincronizado simples é um caso especial da estratégia FOP onde  $o=1$ . A Figura 18 ilustra os dois casos. Com base nas métricas de frequência ( $F_{min}$ ,  $F_{stdev}$  e  $F_{avg}$ ), eles provaram que a escolha da melhor estratégia depende: da métrica, do valor de  $o$ , e de quais seções do ambiente são priorizadas (se são as seções da extremidade ou as intermediárias).



**Figura 18:** Estratégias para grafos caminhos (Elmaliach, Shiloni e Kaminka, 2008a)

### 6.1.6 Comentários sobre as Abordagens para Grafos sem Peso

A revisão apresentada nesta seção 6.1, mostra que são numerosas as soluções da MATP em grafos sem peso. Com relação às estratégias cujo desempenho foi formalmente avaliado, destacamos a **PVAW3**, que tem desempenho até quatro vezes (pior que) a ociosidade máxima da estratégia ótima, e a **EB**, que é ótima, mas somente para uma topologia particular, muito simples.

Com relação aos resultados de experimentos comparativos da literatura, faltam comparações mais abrangentes, envolvendo mais estratégias. Porém, os experimentos existentes destacam duas estratégias: a **CR**, que tem bom desempenho na *ociosidade máxima e média* (subseção 6.1.1); e a **Node Counting**, que tem bom desempenho na *Visitação Uniforme* (subseção 6.1.2). As demais estratégias têm desempenho inferior ou, simplesmente, *não* foram avaliadas em experimentos comparativos.

Por fim, destacamos que é possível aplicar algoritmos propostos para grafos com pesos nas arestas em grafos sem tais pesos. Assim, a revisão apresentada na próxima seção (6.2) tem um caráter mais geral e, portanto, os resultados nela revisados são mais conclusivos.

## 6.2 Abordagens para Grafos com Pesos

Nesta seção, apresentamos algoritmos e estratégias propostos para os grafos com pesos nas arestas. Novamente, as subseções estão organizadas de forma didática, agrupando os trabalhos por semelhanças nas técnicas utilizadas ou por relacionamentos entre as pesquisas.

### 6.2.1 Abordagens do CIn/UFPE

Como continuções do trabalho de Machado et al. (2002a, 2002b) apresentado na subseção 6.1.1, pesquisas posteriores desenvolvidas no CIn/UFPE propuseram diversas estratégias para a patrulha em grafos com pesos, que apresentamos a seguir.

O trabalho de Almeida et al. (2003) é uma continuação direta do trabalho de Machado et al. (2002a, 2002b). Ele estendeu os vários tipos de agentes propostos no primeiro trabalho para grafos com pesos quaisquer. Os agentes de Almeida et al (2003) se diferenciam por permitirem o uso de duas heurísticas:

- Uma heurística para *escolha do nó destino*, levando em consideração não apenas a ociosidade, mas também a distância até cada nó. O agente que usa esta heurística é classificado de **agente heurístico**.

- Outra heurística para *escolha do caminho* até o nó destino, agora levando em consideração os pesos das arestas (distâncias) combinados com as ociosidades dos nós ao longo do caminho. O agente que usa esta heurística é chamado um **agente pathfinder**.

**Tabela 36: Agentes propostos por Almeida et al. (2003)**

<i>Name</i>	<i>Next Node Choice</i>
Heuristic Conscientious Reactive	locally individual idleness + distance
Heuristic Reactive with Flags	locally shared idleness + distance
Heuristic Conscientious Cognitive	globally individual idleness + distance
Pathfinder Conscientious Cognitive	globally individual idleness
Heuristic Pathfinder Conscientious Cognitive	globally individual idleness + distance
Heuristic Cognitive Blackboard	globally shared idleness + distance
Pathfinder Cognitive Blackboard	globally shared idleness
Heuristic Pathfinder Cognitive Blackboard	globally shared idleness + distance
Heuristic Cognitive Coordinated	globally coordinated shared idleness + distance
Pathfinder Cognitive Coordinated	globally coordinated shared idleness
Heuristic Pathfinder Cognitive Coordinated	globally coordinated shared idleness + distance

Assim, Almeida et al. (2003) criaram vários novos agentes por meio do acréscimo de uma ou de ambas as heurísticas nos modelos de agentes propostos por Machado et al. (2002a, 2002b), nos casos aplicáveis. Assim, foram criadas as estratégias listadas na Tabela 33. Os autores descrevem experimentos em grafos com e sem pesos usando 122 estratégias, incluindo de Machado et al. (2002) e as novas, com diferentes parametrizações das heurísticas. Os experimentos mostraram que cada uma das heurísticas (para alguma parametrização) produz melhoria no desempenho dos agentes antigos quanto à métrica de *ociosidade média*, em ambos os tipos de grafo. Almeida et al. (2003) afirmam que a estratégia de melhor desempenho global foi justamente aquela que usa as duas heurísticas concomitantemente – o modelo **Heuristic Pathfinder Cognitive Coordinated (HPCC)**.

Em outro trabalho do CIn, Santana et al. (2004, 2005) usam *aprendizagem por reforço* para treinar agentes de patrulha em topologias quaisquer com peso. Foram propostos dois tipos de agentes: os **agentes black-box (BBLA)** e os **agentes gray-box (GBLA)**. A principal diferença é que, no agente GBLA, os agentes se comunicam para informar o próximo nó, e, assim, eles podem evitar nós vizinhos que serão alvos de visitas por outros agentes. Em experimentos em dois mapas, o *GBLA* se saiu melhor que o

BBLA. Comparado com o agente *CR* proposto por Machado et al. (2002a, 2002b), o BBLA se saiu melhor na métrica de *ociosidade média*. Porém, os agentes com aprendizagem por reforço propostos, em geral, se saíram mal na *ociosidade máxima*.

Menezes, Tedesco e Ramalho (2006) apresentam extensões dos algoritmos acima em que os agentes usam *negociação multiagente* para criar uma *estratégia de partição* (i.e. com cada agente patrulhando uma partição do grafo). Inicialmente, partições randômicas são atribuídas aos agentes. Cada agente, em cada partição, patrulha usando o *HPCC*. O tempo para percorrer todos os nós da partição é usado por cada agente como uma *função de utilidade* individual. Periodicamente, cada agente escolhe um ou dois nós de sua partição que tenham impacto negativo no valor dessa utilidade e tentam negociar uma troca desses nós (por outros nós) por meio de um *leilão*. Foram propostas várias estratégias com essas características, porém, a que teve melhor desempenho em experimentos foi a **Flexible Bidder Agent (FBA)**.

Dois trabalhos do CIn realizaram experimentos em grafos com pesos comparando várias das estratégias apresentadas até aqui, bem como a estratégia *SC*, que será apresentada na próxima seção. Neste ponto, vamos analisar somente os resultados das estratégias já apresentadas. Almeida et al. (2004) avaliaram, quanto à *ociosidade média*, em diversos mapas, as seguintes estratégias: a *CR* e a *CC* (subseção 6.1.1), a estratégia *HPCC*, duas estratégias com negociação (que dariam origem à *FBA*, posteriormente) e a *GBLA*. As estratégias *CR* e *CC*, que não usam os pesos no processo de decisão, tiveram o pior desempenho, como esperado. A estratégia de melhor desempenho, dentre as que estamos considerando, foi a *HPCC*. Já Menezes, Tedesco e Ramalho (2006) realizaram experimentos que avaliaram, quanto à *ociosidade média*, as estratégias: *HPCC*, *GBLA* e *FBA*. Neles, a *GBLA* teve o pior desempenho, enquanto a *FBA* e a *HPCC* tiveram resultados próximos (a *FBA* foi melhor com times menores, enquanto a *HPCC* foi melhor com times maiores).

## 6.2.2 Abordagens Baseadas em Algoritmos de Grafos

Esta subseção apresenta abordagens para a MATP que foram propostas inspiradas em algoritmos para problemas tradicionais de grafos.

Chevalyre et al. (2004a, 2004b) propõem estratégias para topologias arbitrárias baseadas em alguma solução do *TSP (Problema do Caixeiro-Viajante)*, permitindo múltiplas visitas (ver Apêndice A). O artigo demonstra que, quanto à *ociosidade máxima*, a estratégia ótima para um único agente é a *estratégia cíclica*, em que o agente segue, indefinidamente, o ciclo de solução do TSP. Para múltiplos agentes, foram propostas duas generalizações desta estratégia, que chamamos de:

- **Single Cycle (SC-TSP)**, em que todos os agentes seguem um mesmo ciclo de solução do TSP, em uma mesma direção, mantendo-se equidistantes ao longo do ciclo.
- **Partition-Based (PB-TSP)**, que é uma estratégia de partição em que cada agente usa uma estratégia cíclica individual dentro da sua partição.

Os autores demonstram que, para uma partição previamente fixada, a estratégia *PB-TSP* é a melhor estratégia de partição possível quanto à *ociosidade máxima*. (Uma questão não abordada, no entanto, é como particionar os nós da melhor maneira possível). Quanto à estratégia de *SC-TSP*, considerando que o TSP é um problema intratável, os autores analisaram uma variante, chamada na literatura de **SC**, em que o *TSP* é solucionado pelo algoritmo de aproximação de *Christofides*. Uma limitação deste algoritmo é que ele só se aplica a grafos não-direcionados. Os autores demonstram um o desempenho da **SC** quanto à *ociosidade máxima*, no pior caso, é mais de três vezes pior do que a estratégia de patrulha ótima.

Porém, os resultados da *SC* observados em experimentos comparativos, são muito positivos. Os trabalhos de Almeida et al. (2004) e Menezes, Tedesco e Ramalho (2006), descritos na subseção anterior (6.2.1), apresentam experimentos comparando a estratégia *SC* com a *CR*, a *HPCC* a *GBLA* e a *FBA*. Em ambos os trabalhos, a conclusão dos autores é a mesma – que a estratégia *SC* tem o melhor desempenho global dentre todas as estratégias analisadas, na métrica de *ociosidade média*, perdendo apenas em algumas poucas configurações.

Elmaliach, Agmon e Kaminka (2007) apresentam um algoritmo de patrulha, que vamos chamar de **EAK** (iniciais dos autores) e que, em essência, é uma implementação especializada da estratégia *SC-TSP*. O algoritmo *EAK* aplica-se apenas a grafos grids de dimensões pares, com pesos nas arestas, sendo estas direcionadas e simétricas (porém, os pesos não precisam ser simétricos). O algoritmo tem dois módulos principais, sendo que o principal deles é um novo algoritmo centralizado capaz de resolver o TSP em tempo *polinomial* neste tipo de grafo. O segundo módulo, também centralizado, é responsável por distribuir os agentes para posições equidistantes no ciclo. Quando todos os agentes atingem essas posições, eles, então, seguem o ciclo na mesma direção, reproduzindo a estratégia *SC-TSP*. Os autores apresentam uma demonstração de que o algoritmo *EAK* otimiza concomitantemente as métricas de *frequência média*, *frequência mínima* e *desvio padrão das frequências*.



Outro algoritmo de patrulha baseado em algoritmos de grafos é o **MSP**, proposto por Portugal e Rocha (2010, 2011b). Ele se aplica a qualquer topologia e implementa uma *estratégia de partição*. Um primeiro módulo do algoritmo calcula as partições, de forma centralizada. O segundo módulo é executado em cada agente para efetuar a patrulha dentro de cada partição. Esta estratégia individual é baseada na escolha de um *caminho principal*, que deve conter a maior parte da partição ou toda ela. Ele é calculado tentando as seguintes opções, nesta ordem: (1) um *ciclo ou caminho euleriano*, se o grafo for euleriano; ou (2) um *ciclo ou caminho hamiltoniano*, usando uma heurística, se o grafo for hamiltoniano; ou (3) um *ciclo qualquer cobrindo, pelo menos, metade dos vértices*, usando um algoritmo heurístico próprio; ou (4) um *caminho mais longo*, usando um algoritmo heurístico próprio. Depois de escolhido o caminho principal, são acrescentados a ele as demais arestas e os demais nós da partição do agente.

Portugal e Rocha (2011b) apresentam experimentos comparando, quanto à ociosidade média, as estratégias *MSP*, *CR*, *HPCC* e uma variante da *SC-TSP* para grafos não-hamiltonianos, proposta pelos autores. Eles afirmam que, em geral, a *MSP* foi a melhor estratégia para times grandes e a variante da *SC-TSP* foi a mais regular de todas. Eles afirmam que a *HPCC* foi boa em times pequenos e que a *CR* é boa em ambientes mais densos.

Pasqualetti, Franchi e Bullo propõem uma estratégia para *grafos caminho* com pesos nas arestas, que chamamos de **PFB** (que são as iniciais dos autores). Ela é uma *estratégia de partição*, que tem semelhanças com a estratégia *Synchronized* (dada na subseção 6.1.5) para grafos sem peso. Os autores propõem um algoritmo polinomial que implementa a *PFB* e provam que ela é a estratégia ótima, neste tipo de grafo, para a métrica de *ociosidade máxima*. Eles adaptam essa estratégia para grafos em forma de *árvore* e para grafos de topologia *arbitrária*. Neste último caso (mais geral), eles provam que o desempenho da estratégia é de, no máximo, *oito* vezes o ótimo. Não foram descritos experimentos comparativos com outras estratégias.

### 6.2.3 Abordagem para Grafos com Pesos nos Nós

Apesar de MATP não permitir que os nós tenham pesos representando importâncias distintas, estratégias que se aplicam a estes tipos de grafos são relevantes para a MATP se assumirmos pesos unitários em todos os nós. Uma solução assim foi proposta por Sempé e Drogoul (2003, 2004) em trabalhos ligados à definição G-5 (seção 2.4). Eles propõem a estratégia **CLInG**, que é uma abreviação de “*escolha local baseada em infominação global*” em francês. Nela, os agentes caminham sempre para o vizinho  $j$  de maior *ociosidade propagada*  $OP_j$ , que é um valor capaz de refletir uma combinação das

ociosidades de todo o grafo. Mais especificamente, cada valor  $OP_i$ , associado ao nó  $i$ , é o máximo entre a ociosidade instantânea  $O_i$  e os valores de uma *função de propagação*  $f(i,j)$  para a cada vizinho  $j$ , como mostra a Fórmula 27.

$$OP_i = \max(O_i, \max_{j \in V(i)} f(i,j)) \quad \forall j \in V(i) \text{ l'ensemble des régions voisines de } i.$$

**Fórmula 27: CLInG – Ociosidade propagada**

$$\begin{aligned} f(i,j) &= OP_j - \alpha \cdot D(i,j) - \beta \cdot I(j) & \text{Si } OP_j - \alpha \cdot D(i,j) - \beta \cdot I(j) \geq OP_{min} \\ f(i,j) &= OP_j - 1 & \text{Si } OP_j \leq OP_{min} \\ f(i,j) &= OP_{min} & \text{Sinon} \end{aligned}$$

**Fórmula 28: CLInG – Função de propagação**

Já o valor da função  $f(i,j)$  é calculado usando algum dos três casos mostrados na Fórmula 28, dependendo da situação. A função  $D(i,j)$  dá o tempo estimado para ir de  $i$  para  $j$ , e serve para atenuar a influência de um nó  $j$  muito distante. Já  $I(j)$  é a *função de interceptação*, que dá o número de agentes na região do nó  $j$ , servindo para atenuar o valor propagado por  $j$  caso haja outros agentes no nó  $j$ . Os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  servem para controlar a influência de  $D(i,j)$  e  $I(j)$  no valor final de  $f(i,j)$ . Os autores propõem mecanismos heurísticos para ajuste dinâmico de ambos os parâmetros. Sempé (2004) também propuseram outras variantes do CLInG.

Em experimentos, todas as variantes do CLInG foram comparadas com uma adaptação do SC que permite que os agentes saiam da formação para fazer recargas (Sempé, 2004). O trabalho conclui que, em diversas configurações (mas não em todas), houve alguma variante do CLInG com melhor desempenho que o SC.

## 6.2.4 Outras Abordagens

Nesta subseção, descrevemos, sucintamente, outras abordagens.

Poulet et al. (2011) foram pioneiros em estudar a MATP com sociedades abertas. Eles adaptaram várias estratégias para este tipo de sociedade, em especial, a CR, a HPCC e a SC. Em geral, eles observaram que o desempenho das novas variantes é similar ao desempenho das estratégias originais, na ociosidade média. Posteriormente, Poulet, Corruble e Seghrouchni (2012a, 2012b), eles adaptaram a FBA e propuseram novas *estratégias de partição* com negociação, chamadas **Minimax** e **Minisum**. Eles também

adotaram métricas de intervalo, influenciados pelos nossos resultados, nesta pesquisa de doutorado. Na métrica de *intervalo quadrático médio*, a melhor estratégia foi a *SC*, seguida da *HPCC*. Na métrica de *intervalo máximo*, a melhor estratégia foi a *SC*, seguida da *Minimax*. A *FBA* teve desempenho ruim nas duas métricas.

Em contraste com as estratégias para grafos sem pesos, encontramos apenas um trabalho que propõe uma estratégia com *swarm approach* para grafos com pesos. Nele, Lauri e Koukam propõem a estratégia **EA-AD/GG-AA**, composta de dois módulos. O módulo chamado *EA-AD* é um algoritmo genérico para distribuir os agentes pelo grafo da forma mais equidistante possível, como ponto de partida para a patrulha. O módulo *GG-AA* é um algoritmo de *otimização por colônia de formigas* para calcular as rotas de patrulha propriamente ditas. Ele otimiza (como função objetivo) a métrica de *ociosidade média*. Em experimentos, essa estratégia teve resultados bem superiores aos do que o *GBLA* em todos os grafos testados.

### 6.2.5 Comentários sobre as Abordagens para Grafos com Pesos

Tal como observamos nas estratégias para grafos sem pesos, há uma grande diversidade de estratégias, mas os resultados disponíveis não são conclusivos em apontar a melhor estratégia no caso geral.

Quanto às soluções formalmente avaliadas, destacamos três, que, por coincidência, são interrelacionadas: (1) a **SC-TSP** (baseada na solução ótima do *TSP*), que é ótima na *ociosidade máxima* para um único agente, mas é NP-Hard de ser calculada; (2) o algoritmo **EAK** (que implementa a *SC-TSP*), otimizando concomitantemente as métricas de frequência, mas só se aplica a grids de dimensões pares; (3) a **SC** (que usa solução aproximada do *TSP*), cujo pior desempenho é de cerca de três vezes o ótimo, na *ociosidade máxima*, mas se aplica a todo grafo não-direcionado.

Quanto aos experimentos, tal como acontece nos grafos sem pesos, faltam resultados comparativos mais abrangentes. Porém, os principais experimentos disponíveis na literatura apontam uma vantagem da estratégia **SC** sobre as demais, em grafos não-direcionados arbitrários (Almeida et al., 2004; Menezes, Tedesco e Ramalho, 2006; Poulet et al., 2011; Poulet, Corruble e Seghrouchni, 2012a, 2012b). Como segundo lugar, consideramos que os experimentos apontam a estratégia **HPCC**, que, depois da *SC*, foi a estratégia testada mais vezes na literatura, tendo sempre desempenho destacado (Almeida et al., 2004; Menezes, Tedesco e Ramalho, 2006; Portugal e Rocha, 2011b; Poulet, Corruble e Seghrouchni, 2012a, 2012b).

## 6.3 Comentários Finais

Revisamos as estratégias de patrulha da literatura que são aplicáveis à MATP destacando dois aspectos centrais da *classe da MATP*: as topologias em que cada solução se aplica e com qual métrica ela foi avaliada.

Ao longo do capítulo, destacamos que há estratégias comprovadamente ótimas somente para topologias muito específicas (e.g. anéis direcionados sem peso, grids regulares de dimensões pares). As estratégias para topologias arbitrárias costumam ser avaliadas experimentalmente, porém, uma grave deficiência nos experimentos disponíveis é que eles não são abrangentes. Muitos deles envolvem apenas as estratégias propostas pelo próprio grupo de pesquisa. Isso dificulta apontar qual a melhor estratégia heurística, em geral. Porém, com base nos experimentos mais abrangentes reportados, acreditamos que a estratégia *SC*, seguida da *HPCC*, são as duas mais destacadas, tendo ambas sido avaliadas com métricas dos importantes requisitos de *Intervalo Máximo* e de *Equilíbrio Frequência-Regularidade*.

Enfim, com base nesta revisão, percebe-se que há grande necessidade se pesquisar soluções (ótimas ou heurísticas) para a MATP. Em especial, observamos que a literatura propôs poucas estratégias para *grafos direcionados* (conforme o mapeamento da seção 5.3 já tinha mostrado). Algumas soluções não se aplicam a eles (e.g. *SC*), enquanto outras, nunca foram testadas nesses grafos (e.g. *HPCC*). No próximo capítulo, apresentamos uma nova família de estratégias para lidar com esse tipo de grafo.

## CAPÍTULO 7

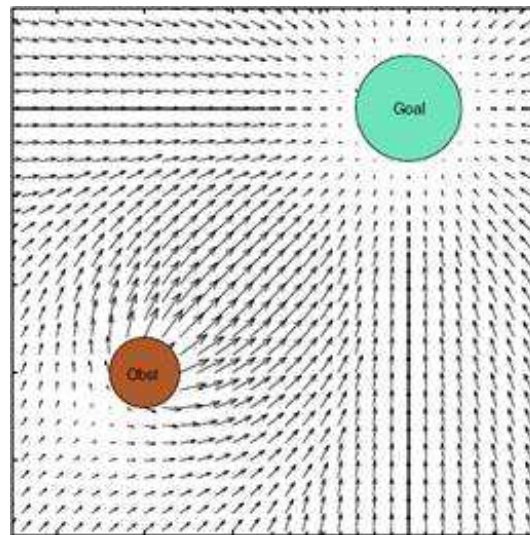
# Estratégias Gravitacionais para a MATP

Neste capítulo, **propomos um novo conjunto de soluções heurísticas** para ambientes do tipo mais geral suportado pela MATP: com pesos nas arestas, direcionados e com topologias arbitrárias. Dentre as estratégias anteriores, as novas soluções têm maior semelhança conceitual com o *CLInG*, pois ambas disseminam informações das ociosidades de cada nó por todo o grafo, fazendo com que essas informações de caráter global sejam usadas, em um nível local, para tomar uma decisão de movimentação. Porém, enquanto o *CLInG* propõe um mecanismo *ad-hoc* de propagação, as novas estratégias têm uma fundamentação mais sólida, que apresentamos nesta introdução.

Primeiramente, as novas estratégias são fundamentadas e inspiradas nas propagações de forças na natureza. Em especial, na segunda *Lei da Gravitação Universal de Newton*. As novas estratégias assumem que os nós apresentam massas imaginárias que crescem enquanto o nó permanece sem visitas. Essas massas exercem forças sobre os agentes patrulhadores, fazendo com que eles direcionem-se para regiões onde há maior concentração de nós de alta ociosidade. Generalizando alguns elementos da *Lei da Gravitação*, definimos parâmetros que fazem com que a idéia aqui proposta defina, na verdade, uma *família* de estratégias, que chamamos de **estratégias gravitacionais**. Para enfatizar a relevância dessa inspiração na Lei da Gravitação de Newton, citamos uma nova meta-heurística de busca também baseada nela e proposta em paralelo na literatura – a *busca gravitacional* (Rashedi, Nezamabadi-pour e Saryazdi, 2009).

Porém, o principal fundamento das novas estratégias está na técnica de *campos potenciais*, que se tornou popular duas décadas atrás na resolução do problema de navegação de robôs por conta da sua elegância e simplicidade (Koren, Borenstein, 1991). Em uma solução típica de campos potenciais na robótica, um *ponto-alvo* exerce uma força imaginária sobre o robô, atraindo-o. Por outro lado, *obstáculos* do ambiente exercem forças que repelem o robô. Assim, em um sistema bem ajustado, o robô só precisa

seguir a força resultante, calculada (vetorialmente) em cada ponto do ambiente, para criar dinamicamente uma trajetória que o leva ao seu objetivo, ao mesmo tempo em que evita todos os obstáculos (Koren, Borenstein, 1991; Ge, Cui, 2000). Para ilustrar, mostramos as forças resultantes pré-calculadas em diversos pontos de uma região plana na Figura 19. Uma terceira maneira de fundamentar teoricamente as soluções que propomos é como um *sistema dinâmico* (Scheinerman, 1996).



**Figura 19: Campo potencial pré-calculado para um ambiente plano com 1 obstáculo e 1 objetivo**  
(<http://www.cs.mcgill.ca/~hsafad/robotics/index.html>)

Segue uma descrição da organização deste capítulo. A seção 7.1 descreve a classe da MATP que pretendemos tratar com essa nova família de estratégias. A seção 7.2 descreve as estratégias. A seção 7.3 descreve a implementação delas. Por fim, a seção 7.4 apresenta os comentários finais do capítulo.

## 7.1 Classe da MATP Abordada

Conforme apresentamos no Capítulos 5, os trabalhos da literatura não costumam descrever claramente as características do problema que pretendem abordar e, assim, costumam fazer comparações entre soluções de *classes da MATP* muito diferentes. Por exemplo, há trabalhos que comparam estratégias com comunicação por flags, por mensagens e sem comunicação (e.g. Machado et al., 2002) e trabalhos que comparam estratégias com e sem conhecimento prévio (e.g. Portugal e Rocha, 2011b). Isso torna os resultados pouco conclusivos e dificulta a ligação com as aplicações. Por isso, antes de apresentarmos as novas estratégias, vamos descrever a *classe da MATP* que pretendemos tratar. Dessa forma, pretendemos fazer da apresentação (neste capítulo) e avaliação

(no próximo capítulo) das novas estratégias um exemplo de como usar a *Taxonomia da MATP* para comunicar com clareza os objetivos de uma pesquisa na MATP e de como compará-la adequadamente a outras.

A *classe da MATP* tratada pelas novas estratégias é uma das novas classes propostas na seção 5.4 – é a *Classe de Ambientes Arbitrários Direcionados* (C7), tomando como base a classe de referência *CR-B* (que permite mensagens globais e conhecimento prévio do ambiente). Esta *classe da MATP* tem como principal novidade as características dos ambientes, que são mais gerais, apresentando arestas *direcionadas* e topologias *arbitrárias*. Além disso, o intervalo de avaliação é *completo* (i.e. durante todo o tempo), que exige que a solução ótima seja uma que rapidamente se adapte ao ambiente. No Capítulo 8, definimos um *benchmark* completo baseado nesta classe, que será usado para avaliar as novas estratégias. As novas estratégias são apresentadas a seguir.

## 7.2 Descrição das Estratégias Gravitacionais

Como informamos na introdução do capítulo, as estratégias que estamos propondo são uma adaptação das técnicas de *campos potenciais* para ambientes em forma de grafos. Porém, estamos assumindo que não existem *obstáculos* (a serem repelidos), pois no modelo de locomoção simples os agentes não podem sofrer nenhum tipo de choque. Por outro lado, consideramos que existem múltiplos *alvos* a cada instante, que consistem nos nós com ociosidades instantâneas não-nulas (i.e. nós que não estão em visita). A idéia central é fazer com que cada um desses nós atraia, individualmente, os agentes para si. Além disso, a intensidade da força de atração exercida pelo nó sobre os agentes dependa da ociosidade dele.

Nós chamamos as estratégias definidas assim de **estratégias gravitacionais**, pois usamos *funções potenciais* inspiradas pela *Lei da Gravitação Universal de Newton*. Para explicar melhor a analogia entre a estratégia e esta lei, vamos começar enunciando a lei da gravitação universal, dividindo-a em três pontos:

1. Todo objeto  $a$  com massa  $m_a$  atrai todo outro objeto  $b$  de massa  $m_b$  com uma força que chamamos de  $F_{ba}$ .
2. A direção da força  $F_{ba}$  é dada pela linha reta que intercepta os centros dos dois objetos  $a$  e  $b$ .
3. A intensidade da força  $F_{ba}$  é diretamente proporcional ao produto das massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância linear  $d$  entre os objetos, como mostra a Fórmula 29 (onde  $G$  é uma constante).

$$F_{ba} = G \frac{m_a m_b}{d^2}$$

**Fórmula 29: Força gravitacional, segundo a Lei da Gravitação Universal**

Nas estratégias gravitacionais, definimos análogos a todos os três princípios descritos acima, nas próximas subseções. Primeiramente, vamos descrever quais elementos são análogos aos *objetos* e suas *massas*.

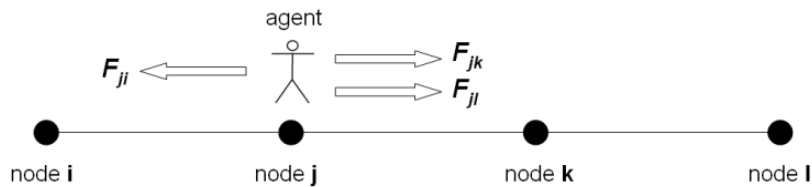
### 7.2.1 Objetos e Massas

Como objetos, as estratégias gravitacionais assumem:

- **os agentes de patrulha**, que são objetos tratados como se tivessem massas constantes e unitárias, mas que são incapazes de atrair outros objetos.
- **os nós do grafo**, que são tratados como objetos que possuem massas que variam no tempo, em função da ociosidade.

Assim, temos forças de atração apenas dos nós sobre os agentes (pois não faria sentido um agente atrair um nó ou outro agente, na patrulha). Em especial, cada nó exerce força sobre todos agentes, em qualquer lugar do grafo. Porém, essas forças são combinadas localmente, formando *forças resultantes*, que apontam, cada uma, para um nó vizinho daquele onde está o agente. Assim, o mecanismo de decisão do agente consiste meramente em **seguir para o vizinho com maior força resultante**.

Vamos ilustrar a ideia com base na Figura 20 para uma das variantes da estratégia (detalhada mais adiante). Na figura, um agente posicionado no nó  $j$  é atraído ao nó  $k$  com uma força  $F_{jk}$ , ao nó  $l$  com uma força  $F_{jl}$  e ao nó  $i$  com uma força  $F_{ji}$ . Vamos considerar todas essas forças como unitárias. Assim, ele é atraído para o nó  $i$  com força resultante  $F_{ji}=1$  e para o nó  $k$  com resultante  $F_{jk}+F_{jl}=2$ . Assim, o agente seguiria para o nó  $k$ . Apesar do nó  $l$  ter contribuído para esta decisão, o agente planeja apenas a visita ao vizinho imediato  $k$ , onde, novamente, irá tomar uma nova decisão.



**Figura 20: Um agente atraído por todos os nós do grafo**



A seguir, detalhamos como é calculada a massa de um nó  $i$  a cada instante. Considerando que  $o_i$  representa a ociosidade instantânea do nó  $i$ , a massa deste nó será dada por uma **função de massa** representada como  $m_i(o_i)$ , que pode ser qualquer função que obedeça aos seguintes requisitos:

- quando  $o_i = 0$  (ou seja, quando há um agente no nó), ela deve ter valor nulo, para que o nó não atraia agentes
- quando  $o_i=1$ , a função deve ter valor  $M_i$  que é um valor chamado de **massa base** do nó  $i$ , previamente definido, que serve de referência para a massa do nó  $i$
- para um  $M_i$  constante, a massa deve ser uma função não-decrescente da ociosidade instantânea  $o_i$

A *massa base* tem o papel duplo de valor inicial da função de massa e de influenciar o crescimento da função, fazendo com que cresça mais rápido para maiores valores de  $M_i$ . A rigor, portanto, a função de massa tem dois parâmetros  $m_i(M_i, o_i)$  e tem um quarto requisito:

- para um  $o_i$  constante, ela deve ser uma função estritamente crescente da massa base  $M_i$

Cada valor  $M_i$  é definido previamente para cada nó  $i$  de um grafo dado, permanecendo fixo durante a execução da estratégia. Ele pode ser usado para compensar características topológicas (ou de conectividade) do nó. Isso pode ser útil quando há nós muito “isolados”, i.e. com poucas arestas incidentes, sendo todas muito longas. Nós assim tendem a exercer menos atração, sendo pouco visitados. Nestes casos, a adoção de massas base altas pode compensar o isolamento, fazendo a massa do nó isolado crescer mais rápido do que as demais. No entanto, deixamos para o futuro o problema de estimar boas massas base para este tipo de situação, e vamos considerar que as massas base são todas *unitárias*. Em futuras extensões da MATP, a massa base também pode ser usada para refletir a *importância* (peso) do nó.

Obviamente há uma infinidade de funções diferentes que satisfazem os requisitos dados. Porém, nós usamos apenas duas que são mais intuitivas. A primeira delas, dada pela Fórmula 30, recebeu o nome de **função de massa aritmética** pelo fato de ela promover um crescimento aritmético (linear) da massa.

$$m_i(o_i) = M_i \times o_i$$

**Fórmula 30: Estratégia gravitacional – função de massa aritmética**

Em contraste, a segunda função proposta promove um crescimento geométrico (exponencial) da massa, ao aumentá-la por uma taxa constante  $R$  (e.g.  $R=5\%$ ) a cada unidade de tempo. Esta função é, portanto, chamada de **função de massa geométrica**. Ela é dada pela Fórmula 31.

$$m_i(o_i) = \begin{cases} 0, & \text{se } o_i = 0 \\ M_i \times (1 + R)^{o_i - 1}, & \text{senão} \end{cases}$$

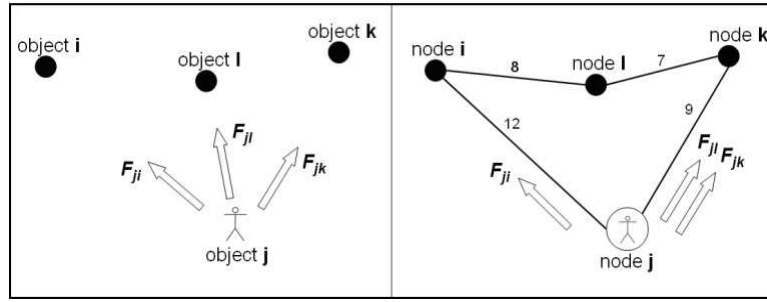
**Fórmula 31: Estratégia gravitacional – função de massa geométrica**

### 7.2.2 Direção e Intensidade das Forças

Na lei da gravitação universal, um objeto pode estar sujeito a múltiplas forças, em diferentes direções. Porém, seu movimento será definido pela *força resultante*, calculada por meio de um *cálculo vetorial*. Na família das estratégias gravitacionais, definimos um cálculo análogo ao cálculo vetorial para calcular forças resultantes em grafos abstratos em que os nós não possuem nenhum tipo de localização geométrica.

Para definir forças na estratégia gravitacional que sejam análogas às forças vetoriais da Física, nós precisamos definir o conceito de **direção das forças** em um grafo. O problema é que, em grafos, não existe o conceito exato de “linha reta” entre dois pontos. O análogo que escolhemos para este conceito foi o de *caminho mais curto* entre dois nós. Uma justificativa é que o comprimento dele define a menor distância entre dois nós, tal como acontece com a reta (na Física Clássica). Assim, a força produzida por um nó  $i$  sobre um agente posicionado em um nó  $j$  do grafo (representada como  $F_{ji}$ ), atua pelo caminho direcionado mais curto de  $j$  para  $i$ . Sendo mais específico, o agente posicionado no nó  $j$  percebe a força  $F_{ji}$  atraindo-o pela *primeira* aresta deste caminho.

A Figura 21 compara os dois conceitos. O lado esquerdo representa um plano geométrico, em que o objeto  $j$  (um agente) é atraído para os objetos  $i$ ,  $l$  e  $k$  por forças que atuam na direção da linha reta ligando  $j$  a cada um desses pontos. Já no lado direito, temos um grafo, com um agente posicionado no nó  $j$ , sendo atraído para os outros nós pelos menores caminhos até cada um deles. Observe que a força exercida pelo nó  $l$  atrai o agente pela aresta  $jk$ , pois esta aresta é o início do menor caminho de  $j$  até  $l$ .



**Figura 21: Forças atuando sobre um agente no modelo físico (esquerda) e no modelo definido pela estratégia gravitacional (direita)**

Agora, definimos a **intensidade da força**  $F_{ji}$  que um nó  $i$  qualquer exerce sobre agentes posicionados em algum nó  $j$ . Considerando  $m_i(o_i)$  como a massa do nó  $i$  and  $d_{ji}$  como a distância do menor caminho de  $j$  a  $i$ , a força terá a sua intensidade dada pela Fórmula 32, que é inspirada na Fórmula 29, da lei da gravitação clássica, porém com três diferenças. Em primeiro lugar, a fórmula não usa explicitamente a massa do agente, porque assumimos que elas são unitárias (e ficam implícitas). Em segundo lugar, não tem algo análogo à constante de gravitação  $G$  porque, como queremos apenas comparar as intensidades das forças, uma constante não interfere. Em terceiro lugar, generalizamos o expoente usado na distância – ao invés de usarmos o quadrado da distância, usamos a distância elevada a um expoente real positivo  $E$  qualquer.

$$F_{ji} = \frac{m_i(o_i)}{d_{ji}^E}$$

**Fórmula 32: Estratégia gravitacional – intensidade da força do nó  $i$  sobre um agente no nó  $j$**

Com relação ao cálculo de forças resultantes, como as arestas incidentes a um nó (onde está um agente) não têm posições geométricas, elas também não formam ângulos entre si e, assim, é impossível usar o cálculo vetorial tradicional. Por isso, as estratégias gravitacionais calculam, para cada aresta  $ij$ , uma **força resultante (da aresta)**, que é uma única força que atrai agentes do nó  $i$  para um nó vizinho  $j$ , nesta direção. A intensidade da força resultante de aresta é calculada por algum **método de combinação de forças**. Exemplos de métodos que podem ser adotados:

- O **máximo** de todas as forças
- A **soma** de todas as forças

- A **média** de todas as forças

A Fórmula 33 define o cálculo da força resultante  $FR_{ji}$  que atua em uma aresta  $ji$  qualquer, calculada com o método de *soma*. Os demais casos são análogos. Na fórmula considere que  $minPath(j,z)$  representa o menor caminho de  $j$  a  $z$ .

$$FR_{ji} = \sum_{\substack{z \in Nodes, t.q. \\ minPath(j,z) \text{ inicia} \\ \text{com a aresta } ji}} F_{jz}$$

**Fórmula 33: Estratégia gravitacional – força resultante na propagação por aresta**

A forma de propagar e combinar as forças apresentada até aqui é chamada de **propagação por aresta**, porque a ociosidade de cada nó  $i$  é propagada (por meio das forças) através das *arestas* – especificamente as arestas do menor caminho de cada nó até  $i$ . Na próxima subseção, apresentamos uma forma alternativa de propagação.

### 7.2.3 Propagação por Nó

A propagação alternativa proposta baseia-se na propagação de informações das ociosidades (representadas como forças) pelos *nós* do grafo. Esta técnicas de **propagação por nó** deixa as *estratégias gravitacionais* conceitualmente mais parecidas com o *CLInG*, apesar de usarem funções de propagação bem diferentes.

Esta variante da estratégia gravitacional atribui uma **massa combinada**  $MC_i$  a cada nó  $i$  usando um cálculo análogo ao da *força resultante* na propagação por *aresta* (Fórmula 33). Porém, neste caso, são combinadas (com um dos métodos de *combinação de forças*): a massa do próprio nó  $i$  e as forças exercidas por *todos* os outros nós sobre o nó  $i$ . Um detalhe é que as direções das forças não importam nesta variante. A fórmula seguinte define o cálculo da *massa combinada* de um nó  $i$  usando a *soma*. Com os outros métodos de combinação forças (e.g. *máximo*), o cálculo é análogo.

$$MC_i = m_i + \sum_{\substack{z \in Nodes \\ z \neq i}} F_{iz}$$

**Fórmula 34: Estratégia gravitacional – massa combinada (propagação por nó)**

Apesar de análoga à Fórmula 33, a Fórmula 34 *não* representa diretamente a força resultante sobre um agente. Para um agente posicionado em um nó  $j$ , a resultante  $F_{ji}$

que atua em uma aresta  $ji$  (i.e. de  $j$  até o seu vizinho  $i$ ) será a massa combinada  $MC_i$  dividida pela distância da aresta. A Fórmula 35 expressa isso.

$$F_{ij} = \frac{MC_j}{d_{ij}}$$

**Fórmula 35: Estratégia gravitacional – força resultante na propagação por nó**

Até aqui, consideramos que as estratégias gravitacionais têm os seguintes quatro **parâmetros** que podem ser variados: a *função de massa*, o *expoente* usado no cálculo da força, o *método de combinação de forças* e o *tipo de propagação*. Discutiremos um quinto e último parâmetro na próxima subseção.

#### 7.2.4 Mecanismo Auxiliar de Coordenação

Como nos métodos de campos potenciais, um agente da estratégia gravitacional comporta-se reativamente seguindo as forças. Na propagação por aresta ou por nó, o agente, ao seguir uma força de intensidade (relativamente) alta, chegará, em algum momento, aos nós de altas ociosidades que produziram essa força. Ao chegar em cada um deles, ociosidade do nó se anula, o que, conseqüentemente, anula as forças produzidas por aquele nó, fazendo com que ele deixe de atrair outros agentes. A partir do ciclo seguinte, enquanto o nó não for visitado, a ociosidade crescerá, provocando um aumento gradual da força que ele exerce também. Essa força eventualmente atrairá outros agentes ao nó, quando o nó atingir ociosidade alta comparada aos demais. Desse modo, a estratégia gravitacional produz um comportamento emergente racional para a patrulha.

Em configurações com múltiplos agentes, um problema que pode surgir é o de vários deles dirigirem-se a um mesmo nó ao mesmo tempo ou em tempos muito próximos. Isso pode acontecer porque, enquanto um agente está atravessando uma aresta em direção a um nó de alta ociosidade, este nó de destino continua a exercer atração sobre outros agentes. Para evitar esse tipo de situação e melhorar o desempenho global da estratégia gravitacional, acrescentamos mais um parâmetro, que é um **mecanismo auxiliar de coordenação** para evitar concorrência a um mesmo nó.

O único *mecanismo auxiliar de coordenação* que adotamos foi o que chamamos de **agendamento de visitas**. Ele funciona assim: no momento em que o agente decide ir para um nó  $j$  (vizinho de sua posição atual), a massa do nó  $j$  passa a ser considerada como nula nas decisões dos outros agentes, até que o agente finalmente chegue ao nó e saia dele. O primeiro agente a tomar a decisão de ir a um nó qualquer  $j$  produz esse efeito e, assim, diminui a chance de que outros agentes sigam para  $j$ . Ressaltamos que,

mesmo com a massa anulada, outros agentes ainda podem seguir para o nó  $j$  no caso em que outros nós de massas altas atraiam esses agentes através da aresta que leva ao nó  $j$ . Porém essa é uma situação que consideramos aceitável. No futuro, pretendemos avaliar outros mecanismos auxiliares de coordenação, além do *agendamento de visitas*.

Com a apresentação deste ultimo detalhe, concluímos a descrição conceitual de todas as variantes das *estratégias gravitacionais*. Na próxima subseção, resumimos as variantes construídas e apresentamos uma maneira de identificar todas elas.

### 7.2.5 Sumário das Variantes

Nesta subseção, resumimos todas as estratégias gravitacionais que foram, de fato, construídas nesta pesquisa. Como foi proposto somente um *mecanismo auxiliar de coordenação* até o momento, basta descrevermos os outros quatro parâmetros para definir de forma completa uma *estratégia gravitacional* específica. Assim, vamos representar uma estratégia gravitacional específica como **Grav(P, M, E, C)**, onde:

- **P** representa o tipo de propagação. Pode variar entre *Edge* (propagação por aresta) e *Node* (propagação por nó).
- **M** representa a função de massa. Vamos representá-la pelos valores *Ar* (para a função de massa aritmética) ou *Ge* (para a função de massa geométrica com taxa de crescimento  $R=5\%$ ).
- **E** é o expoente usado no cálculo da intensidade de uma força gravitacional (ver Fórmula 32). Usamos apenas os expoentes 1 e 2.
- **C** é o método de combinação de forças. Usamos apenas os casos *max* (o máximo das forças) e *sum* (a soma das forças).

Como consideramos dois valores para cada parâmetro, definimos diretamente dezesseis estratégias gravitacionais distintas: *Grav(Edge,Ar,1,max)*, *Grav(Edge,Ar,1,sum)*, *Grav(Edge,Ar,2,max)*, *Grav(Edge,Ar,2,sum)*, ..., *Grav(Node,Ar,2,sum)*, *Grav(Node,Ge,1,max)*, *Grav(Node,Ge,1,sum)*, *Grav(Node,Ge,2,max)*, *Grav(Node,Ge,2,sum)*. Na seção seguinte, damos mais detalhes de como estas estratégias foram implementadas.

## 7.3 Implementação

A primeira versão das estratégias gravitacionais foi implementada na linguagem Java em um simulador simples construído especificamente para testá-las. Com essa primeira versão, obtivemos os primeiros resultados, que foram imediatamente publicados (Sam-

paio, Ramalho e Tedesco, 2010). Posteriormente, as estratégias gravitacionais foram reimplementadas no simulador **SimPatrol**, desenvolvido por Daniel Moreira (Moreira et al. 2007; Moreira, 2008), em um trabalho de mestrado do CIn. Porém, o próprio simulador também passou por alterações significativas ao longo desta pesquisa.

A seguir, descrevemos, sucintamente, as implementações realizadas ao longo do processo, tanto no simulador, como nas diversas estratégias implementadas.

### 7.3.1 SimPatrol

O simulador de patrulha *SimPatrol* foi desenvolvido em Java para simular os mais diversos tipos de agentes, considerando a definição G-1 da MAP (seção 2.4), proposta no CIn. O *SimPatrol* permite, desde sua versão original, comunicação por mensagens e por flags e permite diferentes tipos de percepção (e.g. do ambiente e da sociedade), com diferentes profundidades. Além disso, ele permite ambientes (grafos) dinâmicos, multisociedade, nós com prioridades distintas e simulações em tempo real, entre outras características.

A implementação do *SimPatrol* é distribuída – ele é um servidor ao qual se conectam três tipos de clientes, por TCP ou UDP: clientes para coletar métricas, clientes para receber mensagens de *logging* e clientes para controlar os agentes. Os clientes se comunicam com o servidor apenas por mensagens XML e, por isso, podem ser implementados em qualquer linguagem. Apesar de sua rica funcionalidade, encontramos algumas dificuldades no uso do simulador, que foram resolvidas ao longo desta pesquisa. Algumas foram resolvidas por ou com a ajuda de: uma aluna da graduação do CIn (Araújo, 2010), um aluno do mestrado do CIn (Sena, 2011) e um aluno de doutorado do LIP6, na França (Poulet et al, 2011).

A primeira dificuldade encontrada foi que, como o simulador foi proposto antes do desenvolvimento do *framework* da *Patrulha Temporal*, ele não permitia as novas métricas. Assim, removemos a funcionalidade de servidor de métricas e implementamos o cálculo das métricas a partir do *log* da simulação, inclusive gerando relatórios para sumarizar os resultados de várias simulações. Criamos também várias outras ferramentas auxiliares – uma biblioteca de grafos, conversões entre vários formatos de grafos, geração de grafos aleatórios e ferramentas para preparação de experimentos.

Outro problema encontrado foi com a política de ações do simulador, que fazia com que os agentes ficassem um ciclo parado para cada mensagem enviada. Porém, a dificuldade mais séria encontrada foi com o desempenho do simulador, que, mesmo com poucos agentes, era muito lento. Acreditamos que a razão era a distribuição em rede e a quantidade excessiva de *threads* criadas. Várias soluções foram tentadas, mas o

desempenho só melhorou razoavelmente com a criação de um mecanismo alternativo de comunicação (além de TCP e UDP), via memória, para Windows (Sena, 2011). Também incorporamos as seguintes melhorias desenvolvidas no LIP6: extensão do *SimPatrol* para lidar com ambientes abertos, correção de *bugs* em alguns agentes, *porting* da estratégia FBA para o *SimPatrol* e um visualizador (Poulet et al, 2011).

Na sua atual versão, o *SimPatrol* ainda não suporta todas as características previstas na *Taxonomia da MATP* (e.g. movimentação intermediária ou realista), mas suporta boa parte delas (e.g. sociedades abertas, ambientes dinâmicos). Em especial, ele suporta todas as características necessárias para simular a *classe da MATP* que desejamos tratar (e.g. ambientes direcionados arbitrários). O *SimPatrol* tem código aberto e se encontra disponível neste link: <http://code.google.com/p/simpatrol/>.

### 7.3.2 Biblioteca de Agentes

Várias das estratégias criados anteriormente pelo grupo do CIn foram reimplementados, em Java, na versão original do *SimPatrol* – *CC*, *CR*, *HPCC*, *SC* e *RR*. Porém, uma dificuldade encontrada com essas implementações foi o baixo nível dos códigos, que envolviam manipulações diretas das mensagens XML, na forma de *strings*. Isso dificultava o entendimento do código, o desenvolvimento de novos agentes o *debugging*.

Por isso, criamos uma biblioteca para servir de *middleware*, abstraindo o protocolo de comunicação com o servidor e oferecendo objetos de alto nível no lugar das mensagens XML (e.g. para representar percepções do grafo). Assim, a biblioteca não apenas permitiu criar códigos de mais alto nível nos agentes, como, no futuro, facilitará eventuais mudanças no protocolo com o servidor, minimizando a necessidade de alteração nos agentes. Alguns dos agentes anteriores foram reimplementados na biblioteca (e.g. *CC* e *HPCC*), simplificando significativamente o código (e.g. os agentes *HPCC*, que tinham 1.000 linhas de código, passaram para meras 360 linhas). Além de melhorar a legibilidade, isso permitiu descobrir e corrigir bugs no *HPCC* e nas *estratégias gravitacionais*. Destacamos que as implementações anteriores (sem a biblioteca) de todos os agentes continuam compatíveis com o simulador (e.g. *SC* e *CR*).

A biblioteca, bem como todas as estratégias implementadas nela, com ou sem a biblioteca, incluindo todas as variantes das estratégias gravitacionais, também estão disponíveis no site do *SimPatrol*.

### 7.3.3 Estratégias Gravitacionais

Conforme exposto, a versão final das estratégias gravitacionais foi feita para o *SimPatrol* sobre a nova biblioteca descrita. As estratégias gravitacionais foram implementadas



com uma organização multiagente hierárquica composta de apenas um agente coordenador, sendo os demais agentes subordinados a ele. Uma implementação com uma organização plana, com papéis homogêneos seria viável, mas criamos o coordenador por dois motivos: (1) por questões de desempenho, para que ele centralize os cálculos das forças gravitacionais; (2) para simplificar a implementação do *mecanismo de agendamento*, explicado na subseção 7.2.4.

Nesta implementação, quando um agente subordinado chegar a um nó, ele informa ao coordenador a sua posição. Então, o coordenador, refaz os cálculos das forças gravitacionais com base nas ociosidades atuais, e, então, escolhe o nó vizinho para o qual aponta a maior força resultante. Esse nó é enviado para o agente subordinado, que, então, seguirá para o nó dado. No coordenador, esse nó é marcado como “agendado para visita” e as forças que ele exerce (sobre outros pontos) são anuladas, até o momento em que o agente envie nova mensagem informando que chegou a esse nó.

Esta implementação guarda certas semelhanças à do *HPCC*, que também é coordenado e que tem um processo de decisão relativamente elaborado, com similar complexidade computacional – ambos são, aproximadamente, quadráticos na quantidade de nós, por rodada de decisão. No caso da estratégia gravitacional, essa complexidade é justificada porque as forças são propagadas de todos os nós para todos os nós. Porém, se o método de combinação for *max*, há um fator extra  $\log n$  por conta de inserções em *heaps* (mantido nos nós ou nas arestas, dependendo da propagação). Esse *heap* é necessário para “desfazer” as forças exercidas por um nó, quando ele é marcado como “agendado para visita”. Neste caso, o *heap* garante que a força máxima, dentre as restantes, continuará sendo usada. No caso da resultante *sum*, o *heap* não é necessário porque basta subtrair da resultante o valor da força para desfazê-la.

Esse cálculo das forças é realizado por um *propagador de gravidades*. Devido às especificidades dos cálculos, foram criados quatro propagadores de gravidades, para as quatro possíveis combinações dos parâmetros *tipo de propagação* e *combinação de forças*: (*Edge,max*), (*Edge,sum*), (*Node,max*), (*Node,sum*). Estas quatro implementações foram feitas em quatro classes apropriadamente organizadas com herança (e.g. todas estendem uma classe abstrata comum).

## 7.4 Comentários Finais

Neste capítulo, apresentamos a família das *estratégias gravitacionais*, que, inspiradas na propagação das forças gravitacionais da natureza, propaga informações globais das ociosidades para guiar os agentes para regiões de mais alta ociosidade. Definimos parâ-

metros nas estratégias e, variando esses parâmetros, propomos dezesseis *estratégias gravitacionais* específicas.

Em uma primeira implementação das estratégias gravitacionais, em um simulador próprio, elas foram comparadas com a estratégia *SC-TSP* (baseada na solução ótima do TSP) com a métrica de *intervalo quadrático*, obtendo resultados promissores (Sampaio, Ramalho e Tedesco, 2010). Porém, depois de uma reflexão mais profunda e da criação da *Taxonomia da MATP*, reconhecemos a necessidade de reavaliar as estratégias gravitacionais pelos seguintes motivos: (1) ela foi comparada apenas com a estratégia *SC-TSP*, ignorando outras estratégias relevantes da literatura; (2) a própria estratégia *SC-TSP* é uma solução inviável, pois depende da solução exata de um problema intratável (TSP); (3) não tínhamos critérios claros para escolha das configurações dos experimentos, especialmente, para escolher os ambientes.

Em especial, por conta do motivo (1), uma segunda implementação das estratégias gravitacionais foi feita sobre o *SimPatrol*, que é em um simulador de código aberto que dispõem de várias das estratégias propostas anteriormente na literatura. Na próxima seção, apresentamos um conjunto de experimentos realizados com esta segunda implementação das estratégias gravitacionais, seguindo critérios mais bem definidos. Em especial, os experimentos visam comprovar a qualidade das estratégias gravitacionais na *classe da MATP* indicada na seção 7.1.

## CAPÍTULO 8

# Experimentos com as Estratégias Gravitacionais

O objetivo imediato deste capítulo é **apresentar os resultados dos experimentos para avaliar as estratégias gravitacionais**, comparando-as entre si e com outras estratégias relevantes da literatura. Porém, todo o processo de reflexão sobre o problema, de implementação das estratégias e de preparação dos experimentos resultou em uma versão preliminar de um *benchmark* para Sistemas Multiagentes baseado na MATP. Assim, **apresentar este *benchmark*** é outro objetivo deste capítulo. Um terceiro objetivo do capítulo é **ilustrar alguns dos resultados teóricos sobre as métricas** (apresentados no Capítulo 4), usando os dados dos experimentos.

O *benchmark* é descrito na seção 8.1. Os experimentos para avaliar apenas as estratégias gravitacionais, com base no *benchmark*, são apresentados na seção 8.2. Em seguida, na seção 8.3, novamente o *benchmark* é usado para comparar as melhores estratégias gravitacionais com outras estratégias. A seção 8.4 usa os experimentos para ilustrar alguns resultados teóricos. Por fim, a seção 8.5 encerra o capítulo com alguns comentários finais.

### 8.1 Benchmark

Moreira (2008) define *benchmark* como um problema que serve para avaliar o desempenho de diferentes sistemas lógicos (e.g. algoritmos, arquiteturas), para identificar quais apresentam os melhores resultados e em quais situações. Ele também afirma que, em especial na Inteligência Artificial, os *benchmarks* são instâncias de problemas reais simplificados e rigorosamente definidos que servem para diferentes pesquisadores testarem (e aprimorarem) diferentes técnicas, antes da aplicação no mundo real. Ele cita como exemplos de *benchmarks* a *RoboCup* (<http://www.robocup.org>) e a *TAC* (<http://tac.sics.se>). Nesta seção, propomos um *benchmark* baseado na MATP.

O *benchmark da MATP* que propomos constitui-se em quatro elementos: um *problema da MATP* precisamente definido, algumas instâncias (*configurações da MATP*) variadas, um sistema de avaliação comparativa das estratégias, e um ambiente de testes aberto. Nas próximas subseções definimos os três elementos.

### 8.1.1 Problema

O *problema da MATP* no qual o *benchmark* se baseia é aquele classificado na *Classe de Ambientes Arbitrários Direcionados* (C7), proposta na seção 5.4 e que também serviu de referência para criar as estratégias gravitacionais. Em especial, vamos considerá-lo baseado na classe de referência *CR-B*. A descrição completa desta classe é dada na tabela abaixo, destacando, em negrito, as mudanças em relação à classe *CR-B*.

Tabela 37: Classe da MATP do *Benchmark da MATP*

Dimensão	Parâmetro	Classificação	Percentual
ENVIRONMENT	Node → Visit Time	instantânea	95%
	Node → Effectivity	determinística	100%
	Edge → Cost	com custos	70%
	Edge → Direction	<b>direcionadas</b>	<b>5%</b>
	Size	dezenas	40%
	Topological Properties	<b>arbitrária</b>	<b>10%</b>
	Dinamicity	estático	95%
AGENT	Prior Info. → Society	nenhuma	55%
	Prior Info. → Environ.	total	70%
	Perception → Society	nenhuma	95%
	Perception → Environ.	local	100%
	Motion	simples	80%
SOCIETY	Openness	fechada	95%
	Communication	mensagens globais	50%
	Abilities	homogêneas	95%
	Size	time pequeno	65%
EXECUTION & EVALUATION	Execution Model	baseado em turnos	85%
	Metric	equilíbrio freq.-regularidade	50%
	Interval	<b>completo</b>	<b>15%</b>

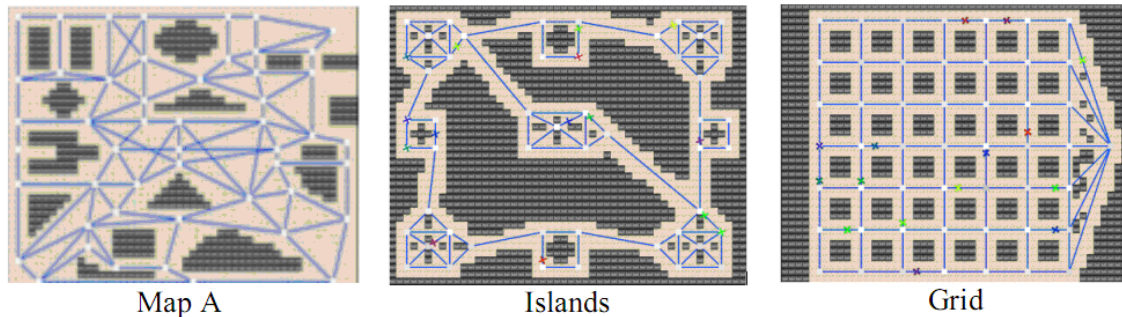
Esta *classe da MATP* tem como principal novidade as características dos ambientes, que são especialmente gerais. A classe adota arestas *direcionadas* (adotadas em apenas 5% dos trabalhos atuais) e topologias *arbitrárias* (adotadas em apenas 10%). Além disso, o intervalo de avaliação é *completo* (i.e. durante todo o tempo), o que exige

que a solução ótima tenha bom desempenho desde o início, ao contrário das classes com *estado estável*, que permite que a solução ótima apresente um longo período de mau desempenho até estabilizar. Quanto aos agentes, a classe permite mensagens globais e conhecimento prévio do ambiente, o que dá grande liberdade de implementação de diferentes mecanismos de coordenação nas soluções. Por essas características – generalidade dos ambientes e flexibilidade de mecanismos de coordenação – acreditamos que esta é uma classe adequada a um *benchmark da MATP*.

Por outro lado, a classe adotada mantém simplicidade em outros parâmetros, que dá um equilíbrio adequado nesta primeira versão do *benchmark*, considerando que a literatura ainda não tem resultados definitivos nestas situações. Assim, as visitas são determinísticas e instantâneas, os ambientes são estáticos, as sociedades são fechadas, o tempo é discreto, etc. Com relação à métrica, foi adotada, especificamente, a métrica de *intervalo quadrático médio*, pelos motivos apresentados no Capítulo 4. A seguir, descrevemos as instâncias (*configurações da MATP*) adotadas no *benchmark*.

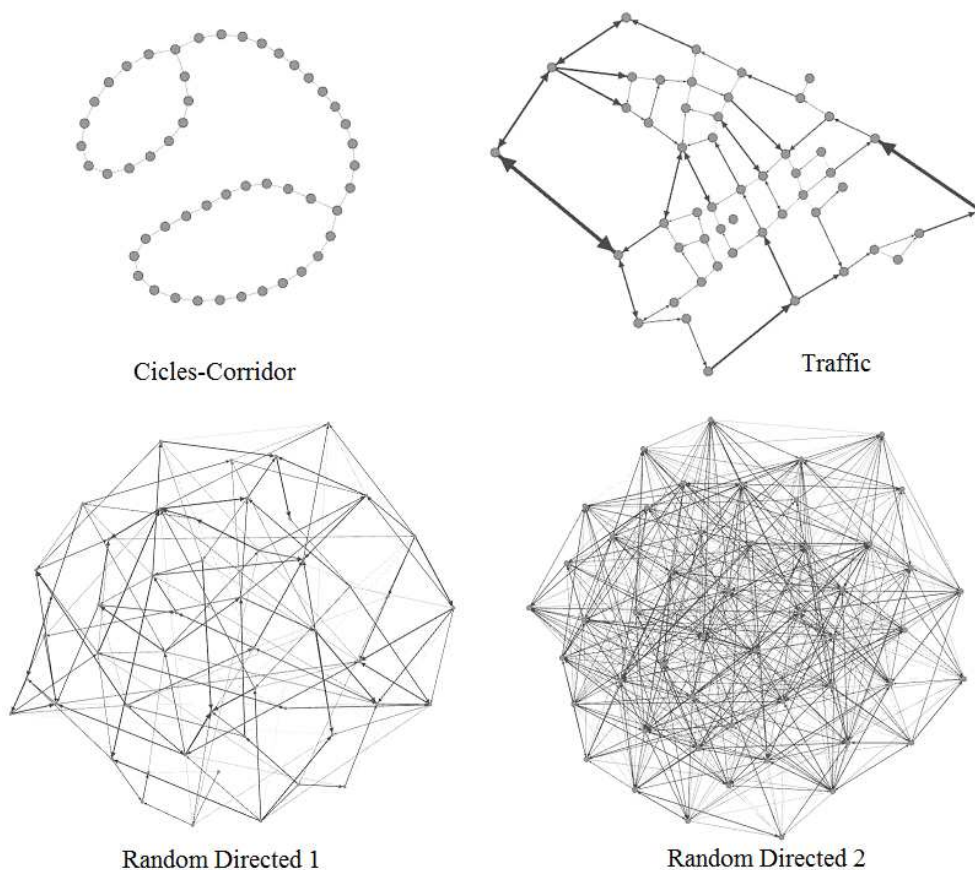
### 8.1.2 Instâncias

O detalhe mais importante das instâncias deste *benchmark* são os ambientes que precisem representar com fidelidade a generalidade permitida pela *classe da MATP* descrita anteriormente.



**Figura 22: Grafos da literatura adotados no *benchmark da MATP***

Escolhemos partir de um conjunto de grafos adotados em vários trabalhos literários (Almeida et al., 2004), que foram mostrados na Figura 13, na seção 5.2. Deles, escolhemos três grafos, apresentados na Figura 22. Todos são não-direcionados (tratados, equivalentemente, como direcionados com arestas simétricas). Além destes, quatro novos grafos foram propostos, os quais apresentamos na Figura 23.



**Figura 23: Novos grafos adotados no *benchmark da MATP***

Seguem algumas justificativas para a escolha de cada grafo. O “Mapa A” é um grafo bem conectado, que pode modelar um terreno com vários prédios espalhados (e.g. como o *campus* de uma universidade). O grafo “Islands”, por outro lado, apresenta grupos de nós separados entre si por arestas longas, mas com muitas arestas curtas dentro de cada grupo. O grafo “Grid” tem uma característica bastante uniforme na distribuição dos nós e arestas e também nos tamanhos das arestas, aproximando-o de um grafo sem peso. O “Cicles-Corridor” também arestas bastante uniformes, mas sua topologia é ainda mais simples – ele foi criado para substituir os grafos “Circle” e “Corridor” anteriores (v. Figura 13), mesclando suas características. Todos estes são simétricos e planares. Os três grafos restantes não têm simetria nas arestas.

O grafo “Traffic” foi criado para testar as estratégias em uma patrulha nas ruas de uma cidade, onde há diferentes direções (“mãos”) do trânsito em cada rua. As ruas, as direções e os tamanhos das arestas deste mapa foram baseados no mapa de uma região da Zona Norte do Recife. Os próximos dois mapas foram gerados aleatoriamente e *não* são planares. A diferença entre eles é que “Random Directed 1” é mais esparsa, enquanto o “Random Directed 2” é bastante denso. Eles foram criados para testar as

estratégias em ambientes mais abstratos, que não foram considerados nos trabalhos da literatura encontrados.

Outro detalhe das instâncias são os tamanhos dos times de patrulhadores. No *benchmark*, para cada ambiente, as estratégias devem ser avaliadas com 1, 6, 11 e 16 agentes (começando com um único agente e aumentando com razão 5). O tamanho máximo considerado foi 16 porque ele representa 1/3 da quantidade de nós (pois todos os mapas têm cerca de 50 nós), que é o limite imposto pela *classe da MATP* adotada (*Society*  $\rightarrow$  *Size = times pequenos*). As posições de início dos agentes são aleatórias, mas devem ser repetidas com cada estratégia avaliada (i.e. não são geradas novamente).

Por fim, como último detalhe das instâncias, adotamos o tempo de execução de 3.000 turnos, com todo o período contando para o cálculo da métrica.

### 8.1.3 Avaliação

O *benchmark* adota um sistema de avaliação comparativa das estratégias, que explicamos nesta subseção.

Primeiramente, é preciso normalizar os valores da métrica *intervalo quadrático médio*, para ficarem comparáveis entre times de diferentes tamanhos, para uma mesma estratégia em um mesmo mapa. Esse **intervalo quadrático (médio) normalizado** é calculado simplesmente multiplicando o próprio *intervalo quadrático médio* pelo tamanho da sociedade (i.e. 1, 6, 11 ou 16) que o obteve. Pois, em tese, espera-se que  $n$  agentes consigam reduzir o valor da métrica a  $1/n$  do valor obtido por um único agente; então, multiplicando por  $n$ , o valor da métrica para  $n$  agentes volta a ser comparável ao valor obtido por um único agente. Esses valores, então, são somados para cada estratégia. Essa *soma dos intervalos quadráticos normalizados*, que abreviamos como **SIQN**, definirá a melhor estratégia em cada mapa.

Uma segunda etapa da avaliação consiste em combinar os resultados obtidos em todos os mapas e, assim, criar um ranking global (i.e. independente de mapa) das estratégias. Porém, é difícil uma normalização que torne comparáveis os resultados obtidos em diferentes mapas, por conta de diferenças nos tamanhos das arestas, da topologia, etc. O que propomos neste *benchmark* é que seja criado, para cada mapa, um *ranking* das estratégias, com base nos *SIQNs* delas. Então, deve ser calculado o **ranking médio** de cada estratégia (e.g. o ranking médio 3.0 indica que a estratégia, em média, costuma ser a 3ª melhor no SIQN). Esse será o valor que definirá o resultado final das estratégias. Assim, a melhor estratégia será aquela que tiver as melhores (menores) posições nos *rankings* dos sete mapas, em média.

#### 8.1.4 Ambiente de Testes

Como ambiente de testes do *benchmark*, adotamos o simulador *SimPatrol*, apresentado na subseção 7.3.1. Justificamos sua adoção, primeiramente, porque ele suporta a *classe da MATP* em questão. Em segundo lugar, porque ele permite que as estratégias sejam implementadas em qualquer linguagem de programação, pois a comunicação com o simulador se dá por mensagens XML. Em terceiro lugar, o *SimPatrol* foi adotado porque diversas estratégias anteriores da literatura já estão implementadas nele – *CR*, *GBLA*, *CC*, *HPCC*, *SC*, *RR*, etc.

#### 8.1.5 Comentários

O *benchmark* apresentado é apenas uma versão preliminar de um *benchmark* para testar e aprimorar técnicas de Sistemas Multiagentes (ou de IA em geral), uma vez que ele lida apenas com *uma* classe da MATP. Porém, a classe com que ela lida é a mesma em que pretendemos testar as estratégias gravitacionais. Por isso, no restante do capítulo, avaliamos as estratégias gravitacionais aplicando duas vezes o *benchmark* proposto – uma na seção 8.2 e outra na seção 8.3.

### 8.2 Avaliação das Estratégias Gravitacionais

Nesta seção, apresentamos e analisamos os resultados dos experimentos realizados com base no *benchmark* da MATP para analisar e comparar as dezesseis *estratégias gravitacionais* propostas no Capítulo 7. Primeiramente, apresentamos os resultados das estratégias por mapa, destacando as duas melhores e as duas piores estratégias. Depois, apresentamos o resultado final do *benchmark* e comentamos os resultados.

#### 8.2.1 Resultados – Map A

A quantidade de estratégias gravitacionais avaliadas dificultaria a visualização sobreposta dos resultados em um único gráfico. Por isso, os resultados são apresentados separadamente em dois gráficos, para cada mapa. Um gráfico dá o desempenho das estratégias gravitacionais com *propagação por aresta*, enquanto o outro dá o desempenho das estratégias com *propagação por nó*. Ambos os gráficos mostram o *intervalo quadrático normalizado* (i.e. intervalo quadrático médio  $\times$  quantidade de agentes) e são apresentados na mesma escala, quando se referem a um mesmo mapa.

Nesta subseção, apresentamos, especificamente, os resultados no ambiente “Map A”. Seguem os gráficos com os resultados:



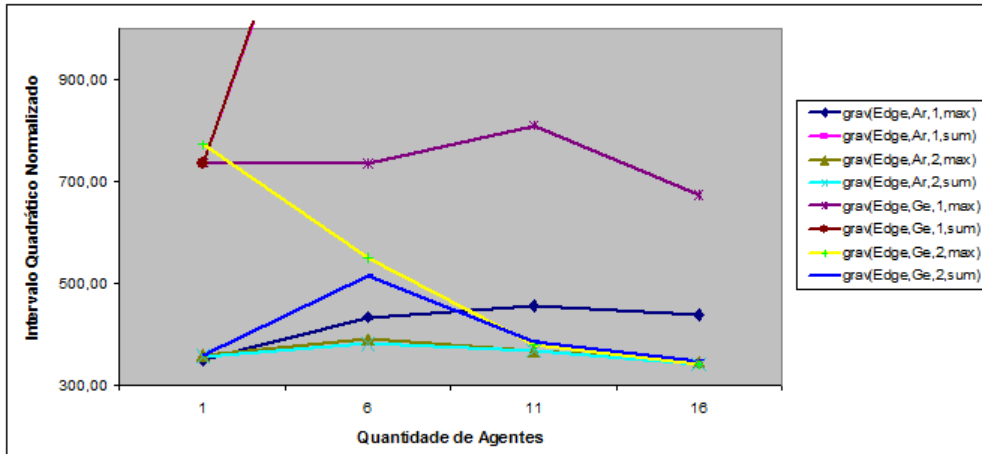


Figura 24: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por aresta – Map A

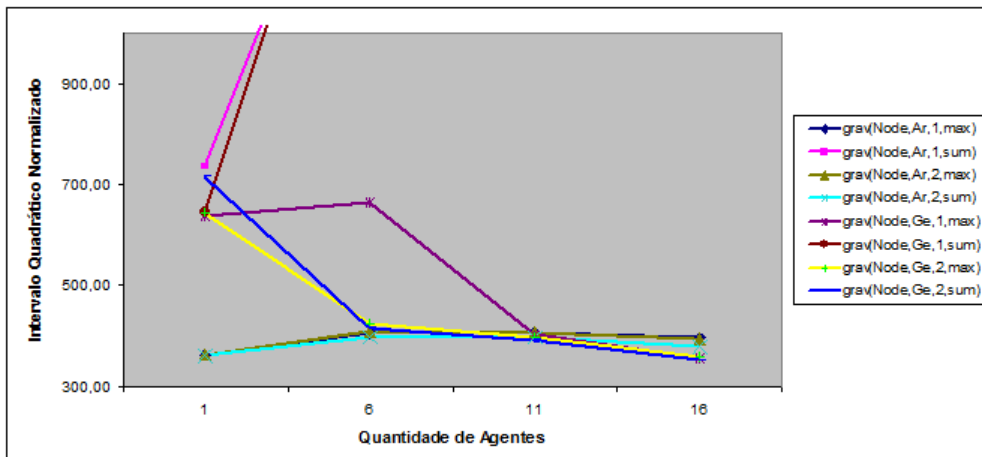


Figura 25: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por nó – Map A

As duas estratégias gravitacionais de melhor SIQN no “Map A” foram: **grav(Edge,Ar,2,sum)**, com SIQN 1.106,45, e **grav(Edge,Ar,2,max)**, com SIQN 1.119,44. As duas piores foram: *grav(Edge,Ar,1,sum)*, com SIQN 4.627,49 e *grav(Edge,Ge,1,sum)*, com SIQN, 4.669,91. Como é possível ver nos gráficos, estas duas (assim como outras três) apresentaram um desempenho extremamente degradado, a ponto de ter sido necessário ignorar alguns valores delas nos gráficos apresentados, por serem muito altos. Esse tipo de situação se repete nos outros ambientes, com estratégias gravitacionais diversas. Comentamos mais sobre isso na subseção 8.2.9.

## 8.2.2 Resultados – Ciclos-Corridor

Nesta subseção, apresentamos os resultados no grafo “Cicles-Corridor”. Os gráficos com os resultados são dados a seguir:

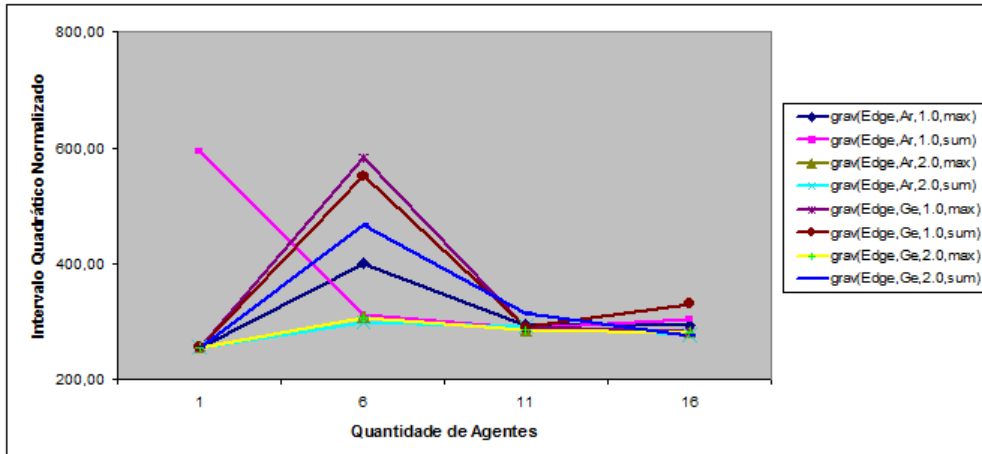


Figura 26: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por aresta – Cicles Corridor

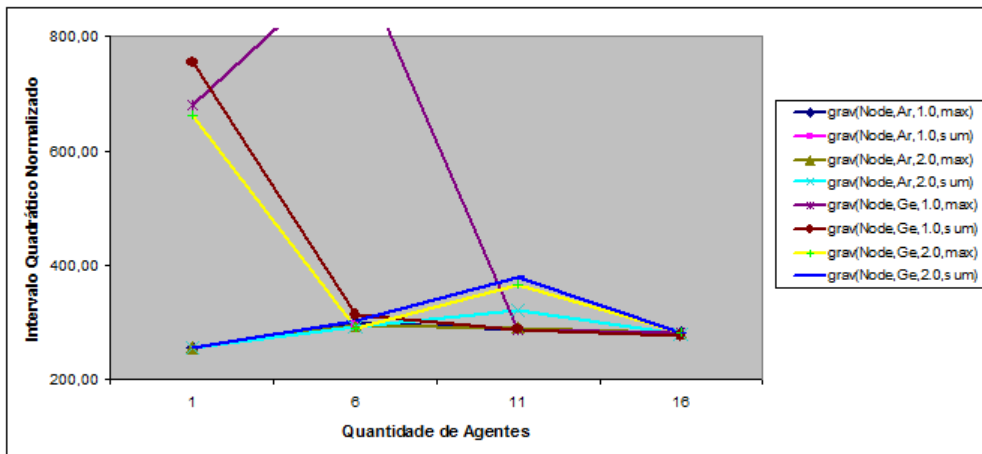


Figura 27: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por nó – Cicles Corridor

Neste ambiente, as duas melhores estratégias gravitacionais mudaram, em relação aos resultados no “Map A”. São elas: **grav(Node,Ar,2,max)**, com SIQN 840,62, e **grav(Node,Ar,1,max)**, com SIQN 842,76. As duas piores estratégias também são diferentes: *grav(Node,Ge,1,max)*, com SIQN 1.906,32, e *grav(Node,Ge,1,sum)*, com SIQN 1.355,67.

### 8.2.3 Resultados – Grid

As próximas figuras apresentam os resultados das dezesseis estratégias gravitacionais no mapa “Grid”:

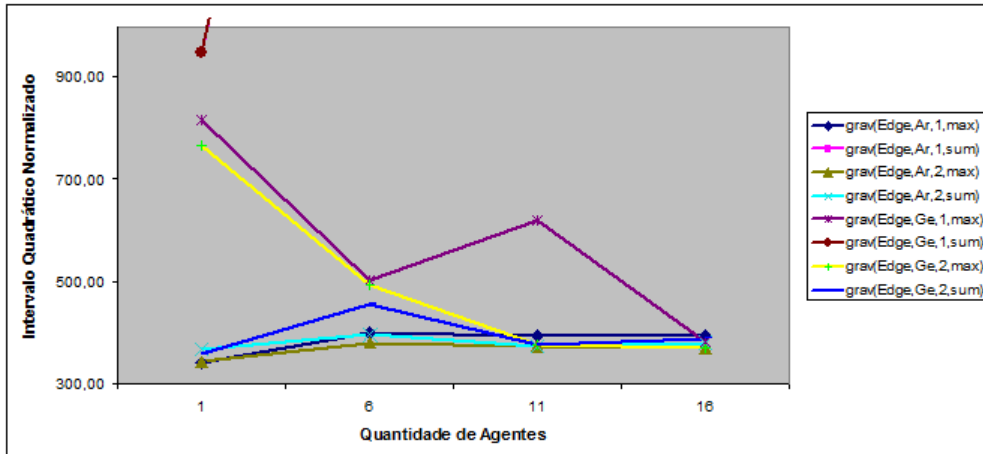


Figura 28: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por aresta – Grid

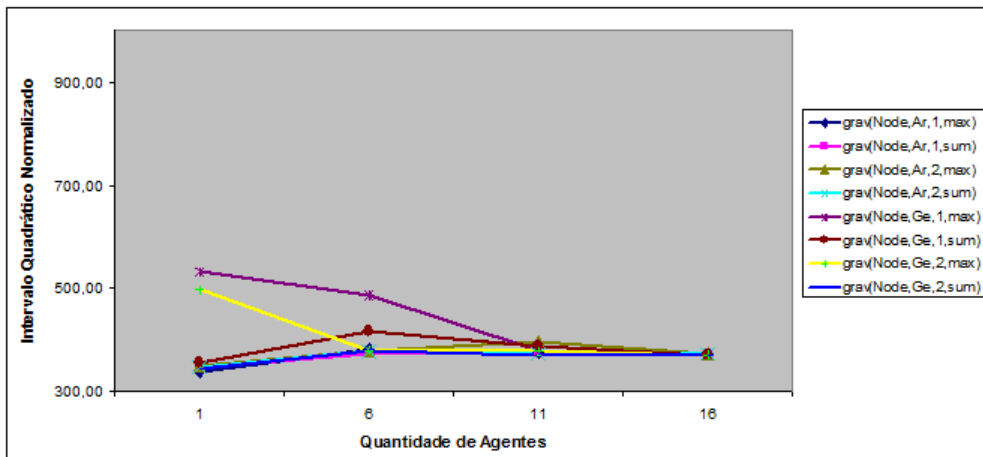


Figura 29: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por nó – Grid

Neste ambiente, as cinco melhores estratégias tiveram *SIQN* muito próximos, mas as duas melhores foram: **grav(Node,Ar,1,max)**, com *SIQN* 1.089,47, e **grav(Node,Ge,2,sum)**, com *SIQN* 1.090,17. As duas piores estratégias tiveram desempenho degradado e, por isso, seus resultados mal aparecem no gráfico da Figura 28. São elas: *grav(Edge,Ar,1,sum)*, e *grav(Edge, Ge,1,sum)*, ambas com *SIQN* acima de 6.000,00. Aqui, aconteceram algumas repetições: uma das melhores esteve entre as melhores de “Cicles-Corridor” e as duas piores são as mesmas do “Map A”.

## 8.2.4 Resultados – Islands

As próximas figuras mostram os resultados no mapa “Islands”:

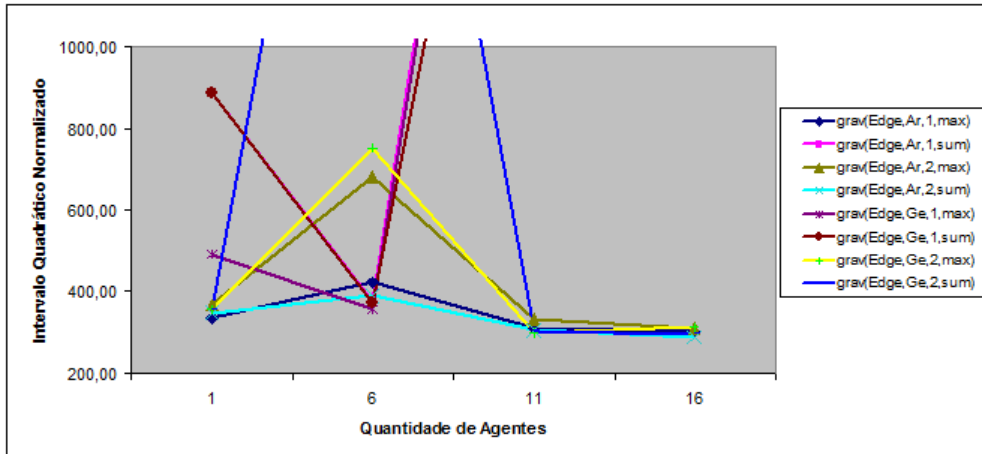


Figura 30: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por aresta – Islands

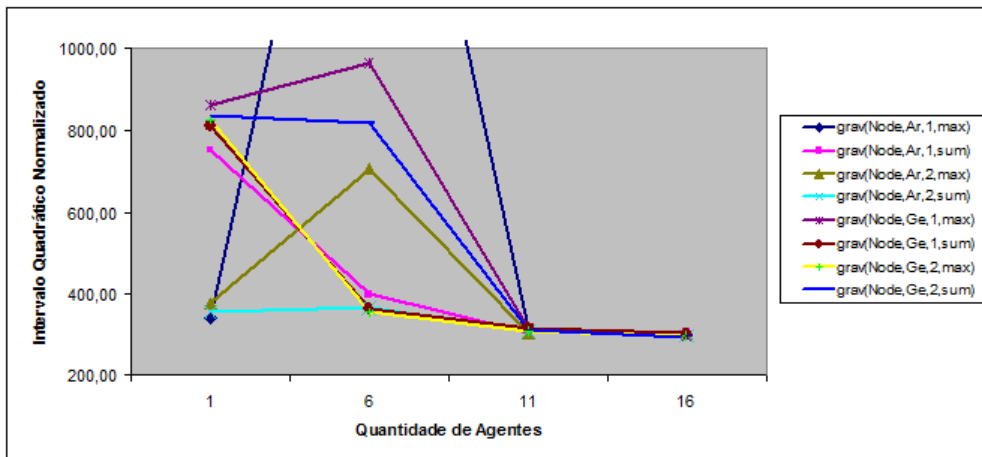


Figura 31: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por nó – Islands

As melhores estratégias neste ambiente diferem apenas quanto ao tipo de propagação:  **$\text{grav}(\text{Node}, \text{Ar}, 2, \text{sum})$** , com SIQN 1.024,87, e  **$\text{grav}(\text{Edge}, \text{Ar}, 2, \text{sum})$** , com SIQN 1.045,34. Diversas estratégias tiveram desempenho degradado, mas as duas piores foram as mesmas do grafo “Grid”:  $\text{grav}(\text{Edge}, \text{Ge}, 1, \text{sum})$ , com SIQN 3.606,84, e  $\text{grav}(\text{Edge}, \text{Ar}, 1, \text{sum})$ , com SIQN 4.087,32.

## 8.2.5 Resultados – Traffic

As próximas figuras mostram os resultados no mapa “Traffic”:

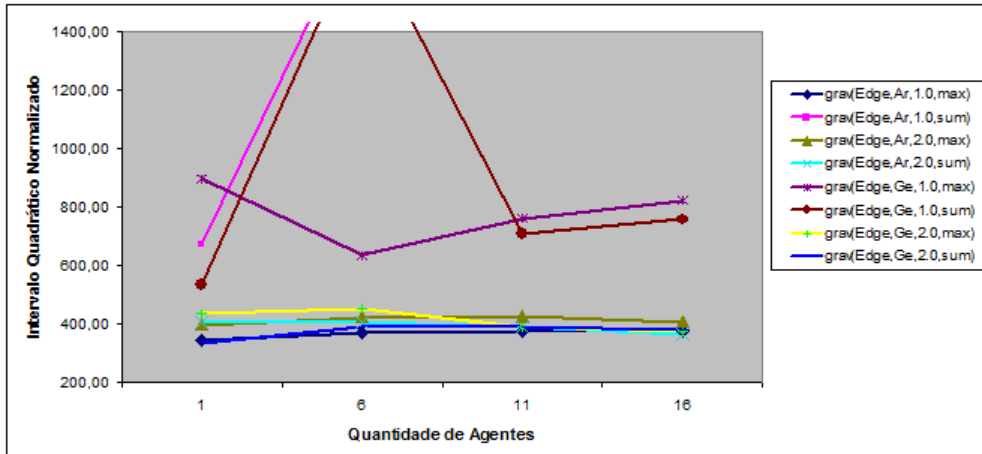


Figura 32: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por aresta – Traffic

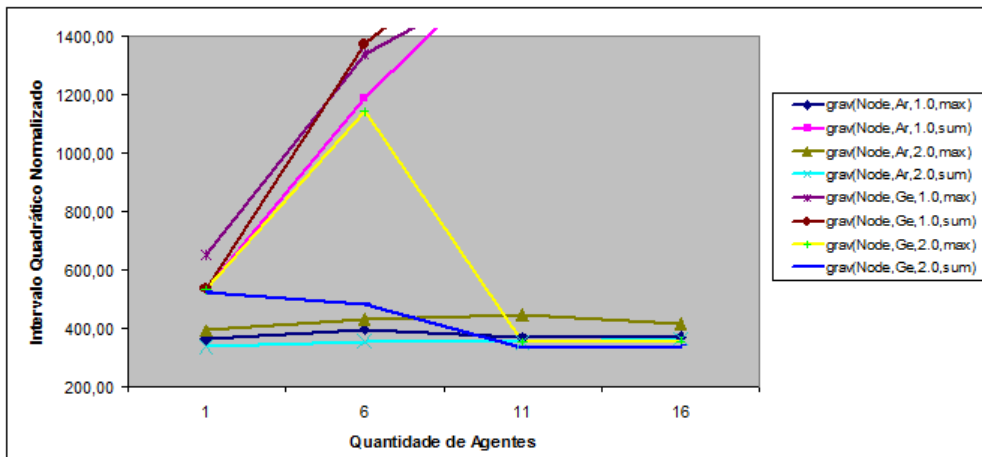
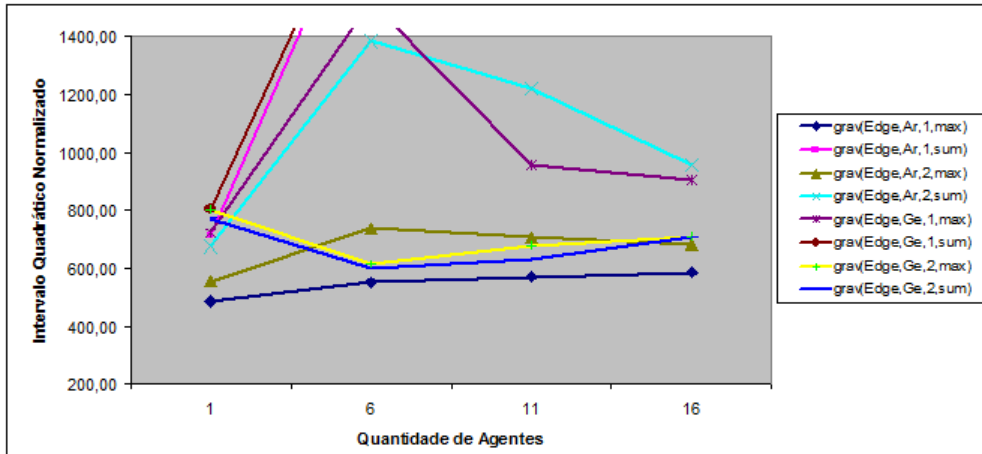


Figura 33: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por nó – Traffic

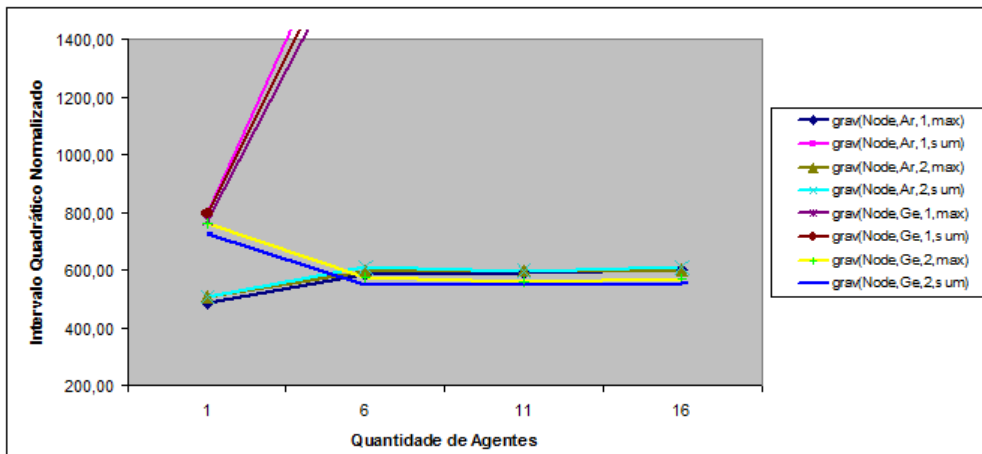
Neste mapa direcionado, duas estratégias bem distintas foram as melhores: **grav(Node,Ar,2,sum)**, com SIQN 1.038,23, e **grav(Edge,Ar,1,max)**, com SIQN 1.083,15. As duas piores – ambas com desempenho degradado – foram: *grav(Node,Ge,1,sum)*, SIQN 3.717,44, e *grav(Edge,Ar,1,sum)*, 4.751,20. Curiosamente, esta última difere apenas em um parâmetro (o *método de combinação de forças*) da segunda *melhor* estratégia. Destacamos que várias outras estratégias tiveram o desempenho degradado neste mapa. Isso, provavelmente, se deve ao fato de ele ter muitas arestas assimétricas, representando ruas de mão única, o que dificulta percorrê-lo completamente.

## 8.2.6 Resultados – Random Directed 1

Seguem os resultados das estratégias gravitacionais no mapa “Random Directed 1”:



**Figura 34: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por aresta – Random Directed 1**

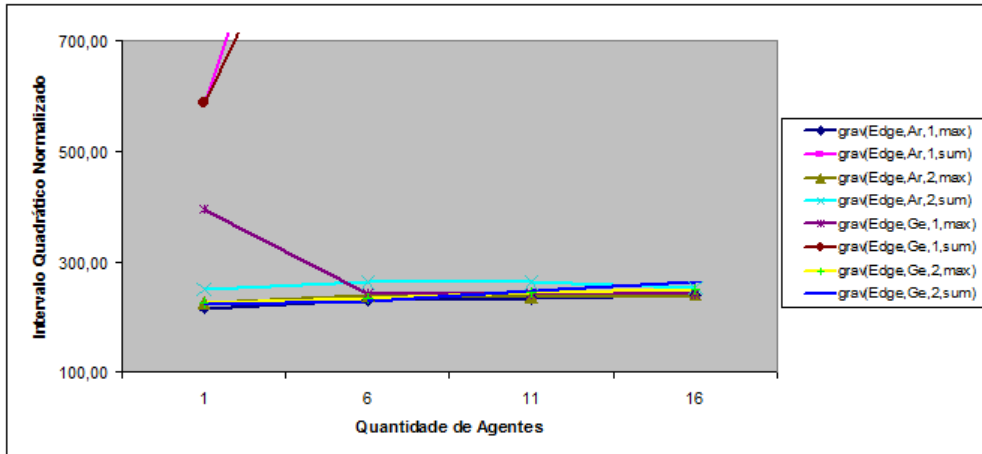


**Figura 35: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por nó – Random Directed 1**

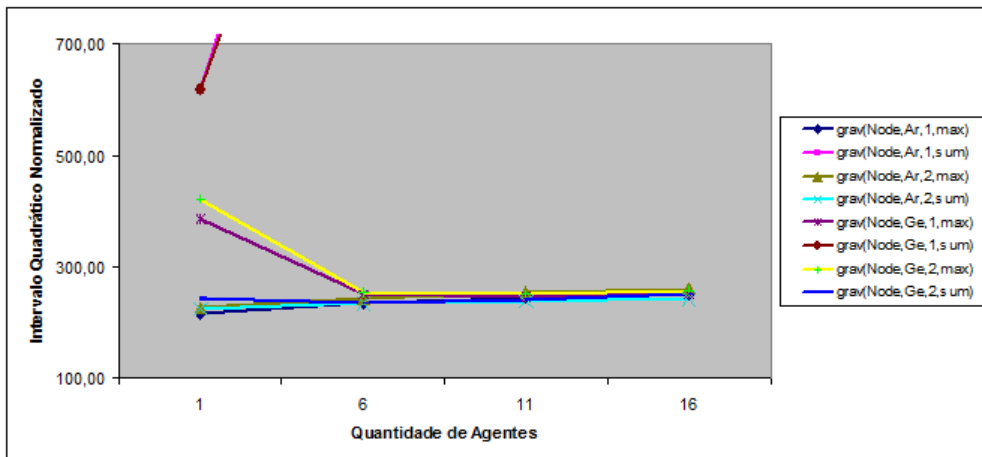
As duas melhores estratégias neste grafo diferem apenas quanto ao tipo de propagação. São elas: **grav(Edge,Ar,1,max)**, SIQN 1.600,97, e **grav(Node,Ar,1,max)**, SIQN 1.656,90. As duas piores foram: *grav(Node,Ar,1,sum)*, SIQN 5.497,91, e *grav(Edge,Ge,1,sum)*, com SIQN 5.527,95. Similarmente aos resultados no mapa anterior, a penúltima estratégia neste mapa difere em apenas *um* parâmetro da segunda colocada. Esses resultados ilustram bem a complexidade de se prever o desempenho de uma estratégia gravitacional com base nos parâmetros dela.

### 8.2.7 Resultados – Random Directed 2

Seguem os resultados das estratégias gravitacionais no mapa “Random Directed 2”:



**Figura 36: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por aresta – Random Directed 2**



**Figura 37: Experimentos com as estratégias gravitacionais com propagação por nó – Random Directed 2**

As duas melhores estratégias, neste mapa, foram: **grav(Edge,Ar,1,max)**, SIQN 682,00, e **grav(Node,Ar,1,max)**, SIQN 695,83. Destacamos que a primeira colocada aparece entre as duas melhores em todos os grafos direcionados, mas não tem esse mesmo destaque nos grafos não-direcionados. As duas piores estratégias foram: *grav(Edge,Ar, 1,sum)*, SIQN 4.002,19, pela quinta vez entre as piores, e *grav(Node,Ar, 1,sum)*, SIQN 4.107,47.

### 8.2.8 Resultado Final

Nesta subseção, apresentamos o resultado global das estratégias gravitacionais, com base no método de avaliação proposto no *benchmark*. Como a avaliação global é baseada nos *rankings* das estratégias, apresentamos, no gráfico a seguir (Figura 38), os *rankings* de todas as estratégias gravitacionais em todos os mapas:

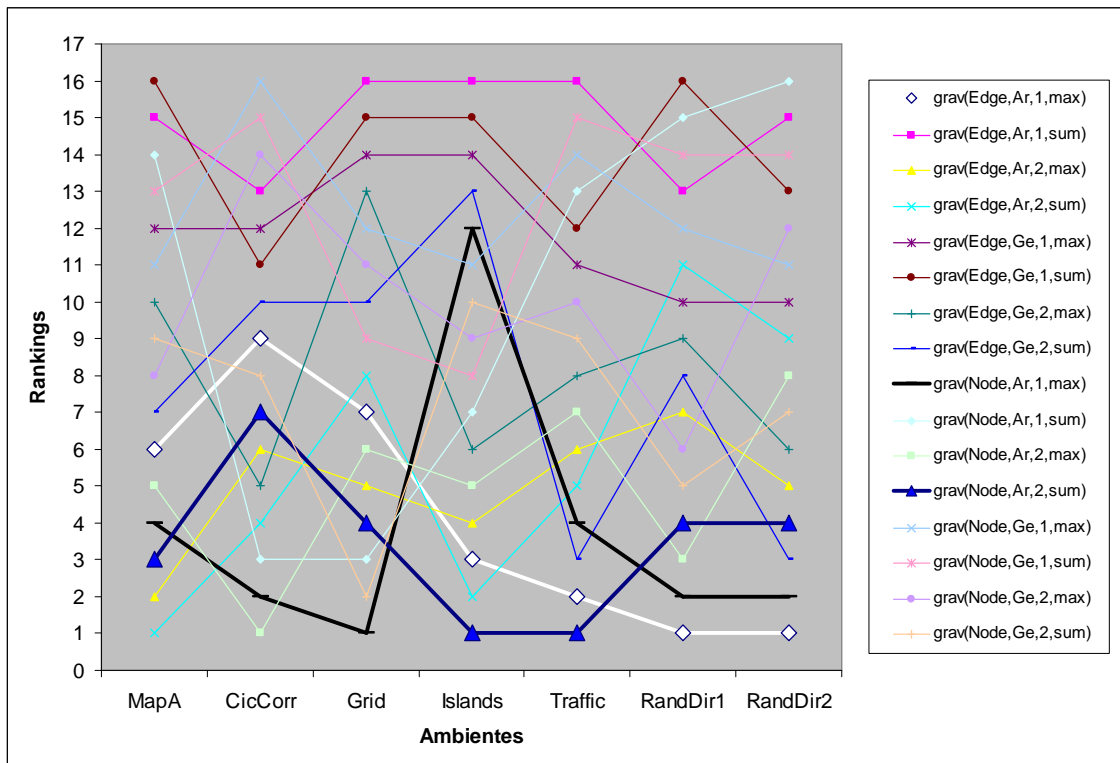


Figura 38: Rankings das estratégias gravitacionais em cada mapa

Com base nos rankings acima, calculamos o *ranking médio* de cada estratégia e ordenamos as estratégias com base nestes valores, como previsto no *benchmark* (subseção 8.1.3). Assim, chegamos ao *ranking* da Tabela 38.

Tabela 38: Ranking final das estratégias gravitacionais no *benchmark*

<i>Estratégia</i>	<i>Ranking Médio</i>		<i>Estratégia</i>	<i>Ranking Médio</i>
<b>grav(Node,Ar,2,sum)</b>	<b>3,43</b>		grav(Edge,Ge,2,max)	8,14
<b>grav(Node,Ar,1,max)</b>	<b>3,86</b>		grav(Node,Ge,2,max)	10,00
<b>grav(Edge,Ar,1,max)</b>	<b>4,14</b>		grav(Node,Ar,1,sum)	10,14
grav(Edge,Ar,2,max)	5,00		grav(Edge,Ge,1,max)	11,86
grav(Node,Ar,2,max)	5,00		grav(Node,Ge,1,max)	12,43
grav(Edge,Ar,2,sum)	5,71		grav(Node,Ge,1,sum)	12,57
grav(Node,Ge,2,sum)	7,14		grav(Edge,Ge,1,sum)	14,00
grav(Edge,Ge,2,sum)	7,71		grav(Edge,Ar,1,sum)	14,86

As três melhores estratégias, representadas com retas mais espessas na Figura 38, foram: **grav(Node,Ar,2,sum)**, **grav(Node,Ar,1,max)** e **grav(Edge,Ar,1,max)**. A pior estratégia foi a *grav(Edge,Ar,1,sum)*, como seria esperado pela frequência com que ela foi observada entre as piores de cada mapa.



### 8.2.9 Comentários

Com base nos resultados apresentados, é possível perceber que o desempenho de cada estratégia gravitacional é muito sensível aos parâmetros que a definem. Em alguns mapas (e.g. “Traffic” e “Random Directed 1”), uma das melhores estratégias difere em apenas *um* parâmetro das piores estratégias. Por isso, é difícil prever o desempenho de uma estratégia com base apenas nos seus parâmetros.

Para tentar isolar o impacto de cada parâmetro no desempenho da estratégia, calculamos o *ranking médio* obtido com cada parâmetro (deixando-o fixo e variando todos os demais). A tabela abaixo resume o que encontramos:

**Tabela 39: Ranking médio para cada parâmetro das estratégias gravitacionais**

Parametrização		Ranking Médio
Propagação	<i>Edge</i>	8,93
	<i>Node</i>	8,07
Massa	<i>Ar</i>	6,52
	<i>Ge</i>	10,48
Expoente	<i>1.0</i>	10,48
	<i>2.0</i>	6,52
Resultante	<i>max</i>	7,55
	<i>sum</i>	9,45

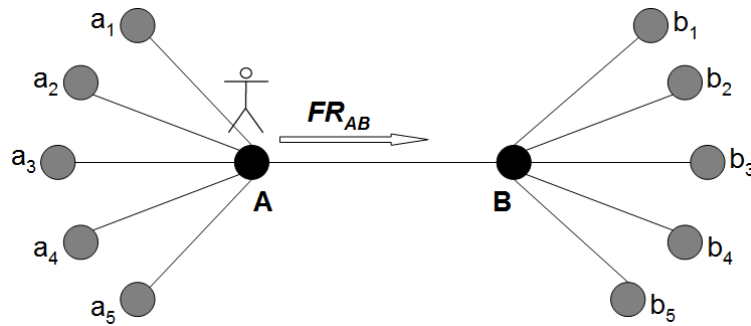
Consideramos que, quanto ao tipo de propagação, há apenas uma leve vantagem das estratégias com *propagação por nó*. Porém, nos outros casos, há maior discrepância: as massas *geométricas*, o expoente *1* e a combinação de forças *sum* costumam ser piores, em média, do que, respectivamente, as massas *aritméticas*, o expoente *2* e a combinação de forças *max*. De fato, a penúltima colocada no ranking final adota os quatro parâmetros de pior desempenho médio destacados acima.

Porém, essa análise não é suficiente para prever o desempenho de uma estratégia, porque o desempenho também varia com outros fatores. Um desses fatores é *quantidade de agentes*, que, em alguns casos, causa um forte impacto no desempenho. Um exemplo é a estratégia *grav(Node,Ge,1, max)* no grafo “Islands”, que está entre as piores com 1, 6 e 11 agentes, mas fica entre as três melhores com 16 agentes. Algo similar acontece com a *grav(Node,Ge,2,max)* no grafo “Traffic”, além de vários outros casos. Estes casos, em geral, são de estratégias que, com muitos agentes, se recuperam de um desempenho “degradado” (i.e. excessivamente ruim). Precisamos, então, analisar mais a fundo qual a causa desse tipo de degradação.

Observamos que os casos de desempenho degradado acontecem quando todos os agentes dão preferência à visitação de alguns nós (geralmente, menos de dez), negligenci-

ciando a visitação dos demais nós. Isso torna os intervalos de visita muito desiguais, afetando  $I_{stdev}$  e, conseqüentemente, afetando o *intervalo quadrático* ( $I_{qmean}$ ). Em alguns casos, há nós que não recebem nenhuma visita em toda a simulação. A explicação para esse comportamento é que, nestes ambientes, alguns nós são especialmente centrais, com distâncias pequenas em relação aos demais e sendo intermediários em muitos dos caminhos mais curtos entre outros nós. Isso faz com que as forças de todos os nós, quando combinadas, apontem com mais força para esses nós centrais. Nós mais periféricos, então, são negligenciados. Chamamos essa situação de **buraco negro**, porque as forças gravitacionais acabam impedindo os agentes de saírem dessa região central.

A Figura 39 ilustra um *buraco negro* formado pelos nós A e B. No caso ilustrado, um agente posicionado no nó A, é atraído pela resultante  $FR_{AB}$  ao nó B, e pelas resultantes  $FR_{Aa_i}$  para cada um dos nós  $a_i$  (para  $1 \leq i \leq 5$ ), vizinhos de A. Porém, enquanto cada força  $FR_{Aa_i}$  é constituída apenas pela atração exercida pelo nó  $a_i$ , a força  $FR_{AB}$  é uma força resultante formada pela combinação das forças produzidas pelo nó B e e por todos os nós  $b_i$  (pois o menor caminho de A para cada nó  $b_i$  passa por B). Por isso, na maioria dos casos,  $FR_{AB}$  será mais forte do que cada uma das demais resultantes  $FR_{Aa_i}$  e, assim, o agente seguirá para o nó B. No nó B, o agente estará em uma situação análoga à anterior e, portanto, na maioria dos casos, será atraído de volta para o nó A. Dessa forma, na maior parte do tempo, o agente estará se deslocando apenas entre os nós A e B, negligenciando os demais nós.



**Figura 39: Exemplo de *buraco negro*, formado pelos nós A e B**

Para acontecer *buracos negros* é necessário que as atrações individuais se acumulem de forma especialmente forte na formação da resultante. Isso pode explicar porque eles acontecem mais frequentemente com certos parâmetros: o *sum* porque, pela sua definição, causa maior acúmulo de forças; o parâmetro *Ge* porque faz as massas crescerem mais rápido; o expoente *I* porque permite que cada força se propague a maiores distâncias (lembrando que todas as forças do grafo vão confluir para os nós centrais).

No entanto, *buracos negros* também ocorrem com outros parâmetros, dependendo, de forma não-trivial, das combinações entre eles. Em todo caso, as três melhores estratégias apontadas têm combinações de parâmetros que parecem especialmente eficazes para evitar os *buracos negros*.

Com base no conceito de *buraco negro* podemos, agora, dar uma explicação para a grande variação de desempenho observada para diferentes quantidades de agentes, em algumas estratégias. A explicação básica é que, nesses casos, o desempenho é degradado com poucos agentes, por conta da existência de buracos negros. Porém, com muitos agentes, muitos nós são visitados ao mesmo tempo, desfazendo o acúmulo de forças que caracteriza o buraco negro. Isso permite que os agentes saiam dos nós centrais e visitem outros nós.

Por fim, observamos que as estratégias gravitacionais também têm um desempenho muito sensível à topologia do grafo. Exemplos são a  $grav(Node, Ar, l, max)$ , que foi 2º lugar geral, mas, no grafo “Islands” foi a 12ª, e a  $grav(Edge, Ar, l, max)$ , que não foi muito bem nos grafos não-direcionados, mas foi claramente a melhor nos três grafos direcionados. Esta é uma questão mais complexa, mas acreditamos que a predisposição do ambiente a formar *buracos negros* (e.g. por ter nós muito centrais) e a capacidade inerente de cada estratégia de lidar com isso pode ser parte da explicação.

### 8.3 Avaliação das Principais Estratégias

Nesta seção, usamos novamente o *benchmark* para comparar as três melhores estratégias gravitacionais escolhidas na seção anterior com outras estratégias relevantes da literatura, selecionadas com base na revisão do Capítulo 6.

Dentre as estratégias de destaque para grafos sem pesos nas arestas, apresentadas na seção 6.1, escolhemos a estratégia **CR** (*Conscientious Reactive*), que foi a mais amplamente testada na literatura, com bons resultados. Ela se aplica à classe da MATP adotada no *benchmark*, apesar de não fazer uso do conhecimento prévio e da comunicação disponível (pois os agentes não se comunicam). Apesar de não usar os pesos (distâncias) das arestas no seu processo de decisão, ela tem chance de apresentar um desempenho bom, pelo menos, nos mapas em que os pesos são uniformes (i.e. o *Grid* e o *Cicles-Corridor*).

Dentre as estratégias de destaque para grafos com pesos nas arestas, apresentadas na seção 6.2, escolhemos a estratégia **HPCC**, que foi apontada como a segunda melhor da literatura e que se aplica naturalmente à classe da MATP que compõe o *benchmark*. A estratégia **SC**, reputada como a melhor estratégia da literatura, não foi avaliada

aqui porque não se aplica à classe da MATP que estamos adotando, pois ela não aceita grafos direcionados assimétricos (como o “Traffic”) nem grafos que não satisfaçam a desigualdade triangular (como os mapas “Random Directed” 1 e 2). Esta é uma restrição do algoritmo de *Christofides*, adotado pela *SC* para resolver o TSP.

A seguir, apresentamos os resultados para cada ambiente, depois, apresentamos o resultado final do *benchmark* e o discutimos.

### 8.3.1 Resultados por Mapa

A Figura 40 mostra os resultados dos *intervalos quadráticos normalizados* para o grafo “Map A”. No geral a estratégia de melhor desempenho foi a **grav(Node,Ar,2,sum)**, com SIQN 1.533,33, seguida pelo **HPCC**, com SIQN 1.565,36. A estratégia *CR* foi a pior, com o alto SIQN de 7.853,21. (Por ter valores muito altos, apenas uma parte do gráfico de desempenho da *CR* é visível na figura).

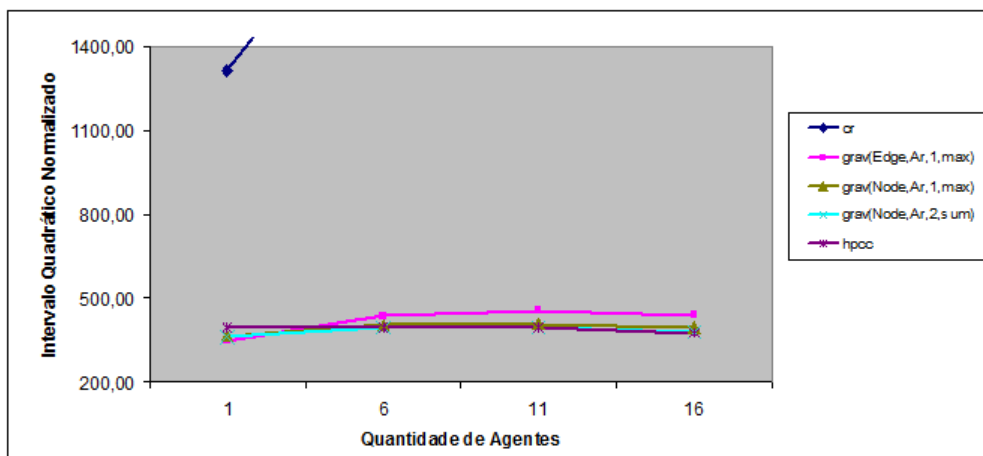


Figura 40: Experimentos com as melhores estratégias – Map A

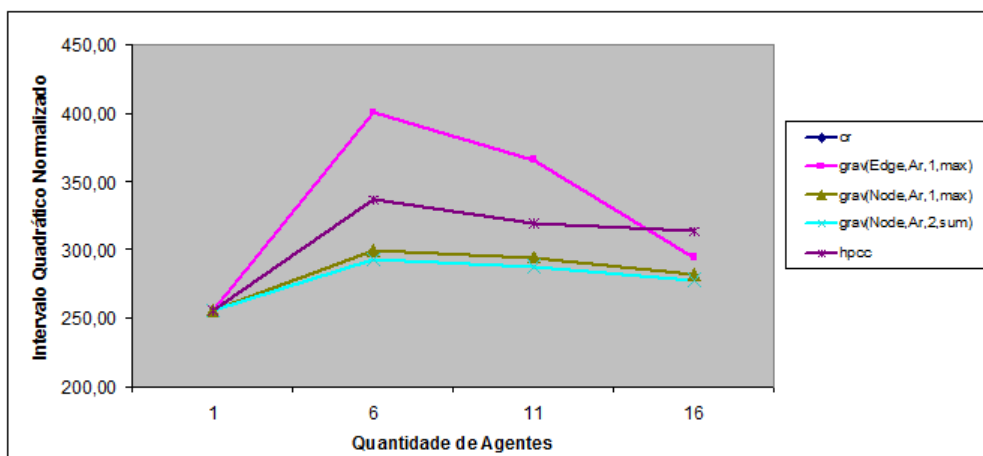


Figura 41: Experimentos com as melhores estratégias – Cicles-Corridor

A Figura 41 mostra os resultados no grafo “Cicles-Corridor”. Novamente, a estratégia *CR* foi a pior (e mais uma vez, seu desempenho extrapolou os limites do gráfico) e a **grav(Node,Ar, 2,sum)** foi a melhor. Porém, neste caso, a segunda estratégia foi a **grav(Node,Ar,1,max)**, enquanto a *HPCC* foi a terceira colocada.

Os resultados em todos os outros mapas são similares, com a *CR* como a pior estratégia e alguma estratégia gravitacional aparecendo como primeira colocada. Por isso, no restante desta subseção apenas apresentamos as figuras com os resultados em cada mapa. Então, na seção seguinte, apresentamos o resultado final comparativo dessas cinco estratégias no *benchmark*.

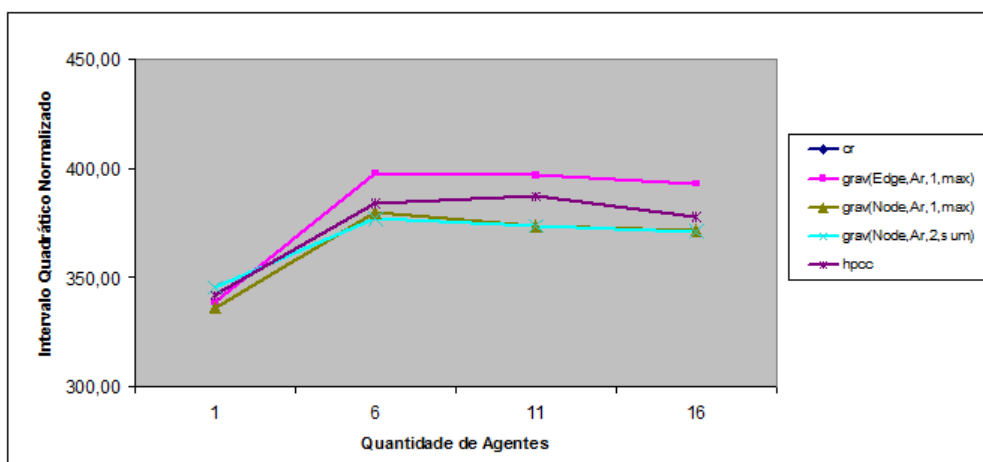


Figura 42: Experimentos com as melhores estratégias – Grid

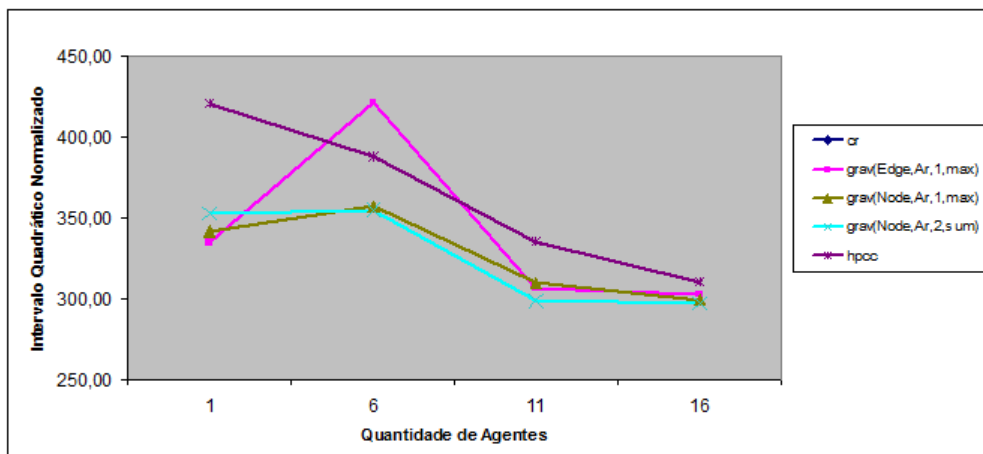


Figura 43: Experimentos com as melhores estratégias – Islands

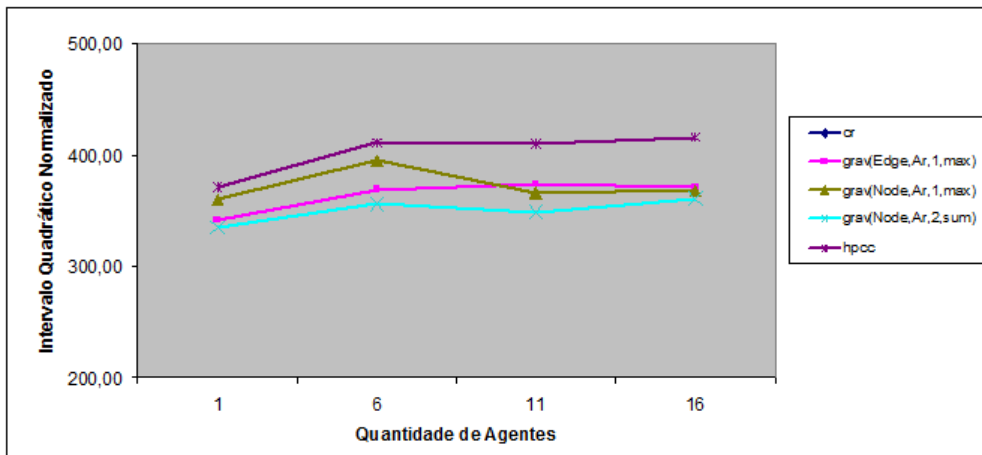


Figura 44: Experimentos com as melhores estratégias – Traffic

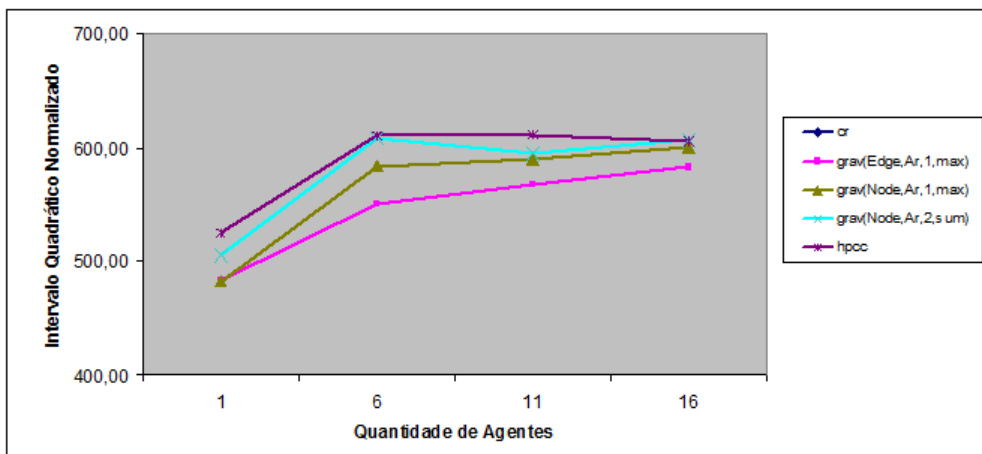


Figura 45: Experimentos com as melhores estratégias – Random Directed 1

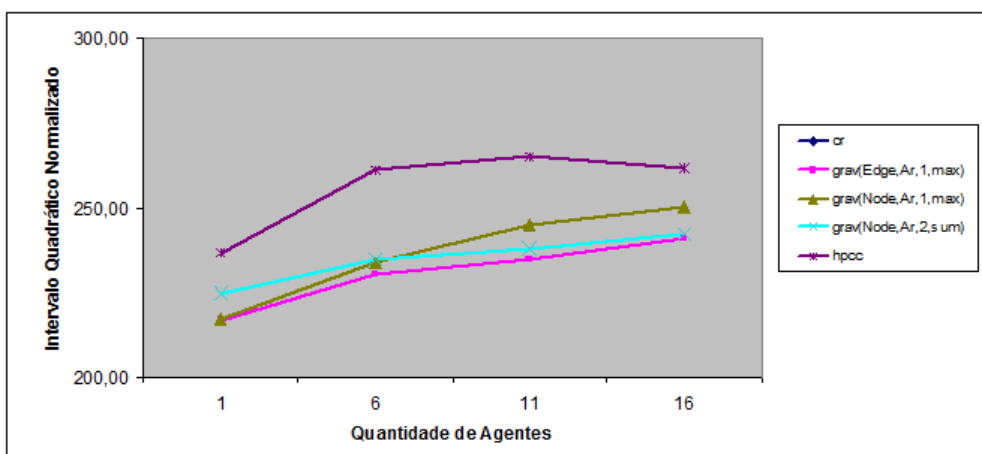


Figura 46: Experimentos com as melhores estratégias – Random Directed 2

### 8.3.2 Resultado Final

A Figura 47 mostra um gráfico com os rankings das cinco estratégias avaliadas, em todos os mapas. A melhor posição da estratégia *HPCC* foi um segundo lugar em um único mapa, enquanto a *CR* teve o pior desempenho em todos os mapas. Em especial, no grafo “Island” e nos três grafos direcionados, as estratégias gravitacionais ocupam as três primeiras colocações.

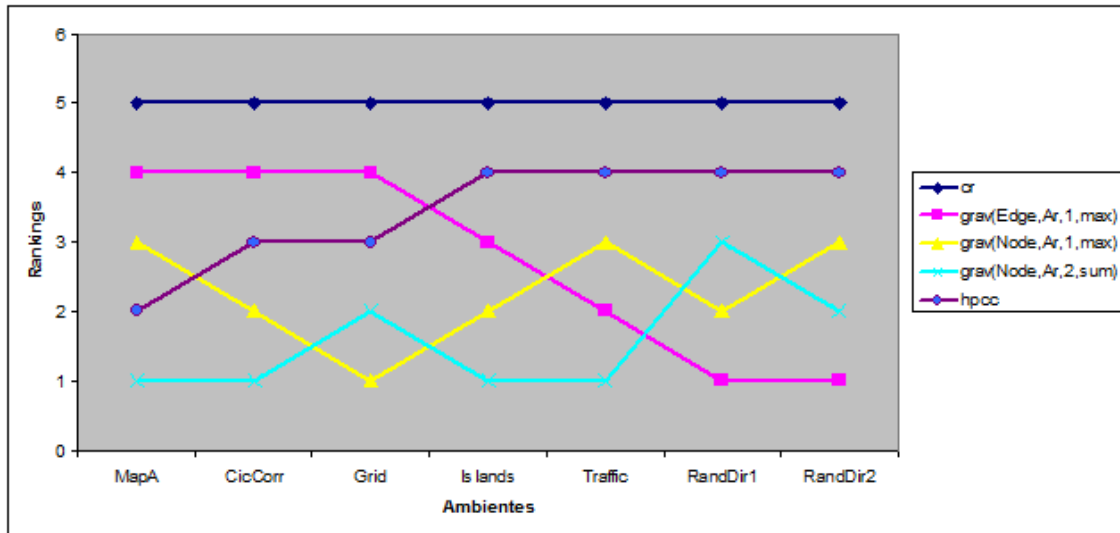


Figura 47: Rankings das principais estratégias em cada mapa

Tabela 40: Ranking final da avaliação das principais estratégias no *benchmark*

Estratégia	Ranking Médio
<b>grav(Node,Ar,2,sum)</b>	<b>1,57</b>
<b>grav(Node,Ar,1,max)</b>	<b>2,29</b>
<b>grav(Edge,Ar,1,max)</b>	<b>2,71</b>
hpcc	3,43
cr	5,00

A Tabela 40 mostra o *ranking* final das estratégias. Como esperado, as três estratégias gravitacionais ficaram nas primeiras posições, superando a *HPCC* e a *CR*, propostas anteriormente na literatura. Comparando as três estratégias gravitacionais entre si, é possível perceber que as duas primeiras – *grav(Node,Ar,2,sum)* e *grav(Node,Ar,1,max)* – são as mais regulares em todos os mapas, mas a *grav(Edge,Ar,1,max)* é a melhor das três nos grafos direcionados.

### 8.3.9 Comentários

O mau desempenho geral da *CR*, em parte, não foi surpreendente, porque ela foi proposta para grafos sem pesos. Porém, esperávamos que ela fosse melhor nos grafos Grids e

Cicles-Corridor, que tem arestas com pesos quase iguais. Uma explicação para ela não ter ido bem nem mesmo nestes ambientes é que, na *CR* não há comunicação entre os agentes e, portanto, eles não compartilham informação.

Consideramos importante analisar mais a fundo as causas do desempenho relativamente inferior da estratégia *HPCC*, que foi proposta para grafos com pesos e tem certo destaque nos experimentos da literatura. Para isso, comparamos os valores das métricas *intervalo médio* ( $I_{avg}$ ) e *desvio padrão dos intervalos*<sup>28</sup> ( $I_{stdev}$ ) da principal estratégia gravitacional – a *grav(Node,Ar,2,sum)* – com os valores na estratégia *HPCC*. Essas duas métricas foram escolhidas porque os valores delas impactam diretamente no *intervalo quadrático* (conforme apresentado no Capítulo 4).

No “Mapa A”, em que a *HPCC* teve sua melhor colocação, há certo equilíbrio entre essas duas métricas – a gravitacional faz um *intervalo médio* um pouco maior (logo, faz menos visitas) do que o da *HPCC*, mas tem um *desvio padrão* um pouco menor (logo, faz visitas mais regulares). Nos mapas “Cicles-Corridor” e “Grid”, onde a *HPCC* conseguiu um desempenho intermediário (acima de uma das gravitacionais), o intervalo médio é quase igual, mas a melhor gravitacional faz um desvio padrão menor. Já no mapa “Random Directed 2”, onde a *HPCC* teve resultado ruim, a gravitacional conseguir ter ambos os valores significativamente menores, o que significa que ela fez mais visitas e em intervalos mais regulares. Assim, em uma análise geral, podemos dizer que as estratégias gravitacionais se diferenciam da *HPCC*, principalmente, por terem intervalos de visitas mais regulares. Mas a *grav(Node,Ar,2,sum)* também faz intervalos médios um pouco menores, na maioria dos casos.

Concluindo esta seção, os resultados apresentados confirmam que as três estratégias gravitacionais não apenas tratam a classe para a qual foram criadas (a *Classe de Ambientes Arbitrários Direcionados*, baseada na *CR-B*), como também conseguem um desempenho de destaque nesta classe. Isso significa que elas são capazes de se adaptar rapidamente a todo tipo de grafo – e.g. direcionados ou não-direcionados, planares ou não-planares, esparsos ou densos.

## 8.4 Resultados Teóricos Revistos

Nesta seção, usamos os dados dos experimentos apresentados nas seções anteriores para ilustrar alguns dos resultados teóricos apresentados no Capítulo 4. Como aqueles resul-

---

<sup>28</sup> Lembrando que essas duas métricas impactam no valor do intervalo quadrático ( $I_{qmean}$ ), que é a base para a avaliação realizada pelo *benchmark*.



tados são formalmente provados no Apêndice B, esta seção tem um caráter meramente didático, servindo para exemplificar aqueles resultados.

Vamos ilustrar dois resultados de *equivalência comparativa* entre as métricas. Vamos considerar apenas o mapa “Traffic” com time de apenas 1 agente, mas com todas as dezoito estratégias avaliadas neste capítulo – as dezesseis estratégias gravitacionais, a *HPCC* e a *CR*. Primeiramente, ilustramos a equivalência  $I_{avg} \equiv N_{visits}^{-1}$ , que é parte do Teorema 7 (seção 4.5). O que essa equivalência significa é que, se as dezoito estratégias forem avaliadas com  $I_{avg}$  ou  $N_{visits}^{-1}$ , o ranking produzido será o mesmo. A tabela abaixo informa, separadamente, os valores dessas duas métricas para as dezoito estratégias. Em cada lado, as estratégias foram ordenadas independentemente, em ordem crescente do valor de cada métrica.

**Tabela 41: Rankings das estratégias nas métricas  $N_{visits}$  e  $I_{avg}$  (mapa Traffic, 1 agente)**

<b>Estratégia</b>	<b><math>N_{visits}^{-1}</math></b>	<b>Estratégia</b>	<b><math>I_{avg}</math></b>
grav(Edge,Ge,1.0,sum)	0,000669792	grav(Edge,Ge,1.0,sum)	99,1
grav(Node,Ar,1.0,sum)	0,000669792	grav(Node,Ar,1.0,sum)	99,1
grav(Node,Ge,1.0,sum)	0,000671141	grav(Node,Ge,1.0,sum)	99,3
grav(Node,Ge,2.0,max)	0,000711744	grav(Node,Ge,2.0,max)	105,1
grav(Node,Ge,2.0,sum)	0,000712758	grav(Node,Ge,2.0,sum)	105,2
grav(Edge,Ar,2.0,sum)	0,000904159	grav(Edge,Ar,2.0,sum)	132,2
grav(Node,Ge,1.0,max)	0,001027749	grav(Node,Ge,1.0,max)	149,4
grav(Edge,Ar,1.0,sum)	0,00110742	grav(Edge,Ar,1.0,sum)	160,4
grav(Node,Ar,1.0,max)	0,00170068	grav(Node,Ar,1.0,max)	239,4
grav(Node,Ar,2.0,sum)	0,001828154	grav(Node,Ar,2.0,sum)	255,9
hpcc	0,001845018	hpcc	258,0
grav(Edge,Ar,2.0,max)	0,001848429	grav(Edge,Ar,2.0,max)	258,4
grav(Edge,Ar,1.0,max)	0,001858736	grav(Edge,Ar,1.0,max)	259,8
grav(Edge,Ge,2.0,sum)	0,001883239	grav(Edge,Ge,2.0,sum)	262,9
grav(Node,Ar,2.0,max)	0,002074689	grav(Node,Ar,2.0,max)	287,1
grav(Edge,Ge,2.0,max)	0,002232143	grav(Edge,Ge,2.0,max)	306,6
grav(Edge,Ge,1.0,max)	0,003802281	grav(Edge,Ge,1.0,max)	487,3
cr	0,011764706	cr	1125,0

Todas as estratégias aparecem na mesma posição na tabela acima, o que comprova a equivalência em questão. Na próxima tabela, ilustramos a equivalência  $O_{avg} \equiv I_{qmean}^2/I_{avg}$ , dada no Teorema 18 (seção 4.5). Novamente, consideramos apenas os resultados obtidos no mapa “Traffic”, com 1 agente, com todas as estratégias.

**Tabela 42: Rankings das estratégias nas métricas  $O_{avg}$  e  $I_{qmean}^2/I_{avg}$  (mapa Traffic, 1 agente)**

<b>Estratégia</b>	<b><math>O_{avg}</math></b>	<b>Estratégia</b>	<b>Quociente</b>
grav(Edge,Ge,2.0,sum)	209,78	grav(Edge,Ge,2.0,sum)	420,40
grav(Node,Ar,2.0,sum)	218,42	grav(Node,Ar,2.0,sum)	437,64
grav(Edge,Ar,1.0,max)	223,74	grav(Edge,Ar,1.0,max)	448,25

grav(Node,Ar,2.0,max)	265,61	grav(Node,Ar,2.0,max)	531,95
hpcc	265,63	hpcc	532,09
grav(Node,Ar,1.0,max)	270,14	grav(Node,Ar,1.0,max)	541,03
grav(Edge,Ar,2.0,max)	302,28	grav(Edge,Ar,2.0,max)	605,20
grav(Edge,Ge,2.0,max)	304,70	grav(Edge,Ge,2.0,max)	610,23
grav(Edge,Ar,2.0,sum)	616,12	grav(Edge,Ar,2.0,sum)	1232,69
grav(Edge,Ge,1.0,max)	820,78	grav(Edge,Ge,1.0,max)	1642,24
cr	992,39	cr	1984,72
grav(Node,Ge,2.0,sum)	1292,70	grav(Node,Ge,2.0,sum)	2585,98
grav(Node,Ge,2.0,max)	1344,38	grav(Node,Ge,2.0,max)	2688,96
grav(Node,Ge,1.0,max)	1407,73	grav(Node,Ge,1.0,max)	2815,42
grav(Edge,Ar,1.0,sum)	1412,25	grav(Edge,Ar,1.0,sum)	2823,74
grav(Node,Ge,1.0,sum)	1438,86	grav(Node,Ge,1.0,sum)	2877,02
grav(Node,Ar,1.0,sum)	1439,89	grav(Node,Ar,1.0,sum)	2879,09
grav(Edge,Ge,1.0,sum)	1440,26	grav(Edge,Ge,1.0,sum)	2879,76

Novamente, temos as estratégias ordenadas da mesma forma pelas duas métricas, o que mostra que tanto faz usar uma métrica ou a outra, para fins comparativos. Isso ilustra bem o conceito de *equivalência comparativa*.

## 8.5 Comentários Finais

Neste capítulo, apresentamos uma versão preliminar de um *benchmark* para Sistemas Multiagentes. Ele foi baseado em uma *classe da MATP* que requer que as estratégias atuem em ambientes direcionados arbitrários com rápida adaptação, mas dá flexibilidade de adoção de diferentes mecanismos de coordenação. O *benchmark* também conta com um ambiente de testes livremente disponibilizado na internet – o *SimPatrol*. Esse *benchmark* é o primeiro passo para um *benchmark* mais abrangente e diversificado que servirá para a avaliação e aprimoramento de técnicas de IA.

Neste capítulo, usamos o *benchmark* na avaliação das estratégias gravitacionais. Para isso, foram efetuadas mais de 500 execuções do simulador, que resultaram em mais de 180 horas de computação. Os experimentos apontaram três estratégias gravitacionais de destaque e mostraram que estas três estratégias gravitacionais superam as estratégias *HPCC* e *CR*, propostas na literatura. Porém, os experimentos também mostraram várias outras estratégias gravitacionais com desempenho degradado. Algumas razões foram apresentadas baseadas no conceito de *buraco negro*. Porém, ainda há uma necessidade de um entendimento mais profundo da relação entre: os parâmetros da estratégia, a topologia do grafo e o desempenho da estratégia.

Por fim, usamos a massa de dados obtidos com os experimentos para ilustrar alguns dos resultados teóricos do Capítulo 4.

## CAPÍTULO 9

# Conclusão e Trabalhos Futuros

Como apresentamos ao longo deste documento, a Patrulha Multiagente (MAP) tem potencial para ser usada como modelo de diversos problemas reais. Além disso, a MAP é uma classe de problemas desafiadores, que permite a aplicação de diversas técnicas, podendo tornar-se um *benchmark* de SMAs e de IA em geral.

Porém, o que verificamos é que, apesar de o interesse no tema ter crescido bastante nos últimos anos, o progresso da área em termos de resultados teóricos e práticos poderia ser mais rápido e a área poderia ganhar mais destaque. O grande entrave é uma *falta de alinhamento* significativa nas pesquisas, que pode ser classificada em três eixos principais: falta entendimento quanto à definição exata do problema, quanto à aplicabilidade das métricas e quanto às condições em que os experimentos são realizados. Neste contexto, um dos critérios mais importantes do progresso científico, que é a *comparabilidade dos resultados*, fica claramente comprometida.

Neste capítulo, resumimos quais foram as contribuições desta pesquisa para melhorar este quadro, na seção 9.1. Por fim, elencamos algumas possíveis extensões desta pesquisa na seção 9.2.

## 9.1 Contribuições

Discutimos as contribuições nas próximas subseções.

### 9.1.1 Discussão Abrangente da MAP

Consideramos como contribuição as discussões apresentadas neste documento visando um entendimento mais abrangente e unificador da Patrulha Multiagente em geral.

Parte dessa discussão é a **revisão original das formulações da MAP da literatura**, apresentada no Capítulo 2. No mesmo capítulo, apresentamos uma **meta-definição da MAP**, que também é importante no entendimento da MAP, porque destaca as características estruturais de um problema de Patrulha Multiagente qualquer e, assim, serve como ponto de partida para discutir diferentes definições de MAP. Uma

evidência da utilidade desta meta-definição no entendimento da MAP é que, após adotá-la nesta pesquisa, conseguimos identificar outros problemas que, apesar de apresentados na literatura com outros nomes (e.g. *Continuous Coverage*), têm as mesmas características estruturais de um problema de MAP.

Outra discussão apresentada que contribui para um entendimento mais abrangente da MAP é a discussão dos **problemas de MAP como modelos com diferentes níveis de conhecimento sobre eventos** do mundo real. Como apresentamos no Capítulo 3, acreditamos que, com base neste entendimento, é possível criar uma definição de MAP que unifique as definições atuais, por meio da adoção de um modelo explícito e suficientemente genérico dos eventos.

### 9.1.2 *Framework* Conceitual e Metodológico

Uma contribuição central desta pesquisa é a criação de um *framework* conceitual para criar e estudar modelos da MAP que não adotam um modelo explícito dos eventos. Este *framework*, que é a contribuição central deste trabalho, favorece um alinhamento conceitual e metodológico.

Este *framework* conceitual se constitui, principalmente, na **definição dos problemas de Patrulha Temporal Multiagente (MATP)**. Esta definição formaliza o que consideramos como os casos mais “cegos” dos problemas (modelos) de patrulha: são os problemas em que se deseja otimizar uma métrica calculada a partir dos *tempos de visitas* dos agentes patrulhadores. Essa definição dá um alinhamento conceitual, servindo para unificar a grande maioria das definições da literatura que não possuem um “agente perturbador” em sua formulação.

Além disso, propomos uma **Taxonomia da MATP**, que define parâmetros de classificação dos *problemas da MATP*, baseados na aplicabilidade dos problemas. A taxonomia é uma **ferramenta metodológica** dentro da MATP, servindo de guia na comparação entre diferentes trabalhos. Em especial, ela deve servir para que as novas pesquisas definam seus objetivos mais claramente e, assim, evitem comparações entre *problemas de MATP* de características e aplicabilidades muito distintas (e.g. problemas com comunicação por flags e por mensagens), que é algo comum na literatura atual. Como base na taxonomia, fizemos um **mapeamento das características da MATP mais estudadas e menos estudadas** na literatura ligada à MATP, o que também serve como uma *ferramenta metodológica*, servindo para identificar os trabalhos relevantes (para uma dada pesquisa) e para identificar as *classes da MATP* menos estudadas. Também propusemos algumas **classes de MATP novas** que sugerimos como alvo das pesquisas futuras imediatas.

Outra contribuição deste trabalho que pode ser vista como uma *ferramenta metodológica* é **benchmark da MATP** proposto. Ele é composto de ambiente de simulação, bem como ambientes e critérios específicos de avaliação. Apesar de ser uma versão preliminar, baseada em uma classe da MATP muito específica, o *benchmark* proposto poderá servir como ponto de partida para a criação um *benchmark* mais abrangente que, no futuro, servirá para testar, comparar e refinar técnicas de Inteligência Artificial e Sistemas Multiagentes.

### 9.1.3 Métricas

Uma terceira linha de contribuição diz respeito às métricas da MATP. Primeiramente, **propomos novas métricas** da MATP, baseadas nos intervalos entre visitas, que são métricas intuitivas e com aplicabilidades diversas. Destacamos como especialmente relevantes para a MATP as métricas baseadas na média generalizada – a  $I_{qmean}$  e as  $PMI_p$  com  $2 < p < 6$ .

Em segundo lugar, após redefinir na MATP várias métricas anteriormente propostas na literatura, apresentamos uma **detalhada análise das métricas da MATP** (novas e anteriores), visando facilitar a associação delas aos requisitos de uma aplicação do mundo real. Nesta análise, propomos dois conceitos novos relevantes: os *requisitos de desempenho*, que servem como descrições da aplicabilidade das métricas, e o conceito formal de *equivalência comparativa* entre métricas, que foi usado para correlacionar as métricas.

Construímos uma associação entre as *métricas* e os *requisitos de desempenho*, facilitando o trabalho de um pesquisador que queira modelar alguma tarefa real específica dentro da MATP.

### 9.1.4 Novas Soluções

Outra contribuição foi a nova família de soluções da MATP chamadas de **estratégias gravitacionais**. Uma novidade delas é que foram propostas para os grafos mais gerais – direcionados, com pesos nas arestas e com topologia arbitrária.

A apresentação e avaliação das novas estratégias também serviram para ilustrar o uso da metodologia de trabalho proposta na MATP – primeiramente, destacamos uma *classe da MATP* que queríamos tratar; depois, comparamos, apropriadamente, as novas estratégias com estratégias da literatura aplicáveis à mesma classe; por fim, usamos o *benchmark* para avaliar e comparar as estratégias.

Também destacamos que as estratégias propostas conseguiram desempenho superior ao das estratégias da mesma classe encontradas na literatura.

## 9.2 Trabalhos Futuros

Nas subseções seguintes apresentamos várias propostas de trabalhos futuros, que podem ser desenvolvidos como continuação da pesquisa aqui apresentada.

### 9.2.1 Extensões da MATP

Consideramos relevante estudar, futuramente, várias extensões na MATP. Uma delas, seria tornar a MATP **multi-objetivo**, para otimizar várias métricas conjuntamente. Nesta extensão, as métricas de *tempo de adaptação*, que consideramos, neste momento, como auxiliares, podem ser relevantes como um segundo critério.

Outra extensão seria adotar **diferentes pesos nos nós** do grafo, para modelar diferentes *importâncias* entre os nós. Para generalizar os resultados apresentados nesta pesquisa para essa generalização da MATP, será necessário repensar cuidadosamente: (1) as definições das métricas; (2) os requisitos de desempenho e (3) a análise de quais métricas se aplicam a cada requisito. Dois trabalhos do CIn começaram uma investigação nessa linha (Araújo, 2010; Sena, 2011), mas ainda falta uma discussão mais profunda (e.g. o que representam os pesos, quais os novos requisitos, etc.). Outra extensão consistiria em adotar **pontos de interesse contínuos**, como fazem algumas definições da literatura (e.g. definições A-6 e A-7, apresentadas na subseção 2.3.4).

Na verdade, consideramos que a maneira mais adequada de estender a MATP é com base em uma definição geral da *MAP baseada em eventos*. Uma vez estabelecida esta definição mais geral, propomos **extensões da MATP que incorporem sucessivos níveis de conhecimentos sobre os eventos**, criando uma transição mais suave entre a MATP e a MAP baseada em eventos. Ou seja, seria uma linha de pesquisa de como passar de um modelo de "patrulha cega" para um de "patrulha informada". O acréscimo de pesos nos nós na MATP, proposto antes, pode ser feito com essa perspectiva. Eles podem vir a representar que eventos de características (e.g. custos) diferentes ocorrem nos diferentes nós. A MATP também pode ser acrescida de *funções de risco diversas* como forma incorporar outras características dos eventos. Neste caso, propomos estudar funções mais complexas do que as *funções de risco linear* que estudamos neste trabalho. Outra proposta, relacionada à anterior, seria de **correlacionar cada métrica da MATP com um modelo de eventos**. Isso deixaria, claramente, a MATP como um caso especial da MAP baseada em eventos, servindo para fazer uma melhor conexão entre a MATP e aplicações reais.

Também destacamos que pode ser necessário **refinar alguns parâmetros da taxonomia**. Em especial, destacamos o parâmetro *Topology*, que acreditamos que pode ser baseado em características mais específicas dos grafos, simplificando a classifica-

ção. Para isso, será necessário **identificar as características dos grafos que impactam no desempenho** das estratégias. Essa é uma questão que requer uma pesquisa cuidadosa porque há muitas propriedades dos grafos que tem o potencial de impactar na patrulha, tais como: distância mínima, média e máxima; k-conectividade mínima, média, máxima; e o diâmetro do grafo, entre outras.

Uma ideia para identificar as características relevantes consistiria em, inicialmente, realizar uma grande massa de experimentos com diversas estratégias em diversos grafos que variem quanto a um grande conjunto de propriedades potencialmente relevantes. Então, a partir dos resultados desses experimentos, seriam selecionadas as propriedades que realmente são capazes de prever alterações no desempenho das estratégias nos diferentes grafos.

### 9.2.2 Extensões das Estratégias Gravitacionais

Também propomos, como tema de pesquisas futuras, diversas extensões nas *estratégias gravitacionais* propostas.

Primeiramente, propomos testar **novos valores para os parâmetros** das estratégias – novas funções de massa, expoentes e métodos de combinação de forças. Também propomos desenvolver e testar **novos mecanismos auxiliares de coordenação**, diferentes do agendamento de visitas. Uma possível ideia consistiria em criar forças de repulsão entre os agentes. Outra extensão seria a criação de **novos mecanismos de propagação das forças**, para evitar que elas se concentrem em alguns poucos pontos e causem aquilo que chamamos de *buracos negros*.

Também pretendemos investigar como definir **valores distintos para as massas base** dos nós (que não foram variadas nesta pesquisa), para compensar características topológicas que podem fazer com que um nó seja menos visitado. Acreditamos que um adequado ajuste das *massas base* tem o potencial de reduzir a ocorrência dos *buracos negros*. Uma ideia seria adotar massas base inversamente proporcionais aos *graus* (quantidade de arestas incidentes) dos nós. Outra ideia será fazer um ajuste dinâmico em função das visitas realizadas aos nós. Outra ideia a ser investigada consiste em **definir ponderações por aresta** que, analogamente às *massas base*, afetariam a propagação das forças em cada aresta.

Após o acréscimo de novas variantes (tais como aquelas propostas nos parágrafos anteriores), será especialmente necessário, adotar mecanismos de **calibragem dos parâmetros** das estratégias gravitacionais, devido à grande quantidade de possíveis combinações entre os parâmetros.

Por fim, outra alteração (mais profunda) na *estratégia gravitacional* que propomos para o futuro seria adaptá-la para ambientes contínuos. Neste caso, a estratégia gravitacional voltaria a aproximar-se da técnica de *campos gravitacionais* que a inspirou.

### 9.2.3 Extensões dos *Benchmarks*

Outra linha de trabalhos futuros que propomos a extensão do *benchmark* proposto nesta pesquisa. Pensamos em extensões em dois níveis distintos.

Um nível mais simples de extensão consistiria em **aumentar o conjunto de mapas** do *benchmark* atual, de forma a deixá-lo mais representativo da topologia *arbitrária* (que é a topologia da classe em que o *benchmark* foi baseado). Para isso, é necessário o *estudo das propriedades dos grafos que são relevantes* para a patrulha, conforme explicado na subseção 9.2.1. Conhecidas as características relevantes, será, então, possível criar um conjunto de mapas realmente representativo dos (infinitos) possíveis grafos de topologia arbitrária.

O outro nível de extensão do *benchmark* consistiria em **incluir novas classes da MATP junto com suas instâncias**. A proposta é que o *benchmark*, no futuro, inclua desde classes mais simples até classes com características mais realistas ou mais complexas, tais como ambientes dinâmicos e movimentação realista. Assim, pretendemos torná-lo um ***benchmark* para Sistemas Multagentes e da Inteligência Artificial**, que servirá como ferramenta padronizada para ser usada por pesquisadores na avaliação e no aprimoramento das técnicas dessas áreas.

Propomos manter o *SimPatrol* como simulador padrão da MATP nas extensões dos *benchmarks*. Por isso, propomos a **extensão e manutenção do SimPatrol**, o que inclui implementar suporte a todas as *classes da MATP* (pois boa parte das classes mais realistas, por exemplo, ainda não são suportadas) e implementar melhorias de usabilidade e de desempenho. Também propomos **implementar outras estratégias da literatura** (ainda não implementadas) no simulador, para facilitar a realização de experimentos mais significativos, pois uma das críticas que apresentamos a muitos trabalhos atuais é justamente a falta de comparação com estratégias anteriores da literatura.



## REFERÊNCIAS

- N. Agmon, S. Kraus, G. A. Kaminka. (2008a). Multi-Robot Perimeter Patrol in Adversarial Settings. In Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA-08). IEEE Press.
- N. Agmon, S. Kraus and G. A. Kaminka. (2008b). Multi-Robot Fence Patrol in Adversarial Domains. In Proc. of the Tenth Conference on Intelligent Autonomous Systems (IAS-10). IOS Press.
- N. Agmon, V. Sadov, G. A. Kaminka, S. Kraus. (2008). The Impact of Adversarial Knowledge on Adversarial Planning in Perimeter Patrol. In Proc. of the 7th International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS), vol. 1, pp. 55-62. IFAAMAS.
- N. Agmon, S. Kraus, G. A. Kaminka, V. Sadov. (2009). Adversarial Uncertainty in Multi-Robot Patrol. In Proc. of the International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-09).
- N. Agmon. (2010). On Events in Multi-Robot Patrol in Adversarial Environments. In Proc. of the 9th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS 2010). IFAAMAS.
- N. Agmon, G.A. Kaminka, S. Kraus. (2011). Multi-Robot Adversarial Patrolling: Facing a Full-Knowledge Opponent. Journal of Artificial Intelligence Research 42, pp. 887-916.
- N. Agmon, D. Urieli, P. Stone. (2011). Multiagent Patrol Generalized to Complex Environmental Conditions. In Twenty-Fifth AAAI Conference on Artificial Intelligence, San Francisco.
- N. Agmon, C.-L. Fok, Y. Emaliah, P. Stone, C. Julien, S. Vishwanath. (2012). On Coordination in Practical Multi-Robot Patrol. In Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation (ICRA 12).
- M. Ahmadi, P. Stone. (2005). Continuous Area Sweeping: A Task Definition and Initial Approach. In Proc. of the 12th International Conference on Advanced Robotics (ICAR'05). IEEE Press.

- M. Ahmadi, P. Stone. (2006). A Multi-Robot System for Continuous Area Sweeping Tasks. In Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA-2006), pp. 1724-1729. IEEE Press.
- A. Almeida, P. Castro, T. Menezes, G. Ramalho. (2003). Combining Idleness and Distance to design Heuristic Agents for the Patrolling Task. In Proc. of the II Workshop de Jogos e Entretenimento Digital, pp. 33-40. SBC.
- A. Almeida, G. Ramalho, H. Santana, P. Tedesco, T. Menezes, V. Corruble, Y. Chevalere. (2004). Recent Advances on Multi-Agent Patrolling. In Advances in Artificial Intelligence – SBIA 2004 (17th Brazilian Symposium on Artificial Intelligence), LNCS, vol. 3171. Springer.
- B. Alspach. (2004). Searching and Sweeping Graphs: A Brief Survey. *Le Matematiche*, vol. 59, pp. 5-37. University of Catania.
- F. Amigoni, N. Gatti, A. Ippedito. (2008). A Game-Theoretic Approach to Determining Efficient Patrolling Strategies for Mobile Robots. In Proc. of IEEE/WIC/ACM International Conference on Web Intelligence and Intelligent Agent Technology, 2008 (WI-IAT '08), vol. 2, pp. 500-506. IEEE Press.
- F. Amigoni, N. Basilico, N. Gatti. (2009). Finding the Optimal Strategies for Robotic Patrolling with Adversaries in Topologically-Represented Environments. In Proc. of the 26th IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), pp. 819-824. IEEE Press.
- F. Amigoni, N. Basilico, N. Gatti, A. Saporiti, S. Troiani. (2010). Moving Game Theoretical Patrolling Strategies from Theory to Practice: An USARSim Simulation. In 2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Alaska, USA.
- M. T. de M. Araújo. (2010). Análise comparativa de técnicas para patrulhamento com terreno heterogêneo. Trabalho de Graduação. Centro de Informática, UFPE.
- M. Baglietto, G. Cannata, F. Capezio, A. Grosso, A. Sgorbissa, R. Zaccaria. (2008). PatrolGRAPH: a Distributed Algorithm for Multi-Robot Patrolling. *Intelligent Autonomous Systems 10: IAS-10* (eds: W. Burgard, R. Dillmann, C. Plagemann, N. Vahrenkamp), pp., 415-424
- M. Baglietto, G. Cannata, F. Capezio, A. Sgorbissa. (2009). Multi-Robot Uniform Frequency Coverage of Significant Locations in the Environment. In: H. Asama., H. Kurokawa, J. Ota; K. Sekiyama (Eds.), *Distributed Autonomous Robotic Systems 8 (Proceedings of the 9th International Symposium on Distributed Autonomous Robotic Systems – DARS 2008)*. Springer.
- N. Basilico, N. Gatti, F. Amigoni. (2009a). Leader-Follower Strategies for Robotic Patrolling in Environments with Arbitrary Topologies. In Proc. of the 8th ACM International Joint Conference on Autonomous Agents and Multi Agent Systems (AAMAS 2009), pp. 57-64. IFAAMAS.

- N. Basilico, N. Gatti, F. Amigoni. (2009b). Developing a Deterministic Patrolling Strategy for Security Agents. In Proc. of the 9th IEEE/WIC/ACM Conference on Intelligent Agent Technology (IAT), pp. 565-572. IEEE Press.
- N. Basilico, N. Gatti, T. Rossi. (2009c). Capturing Augmented Sensing Capabilities and Intrusion Delay in Patrolling-Intrusion Games. In IEEE Symposium on Computational Intelligence and Games 2009 (CIG 2009), pp. 186-193
- N. Basilico, N. Gatti, T. Rossi, S. Ceppi, F. Amigoni. (2009d). Extending Algorithms for Mobile Robot Patrolling in the Presence of Adversaries to More Realistic Settings. In Proceedings of the 2009 IEEE/WIC/ACM International Joint Conference on Web Intelligence and Intelligent Agent Technology (WI-IAT '09), vol. 02, pp. 557-564. IEEE Computer Society Washington
- N. Basilico, N. Gatti, F. Villa. (2010). Asynchronous Multi-robot Patrolling against Intrusion in Arbitrary Topologies. In Proceedings of the Twenty-Fourth AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI-10).
- A. Berarducci, B. Intrigila. (1993). On the Cop Number of a Graph. *Advances in Applied Mathematics*, 14, pp. 389-403. Elsevier.
- B. Bošanský, V. Lisý, M. Jakob, and M. Pechoucek. (2011). Computing time-dependent policies for patrolling games with mobile targets. In Proceedings of the 10th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS).
- Brewster, C. (2002). Techniques for Automated Taxonomy Building: Towards Ontologies for Knowledge Management. In Proceeding of the 5th Annual CLUK Research Colloquium.
- D. Bruno, H. Richmond. (2003). The truth about taxonomies. *Information Management Journal – Prairie Village*, vol. 37, no. 2, pp. 44-53.
- P. S. Bullen. (2003). *Handbook of Means and Their Inequalities*. Springer.
- G. Cannata, A. Sgorbissa. (2011). A Minimalist Algorithm for Multirobot Continuous Coverage. *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 27, no. 2. IEEE Press.
- G. Chartrand (1985). *Introductory Graph Theory*. Dover Publications.
- Y. Chevaleyre, F. Sempé, G. Ramalho. (2004a). A theoretical analysis of multi-agent patrolling strategies. In Proceedings of the Third International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS'04). ACM Press.
- Y. Chevaleyre. (2004b). Theoretical analysis of the multi-agent patrolling problem. In Proc. of the IEEE/WIC/ACM International Conference on Intelligent Agent Technology (IAT'04). IEEE Press.

H. Choset. (2001). Coverage for robotics - a survey of recent results. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, vol. 31, pp. 113–126. Springer.

H. N. Chu, A. Glad, O. Simonin, F. Sempé, A. Drogoul, F. Charpillet. (2007). Swarm Approaches for the Patrolling Problem: Information Propagation vs. Pheromone Evaporation. In *Proc. of the 19th IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI 2007)*, vol. 1, pp. 442-449. IEEE Press.

B. Coppin. (2010). *Inteligência Artificial*. LTC.

T. Cormen, C. Leiserson, R. Rivest, C. Stein. (2009). *Introduction to Algorithms*. MIT Press.

D.-I. Curiac, C. Volosencu. (2009). Developing 2D chaotic trajectories for monitoring an area with two points of interest. In *Proc. of the 10th WSEAS International Conference on Automation & Information (ICAI'09)*. ACM Press.

Jurek Czyzowicz, Leszek Gąsieniec, Adrian Kosowski, Evangelos Kranakis. (2011). Boundary Patrolling by Mobile Agents with Distinct Maximal Speeds. *Algorithms – ESA 2011, Lecture Notes in Computer Science*, vol. 6942, pp. 701-712.

Y. Elor, A. M. Bruckstein. (2009a). Multi-A(ge)nt Graph Patrolling and Partitioning. In *Proc. of the IEEE/WIC/ACM International Conference on Intelligent Agent Technology (IAT 2009)*. IEEE Press.

Y. Elor, A. M. Bruckstein. (2009b). Efficiently Patrolling Hamiltonian and Two-Connected Graphs. Technical Report CIS-2009-02. Computer Science Department, Technion – Israel Institute of Technology.

Y. Elor, A. M. Bruckstein. (2009c). Autonomous Multi-Agent Cycle Based Patrolling. Technical Report CIS-2009-15. Computer Science Department, Technion – Israel Institute of Technology.

Y. Elor, A. M. Bruckstein (2009d). Multi-A(ge)nt Deployment and Patrolling on a Ring Graph. Technical Report CIS-2009-16. Computer Science Department, Technion – Israel Institute of Technology.

Y. Elor, A. M. Bruckstein. (2010). Autonomous Multi-agent Cycle Based Patrolling. *Swarm Intelligence, Lecture Notes in Computer Science*, vol. 6234, pp. 119-130.

Y. Elmaliach, N. Agmon, G. A. Kaminka. (2007). Multi-Robot Area Patrol under Frequency Constraints. In *Proc. of the 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA'07)*, pp. 385-390. IEEE Press.

Y. Elmaliach, A. Shiloni, G. A. Kaminka. (2008a). Frequency-Based Multi-Robot Fence Patrolling. Technical Report MAVERICK 2008/01. Computer Science Department, Bar Ilan University.

Y. Elmaliach, A. Shiloni, G. A. Kaminka. (2008b). A Realistic Model of Frequency-Based Multi-Robot Polyline Patrolling. In Proc. of the Seventh International Joint Conference on Autonomous Agents and Multi-Agent Systems (AAMAS'08), pp. 63–70. IFAAMAS.

R. Frigg, S. Hartmann. (2012). Models in Science. The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2012 Edition), Edward N. Zalta (ed.). Disponível em: <http://plato.stanford.edu/archives/fall2012/entries/models-science/>.

J. G. M. Fu, M. H. Ang Jr. (2009). Probabilistic Ants (PAnts) in Multi-Agent Patrolling. In 2009 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, pp. 1371-1376. IEEE Press.

N. Gatti. (2008). Game-Theoretical Insights in Strategic Patrolling: Model and Algorithm in Normal-Form. In Proc. of the 18th European Conference on Artificial Intelligence (ECAI), pp.403–407. ACM Press.

S. S. Ge, Y. J. Cui. (2000). New Potential Functions for Mobile Robot Path Planning. IEEE Transactions on Robotics and automation, vol. 16, no. 5. IEEE Press.

F. R. Giordano, W. P. Fox. (2009). A First Course in Mathematical Modeling (4th edition). Cengage Learning.

A. Glad, O. Simonin, O. Buffet, F. Charpillet. (2008). Theoretical Study of Ant-based Algorithms for Multi-Agent Patrolling. In Proc. of the 18th European Conference on Artificial Intelligence (ECAI), pp. 626-630. ACM Press.

A. Glad, O. Buffet, O. Simonin, F. Charpillet. (2009). Self-Organization of Patrolling-Ant Algorithms. In Proc. of the Third International Conference on Self-Adaptive and Self-Organizing Systems (SASO'09). IEEE Press.

A. Glad, O. Simonin, O. Buffet, F. Charpillet. (2010). Influence of Different Execution Models on Patrolling Ant Behaviors: from Agents to Robots. In Proc. of the 9th International Conference on Autonomous Agents and MultiAgent Systems (AAMAS'10). IFAAMAS.

Graef, J. (2001). Managing Taxonomies Strategically. Montague Institute Review. Disponível em: <http://www.montague.com/abstracts/taxonomy3.html> (acessado em 08/02/2013).

Y. Guo, L. E. Parker, R. Madhavan. (2007). Collaborative Robots for Infrastructure Security Applications. Studies in Computational Intelligence (SCI) 50, pp. 185–200.

H. Hedden (2010). The accidental taxonomist. Information Today Inc.

B. Horling, V. Lesser. (2005). A Survey of Multi-Agent Organizational Paradigms. The Knowledge Engineering Review, vol. 19 (4).

- K.-S. Hwang, J.-L. Lin, H.-L. Huang. (2009). Cooperative Patrol Planning of Multi-Robot Systems by a Competitive Auction System. In Proceedings of ICROS-SICE International Joint Conference
- L. Iocchi, L. Marchetti, D. Nardi. (2011). Multi-Robot Patrolling with Coordinated Behaviours in Realistic Environments. In Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems.
- J. Jackson, R. Bencatel, Z. Hasan, A. Girard. (2009). Stochastic Patrolling and Collision Avoidance for Two UAVs in a Base Defense Scenario. In Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference
- A. Kawamura, Y. Kobayashi. (2012). Fence patrolling by mobile agents with distinct speeds [original em japonês]. LA Symposium Summer 2012 (em japonês), ISAAC 2012.
- D. Kingston, R.W. Beard, R.S. Holt. (2008). Decentralized Perimeter Surveillance Using a Team of UAVs. IEEE Transactions on Robotics, vol. 24, no. 6.
- S. Koenig, Y. Liu (2001). Terrain Coverage with Ant Robots: A Simulation Study. In Proceedings of the fifth International Conference on Autonomous Agents. ACM Press.
- S. Koenig, B. Szymanski, Y. Liu. (2001). Efficient and inefficient ant coverage methods. Annals of Mathematics and Artificial Intelligence 31, pp. 41–76. Kluwer Academic Publishers.
- Y. Koren, J. Borenstein. (1991). Potential Field Methods and Their Inherent Limitations for Mobile Robot Navigation. In Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation, pp. 1398-1404. IEEE Press.
- D. M. Kreps, R. Wilson. (1982). Sequential Equilibria. Econometria, vol. 50, no. 4.
- D. Kurabayashi, J. Ota, T. Arai, E. Yoshida. (1996). Cooperative Sweeping by Multiple Mobile Robots. In Proc. of the 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE Press.
- F. Lauri, A. Koukam. (2008). A Two Step Evolutionary and ACO Approach for Solving the Multi-Agent Patrolling Problem. In Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2008 (CEC 2008) (IEEE World Congress on Computational Intelligence), pp. 861-868
- A. Machado, G. Ramalho, J.-D. Zucker, A. Drogoul. (2002a). Multi-agent Patrolling: An Empirical Analysis of Alternative Architectures. In Multi-Agent-Based Simulation II (3rd International Workshop on Multiagent Based Simulation – MABS’02 – Revised Papers), LNCS, vol. 2581, pp. 155-70. Springer.
- A. Machado. (2002b). Patrulha Multiagente: Uma Análise Empírica e Sistemática. Dissertação de Mestrado. Centro de Informática, UFPE.

- J.-S. Marier, C. Besse, B. Chaib-draa. (2010). Solving the Continuous Time Multiagent Patrol Problem. In Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), pp. 941-946. IEEE Press.
- A. Marino, L. Parker, G. Antonelli, F. Caccavale. (2009). Behavioral Control for Multi-Robot Perimeter Patrol: A Finite State Automata Approach. In Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE Press.
- L. Martins-Filho, E. E. N. Macau. (2007). Patrol Mobile Robots and Chaotic Trajectories. Mathematical Problems in Engineering, vol. 2007. Hindawi Publishing.
- I. Mas, S. Li, J. Acain, C. Kitts. (2009). Entrapment/Escorting and Patrolling Missions in Multi-Robot Cluster Space Control. In Proc. of the 2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 5855-5861. IEEE Press.
- A. Melo, M. Belchior, V. Furtado. (2005). Analyzing Police Patrol Routes with the Simulation of the Physical Reorganization of Agents. In Proceedings of the 6th International Workshop on Multi-Agent Based Simulation (MABS'05), Springer-Verlag
- T. Menezes, P. Tedesco, G. Ramalho. (2006). Negotiator Agents for the Patrolling Task. In Advances in Artificial Intelligence – IBERAMIA-SBIA 2006 (2nd International Joint Conference: 10th Ibero-American Conference on AI, 18th Brazilian AI Symposium), LNCS, vol. 4140, pp. 48-57. Springer.
- T. M. Mitchel. (1997). Machine Learning. McGraw-Hill.
- D. H. Moreira, L. J. da Silva Filho, P. R. Tedesco, G. L. Ramalho. (2007). SimPatrol: Establishing a Testbed for Multi-agent Patrolling (short paper). SBGames 2007. SBC.
- D. H. Moreira. (2008). SimPatrol: Um Simulador de SMAs para o Patrulhamento. Dissertação de Mestrado. Centro de Informática, UFPE.
- Y. Nakamura, A. Sekiguchi. (2001). The Chaotic Mobile Robot. In Proceedings of the IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 17, no. 6.
- J. Ota. (2006). Multi-agent robot systems as distributed autonomous systems. Advanced Engineering Informatics 20, pp. 59-70.
- P. Paruchuri, M. Tambe, F. Ordonez, S. Kraus. (2006). Security in multiagent systems by policy randomization. In: Proceedings of the 5th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS'06). ACM Press.
- P. Paruchuri, J. P. Pearce, M. Tambe, F. Ordonez, S. Kraus. (2007). An Efficient Heuristic Approach for Security Against Multiple Adversaries. In: Proceedings of the 6th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS'07). IFAAMAS.

- F. Pasqualetti, A. Franchi, F. Bullo. (2010). On Optimal Cooperative Patrolling. In Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC).
- F. Pasqualetti, J. W. Durham, F. Bullo. (2012). Cooperative Patrolling via Weighted Tours: Performance Analysis and Distributed Algorithms. In IEEE Transactions on Robotics.
- D. Portugal, R. Rocha. (2010). MSP Algorithm: Multi-Robot Patrolling based on Territory Allocation using Balanced Graph Partitioning. In: Proceedings of the 2010 ACM Symposium on Applied Computing (SAC'10). ACM Press.
- D. Portugal, R. Rocha. (2011a). A Survey on Multi-robot Patrolling Algorithms. In: Technological Innovation for Sustainability – 2nd IFIP WG5.5/SOCOLNET Doctoral Conference on Computing, Electrical e Industrial Systems, DoCEIS 2011, vol. 349, pp. 139-146. Springer.
- D. Portugal, R. Rocha. (2011b). On the Performance and Scalability of Multi-Robot Patrolling Algorithms. In Proceedings of the 2011 IEEE International Symposium on Safety, Security and Rescue Robots.
- D. Portugal, R. P. Rocha. (2012). Measuring Variables Effect to Statistically Model the Multi-Robot Patrolling Problem by Means of ANOVA. Technological Innovation for Value Creation, IFIP Advances in Information and Communication Technology, vol. 372, 2012, pp 199-206.
- C. Poulet, V. Corruble, A. E. F. Seghrouchni, G. Ramalho. (2011). The Open System Setting in Timed MultiAgent Patrolling. In Proceedings of 2011 IEEE/WIC/ACM International Conferences on Web Intelligence and Intelligent Agent Technology.
- C. Poulet, V. Corruble and A. E. F. Seghrouchni. (2012a). Auction-based strategies for the open-system patrolling task. In Proceedings of PRIMA - 15th International Conference on Principles and Practice of Multi-Agent Systems, Springer.
- C. Poulet, V. Corruble and A. E. F. Seghrouchni. (2012b). Working as a team: using social criteria in the timed patrolling problem. In 24th IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI). IEEE Press.
- M. L. Puterman. (2005). Markov Decision Processes: Discrete Stochastic Dynamic Programming. Wiley-Interscience.
- E. Rashedi, H. Nezamabadi-pour, S. Saryazdi. (2009). GSA: a gravitational search algorithm. Information Science, vol. 179, no. 13, pp. 2232–2248.
- D. Reis, A. Melo, A. Coelho, V. Furtado. (2006). GAPatrol: An Evolutionary Multi-agent Approach for the Automatic Definition of Hotspots and Patrol Routes. In Proceedings of IBERAMIA/SBIA 2006, Lecture Notes in Artificial Intelligence (LNAI) 4140, pp. 118-127.



- A. Rosenblueth, N. Wiener. (1945). The Role of Models in Science. *Philosophy of Science*, Vol. 12, No. 4, pp. 316-321. The University of Chicago Press / Philosophy of Science Association.
- S. Ruan, C. Meirina, F. Yu, K. Pattipati, Robert L. Popp. (2005). Patrolling in a Stochastic Environment. In *Proc. of the 10th International Command and Control Research and Technology Symposium*.
- S. Russell, P. Norvig. (2004). *Inteligência Artificial (Tradução da 2a edição americana de "Artificial Intelligence: A Modern Approach")*. Campus-Elsevier.
- T. Sak, J. Wainer, S. K. Goldenstein. (2008). Probabilistic multiagent patrolling. In *Advances in Artificial Intelligence – SBIA 2008 (19th Brazilian Symposium on Artificial Intelligence)*, LNCS, vol. 5249, pp. 124-133. Springer.
- P. Sampaio, G. Ramalho, P. Tedesco. (2010). The Gravitational Strategy for the Timed Patrolling. In *Proceedings of 22nd IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI)*, vol. 1, pp. 113-120. IEEE Press.
- H. Santana, G. Ramalho, V. Corruble, B. Ratitch. (2004). Multi-Agent Patrolling with Reinforcement Learning. In *Proc. of the 3rd International Joint Conference on Autonomous Agents and Multi-Agents Systems (AAMAS'04)*, pp. 1122-1129. ACM Press.
- H. Santana. (2005). *Patrulha Multi-Agente com Aprendizagem por Reforço*. Dissertação de Mestrado. Centro de Informática, UFPE.
- E. R. Scheinerman. (1996). *Invitation to Dynamical Systems*. Prentice-Hall.
- F. Sempé, A. Drogoul. (2003). Adaptive Patrol for a Group of Robots. In *Proc. of the 2003 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2003)*, vol. 3, pp. 2865-2869. IEEE Press.
- F. Sempé. (2004). *Auto-organisation d'une Collectivité de Robots: Application à l'Activité de patrouille en présence de perturbation*. Thèse de doctorat en informatique (Tese de Doutorado). Université Pierre et Marie Curie, Paris.
- V. A. de Sena. (2011). *Patrulha Multiagente: Análise e abordagens alternativas em ambientes heterogêneos*. Dissertação de Mestrado. Centro de Informática, UFRPE.
- S. L. Smith, D. Rus. (2010). Multi-Robot Monitoring in Dynamic Environments with Guaranteed Currency of Observations. In *Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control*, Atlanta, USA.
- S. L. Smith, M. Schwager, D. Rus. (2012). Persistent Robotic Tasks: Monitoring and Sweeping in Changing Environments. *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 28, no. 2.
- J. Svennebring, S. Koenig. (2004). Building Terrain-Covering Ant Robots: A Feasibility Study. *Autonomous Robots*, vol. 16, no. 3, pp. 313–332. Springer.

V. Yanovski, I.A. Wagner, A.M. Bruckstein. (2001). Vertex-Ant-Walk – A robust method for efficient exploration of faulty graphs. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence* 31, pp. 99-112.

V. Yanovski, I. A. Wagner, A. M. Bruckstein. (2003). A Distributed Ant Algorithm for Efficiently Patrolling a Network. *Algorithmica*, 37, pp. 165-186. Springer.

## APÊNDICE A

# Conceitos Básicos de Teoria dos Grafos

Fizemos esse apêndice para esclarecer a nomenclatura dos conceitos ligados a grafos que utilizamos neste documento. Isso é necessário porque boa parte da literatura sobre grafos não utiliza uma nomenclatura padrão, nem mesmo nos termos originais em inglês. Quando analisamos a nomenclatura em português, a situação é pior, pois um mesmo termo em inglês é traduzido de diversas maneiras.

A seção A.1 apresenta alguns conceitos básicos, enquanto a seção A.2 apresenta alguns tipos de grafos citados no texto e a seção A.3 resume alguns problemas de grafos relevantes.

### A.1 Conceitos Básicos

Existem diversas estruturas matemáticas relacionadas, estudadas dentro da Teoria dos Grafos. Dentre as estruturas relevantes para esta pesquisa, podemos citar: *digrafos* (ou grafos direcionados), *grafos* (simples) e *redes*. Neste trabalho, chamamos todas essas estruturas genericamente de **grafos**. No entanto, nesta pesquisa, não consideramos relevante lidar com grafos com arestas paralelas (multigrafos) ou com loops (pseudografos).

Todo grafo  $G$  (de qualquer tipo) é composto, pelo menos, por um conjunto de **nós** (ou vértices) e um conjunto de **arestas**. As arestas são ligações entre um par de nós, os quais são chamados de **extremidades** das arestas. Por uma vez, dizemos que a aresta **incide** nos nós que são suas extremidades. Quando uma aresta tem um sentido (i.e. quando uma aresta “de  $a$  para  $b$ ” é diferente de uma aresta “de  $b$  para  $a$ ”), ela pode ser chamada de **aresta direcionada** (ou arco). Se um arco que tem o sentido “de  $a$  para  $b$ ”, podemos dizer que o arco **sai** de  $a$  e **entra** em  $b$ . Uma aresta não-direcionada que liga  $a$  e  $b$  pode ser tratada como dois arcos: um saindo de  $a$  e entrando em  $b$  e outro saindo de  $b$  e entrando em  $a$ .

Chamamos de **vizinhança** de um nó  $a$ , ao conjunto de nós que estão interligados a  $a$  por uma aresta. Se as arestas forem direcionadas, a vizinhança são os nós para os quais existem arestas saindo de  $a$  e chegando neles. O **grau** de um nó é a quantidade de arestas incidentes no nó. Se as arestas forem direcionadas, é possível falar em *grau de entrada* e *grau de saída* de cada nó.

Um conceito importante para aplicações práticas envolvendo grafos é o conceito de **caminho**. Um **caminho** de um nó  $a_0$  a um nó  $a_n$  é qualquer sequência de nós  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  em que existe uma aresta saindo de  $a_i$  e entrando em  $a_{i+1}$ , para todo  $i < n$ . No caso, dizemos que o caminho tem **comprimento**  $n$ . Se o caminho não repetir nó, dizemos que é um **caminho simples**. Se o caminho começar e terminar no mesmo nó, podemos chamá-lo de **ciclo**. Um ciclo que só repete o primeiro e o último nós é chamada de **ciclo simples**. Além disso, se for um grafo com pesos, chamamos a soma dos pesos das arestas do caminho de **custo do caminho**.

## A.2 Tipos de Grafos

Um **grafo com pesos** (também chamado de uma *rede*) é um grafo em que cada aresta tem um valor numérico associado, que pode ser chamado de **peso** ou **custo** da aresta. Se as arestas não tiverem pesos, chamamos o grafo de um **grafo sem pesos**.

Um **grafo regular** é um grafo em que todos os nós têm um mesmo grau  $k$ . Um caso particular dos grafos regulares são os **grafos completos**. Um grafo completo de  $n$  vértices, representado por  $K_n$ , é aquele em que cada nó é vizinho de todos os outros nós (assim, cada nó tem grau  $n-1$ ).

Um **grafo planar** é todo aquele que pode ser desenhado no plano sem cruzamento das arestas. Um caso especial é o **grafo grid** (também chamado de *grafo grid quadrado*), que é qualquer grafo formado a partir de uma malha retangular plana (grade) em que cada célula da malha é tratada como um nó e as arestas ligam os nós cujas células correspondentes são adjacentes na horizontal ou na vertical.

Uma **árvore** é um grafo que não permite a construção de nenhum ciclo simples. Um **grafo caminho** é um grafo para o qual é possível construir um único *caminho simples* que use todos os seus nós e arestas (i.e. é um grafo que tem meramente a forma de um caminho). Analogamente, um **grafo ciclo** (ou *anel*) é um grafo para o qual é possível construir um *ciclo simples* com todos os seus nós e arestas.

Um **grafo euleriano** é um grafo para o qual é possível criar um *ciclo* com todas as suas arestas (este ciclo não precisa ser simples e não precisa ter todos os nós). Tal ciclo é chamado de **ciclo euleriano**. Um **grafo hamiltoniano** é um grafo para o qual é

possível criar um *ciclo simples* que use todos os seus nós (não precisa usar todas as arestas). Tal ciclo é chamado de **ciclo hamiltoniano**.

Dizemos que  $H$  é **subgrafo de  $G$**  quando os nós de  $H$  são um subconjunto dos nós de  $G$  e as arestas de  $H$  são um subconjunto das arestas de  $G$ . Além disso,  $H$  é um **subgrafo espalhado** (*spanning subgraph*) de  $G$  quando ele tem exatamente os mesmos nós de  $G$ . Dizemos que  $H$  grafo é o **grafo linha de  $G$**  (um grafo não-direcionado) se construirmos os nós de  $H$  usando as arestas de  $G$  e se criarmos arestas entre dois nós de  $H$  somente quando as duas arestas que eles representam tiverem uma extremidade em comum no grafo  $G$ .

### A.3 Problemas de Grafos

O **problema da Árvore Espalhada Mínima** ou **MST** (*Minimum Spanning Tree*) em grafos com pesos consiste em encontrar um *subgrafo espalhado* que tenha a forma de *árvore*, no grafo dado. Além disso, a soma dos pesos das arestas deve ser o menor possível (dentre todos os subgrafos espalhados que têm a forma de árvore).

O **problema do Caixeiro-Viajante** ou **TSP** (*Travelling Salesman Problem*) em grafos com pesos, geralmente completos, é o problema de encontrar o *ciclo hamiltoniano* de menor custo (ou seja, o caminho de custo mínimo que passa exatamente uma vez por cada nó e, depois, volta ao nó inicial). Uma variante importante chamada de **problema do Caixeiro-Viajante com múltiplas visitas** ou **TSPM** (*Travelling Salesman Problem with Multiple visits*) é o problema de encontrar o caminho que passa *pelo menos* uma vez por cada nó e, depois, volta ao nó inicial. Apesar dessa distinção, o problema *TSPM* pode ser reduzido ao *TSP* facilmente. Por isso, chamamos **tratamos ambos como TSP** neste documento. Um detalhe importante sobre esses dois problemas é que, na versão de decisão, elas são da classe de complexidade *NP-Completo*.

Um problema análogo, também definido para grafos com pesos, é o chamado **problema do Carteiro-Chinês**, que consiste em encontrar a menor rota que passe pelo menos uma vez por cada aresta e retorne ao nó inicial. (Se o grafo for *euleriano*, isso equivale a achar o ciclo euleriano de custo mínimo). Diferentemente do TSP, este problema tem soluções polinomiais conhecidas.

## APÊNDICE B

# Demonstrações dos Lemas e Teoremas

Neste apêndice, apresentamos as demonstrações dos *lemas* e *teoremas* envolvendo as métricas da MAP, que foram meramente enunciados (sem demonstração) no Capítulo 4.

Um dos principais fundamentos para as demonstrações são as definições das estruturas comuns sobre as quais são definidas as métricas da MATP, apresentadas na seção 4.2. O modo como definimos e correlacionamos aquelas estruturas foi o que possibilitou criar associações formais entre as diferentes métricas, propostas em pesquisas diferentes. Quase todas as demonstrações dos lemas que correlacionam os valores das métricas se limitaram a mudanças entre essas estruturas e ao uso de propriedades matemáticas simples (produtos notáveis, propriedades das operações, propriedades dos somatórios, etc.). O Corolário 4 também foi central nas demonstrações. Junto com os relacionamentos entre as métricas, ele foi usado provar todos os *teoremas de equivalência* apresentados nesta tese. Destacamos, ainda, que uma minoria dos resultados foi meramente transcrito da literatura – em especial, vários dos resultados sobre médias generalizadas. Por fim, destacamos que um único resultado – o Teorema 20 – foi provado com o auxílio de um software matemático.

Para facilitar a referência, organizamos este apêndice em seções que correspondem às seções ou subseções do Capítulo 4 onde os resultados foram enunciados.

## B.1 Demonstrações da Subseção 4.3.1

### Demonstração do Lema 1

*Começamos provando um resultado auxiliar para um nó  $x$  qualquer:*

$$\begin{aligned} \max_{t \in \{1 \dots T\}} (o_t^x) &= \max(1, 2, 3, \dots, i_1^x, 1, 2, 3, \dots, i_2^x, 1, 2, 3, \dots, i_3^x, \dots, i_{\text{visits}(x)+1}^x) \\ &= \max(\max(1, 2, 3, \dots, i_1^x), \max(1, 2, 3, \dots, i_2^x), \dots, \max(1, \dots, i_{\text{visits}(x)+1}^x)) \end{aligned}$$

$$= \max(i_1^x, i_2^x, i_3^x, \dots, i_{visits(x)+1}^x) \quad (\text{resultado 1-1})$$

A primeira igualdade vem da própria definição das sequências  $\{o_j^x\}$  como uma concatenação de PAs. A segunda igualdade é consequência do fato de que o máximo global é o máximo de máximos locais. No caso, os máximos locais são tomados para cada PA. A terceira igualdade vem do fato de que o último termo de cada PA considerada é o máximo dela. A última igualdade vem da definição da sequência de intervalos  $\{i_j^x\}$ .

Agora, partindo da definição  $O_{max}$ , substituindo a ocorrência interna de  $\max(\cdot)$  com base no resultado 1-1, obtemos imediatamente a expressão que define  $I_{max}$ :

$$O_{max} = \max_{x \in Nodes} \left( \max_{t \in \{1 \dots T\}} (o_t^x) \right) = \max_{x \in Nodes} \left( \max_{j \in \{1 \dots visits(x)+1\}} (i_j^x) \right) = I_{max}$$

■

## Demonstração do Lema 2

### Parte (a)

Simplificando a definição da  $PMI_p$  para  $p=1$ , obtemos facilmente:

$$PMI_1 = \left[ \frac{1}{N_{int \, ervals}} \sum_{x \in Nodes} \left( \sum_{j=1}^{visits(x)+1} (i_j^x)^1 \right) \right]^{1/1} = \frac{1}{N_{int \, ervals}} \sum_{x \in Nodes} \left( \sum_{j=1}^{visits(x)+1} i_j^x \right) = I_{avg}$$

A segunda igualdade tem apenas simplificações triviais e a última vem da definição de  $I_{avg}$ .

■

### Parte (b)

Esta parte é mais direta, pois aplicando a definição da  $PMI_p$  para  $p=2$ , obtemos exatamente o lado direito da definição de  $I_{qmean}$ :

$$PMI_2 = \left[ \frac{1}{N_{int \, ervals}} \sum_{x \in Nodes} \left( \sum_{j=1}^{visits(x)+1} (i_j^x)^2 \right) \right]^{1/2} = I_{qmean}$$

■

## B.2 Demonstrações da Subseção 4.3.3

### Demonstração do Lema 3

#### Parte (a)

Partindo da definição da  $F_{min}$  e desenvolvendo, obtemos:

$$F_{min} = \min_{x \in Nodes} (freq(x)) = \min_{x \in Nodes} \left( \frac{visits(x)}{T} \right) = \frac{1}{T} \min_{x \in Nodes} (visits(x)) = \frac{1}{T} V_{min}$$

A segunda igualdade vem da definição da função  $\text{freq}(\cdot)$ , dada na seção 4.2. A terceira vem de uma propriedade de  $\min(\cdot)$ , considerando que  $1/T$  é um fator positivo, pois  $T > 0$  (já que  $T$  é a duração da medição). A quarta vem da definição de  $V_{\min}$ .

Elevando a  $-1$  ambos os lados da igualdade acima, obtemos:  $F_{\min}^{-1} = T \cdot V_{\min}^{-1}$ .

■

### Parte (b)

Partindo da definição da  $F_{\text{avg}}$  e desenvolvendo, obtemos:

$$F_{\text{avg}} = \frac{1}{|\text{Nodes}|} \sum_{x \in \text{Nodes}} \frac{\text{visits}(x)}{T} = \frac{1}{T} \frac{1}{|\text{Nodes}|} \sum_{x \in \text{Nodes}} \text{visits}(x) = \frac{1}{T} V_{\text{avg}}$$

A segunda igualdade vem de uma propriedade de somatórios (análoga a colocar o fator comum  $1/T$  em evidência). A terceira, vem da definição de  $V_{\text{avg}}$ .

Elevando a  $-1$  ambos os lados da igualdade acima, obtemos:  $F_{\text{avg}}^{-1} = T \cdot V_{\text{avg}}^{-1}$ .

■

### Parte (c)

Vamos começar desenvolvendo esta expressão, que será necessária adiante:

$$\left(\text{freq}(x) - F_{\text{avg}}\right)^2 = \left(\frac{\text{visits}(x)}{T} - \frac{V_{\text{avg}}}{T}\right)^2 = \frac{1}{T^2} \left(\text{visits}(x) - V_{\text{avg}}\right)^2 \quad (\text{resultado 3-1})$$

A primeira igualdade usa a definição de  $\text{freq}(\cdot)$  e um resultado obtido na demonstração da parte (b). Na segunda, colocamos  $1/T$  em evidência e o removemos da expressão elevada ao quadrado, por uma propriedade da exponenciação.

Agora, partindo da definição da  $F_{\text{stdev}}$  e desenvolvendo, obtemos:

$$\begin{aligned} F_{\text{stdev}} &= \left[ \frac{1}{|\text{Nodes}|} \sum_{x \in \text{Nodes}} \left(\text{freq}(x) - F_{\text{avg}}\right)^2 \right]^{1/2} = \left[ \frac{1}{|\text{Nodes}|} \sum_{x \in \text{Nodes}} \frac{1}{T^2} \left(\text{visits}(x) - V_{\text{avg}}\right)^2 \right]^{1/2} \\ &= \left[ \frac{1}{T^2} \frac{1}{|\text{Nodes}|} \sum_{x \in \text{Nodes}} \left(\text{visits}(x) - V_{\text{avg}}\right)^2 \right]^{1/2} = \frac{1}{T} \left[ \frac{1}{|\text{Nodes}|} \sum_{x \in \text{Nodes}} \left(\text{visits}(x) - V_{\text{avg}}\right)^2 \right]^{1/2} \\ &= \frac{1}{T} V_{\text{stdev}} \end{aligned}$$

A segunda igualdade vem da substituição da expressão interna do somatório, utilizando o resultado 3-1. A terceira vem de uma propriedade de somatórios. A quarta vem da remoção do fator  $1/T^2$  da exponenciação (cuja raiz é  $1/T$ ). A última vem da definição de  $V_{\text{stdev}}$ .

■



## B.3 Demonstrações da Seção 4.4

Antes da demonstração dos próximos resultados, precisamos um resultado auxiliar, ligado à relação de equivalência comparativa. Apesar de ser usado de maneira implícita nas demais demonstrações, este resultado é necessário para garantir a corretude delas. Ele é apresentado como *Teorema X1*, a seguir.

### **Teorema X1 (envolvendo a relação $\equiv$ )**

*A relação de equivalência comparativa ( $\equiv$ ) é uma relação de equivalência.*

#### **Demonstração:**

*Por definição de relação de equivalência, precisamos demonstrar que  $\equiv$  é reflexiva, simétrica e transitiva. Demonstramos estes três resultados separadamente a seguir:*

Parte (a): Prova de que  $\equiv$  é reflexiva.

*Consiste em provar que “para toda métrica  $M$ , é verdade que  $M \equiv M$ ”. Pela definição de  $\equiv$ , isso consiste em provar que, “para toda métrica  $M$ , em toda configuração  $\Phi$ , as relações  $\leq_{M,\Phi}$  e  $\leq_{M,\Phi}$  são idênticas”, o que é evidente.*

Parte (b): Prova de que  $\equiv$  é simétrica.

*Isso consiste em provar que “se  $M \equiv N$  então  $N \equiv M$ ”. Vamos assumir  $M \equiv N$  para  $M$  e  $N$  quaisquer. Assim, pela definição de  $\equiv$ , em uma configuração  $\Phi$  qualquer, podemos afirmar que  $\leq_{M,\Phi} = \leq_{N,\Phi}$ . Pela reflexividade da igualdade (entre conjuntos), isso equivale a dizer que  $\leq_{N,\Phi} = \leq_{M,\Phi}$ . Logo,  $N \equiv M$ .*

Parte (c): Prova de que  $\equiv$  é transitiva.

*Isso consiste em provar que “se  $M \equiv N$  e  $N \equiv O$ , então  $M \equiv O$ ”. Vamos assumir  $M \equiv N$  e  $N \equiv O$ . Assim, em uma configuração  $\Phi$  qualquer, podemos afirmar que  $\leq_{M,\Phi} = \leq_{N,\Phi}$  e  $\leq_{N,\Phi} = \leq_{O,\Phi}$ . Logo, pela transitividade da igualdade (de conjuntos), temos que  $\leq_{M,\Phi} = \leq_{O,\Phi}$ . Da definição de  $\equiv$ , concluímos que  $M \equiv O$ .*

*As três partes foram provadas, logo  $\equiv$  é uma relação de equivalência.*

■

## Demonstração do Corolário 4

Assumindo  $\Phi$  como uma configuração da MATP qualquer. Vamos assumir que existe uma função  $f$  estritamente crescente tal que, para toda trajetória  $X$  dessa configuração,  $M_X = f(N_X)$ .

Vamos provar que “para todas as trajetórias  $X$  e  $Y$ , é verdade  $X \angle_{M,\Phi} Y$  se e somente se  $X \angle_{N,\Phi} Y$ ”. Segue a demonstração das duas direções desta bi-implicação, assumindo  $X$  e  $Y$  como trajetórias quaisquer da configuração:

- Assumindo  $X \angle_{N,\Phi} Y$ . Pela definição desta relação, temos que  $N_X \leq N_Y$ . Como a função  $f$  é não-decrescente, podemos concluir que  $f(N_X) \leq f(N_Y)$ . Como  $f(N_X) = M_X$  e  $f(N_Y) = M_Y$ , temos  $M_X \leq M_Y$ . Por definição, isso implica em  $X \angle_{M,\Phi} Y$ .
- Assumindo  $X \angle_{M,\Phi} Y$ . Pela definição desta relação, temos  $M_X \leq M_Y$ . Como  $f(N_X) = M_X$  e  $f(N_Y) = M_Y$ , temos  $f(N_X) \leq f(N_Y)$ . Como  $f$  é estritamente crescente, da inequação anterior, podemos concluir  $N_X \leq N_Y$ . Isso implica em  $X \angle_{N,\Phi} Y$ , pela definição da relação de ordem de desempenho.

Provamos que as relações  $\angle_{M,\Phi}$  e  $\angle_{N,\Phi}$  são idênticas. Assim, pela definição da relação de equivalência comparativa, concluímos  $M \equiv N$ .

■

## Demonstração do Lema 5

Vamos assumir, em toda a demonstração, que  $M$  e  $N$  são duas métricas da MATP quaisquer e que  $M_X$  e  $N_X$  representam os valores dessas métricas aplicadas em uma trajetória de patrulha  $X$ . Demonstrar, a seguir, as duas afirmações do lema:

### Parte (a)

Seja  $\Phi$  uma configuração qualquer. Vamos assumir que exista um real positivo  $k$  e um real qualquer  $w$  (que podem depender de  $\Phi$ ), de modo que, para toda trajetória  $X$ , seja verdade que  $M_X = k.N_X + w$ .

Seja a função  $f(x) = kx + w$ . Assim, temos  $M_X = f(N_X)$ . Observe ainda que, como  $k$  é positivo,  $f$  é estritamente crescente nos reais.

Logo, pelo Corolário 4, concluímos que  $M \equiv N$ .

### Parte (b)

Vamos assumir, primeiramente, que a métrica  $N$  é sempre positiva.

Seja  $\Phi$  uma configuração da MATP qualquer. Por hipótese, sabemos que existem dois números reais positivos  $k$  e  $w$  (que podem depender de  $\Phi$ ), de modo que, para toda trajetória  $X$ , é verdade que  $M_X = k.(N_X^{-1} + w)^{-1}$ .

Vamos definir a função  $g(x) = k.(x^{-1} + w)^{-1}$ . Assim, temos  $M_X = g(N_X)$ . Agora, vamos justificar porque  $g$  é estritamente crescente para todo  $x \in (0; \infty)$ .

A derivada desta função, neste intervalo, é dada por:

$$g'(x) = \frac{k.x}{(wx+1)^2}$$

Como  $w > 0$  e  $x > 0$ , temos  $wx+1 > 0$ . Logo o denominador será sempre positivo, para todo  $x \in (0; \infty)$ . Como o numerador também é positivo (pois o lema assume  $k > 0$ ), a derivada  $g'$  é positiva em todo o intervalo  $(0; \infty)$ . Assim, a função  $g$  é estritamente crescente.

Pelo Corolário 4, concluímos que  $\mathbf{M} \equiv \mathbf{N}$ .

#### Parte (c)

Assumindo que, para toda configuração e toda trajetória  $X$ , seja verdade  $M_X = N_X^2$ .

Seja a função  $h(x) = x^2$ . Assim, temos que  $M_X = h(N_X)$ . Além disso,  $h$  é estritamente crescente no intervalo  $[0; \infty)$ , que engloba a imagem da métrica  $N$  (pois toda métrica da MATP é não-negativa, por definição).

Logo, pelo Corolário 4, concluímos que  $\mathbf{M} \equiv \mathbf{N}$ .

■

## **B.4 Demonstrações da Subseção 4.5.1**

Nas demonstrações desta seção, assumimos a hipótese (subentendida nos enunciados do Capítulo 4) de que há pelo menos uma visita a, pelo menos, um dos nós. Precisamos dessa hipótese para desenvolver alguns dos resultados porque, sem visitas, algumas métricas não têm valor definido (e.g.  $V_{avg}^{-1}$ ). Consideramos que esta é uma hipótese bastante razoável, pois não faz sentido levar em consideração trajetórias de patrulha que não realizam nenhuma visita.

### **Demonstração do Lema 6**

Uma vez que há pelo menos uma visita, os valores de  $N_{visits}$ ,  $V_{avg}$  e  $F_{avg}$  são positivos. Além disso, temos  $I_{avg} < T$ , pois o valor máximo de  $I_{avg}$  só chega a  $T$  quando não há visitas (pois, sem visitas, cada nó apresenta um único intervalo de tamanho  $T$ ).

### Parte (a)

Por definição,  $N_{visits}$  representa justamente a soma de todas as visitas. Logo, podemos desenvolver a definição de  $V_{avg}$  assim:

$$V_{avg} = \frac{1}{|Nodes|} \sum_{x \in Nodes} visits(x) = |Nodes|^{-1} \cdot N_{visits}$$

Elevando os dois extremos da equação a  $-1$ , obtemos:

$$V_{avg}^{-1} = |Nodes| \cdot N_{visits}^{-1} \quad (\text{resultado 6-1})$$

Agora, partindo do Lema 3b e usando o resultado 6-1 para substituir  $V_{avg}^{-1}$ , temos:

$$F_{avg}^{-1} = T \cdot V_{avg}^{-1} = T \cdot |Nodes| \cdot N_{visits}^{-1}.$$

### Parte (b)

Vamos começar com este resultado auxiliar, partindo da definição de  $N_{intervals}$ :

$$\begin{aligned} N_{intervals} &= \sum_{x \in Nodes} (visits(x) + 1) = \sum_{x \in Nodes} visits(x) + \sum_{x \in Nodes} 1 = \\ &= N_{visits} + |Nodes| \end{aligned} \quad (\text{resultado 6-2})$$

Agora, partindo da definição de  $I_{avg}$  e desenvolvendo, obtemos:

$$I_{avg} = \frac{1}{N_{intervals}} \sum_{x \in Nodes} \left( \sum_{j=1}^{visits(x)+1} i_j^x \right) = \frac{1}{N_{intervals}} \sum_{x \in Nodes} (T) = \frac{T \cdot |Nodes|}{N_{intervals}} \quad (\text{resultado 6-3})$$

A segunda equação é consequência do fato de que a soma de todos os termos da sequência de intervalos de qualquer nó vale  $T$  (como afirmamos na seção 4.2). A terceira igualdade vem do fato de que o somatório dado vale  $T \cdot |Nodes|$ .

Agora, substituindo  $N_{intervals}$  com base no resultado 6-2, obtemos a expressão desejada:

$$I_{avg} = \frac{T \cdot |Nodes|}{N_{visits} + |Nodes|} = T \cdot |Nodes| \cdot (N_{visits} + |Nodes|)^{-1}.$$

### Parte (c)

Isolando  $N_{visits}$  na equação da parte b deste lema e elevando tudo a  $-1$  (omitimos o desenvolvimento, pois é trivial):

$$N_{visits}^{-1} = \frac{I_{avg}}{T \cdot |Nodes| - |Nodes| \cdot I_{avg}} \quad (\text{resultado 6-4})$$

Agora, partindo da parte a deste lema e, depois, substituindo  $N_{visits}^{-1}$  com base no resultado 6-4 acima, obtemos:

$$F_{avg}^{-1} = T \cdot |Nodes| \cdot N_{visits}^{-1} = T \cdot |Nodes| \cdot \left( \frac{I_{avg}}{T \cdot |Nodes| - |Nodes| \cdot I_{avg}} \right)$$

Logo:

$$F_{avg}^{-1} = \frac{T \cdot I_{avg}}{T - I_{avg}} \quad (\text{resultado 6-5})$$

Agora, vamos usar o resultado 6-5 para desenvolver o limite desejado:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} F_{avg}^{-1} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left( \frac{T \cdot I_{avg}}{T - I_{avg}} \right) = I_{avg} \cdot \lim_{T \rightarrow \infty} \left( \frac{T}{T - I_{avg}} \right) = I_{avg} \cdot 1 = I_{avg}$$

Na segunda igualdade, estamos assumindo que o tempo  $T$  pode ser variado sem alterar o valor de  $I_{avg}$ . Assim,  $I_{avg}$  seria um fator independente de  $T$  e, por isso, pode ser extraído do limite. A terceira igualdade vem do fato do limite do lado esquerdo valer 1.

■

## Demonstração do Teorema 7

Como  $\equiv$  é uma relação de equivalência, podemos mostrar que as métricas  $F_{avg}^{-1}$ ,  $V_{avg}^{-1}$ ,  $I_{avg}$  e  $N_{visits}^{-1}$  são todas equivalentes entre si (tomadas duas a duas) se demonstrarmos apenas estas três equivalências (os demais casos decorrerão pela reflexividade e transitividade da relação):

$$F_{avg}^{-1} \equiv V_{avg}^{-1}$$

$$F_{avg}^{-1} \equiv N_{visits}^{-1}$$

$$I_{avg} \equiv N_{visits}^{-1}$$

As demonstrações de cada caso seguem:

Parte (a): Prova de  $F_{avg}^{-1} \equiv V_{avg}^{-1}$

Sejam  $k=T (>0)$  e  $w=0$ . Neste caso, pelo Lema 3b, temos  $F_{avg}^{-1} = k \cdot V_{avg}^{-1} + w$ . Logo, pelo Lema 5a, temos  $F_{avg}^{-1} \equiv V_{avg}^{-1}$ .

Parte (b): Prova de  $F_{avg}^{-1} \equiv N_{visits}^{-1}$

Sejam  $k=T./Nodes| (>0)$  e  $w=0$ . Neste caso, pelo Lema 6a, temos  $F_{avg}^{-1} = k \cdot N_{visits}^{-1} + w$ . Logo, pelo Lema 5a, temos  $F_{avg}^{-1} \equiv N_{visits}^{-1}$ .

Parte (c): Prova de  $I_{avg} \equiv N_{visits}^{-1}$

Sejam  $k=T./Nodes|$  e  $w=|Nodes|$ . Observe que temos  $k, w > 0$  e que, pelo Lema 6b, podemos escrever  $I_{avg} = k \cdot [(N_{visits}^{-1})^{-1} + w]^{-1}$ . Além disso, veja  $N_{visits}^{-1}$  é sempre positiva, pois  $N_{visits}$  é sempre positiva. Logo, pelo Lema 5b, temos  $I_{avg} \equiv N_{visits}^{-1}$ .

■

## Demonstração do Teorema 8

Este teorema decorre, fundamentalmente, das seguintes seguinte propriedade do máximo (função max), mínimo (min) e média aritmética (avg) de uma sequência:

Para toda seqüência  $\{a_i\}$ , vale:  $\min(\{a_i\}) \leq \text{avg}(\{a_i\}) \leq \max(\{a_i\})$ .

Considerando que as métricas que interessam neste teorema são todas definidas como mínimos, médias aritméticas ou máximos, temos também que:

$$F_{\min} \leq F_{\text{avg}}, \text{ logo } F_{\text{avg}}^{-1} \leq F_{\min}^{-1} \quad (\text{resultado 8-1})$$

$$V_{\min} \leq V_{\text{avg}}, \text{ logo } V_{\text{avg}}^{-1} \leq V_{\min}^{-1} \quad (\text{resultado 8-2})$$

$$I_{\text{avg}} \leq I_{\max} \quad (\text{resultado 8-3})$$

Com isso, podemos demonstrar as três partes do teorema:

Parte (a): Assumindo  $F_{\min}^{-1} \leq k$ . Logo, com base no resultado 8-1 (por transitividade da relação  $\leq$ ), concluímos  $F_{\text{avg}}^{-1} \leq k$ .

Parte (b)

Assumindo  $V_{\min}^{-1} \leq k$ . Logo, pelo resultado 8-2,  $V_{\text{avg}}^{-1} \leq k$ .

Parte (c)

Assumindo  $I_{\max} \leq k$ . Logo, pelo resultado 8-3,  $I_{\text{avg}} \leq k$ .

■

## B.5 Demonstrações da Subseção 4.5.2

### Demonstração do Teorema 9

Sejam  $k=T (>0)$  e  $w=0$ . Neste caso, pelo Lema 3a, temos  $F_{\min}^{-1}=k.V_{\min}^{-1}+w$ . Logo, pelo Lema 5a, temos  $F_{\min}^{-1} \equiv V_{\min}^{-1}$ .

■

### Demonstração do Teorema 10

Neste teorema, consideramos a hipótese implícita (omitida do enunciado na seção 4.5.2) de que  $k$  é positivo.

Vamos também assumir (conforme exposto no enunciado) que  $I_{\max} \leq T \cdot k/(T+k)$ .

Como  $I_{\max}$ ,  $T$  e  $k$  são positivos, podemos concluir que:

$$\frac{1}{I_{\max}} \geq \frac{T+k}{T \cdot k} \quad (\text{resultado 10-1})$$

Agora, para um valor qualquer (fixo) de  $I_{\max}$ , vamos considerar qual seria o mínimo de visitas teórico que algum nó pode vir a ter ao longo de todo o tempo  $T$ . Representaremos este mínimo teórico como  $V_{\min}^*$ .

O mínimo de visitas  $V_{\min}^*$  acontece quando as visitas a algum nó são maximamente espaçadas, ou seja, quando elas ocorrem exatamente a cada  $I_{\max}$  unidades de tempo. Se  $T$  for múltiplo de  $I_{\max}$  essa quantidade de visitas seria dado por (lembrando que o último intervalo não precisa terminar em visita):

$$V_{\min}^* = \frac{T}{I_{\max}} - 1 \quad (\text{resultado 10-2})$$

No caso geral, considerando que  $T$  pode não ser múltiplo de  $I_{\max}$ , a quantidade de visitas mínima seria dada por:

$$V_{\min}^* = \left\lceil \frac{T}{I_{\max}} \right\rceil - 1$$

Logo, com base no Lema 3a, podemos afirmar que a frequência mínima teórica (para um dado valor fixo de  $I_{\max}$ ) seria:

$$F_{\min}^* = \frac{1}{T} \left\lceil \frac{T}{I_{\max}} \right\rceil - \frac{1}{T}$$

Como  $\lceil x \rceil \geq x$ , podemos afirmar:

$$F_{\min}^* \geq \frac{1}{T} \cdot \frac{T}{I_{\max}} - \frac{1}{T} = \frac{1}{I_{\max}} - \frac{1}{T}$$

Logo:

$$F_{\min}^* + \frac{1}{T} \geq \frac{1}{I_{\max}}$$

Por transitividade com o resultado 10-1, podemos afirmar:

$$\begin{aligned} F_{\min}^* + \frac{1}{T} &\geq \frac{T+k}{T \cdot k} \\ F_{\min}^* &\geq \frac{T+k}{T \cdot k} - \frac{1}{T} = \frac{(T+k) - k}{T \cdot k} = \frac{T}{T \cdot k} = \frac{1}{k} \end{aligned}$$

Como  $F_{\min}^*$  é o mínimo teórico, para qualquer trajetória teremos  $F_{\min} \geq F_{\min}^*$ . Logo:

$$F_{\min} \geq \frac{1}{k}$$

Além disso, como  $k > 0$ , podemos concluir, por fim, que:

$$F_{\min}^{-1} \leq k$$

■

## B.6 Demonstrações da Subseção 4.5.3

### Demonstração do Lema 11

Seja  $f(x)=ax+b$  crescente. Logo,  $a>0$ .

Agora, vamos desenvolver a partir da definição de  $R_{f, \max}$ :

$$\begin{aligned} R_{f, \max} &= \max_{x \in \text{Nodes}} \left( \max_{t \in \{1 \dots T\}} f(o_t^x) \right) \\ &= \max_{x \in \text{Nodes}} \left( \max_{t \in \{1 \dots T\}} (a \times o_t^x + b) \right) \quad [\text{pela def. de } f] \\ &= \max_{x \in \text{Nodes}} \left( a \times \max_{t \in \{1 \dots T\}} (o_t^x + b) \right) \quad [\text{ propr. de } \max(.), \text{ válida para } a>0] \\ &= \max_{x \in \text{Nodes}} \left( a \times \max_{t \in \{1 \dots T\}} (o_t^x) + b \right) \quad [\text{ propr. de } \max(.), \text{ para qualquer } b] \\ &= a \times \max_{x \in \text{Nodes}} \left( \max_{t \in \{1 \dots T\}} (o_t^x) \right) + b \quad [\text{mesmas propr. de } \max(.) \text{ acima}] \end{aligned}$$

Note que a expressão com as duas funções  $\max(.)$  aninhadas corresponde à definição da métrica  $O_{\max}$ . Logo:

$$R_{f, \max} = a \cdot O_{\max} + b$$

■

### Demonstração do Teorema 12

Parte (a):

Como  $O_{\max} = I_{\max}$  (Lema 1), estas duas métricas são trivialmente equivalentes.

Parte (b):

Seja  $f(x)=ax+b$  uma função linearmente crescente. Logo,  $a>0$ .

Neste caso, pelo Lema 11, temos  $R_{f, \max} = a \cdot O_{\max} + b$ . Logo, pelo Lema 5a, concluímos que  $R_{f, \max} \equiv O_{\max}$ .

Como já provamos  $O_{\max} \equiv I_{\max}$  no caso a deste teorema, a demonstração desta parte b está encerrada.

■

## B.7 Demonstrações da Subseção 4.5.4

### Demonstração do Teorema 13

Sejam  $k=1/T$  ( $>0$ ) e  $w=0$ . Neste caso, pelo Lema 3c, temos  $F_{stdev} = k \cdot V_{stdev} + w$ . Logo, pelo Lema 5a, temos  $F_{stdev} \equiv V_{stdev}$ .

■



## Demonstração do Teorema 14

Vamos assumir que  $I_{stdv}=0$ . Como esta métrica é o desvio padrão dos intervalos (de todos os nós), isso implica que não há variação entre os intervalos, ou seja, todos os intervalos têm um mesmo comprimento  $i$  (senão, teríamos  $I_{stdv}>0$ ).

Logo, todo nó  $x$  tem a quantidade de visitas (igual para todos) dada por:

$$visits(x) = \frac{T}{i} - 1$$

(A explicação é análoga à do resultado 10-2, pois, como todos os intervalos têm exatamente o mesmo tamanho, isso implica que  $T$  é múltiplo de  $i$ .)

Como todos os nós têm a mesma quantidade de visitas e como  $V_{stdv}$  é o desvio padrão dessas quantidades, concluímos que  $V_{stdv}=0$ . Usando esse valor, concluímos, pelo Lema 3c, que  $F_{stdv}=0$ .

■

## B.8 Demonstrações da Subseção 4.5.6

Com exceção do Lema 19, os lemas desta seção são decorrentes de resultados provados para as médias generalizadas. Já os dois teoremas desta seção são novos (pelo menos na forma em que são apresentados aqui), até onde sabemos. Na demonstração de um deles (o Teorema 18), necessitamos do resultado auxiliar abaixo.

**Lema X2** (envolvendo  $O_{avg}$  e  $I_{qmean}^2/I_{avg}$ )

Com tempo discreto:

$$O_{avg} = \frac{1}{2} \times \left( \frac{I_{qmean}^2}{I_{avg}} \right) + \frac{1}{2}.$$

**Demonstração:**

Na definição de  $O_{avg}$ , podemos remover o fator  $|Nodes|$  do somatório mais externo, pois este fator independe de  $t$ :

$$O_{avg} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left( \frac{1}{|Nodes|} \sum_{x \in Nodes} o_t^x \right) = \frac{1}{T|Nodes|} \sum_{t=1}^T \left( \sum_{x \in Nodes} o_t^x \right)$$

Agora, simplesmente invertendo a ordem dos somatórios, obtemos:

$$O_{avg} = \frac{1}{T|Nodes|} \sum_{x \in Nodes} \left( \sum_{t=1}^T o_t^x \right) \quad (\text{resultado X2-1})$$

Agora, vamos desenvolver, separadamente, o somatório interno do resultado acima.

Da definição de  $\{o_t^x\}$ , sabemos que a soma dos seus termos, corresponde a várias somas de PAs, uma para cada intervalo  $i_j^x$ , assim:

$$\sum_{t=1}^T o_t^x = (1+2+\dots+i_1^x) + (1+2+\dots+i_2^x) + \dots + (1+2+\dots+i_{visits(x)+1}^x) = \sum_{j=1}^{visits(x)+1} (1+2+\dots+i_j^x)$$

Porém, considerando que  $1+2+\dots+n = (n+n^2)/2$ , podemos reexpressar o somatório acima assim:

$$\sum_{j=1}^T o_t^x = \sum_{j=1}^{visits(x)+1} \left[ \frac{i_j^x + (i_j^x)^2}{2} \right] = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{visits(x)+1} [i_j^x + (i_j^x)^2] = \frac{1}{2} \left( \sum_{j=1}^{visits(x)+1} i_j^x + \sum_{j=1}^{visits(x)+1} (i_j^x)^2 \right)$$

Porém, a soma da sequência  $\{i_j^x\}$ , para qualquer nó  $x$ , vale  $T$ . Logo:

$$\sum_{j=1}^T o_t^x = \frac{1}{2} \left( T + \sum_{j=1}^{visits(x)+1} (i_j^x)^2 \right) \quad (\text{resultado X2-2})$$

Substituindo o resultado X2-2 no resultado X2-1 e desenvolvendo, nós obtemos:

$$\begin{aligned} O_{avg} &= \frac{1}{T|Nodes|} \sum_{x \in Nodes} \left[ \frac{1}{2} \left( T + \sum_{j=1}^{visits(x)+1} (i_j^x)^2 \right) \right] = \frac{1}{2T|Nodes|} \sum_{x \in Nodes} \left( T + \sum_{j=1}^{visits(x)+1} (i_j^x)^2 \right) \\ &= \frac{1}{2T|Nodes|} \left[ \sum_{x \in Nodes} T + \sum_{x \in Nodes} \left( \sum_{j=1}^{visits(x)+1} (i_j^x)^2 \right) \right] \\ &= \frac{1}{2T|Nodes|} \left[ T|Nodes| + \sum_{x \in Nodes} \left( \sum_{j=1}^{visits(x)+1} (i_j^x)^2 \right) \right] \end{aligned}$$

Logo:

$$O_{avg} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2T|Nodes|} \sum_{x \in Nodes} \left( \sum_{j=1}^{visits(x)+1} (i_j^x)^2 \right) \quad (\text{resultado X2-3})$$

Agora, vamos partir da definição de  $I_{qmean}$  para obter uma equação para o somatório duplo que aparece no resultado X2-3.

Elevando ao quadrado ambos os lados da definição de  $I_{qmean}$ , obtemos:

$$I_{qmean}^2 = \left[ \sum_{x \in Nodes} \left( \sum_{j=1}^{visits(x)+1} (i_j^x)^2 \right) \right] / N_{intervals}$$

Isolando o somatório duplo da definição, obtemos:

$$\sum_{x \in Nodes} \left( \sum_{j=1}^{visits(x)+1} (i_j^x)^2 \right) = I_{qmean}^2 \times N_{intervals} \quad (\text{resultado X2-4})$$

Agora, usamos o resultado X2-4 para substituir o somatório duplo do resultado X2-3, obtendo:

$$O_{avg} = \frac{1}{2} + \frac{I_{qmean}^2 \times N_{intervals}}{2T|Nodes|} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \left( I_{qmean}^2 \times \frac{N_{intervals}}{T|Nodes|} \right)$$

Com base no resultado 6-3 (obtido na demonstração do Lema 6), vemos que o fator  $N_{\text{intervals}}/T/|\text{Nodes}|$  na equação acima é o inverso de  $I_{\text{avg}}$ . Substituindo e rearrumando, nós obtemos:

$$O_{\text{avg}} = \frac{1}{2} \times \left( \frac{I_{\text{qmean}}^2}{I_{\text{avg}}} \right) + \frac{1}{2}$$

■

### Demonstração do Lema 15

Este é um resultado da literatura de médias generalizadas (Bullen, 2003).

### Demonstração do Lema 16

Este é um resultado da literatura de médias generalizadas (Bullen, 2003).

### Demonstração do Lema 17

Este é um resultado da literatura de médias generalizadas (Bullen, 2003). (Nós também demonstramos este resultado independentemente, mas omitimos a prova por não ser original e para economizar espaço).

### Demonstração do Teorema 18

Seja  $k=w=1/2$ . Assim, pelo Lema X2, temos que  $O_{\text{avg}} = k \times (I_{\text{qmean}}^2/I_{\text{avg}}) + w$ . Logo, usando o Lema 5b, concluímos que  $O_{\text{avg}} \equiv I_{\text{qmean}}^2/I_{\text{avg}}$ .

■

### Demonstração do Lema 19

Desenvolvendo o quadrado do quociente em questão, obtemos:

$$\begin{aligned} \left( \frac{I_{\text{qmean}}^2}{I_{\text{avg}}} \right)^2 &= \left( \frac{I_{\text{avg}}^2 + I_{\text{stdev}}^2}{I_{\text{avg}}} \right)^2 = \frac{I_{\text{avg}}^4 + 2.I_{\text{avg}}^2.I_{\text{stdev}}^2 + I_{\text{stdev}}^4}{I_{\text{avg}}^2} \\ &= I_{\text{avg}}^2 + 2..I_{\text{stdev}}^2 + \frac{I_{\text{stdev}}^4}{I_{\text{avg}}^2} = I_{\text{qmean}}^2 + I_{\text{stdev}}^2 + \frac{I_{\text{stdev}}^4}{I_{\text{avg}}^2} \end{aligned}$$

A primeira igualdade vem da aplicação do Lema 17, para substituir  $I_{\text{qmean}}^2$ . A segunda vem do desenvolvimento da exponenciação. A terceira igualdade é obtida pela simplificação do denominador nos dois primeiros termos. A última igualdade é obtida pela aplicação do Lema 17, dessa vez na ordem inversa, para substituir  $I_{\text{avg}}^2 + I_{\text{stdev}}^2$ .

■

## Explicações Prévias para a Demonstração do Teorema 20

Nesta demonstração, assumimos que os comprimentos dos intervalos (representados pela variável  $i$ ) variam segundo alguma distribuição de probabilidade contínua com função de densidade  $p(i)$  e com suporte em  $[0; I_{\max}]$ . Portanto, a métrica  $PMI_p$  pode ser expressa assim:

$$PMI_p = \int_0^{I_{\max}} p(i) \cdot i^p \cdot di$$

**Fórmula 36:** Cálculo da métrica  $PMI_p$  no caso em que os intervalos seguem uma distribuição contínua de probabilidade  $p(i)$

Porém, essa definição de  $PMI_p$  coincide com o conceito de **p-ésimo momento** de uma distribuição de probabilidade. Assim, na demonstração do Teorema 20, vamos usar fórmulas conhecidas na literatura para calcular o 1º, 2º, 3º e 5º *momentos* de cada distribuição, que vão corresponder, respectivamente, às métricas  $I_{avg}$  ( $=PMI_1$ ),  $I_{qmean}$  ( $=PMI_2$ ),  $PMI_3$  e  $PMI_5$ . O software *Sage* (<http://sagemath.org>), versão 4.7.2, foi usado para cálculos mais avançados.

## Demonstração do Teorema 20

Assumindo que  $I_{\max} > 0$ , provamos a afirmação, separadamente, para cada distribuição, a seguir:

Parte (a): Os intervalos seguem uma distribuição uniforme no intervalo  $[0; I_{\max}]$ .

Neste caso, a função de distribuição de probabilidade seria dada por:  $p(x)=1/I_{\max}$ . Desenvolvendo os momentos desta distribuição, as métricas em questão podem ser expressas assim, neste caso:

$$\begin{aligned} PMI_3 &= \frac{1}{\sqrt[3]{4}} I_{\max} \\ I_{qmean}^2 / I_{avg} &= \frac{2}{3} I_{\max} \\ PMI_5 &= \frac{1}{\sqrt[5]{6}} I_{\max} \end{aligned}$$

É fácil verificar que:  $\frac{1}{\sqrt[3]{4}} \leq \frac{2}{3} \leq \frac{1}{\sqrt[5]{6}}$ . Logo,  $PMI_3 \leq I_{qmean}^2 / I_{avg} \leq PMI_5$ .

■

Parte (b): Os intervalos seguem uma distribuição raised cosine no intervalo  $[0; I_{\max}]$ .

Neste caso, a função de distribuição de probabilidade pode ser expressa assim:

$$p(x) = \frac{1}{I_{\max}} \cdot \cos\left(\frac{(2x - I_{\max})}{I_{\max}} \pi\right) + \frac{1}{I_{\max}}.$$

Desenvolvendo os momentos desta distribuição, as métricas em questão podem ser expressas pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned} PMI_3 &= \sqrt[3]{\frac{1}{4} - \frac{3}{4\pi^2}} \cdot I_{\max} \\ I_{qmean}^2 / I_{avg} &= \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{\pi^2}\right) \cdot I_{\max} \\ PMI_5 &= \sqrt[5]{\frac{2\pi^4 - 15\pi^2 + 45}{12\pi^4}} \cdot I_{\max} \end{aligned}$$

Vê-se que as três métricas acima diferem apenas por fatores constantes. Analogamente à parte a, é fácil verificar que as constantes são tais que:  $PMI_3 \leq I_{qmean}^2 / I_{avg} \leq PMI_5$ .

■

### Demonstração do Teorema 21

Seja  $q > 2$  e seja  $PMI_q \leq k$ .

Neste caso, pelo Lema 15,  $PMI_2 \leq PMI_q$ . Logo, por transitividade,  $PMI_2 \leq k$ . Além disso, como  $I_{qmean} = PMI_2$  (pelo Lema 2b), temos que  $I_{qmean} \leq k$ .

■

## B.9 Demonstrações da Subseção 4.5.7

Antes de demonstrar o Teorema 22, vamos demonstrar o seguinte resultado auxiliar:

**Lema X3** (envolvendo  $O_{avg}$  e  $R_{f,avg}$ )

*Se o tempo for discreto e  $f$  for uma função linearmente crescente dada por  $f(x) = ax + b$ , então  $R_{f,avg} = a \cdot O_{avg} + b$ .*

### Demonstração:

Seja  $f(x) = ax + b$  crescente.

Agora, desenvolvendo o lado direito da definição de  $R_{f,avg}$  usando a definição de  $f$  e, depois, usando propriedades de somatórios (lembrando que  $a$  e  $b$  são constantes que independem do tempo ou dos nós):

$$R_{f,avg} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[ \frac{1}{|Nodes|} \sum_{x \in Nodes} f(o_t^x) \right]$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[ \frac{1}{|Nodes|} \sum_{x \in Nodes} (a \cdot o_t^x + b) \right] \\
&= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[ \frac{1}{|Nodes|} \left( \sum_{x \in Nodes} (a \cdot o_t^x) + \sum_{x \in Nodes} b \right) \right] \\
&= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[ \frac{1}{|Nodes|} \left( a \cdot \sum_{x \in Nodes} o_t^x + b \cdot |Nodes| \right) \right] \\
&= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[ \frac{a}{|Nodes|} \left( \sum_{x \in Nodes} o_t^x \right) + b \right] \\
&= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[ \frac{a}{|Nodes|} \left( \sum_{x \in Nodes} o_t^x \right) \right] + \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T b \\
&= a \cdot \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[ \frac{1}{|Nodes|} \left( \sum_{x \in Nodes} o_t^x \right) \right] + b
\end{aligned}$$

Note que a subexpressão formada pelo fator  $1/T$  e pelo somatório duplo da expressão acima correspondem à definição de  $O_{avg}$ . Logo:  $R_{f,avg} = a \cdot O_{avg} + b$ .

■

## Demonstração do Teorema 22

Seja  $f(x)=ax+b$  uma função de risco linearmente crescente. Logo:  $a>0$ . Pelo Lema X3, temos  $R_{f,avg} = a \cdot O_{avg} + b$ . Assim, pelo Lema 5a, concluímos que  $R_{f,avg} \equiv O_{avg}$ .

Como já provamos que  $O_{avg} \equiv I_{qmean}^2 / I_{avg}$  no Teorema 18, este teorema está provado.

■

## APÊNDICE C

# Mais Detalhes do Mapeamento das Classes da MATP

Este apêndice complementa o mapeamento das classes da MATP que foi apresentado na seção 5.3. Na seção C.1, apresentamos a *lista inicial* com todos os trabalhos (publicações) que foram considerados neste mapeamento, em um primeiro momento. Na seção C.2, apresentamos os critérios de corte aplicados na lista inicial. Na seção C.3, apresentamos a *lista final* dos trabalhos selecionados, com identificadores numéricos para cada trabalho. Na seção C.4, listamos as diretrizes adotadas durante a classificação dos trabalhos da lista final quanto às *classes da MATP* tratadas. Na seção C.5 colocamos um resumo das classes da MATP menos estudadas na literatura.

### C.1 Lista de Trabalhos Inicial

Os trabalhos de pesquisa considerados inicialmente foram *todas* as publicações encontradas ligadas às definições de Patrulha Multiagente compatíveis com a MATP (tais definições foram listadas na subseção 3.3.6). Esta lista de trabalhos foi agrupada com base em dois critérios: primeiramente, eles foram agrupados por grupo de pesquisa; em segundo lugar, agrupamos trabalhos isolados que são baseados em uma mesma definição da Patrulha Multiagente (dentre aquelas listadas no Capítulo 2).

Abaixo, listamos todos os grupos, ordenados cronologicamente, considerando o trabalho mais antigo de cada grupo:

- **Trabalhos do grupo de pesquisa de Koenig** (Koenig e Liu, 2001; Koenig, Szymanski e Liu, 2001; Svennebring e Koenig, 2004)
- **Trabalhos do grupo de pesquisa de Bruckstein** (Yanovski, Wagner e Bruckstein, 2001, 2003; Elor e Bruckstein, 2009a, 2009b, 2009c, 2009d, 2010)

- **Trabalhos ligados à definição A-1** (Nakamura e Sekiguchi, 2001; Martins-Filho e Macau, 2007)
- **Trabalhos do grupo de pesquisa de Geber Ramalho e Patrícia Tedesco, do CIn/UFPE** (Machado et al., 2002a, 2002b; Almeida et al., 2003; Santana et al., 2004; Santana, 2005; Almeida et al., 2004; Menezes, Tedesco e Ramalho, 2006; Chevaleyre et al. 2004a; Chevaleyre, 2004b)
- **Trabalhos do grupo de pesquisa de Sempé e Drogoul** (Sempé e Drogoul, 2003, 2004)
- **Trabalhos ligados às definições M-1 e M-2** (Ruan et al., 2005; Marier, Besse e Chaib-draa, 2010)
- **Trabalhos do grupo de pesquisa de Lauri** (Lauri e Charpillet, 2006; Lauri e Koukam, 2008)
- **Trabalhos do grupo de pesquisa de Simonin e Charpillet** (Chu, et al., 2007; Glad et al., 2008, 2009, 2010)
- **Trabalhos do grupo de pesquisa de Agmon e Kaminka** (Elmaliach, Agmon e Kaminka, 2007; Elmaliach, Shiloni e Kaminka, 2008a, 2008b; Agmon, Urieli e Stone, 2011; Agmon et al., 2012)
- **Trabalhos do grupo de pesquisa de Cannata e Sgorbissa** (Baglietto et al., 2008, 2009; Cannata e Sgorbissa, 2011)
- **Trabalho do grupo de pesquisa de Perron** (Perron, et al., 2008)
- **Trabalho do grupo de pesquisa de Fu** (Fu e Ang Jr., 2009)
- **Trabalhos do grupo de pesquisa de Portugal e Rocha** (Portugal e Rocha, 2010, 2011a, 2011b)
- **Trabalhos do grupo de pesquisa de Pasqualetti** (Pasqualetti, Franchi e Bullo, 2010; Pasqualetti, Durham e Bullo, 2012)
- **Trabalhos do grupo de pesquisa de Smith, ligados à definição A-7** (Smith e Rus, 2010; Smith, Schwager e Rus, 2012)
- **Trabalhos do grupo de pesquisa de Poulet e Corruble** (Poulet et al., 2011; Poulet, Corruble e Seghrouchni, 2012a; 2012b)
- **Trabalhos do grupo de Iocchi, Marchetti e Nardi** (Iocchi, Marchetti e Nardi, 2011)



## C.2 Critérios de Corte

No mapeamento final, foram descartados alguns dos trabalhos da seção anterior com base nos seguintes **critérios de corte**:

- Trabalhos que trazem descrições incompletas dos algoritmos ou dos experimentos, sendo insuficientes para classificar a *classe da MATP* (e.g. Perron et al., 2008; Iocchi, Marchetti e Nardi, 2011).
- Trabalhos que não usam as métricas principais da MATP analisadas no Capítulo 4 (e.g. Ruan et al., 2005; Marier, Besse e Chaib-draa, 2010). Em especial, aqueles que usam apenas as *métricas de tempo de adaptação* (e.g. Svennebring e Koenig, 2004).
- Trabalhos que adotam pesos nos nós e que *não* fazem experimentos ou análises teóricas considerando pesos unitários (e.g. Pasqualetti, Durham e Bullo, 2012).
- Trabalhos que apresentam estudos preliminares, estendidos por outros trabalhos do mesmo grupo (e.g. Baglietto et al., 2008, que foi estendido por Cannata e Sgorbissa, 2011).
- No caso de trabalhos republicados com resultados semelhantes, a publicação menos relevante foi desconsiderada (e.g. Elor e Bruckstein, 2009c, que foi desconsiderado em favor de Elor e Bruckstein, 2010).
- Trabalhos que não apresentam um algoritmo novo ou um algoritmo antigo testado em uma nova classe (e.g. Almeida et al. 2004). Em especial, trabalhos que apenas revisam a literatura (e.g. Portugal e Rocha, 2011a).

O princípio por trás dos critérios acima é que não desejamos classificar cada publicação, mas cada *pesquisa* (ou cada *trabalho de pesquisa*). Por isso, buscamos classificar a classe com base na publicação que melhor apresenta os resultados da pesquisa, descartando as demais publicações. Porém, em alguns casos, entre os trabalhos publicados por um mesmo grupo em uma mesma pesquisa, não encontramos um trabalho que seja individualmente mais geral que os demais, pois as publicações se complementam (e.g. Elmaliach, Shiloni e Kaminka, 2008a; 2008b). Neste caso, seguindo o mesmo princípio, classificamos as publicações conjuntamente, como se fossem uma só (pois, juntas, elas sumarizam uma mesma pesquisa).

Após a aplicação dos critérios explicados nesta seção, obtivemos a *lista final* de trabalhos considerados no mapeamento. Esta lista é apresentada na próxima seção.

### C.3 Lista Final de Trabalhos Analisados

A tabela abaixo apresenta os trabalhos que foram, de fato, considerados no mapeamento das classes da MATP, apresentado na seção 5.3. Cada trabalho é apresentado com o título e com um identificador numérico de dois níveis (e.g. 7.2), que é usado no mapeamento para referenciar o grupo e o seu respectivo trabalho de pesquisa.

**Tabela 43: Trabalhos de pesquisa cujas classes foram classificadas e mapeadas**

<b>1. Trabalhos do grupo de pesquisa de Koenig</b>	
<b>1.1</b>	<i>Efficient and inefficient ant coverage methods</i> (Koenig, Szymanski e Liu, 2001)
<b>2. Trabalhos do grupo de pesquisa de Bruckstein</b>	
<b>2.1</b>	<i>Multi-A(ge)nt Graph Patrolling and Partitioning</i> (Elor, Bruckstein, 2009a)
<b>2.2</b>	<i>Multi-A(ge)nt Deployment and Patrolling on a Ring Graph</i> (Elor e Bruckstein, 2009d)
<b>2.3</b>	<i>Autonomous Multi-agent Cycle Based Patrolling</i> (Elor e Bruckstein, 2010)
<b>3. Trabalhos ligados à definição A-1</b>	
<i>nenhum selecionado</i>	
<b>4. Trabalhos do grupo de pesquisa de Ramalho e Tedesco (CIn/UFPE)</b>	
<b>4.1</b>	<i>Combining Idleness and Distance to design Heuristic Agents for the Patrolling Task</i> (Almeida et al., 2003)
<b>4.2</b>	<i>Multi-Agent Patrolling with Reinforcement Learning</i> (Santana et al., 2004)
<b>4.3</b>	<i>A theoretical analysis of multi-agent patrolling strategies</i> (Chevaleyre et al. 2004a)
<b>4.4</b>	<i>Negotiator Agents for the Patrolling Task</i> (Menezes, Tedesco e Ramalho, 2006)
<b>5. Trabalhos do grupo de pesquisa de Sempé e Drogoul</b>	
<i>nenhum selecionado</i>	
<b>6. Trabalhos ligados às definições M-1 e M-2</b>	
<i>nenhum selecionado</i>	
<b>7. Trabalhos do grupo de pesquisa de Lauri</b>	

<b>7.1</b>	<i>A Two Step Evolutionary and ACO Approach for Solving the Multi-Agent Patrolling Problem</i> (Lauri e Koukam, 2008)
<b>8. Trabalhos do grupo de pesquisa de Glad, Simonin e Charpillet</b>	
<b>8.1</b>	<i>Swarm Approaches for the Patrolling Problem: Information Propagation vs. Pheromone Evaporation</i> (Chu, et al., 2007)
<b>8.2</b>	<i>Influence of Different Execution Models on Patrolling Ant Behaviors: from Agents to Robots</i> (Glad et al., 2010)
<b>9. Trabalhos do grupo de pesquisa de Agmon e Kaminka</b>	
<b>9.1</b>	<i>Multi-Robot Area Patrol under Frequency Constraints</i> (Elmaliach, Agmon e Kaminka, 2007)
<b>9.2</b>	<i>Frequency-Based Multi-Robot Fence Patrolling / A Realistic Model of Frequency-Based Multi-Robot Polyline Patrolling</i> (Elmaliach, Shiloni e Kaminka, 2008a, 2008b)
<b>9.3</b>	<i>Multiagent Patrol Generalized to Complex Environmental Conditions</i> (Agmon, Urieli e Stone, 2011)
<b>9.4</b>	<i>On Coordination in Practical Multi-Robot Patrol</i> (Agmon et al., 2012)
<b>10. Trabalhos do grupo de pesquisa de Cannata e Sgorbissa</b>	
<b>10.1</b>	<i>A Minimalist Algorithm for Multirobot Continuous Coverage</i> (Cannata e Sgorbissa, 2011)
<b>11. Trabalhos do grupo de pesquisa de Perron</b>	
<i>nenhum selecionado</i>	
<b>12. Trabalhos do grupo de pesquisa de Fu e Ang Jr.</b>	
<b>12.1</b>	<i>Probabilistic Ants (PAnts) in Multi-Agent Patrolling</i> (Fu e Ang Jr., 2009)
<b>13. Trabalhos do grupo de pesquisa de Portugal e Rocha</b>	
<b>13.1</b>	<i>On the Performance and Scalability of Multi-Robot Patrolling Algorithms</i> (Portugal e Rocha, 2011b)
<b>14. Trabalhos do grupo de pesquisa de Pasqualetti</b>	
<b>14.1</b>	<i>On Optimal Cooperative Patrolling</i> (Pasqualetti, Franchi e Bullo, 2010)
<b>15. Trabalhos do grupo de pesquisa de Smith e Rus</b>	
<i>nenhum selecionado</i>	
<b>16. Trabalhos do grupo de pesquisa de Poulet e Corruble</b>	
<b>16.1</b>	<i>Auction-based strategies for the open-system patrolling task / Working as a team: using social criteria in the timed patrolling problem</i> (Poulet, Corruble e Seghrouchni, 2012a; 2012b)

<b>17. Trabalhos do grupo de Iocchi, Marchetti e Nardi</b>
<i>nenhum selecionado</i>

## C.4 Diretrizes para Classificação

Nesta seção, descrevemos as diretrizes adotadas na classificação dos trabalhos (da lista final) quanto às *classes de problemas da MATP* que eles abordam. Vamos começar descrevendo as **diretrizes gerais**, ligadas aos próprios propósitos que motivaram a criação da Taxonomia da MATP:

**D1)** O objetivo é classificar o *problema* que foi abordado, considerando os seus detalhes formais, num perspectiva de Sistemas Multiagentes. Em essência, não visamos classificar as características propriamente da *solução*, tais como: aspectos de organização multiagente, de complexidade de algoritmo ou de tempo de convergência. Porém, várias características da solução estão intrinsecamente ligadas ao problema. Em especial, tudo que se relaciona a entrada e saída dos algoritmos. Assim, para definir as classes, um dos pontos principais (mas não o único) que analisamos foram os próprios *algoritmos de patrulha*, para entender qual o conhecimento prévio assumido como entrada, as percepções, seus módulos ou subprocedimentos (e.g. fase de treinamento), entre outras características.

**D2)** Na análise da classe da MATP, não classificamos onde o algoritmo *pode* ser aplicado, mas situações em que eles *foram aplicados* de fato. Assim para classificar algumas características das classe, precisamos analisar as condições sob as quais foram produzidos os principais *resultados de desempenho* (em alguma métrica principal da MATP) descritos no trabalho.

*D2a* – Em trabalhos mais *empíricos*, analisamos os *experimentos* realizados, que devem informar os mapas (e suas características), a métrica, o número de agentes e o tempo de execução, pelo menos.

*D2b* – Em trabalhos de abordagem *teórico-matemática*, analisamos as condições nas quais valem os *teoremas* provados sobre o desempenho do algoritmo.

*D2c* – Se o trabalho teórico também apresentar experimentos quanto ao *desempenho* ou quanto à *capacidade de convergência* do algoritmo para um estado estável,

tais experimentos *são* considerados na classificação da classe<sup>29</sup>. Isso porque esses experimentos são importantes indicadores da aplicabilidade prática do algoritmo.

Alguns trabalhos analisam **classes mistas**, que são situações em que há mais de uma possível classificação para algum dos parâmetros da taxonomia. Alguns exemplos de classes mistos são: (1) quando um trabalho compara vários algoritmos que requerem informações prévias ou percepções distintas; (2) quando um mesmo trabalho trata de topologias distintas, tais como: grafo caminho e árvore; (3) quando um mesmo trabalho usa diversas métricas. Estas são situações que requerem cuidado extra, pois a classificação afeta o entendimento sobre a aplicabilidade dos resultados<sup>30</sup>. Seguem as diretrizes adotadas para classificar trabalhos com classes mistas:

**D3)** – Em classes mistas, em geral, procuramos incluir, no máximo, as três classes mais relevantes, mas reduzimos o número sempre que possível. No mapeamento, diferenciamos as classificações alternativas (quanto a algum parâmetro) por meio do acréscimo de uma letra minúscula ao identificador do trabalho. Os critérios para selecionar as classes são esses:

*D3a* – Preferimos as *classificações mais gerais* na taxonomia, onde a classe mais geral é aquela em que é possível usar algoritmos das outras classes consideradas. (Por exemplo: se um trabalho avalia algoritmos com mensagens globais e locais, classificamos como *mensagens globais*, pois ambos se aplicam a este caso). Porém, há casos em que não é possível dizer que uma das classes é mais geral. (Por exemplo: se um mesmo trabalho tem comunicação por mensagens globais e por *flags*).

*D3b* – Preferimos classes nas quais são apresentados os *resultados mais relevantes*. (Por exemplo: se um trabalho apresenta um algoritmo ótimo para um tipo de grafo e algoritmos sub-ótimos para outros tipos de grafos, o primeiro tipo é preferido).

*D3c* – Preferimos classes relacionadas aos algoritmos *novos* (propostos no trabalho em questão) e de *desempenho mais destacado*.

**D4)** Quando um trabalho adota múltiplas métricas da MATP concomitantemente nos seus *resultados de desempenho*, selecionamos as métricas a serem consideradas assim:

---

<sup>29</sup> Porém, não consideramos experimentos de *tempo de convergência*. Ver diretriz D9.

<sup>30</sup> Lembramos que um dos propósitos da Taxonomia da MATP é o de servir como ferramenta para que sejam evitadas classes mistas ou para que elas sejam adotados com mais clareza e propósito, no futuro

**D4a** – Focamos apenas nas *métricas principais* da MATP, desconsiderando métricas auxiliares.

**D4b** – As métricas  $I_{qmean}$ ,  $O_{avg}$  e  $I_{max}$  são preferidas em detrimento de quaisquer outras, pelos motivos explicados no final da seção 4.5.

**D5)** – Quando a métrica  $O_{avg}$  é adotada, o trabalho recebeu a classificação dupla de *equilíbrio frequência-regularidade* e *risco linear médio*. Porém, não usamos letra para diferenciar classe, porque este último requisito é apenas um caso particular (mais restrito) do primeiro. Outras métricas do equilíbrio frequência-regularidade (e.g.  $I_{qmean}$ ) foram classificadas apenas no seu próprio requisito.

**D6)** Quando há várias topologias, consideramos que há uma classe mista somente se foram usados algoritmos diferentes em cada uma delas. Se foram usados os mesmos algoritmos em todas, classificamos apenas com o valor mais geral que englobe todas as topologias.

**D7)** Em artigos com resultados teóricos dados para grafos *com* e *sem* pesos nas arestas em que os pesos não influenciam nas decisões do algoritmo, consideramos apenas que a classe é *sem peso*. Isso porque, nestes casos, o resultado apresentado para grafos com pesos é pouco conclusivo, pois, tipicamente, podem ser criados ambientes com pesos para deixar o resultado do algoritmo arbitrariamente ruim.

Outras diretrizes importantes seguem abaixo:

**D8)** Quando há experimentos com ambientes cujos tamanhos não são claramente informados, estimamos o tamanho com base nas figuras fornecidas.

**D9)** Em todo tipo de trabalho, experimentos quanto a *tempo de convergência* (para um estado estável de desempenho) foram desconsiderados, pois esse tempo não está ligado a nenhum parâmetro da taxonomia – ele está relacionado, na verdade, às métricas auxiliares.

**D10)** Em casos em que há ambiguidade na caracterização de alguma informação utilizada pelo algoritmo, que faz com ela possa ser entendida como uma *percepção* ou como uma *informação prévia*, damos preferência a esta última interpretação. Esse foi o

caso da classificação de todo algoritmo que precisa conhecer todo o grafo, se o grafo for estático.

**D11)** O *modelo de execução* foi classificado como *tempo real* apenas em trabalhos que: (1) afirmam claramente que consideraram o tempo de computação no tempo do problema, ou (2) que fazem experimentos em robôs reais ou em simuladores de robótica. Nos demais trabalhos, o modelo de execução foi classificado como *baseado em turno*.

As diretrizes abaixo valem para situações mais específicas:

**D12)** Em trabalhos que usam aprendizado *off-line* ou que fazem alguma *computação prévia* (das rotas, propriamente, ou de alguma outra informação usada na estratégia), consideramos que a classe tem essas características:

*D12a* – Ele oferece conhecimento prévio do ambiente e, dependendo do algoritmo, oferece também da sociedade.

*D12b* – Ele oferece percepção *local* do ambiente, a menos que outra percepção mais profunda seja explicitamente informada.

*D12c* – O intervalo de avaliação é classificado como *estado estável*, independentemente das configurações dos experimentos realizados. Isso porque essa pré-computação faz com que a estratégia não tenha a reatividade necessária para lidar com aplicações da classe em que o intervalo de avaliação é *completo*.

**D13)** Quando as rotas de todos os agentes são *pré-calculadas centralizadamente*, um questão que fica em aberto, em alguns trabalhos, é: como essa rota final é compartilhada entre todos os agentes? Se isso não for claramente informado, consideramos que *um* dos agentes faz o cálculo e ele envia *mensagens globais* para todos os demais agentes. (Uma alternativa seria considerar que todos os agentes calculam da mesma forma as rotas e eles têm *percepção global* da sociedade para se coordenarem na execução das rotas. Porém, esta segunda opção seria menos realista e mais difícil de implementar). Ressaltamos que a diretriz anterior também se aplica neste caso.

**D14)** Sobre trabalhos que (1) reportam percepção da ociosidade ou (2) que são inspirados em colônias de formigas, em que cada agente deposita, no nó, um feromônio que decai com o tempo. Nestes casos, consideramos que a comunicação é por *flags*.

*D14a* – No caso (1), consideramos que cada agente deposita, no nó, o instante (*timestamp*) da última visita e, assim, cada agente pode usar esse valor (e o instante atual) para calcular a ociosidade daquele nó facilmente.

*D14b* – Analogamente, no caso (2), consideramos que são depositados, na verdade, os *parâmetros* para calcular o decaimento (e.g. o *timestamp* e o valor anterior do feromônio). Assim, cada agente pode calcular o valor atual do feromônio no momento em que ele percebe o nó. (Caso contrário, teríamos que considerar que o ambiente da MATP pode processar informações em cada nó).

## C.5 Classes da MATP Menos Estudadas

Para cada uma das quatro dimensões da Taxonomia da MATP, listamos os parâmetros em que há classificações pouco estudadas na literatura. Como valor limite máximo para considerar que uma classificação foi negligenciada na literatura, adotamos o percentual de 15% (i.e. até três trabalhos de pesquisa).

A Tabela 44 apresenta os parâmetros e classificações da dimensão *Environment*, junto com o percentual de trabalhos que receberam a respectiva classificação.

**Tabela 44: Classes menos estudadas na dimensão Environment**

Dimensão	Parâmetro	Classificação	Percentual
ENVIRONMENT	Node → Visit Time	retardada	5%
	Node → Visit Effectivity	estocástica	0%
	Edge → Direction	direcionadas	5%
	Size	milhares (ou mais)	5%
	Topological Properties	grafos completos, small-world, etc.	0%
		arbitrária	10%
	Dinamicity	dinâmico (de qualquer tipo)	5%

Primeiro, destacamos que raros trabalhos adotam visitas *retardadas* e, dentre estes, nenhum adota tempos de visitas heterogêneos (distintos) entre os nós. Nenhum trabalho relevante adotou visitas *estocásticas* e só um tratou de arestas *direcionadas*, mas em uma topologia muito simples (ciclo). Quanto à topologia, há diversas classificações teóricas dos grafos que nenhum trabalho de pesquisa explorou individualmente, tais como: *grafos regulares*, *completos*, *3-conectados* e *small-worlds*. Também consideramos relevante destacar a topologia *arbitrária* (planar e não-planar), pois ela foi bem



menos explorada do que a *planar arbitrária*. A próxima tabela apresenta os parâmetros e classificações da dimensão *Agent* que foram menos explorados.

**Tabela 45: Classes menos estudadas na dimensão Agent**

Dimensão	Parâmetro	Classificação	Percentual
AGENT	Prior Info. → Society	total	10%
	Prior Info. → Environ.	parcial	10%
	Perception → Society	local	0%
		não-local	5%
	Perception → Environ.	não-local	0%
	Motion	intermediária	5%

As classificações relacionadas ao conhecimento prévio indicadas acima não são especialmente interessantes de serem adotadas individualmente. Acreditamos que elas são apenas indicativos de que os níveis de informação *total* da sociedade e *parcial* do ambiente são pouco úteis na criação de algoritmos. Percepções *não-locais* (da sociedade e do ambiente) também foram pouco estudadas, provavelmente porque elas são pouco realistas. Percepções da sociedade também foram negligenciadas nas pesquisas. Isso, provavelmente, se deve ao fato de que, na maioria dos trabalhos, a movimentação é *simples* e, por isso, não há choques entre os agentes.

**Tabela 46: Classes menos estudadas na dimensão Society**

Dimensão	Parâmetro	Classificação	Percentual
SOCIETY	Openness	aberta	5%
	Communication	mensagens locais	5%
	Abilities	heterogênea	5%
	Size	agente único	10%

Com relação à sociedade, temos um resumo dos parâmetros e classificações menos estudados na Tabela 46. Destacamos que, apesar de avanços recentes, ainda há espaço para novos estudos com sociedades *abertas* ou com habilidades *heterogêneas*. Classes com *mensagens locais* também merecem ser mais exploradas, até mesmo por serem mais realistas. Por fim, o caso *agente único* pode ser útil como um passo inicial no estudo de outras classes mais complexas, especialmente em estudos teóricos.

Tabela 47: Classes menos estudadas na dimensão Execution &amp; Evaluation

Dimensão	Parâmetro	Classificação	Percentual
EXECUTION & EVALUATION	Metric	regularidade temporal	0%
		visitação mínima	10%
	Interval	completo	15%

A Tabela 47 mostra as classes menos estudadas quanto à dimensão *Execution & Evaluation*. Ela mostra que há poucos trabalhos com intervalo de avaliação *completo*. Este último serviria, em futuras pesquisas, para analisar as estratégias em situações em que elas precisam atuar de forma estável desde o início. Com relação às métricas, o único grupo (requisito) que *nunca* foi explorado foi *regularidade temporal*. Também listamos o grupo de métricas de *visitação mínima*, que nunca foram exploradas individualmente<sup>31</sup> (somente em conjunto com outras métricas).

Destacamos, por fim, que é possível escolher uma classe *nova* não apenas quando um dos parâmetros foi pouco estudado, mas também criando *combinações* incomuns entre eles. Assim, mesmo com as classificações mais estudadas, ainda há espaço para diversas pesquisas novas, se adequadamente combinadas (de forma incomum). Por exemplo, há vários trabalhos com *topologias grids* diversas (25%) ou *com custos* nas arestas (70%), mas apenas um trabalho que combinou esses dois (5%).

---

<sup>31</sup> A situação de *visitação mínima* é a mesma de *total de visitas*, porém não listamos este grupo porque suas métricas são pouco relevantes individualmente, como explicamos no Capítulo 4.