



Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática

Graduação em Engenharia da Computação

Proposta de Ground Penetrating Radar (GPR) para detecção de meios soterrados

Stefano Fatta Laporte

Trabalho de Graduação

Recife
4 de dezembro de 2017

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática

Stefano Fatta Laporte

Proposta de Ground Penetrating Radar (GPR) para detecção de meios soterrados

Trabalho apresentado ao Programa de Graduação em Engenharia da Computação do Centro de Informática da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia da Computação.

Orientador: *Prof. Dr. Odilon Maroja da Costa Pereira Filho*

Recife
4 de dezembro de 2017

*Aos meus avós que foram a base para a construção da
minha família.*

Agradecimentos

Primeiramente gostaria de agradecer aos meus pais, minha irmã e minha namorada por sempre me apoiarem para que eu pudesse alcançar meus objetivos pessoais e profissionais.

Agradeço também a todos os professores que fizeram parte da minha formação acadêmica, em especial ao professor Odilon Maroja, o qual fui monitor desde o sétimo período e aceitou ser meu orientador neste trabalho de graduação.

Por fim agradeço a todos os meus colegas e amigos que me apoiaram, me incentivaram e que fizeram de tudo para que eu pudesse seguir em frente durante todos esses anos de estudo no Centro de Informática.

*Um guerreiro não desiste do que ele ama,
ele encontra amor no que ele faz*

—DAN MILLMAN (O Caminho do Guerreiro Pacífico, 1980)

Resumo

O *Ground Penetrating Radar* (GPR) é uma técnica que utiliza um método eletromagnético de baixas frequências (50 a 900 MHz) para a aquisição de uma grande quantidade de informação espacial em tempo reduzido, com o objetivo de detectar objetos e estruturas presentes no solo. O objetivo deste trabalho é através do conhecimentos no princípios de propagação eletromagnética elaborar um modelo matemático o qual represente o funcionamento do GPR, com a intenção definir a presença de um segundo meio abaixo da camada superficial, e sua profundidade.

Palavras-chave: GPR, Propagação Eletromagnética, *Ground Penetrating Radar*

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Conceitos Básicos	1
1.1.1	Propriedades Elétricas do meio	2
1.1.2	Condutividade elétrica	2
1.1.3	Permissividade elétrica	2
1.1.4	Permeabilidade magnética	2
1.1.5	Impedância intrínseca do meio	2
1.1.6	Coefficiente de reflexão	3
1.1.7	Coefficiente de transmissão	3
2	Trabalhos Relacionados	5
2.1	Bin Wu, Kai Zhao, Ling-Jia Gu, Xiao-Feng, Xing-Ming e Tao Jiang	5
2.2	D. Poljak & V. Doric	5
2.3	D. Uduwawala, M. Norgren e P. Fuks	6
2.4	F.L. Teixeira, Weng Cho Chew, M. Straka, M.L. Oristaglio e T. Wang	6
2.5	K.C. Ho, Lawrence Carin, Paul D. Gader e Joseph N. Wilson	6
3	Experimento	7
3.1	Descrição do experimento	7
3.1.1	Valores dos dielétricos	7
3.1.2	Pulso de entrada	7
4	Algoritmo	13
4.1	Análise simplificada de GPR	13
4.2	Sinal Incidente na antena transmissora	14
4.3	Antena Transmissora	15
4.4	Interface Dielétrica	17
4.5	Potência Recebida na Antena Receptora	19
4.5.1	Tensão recebida na carga da antena receptora	20
4.6	Obtenção do coeficiente de Reflexão a partir do sinal recebido na carga	22
5	Resultados	25
5.1	Reversão utilizando aprendizagem de máquina	25
5.1.1	Montagem do banco de dados	25
5.1.2	Utilização das técnicas de aprendizagem de máquina	27
5.1.3	Análise da Matriz de Confusão	28

6 Conclusão e trabalhos futuros**33**

Lista de Figuras

3.1	Modelo do GPR.	8
3.2	Fasores do pulso de Blackman-Harris.	10
3.3	Pulso de Blackman-Harris.	11
4.1	Representação da configuração da antena.	13
4.2	Representação dos sinais emitidos pela antena.	14
4.3	Interface Dielétrica.	18
4.4	Descrição da potência recebida na antena receptora.	20
4.5	Descrição da tensão na antena receptora.	21
5.1	Valores de gama para o primeiro harmônico.	26
5.2	Valores de gama para o segundo harmônico.	26
5.3	Valores de gama para o terceiro harmônico.	26
5.4	Matriz de confusão Quadratic SVM.	29
5.5	Matriz de confusão Cubic SVM.	30

Lista de Tabelas

3.1	Valores aproximados de condutividade e permissividade elétrica relativa	9
4.1	Parâmetros da antena transmissora.	16
5.1	Parâmetros do banco de dados	25
5.2	Decision Tree	27
5.3	Discriminant Analysis	27
5.4	Support Vector Machines	27
5.5	Nearest Neighbor Classifiers	28
5.6	Ensemble Classifiers	28
5.7	Resultado das técnicas de aprendizagem de máquina.	31

CAPÍTULO 1

Introdução

O Ground Penetrating Radar (GPR) é uma técnica que utiliza ondas eletromagnéticas de baixas frequências (50 a 900MHz), o qual tem o objetivo de mapear estruturas e feições geológicas rasas ou encontrar objetos enterrados [1].

O princípio físico desta técnica consiste em emitir ondas eletromagnéticas geradas através de um pulso de alta/baixa frequência os quais são radiados de forma repetitiva para dentro do terreno por uma antena transmissora. Os valores da atenuação do sinal dependem da frequência a qual a onda é emitida, da profundidade até o elemento condutor e das propriedades elétricas do meio (condutividade elétrica, permissividade elétrica e permeabilidade magnética). Por causa destas características do meio parte deste sinal é refletido e assim esse sinal pode ser recebido por uma antena receptora.

Neste trabalho de graduação o objetivo é descobrir através da comparação do sinal transmitido com o sinal recebido poder identificar os valores do coeficiente de reflexão total do meio e a partir destes valores, utilizando técnicas de aprendizagem de máquina poder identificar a profundidade até o elemento condutor soterrado.

No primeiro capítulo deste trabalho de graduação iremos introduzir alguns conceitos básicos sobre as propriedades elétricas dos materiais para que haja uma base de conhecimento para o desenvolvimento do trabalho. No segundo capítulo serão listados alguns trabalhos que foram utilizados como base para a elaboração deste trabalho. No terceiro capítulo será descrito como será executado o experimento e os parâmetros de entrada. No capítulo seguinte será descrito todo o algoritmo que será utilizado para a geração de resultados dos valores dos coeficientes de reflexão com o método das múltiplas reflexões e com a análise dos sinais emitidos e recebidos pelas antenas transmissora e receptoras. No último capítulo serão mostrados os resultados adquiridos, a montagem do banco de dados de classificação para ser utilizado nas técnicas de aprendizagem de máquina.

1.1 Conceitos Básicos

Para o entendimento do funcionamento do sistema do GPR é necessário ter um conhecimento das equações de Maxwell e assim poder se ter conhecimento dos fundamentos de propagação eletromagnética. As equações de Maxwell regem o comportamento das ondas eletromagnéticas em qualquer meio. Dessa maneira é necessário introduzir alguns conceitos sobre as propriedades elétricas do meio.

1.1.1 Propriedades Elétricas do meio

As propriedades eletromagnéticas dos materiais dependem de sua composição e umidade, pois ambos controlam a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas e suas atenuações [1].

As propriedades elétricas dos materiais que serão levadas em consideração neste trabalho serão: condutividade elétrica, permissividade elétrica, permeabilidade magnética e impedância intrínseca do meio. A partir destes conceitos básicos serão descritos os coeficientes de reflexão e transmissão, os quais serão essenciais para o desenvolvimento do modelo matemático baseado nas múltiplas reflexões na interface dielétrica.

1.1.2 Condutividade elétrica

Unidade expressa em siemens por metro (S/m) ou mhos por metro ($\Omega^{-1}m^{-1}$), a condutividade (σ) pode ser considerada como a capacidade de conduzir corrente elétrica em um meio.[1] Para a definição do valor da condutividade é dada pela lei de Ohm, que relaciona a densidade de corrente de condução ($\vec{J}$) e o campo elétrico ($\vec{E}$) é descrita na equação 1.1:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (1.1)$$

1.1.3 Permissividade elétrica

A permissividade elétrica é uma grandeza que descreve como o campo elétrico afeta e é afetado por um meio. Esta constante é determinada pela habilidade de um material se polarizar a um campo elétrico aplicado, podendo assim cancelar parcialmente o campo dentro do material.

A permissividade elétrica do meio (ϵ) está relacionada com a permissividade elétrica no vácuo ($\epsilon_0 = 8.8541 \times 10^{-12} F/m$) com a permissividade relativa (ϵ_r):

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 \quad (1.2)$$

1.1.4 Permeabilidade magnética

A permeabilidade magnética é uma grandeza que descreve o valor magnético de um meio. A permeabilidade magnética no vácuo ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} N/A^2$), segundo as equações de Maxwell, tem relação com a permissividade elétrica no vácuo (ϵ_0) e a velocidade da luz ($c = 3 \times 10^8 m/s$):

$$\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \quad (1.3)$$

1.1.5 Impedância intrínseca do meio

A impedância intrínseca do meio (η) é a taxa de relação entre as intensidades de campos elétricos e magnéticos, medida em ohms (Ω) que se propagam pelo meio:

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (1.4)$$

1.1.6 Coeficiente de reflexão

O coeficiente de reflexão representa a quantidade de sinal que deverá ser refletido ao incidir em um meio, isso se dá pela variação nas propriedades de um meio para o outro, causando uma impedância elétrica na interface que separa os meios. O coeficiente de reflexão pode ser descrito como uma relação (1.5) entre as impedâncias intrínsecas do meio de origem (η_0) e o meio destino (η).

$$\Gamma = \frac{\eta - \eta_0}{\eta + \eta_0} \quad (1.5)$$

Este coeficiente de reflexão só é válido para incidências perpendiculares de ondas planas nas interfaces dos meios.

1.1.7 Coeficiente de transmissão

O coeficiente de transmissão pode ser considerado o contrário do coeficiente de reflexão. Ele indica a quantidade de campo elétrico será transmitida de um meio para outro. De maneira geral pode-se representar o coeficiente de transmissão por:

$$\tau = \frac{2\eta}{\eta + \eta_0} \quad (1.6)$$

Trabalhos Relacionados

Nesta seção serão mostrados alguns trabalhos que estão relacionados a este trabalho de graduação. Todos os artigos que serão apresentados estão relacionados a o uso da tecnologia do GPR, porém com abordagens diferentes.

2.1 Bin Wu, Kai Zhao, Ling-Jia Gu, Xiao-Feng, Xing-Ming e Tao Jiang

O artigo *A Novel Method for Wideband Pulsed Eletromagnetic Wave Propagation Characteristic Analysis in Layered Medium*[2] aborda o funcionamento do GPR para a detecção de objetos soterrados e características do meio através da emissão e recepção de pulsos eletromagnéticos. O artigo apresenta como a onda eletromagnética do pulso emitido pelo GPR se comporta na propagação em meios diferentes através do Método das camadas médias.

No desenvolvimento do projeto a primeira etapa é estabelecer um modelo de camadas, para assim, a partir da emissão do pulso do GPR poder decompor-lo em componentes de frequência usando a transformada de Fourier. Para cada componente de frequência, as ondas refletidas e transmitidas de cada interface são calculadas. Com todas as ondas de reflexão calculadas, assim são transformadas usando a transformada inversa de Fourier e são re combinadas no eco do GPR no domínio do tempo. A partir dessa etapa é possível analisar as características da propagação utilizando a onda real emitada pelo GPR e o eco recebidos pelo GPR, a fim de poder detectar as características do meio.

A combinação dos ecos no domínio do tempo podem efetivamente resolver problemas de coerência das ondas eletromagnéticas, então o método desenvolvido neste artigo gera grandes vantagens no estudo de características de propagação eletromagnética pulsadas pelo GPR em camadas subterrâneas.

2.2 D. Poljak & V. Doric

O artigo *Transmitted field in the lossy ground from ground penetrating radar (GPR) dipole antenna*[3] trata da análise do campo elétrico transmitido para o solo através de um GPR com antena de dipolo. Os autores utilizam a formulação no domínio da frequência baseada na equação integro-diferencial de Pocklington. Também é levado em consideração a a influência da interface terra-ar através dos coeficientes de transmissão e reflexão simplificados de acordo com a Teoria da Imagem Modificada (MIT - *Modified Image Theory*).

2.3 D. Uduwawala, M. Norgren e P. Fuks

O artigo *A Complete FDTD Simulation of a Real GPR Antenna System Operating Above Lossy and Dispersive Ground*[4] utiliza o método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) para analisar um sistema de antenas do GPR de forma prática, para a detecção de tubos de metal e plásticos enterrados, que funciona levando em consideração a perda e dispersão. O solo considerado neste artigo é modelado pelo modelo Debye de dois termos com condutividade estática e é combinado com dois tipos de solos usando ajustes de curva. Também são levados em consideração para a modelagem de um GPR real a rugosidade da superfície do solo e a não-homogeneidade do solo. Como resultado são apresentados os efeitos das propriedades do solo na resposta do GPR e na impedância de entrada.

2.4 F.L. Teixeira, Weng Cho Chew, M. Straka, M.L. Oristaglio e T. Wang

O artigo *Finite-Difference Time-Domain Simulation of Ground Penetrating Radar on Dispersive, Inhomogeneous, and Conductive Soils*[5] aborda uma formulação numérica tridimensional (3-D) para a simulação de um GPR em solos dispersivos e não homogêneos com perdas de condutividade. Os autores utilizam o método de FDTD para discretizar as equações diferenciais parciais dos campos eletromagnéticos para o domínio do tempo. A dispersão do solo é modelada pelos modelos de Lorentz e Debye e são incorporados ao FDTD usando técnicas de convolução recursiva linear (PLRC). Os parâmetros de dispersão do solo são obtidos ajustando o modelo de dados as medidas experimentais.

2.5 K.C. Ho, Lawrence Carin, Paul D. Gader e Joseph N. Wilson

O artigo *An Investigation of Using the Spectral Characteristics From Ground Penetrating Radar for Landmine/Clutter Discrimination*[6] discute o uso dos espectros no domínio da frequência usado pelo GPR para melhorar a detecção de minas plásticas de baixa dispersão e reduzir o número de alarmes falsos resultante dos resultados. A motivação do artigo se dá pelo fato de que os objetos soterrados possuem diferentes formatos e/ou composição, produzindo assim diferentes espectros de densidade de energia (EDS) que podem ser explorados. Segundo os autores estes dados também podem ser obtidos no domínio do tempo, mas usando o domínio da frequência é possível remover a fase, se desejado, e poder revelar melhor as características espaciais e assim obter uma maior robustez. O artigo aplica a técnica de FDTD para estabelecer uma base teórica.

CAPÍTULO 3

Experimento

Este capítulo será descrito como foi realizado o experimento para a obtenção dos valores dos coeficientes de reflexão para cada um dos três harmônicos do GPR.

3.1 Descrição do experimento

O experimento a ser realizado neste trabalho de graduação será uma simulação do funcionamento do GPR na situação descrita na figura 3.1. O modelo possui duas antenas, uma transmissora e outra receptora, uma camada dielétrica, de profundidade d chamada de *Meio1* e um meio condutor. A antena transmissora, que está na superfície (ar) e a uma altura h , irá emitir um campo elétrico a partir de um pulso elétrico descrito na seção 3.1.2, o qual incidirá no *Meio1*. O campo elétrico incidente terá uma parte refletida parcialmente de volta para a superfície e captada pela antena receptora, e outra parte que irá penetrar no *Meio1* e ir de encontro com o meio condutor. O campo incidente no meio condutor será refletido de volta para o *Meio1*, então assim o campo irá de encontro a interface que separa o *Meio1* e o ar. Nesta interface o campo terá uma parte refletida de volta para o *Meio1* e uma parte será transmitida para o ar e captada pela antena transmissora. Este processo de múltiplas reflexões no *Meio1* irá ocorrer de forma infinita.

A partir dos valores dos campos que são captados pela antena receptora será feita uma análise comparando com o sinal emitido pela antena transmissora com o objetivo de descobrir qual são os valores do coeficiente de reflexão do meio 1 e assim poder gerar um banco de dados com os valores do coeficiente de reflexão, profundidade e a classe do *Meio1*. Este banco de dados será utilizado em técnicas de classificação usando aprendizado de máquina.

3.1.1 Valores dos dielétricos

Para a geração do banco de dados e cálculo dos coeficientes de reflexão foram utilizados 9 elementos distintos. Os valores aproximados de condutividade (σ) e permissividade elétrica relativa (ϵ_r) foram retirados do artigo do Beres[8].

3.1.2 Pulso de entrada

Para poder calcular os valores dos coeficientes de reflexão é necessário ter um pulso como entrada na antena transmissora e tê-lo como base para comparação ao sinal que será recebido pela carga na antena receptora. O pulso escolhido para ser utilizado como entrada da antena

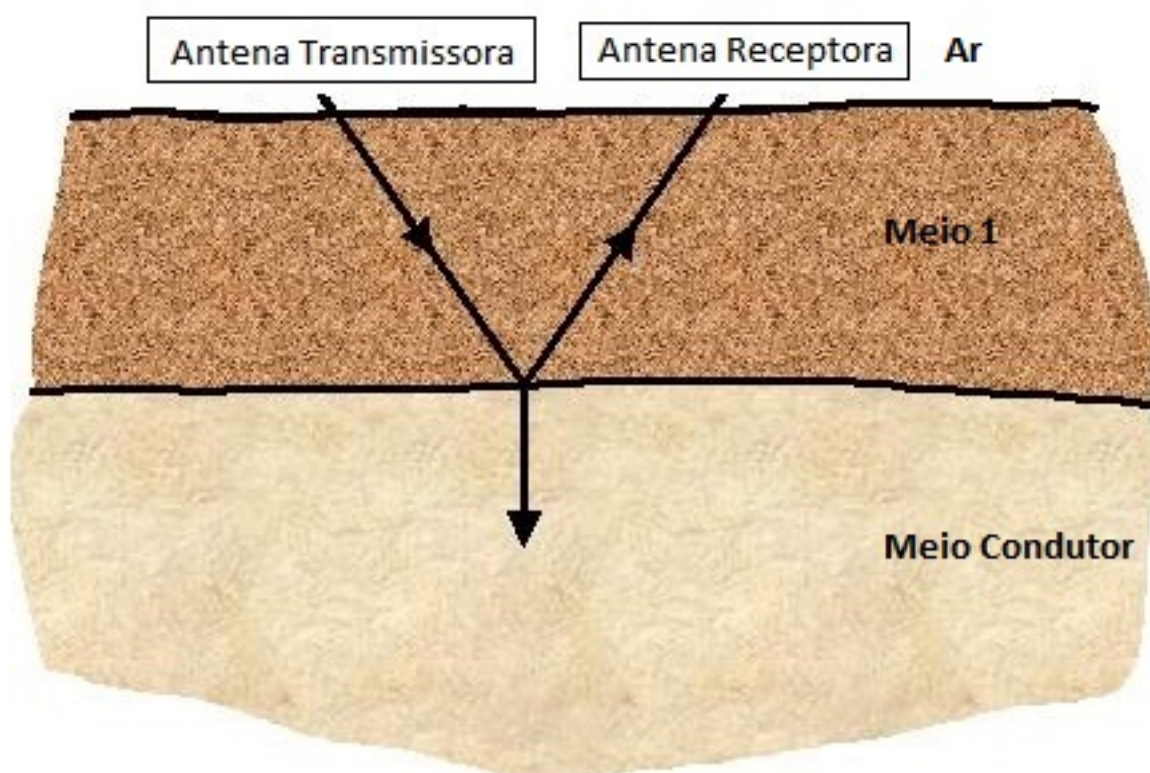


Figura 3.1 Modelo do GPR

Material	σ (mhos/metro)	ϵ_r
Areia seca	10^{-7}	6
Areia úmida	10^{-4}	30
Silt saturado	10^{-3}	10
Granito úmido	10^{-3}	7
Granito Seco	10^{-8}	5
Limestone	10^{-9}	7

Tabela 3.1 Valores aproximados de condutividade e permissividade elétrica relativa

transmissora foi o pulso derivado de Blackman-Harris [7] por causa do seu formato simples, fácil representação e semelhança a um pulso senoidal. A representação do pulso pode ser vista na figura 3.3, enquanto a representação numérica está descrita em (3.1).

$$d_b(t) = \begin{cases} -\sum_{n=1}^3 a_n n \sin\left(\frac{2\pi n t}{T}\right), & 0 < t < T \\ 0, & \text{Caso contrário} \end{cases} \quad (3.1)$$

Os parâmetros para o pulso são os seguintes:

1. $f_{bw} \equiv$ frequência de meia banda, é a frequência a qual a potência é reduzida a metade na faixa de passagem.

$$f_{bw} = 100 \text{ MHz}$$

2. $T \equiv$ largura do pulso de Blackman-Harris e período da série de Fourier

$$T = \frac{1.55}{f_{bw}}$$

3. $f_0 \equiv$ frequência fundamental

$$f_0 = \frac{1}{T}$$

$$4. \ a = \begin{pmatrix} -0.488 \\ 0.145 \\ -0.0102 \end{pmatrix}$$

Outro fator que levou a escolha deste pulso foi a sua resposta no domínio da frequência, pois esse pulso possui apenas três harmônicos relevantes, o que facilita a nos cálculos dos coeficientes de reflexão.

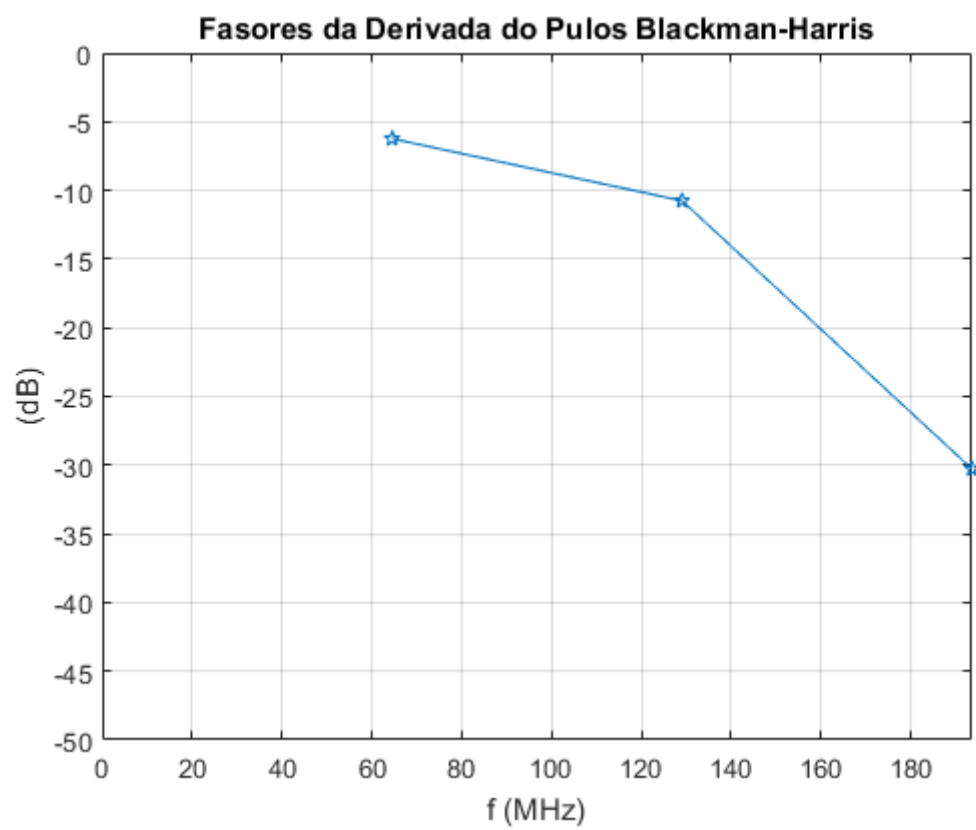


Figura 3.2 Fasores do pulso de Blackman-Harris

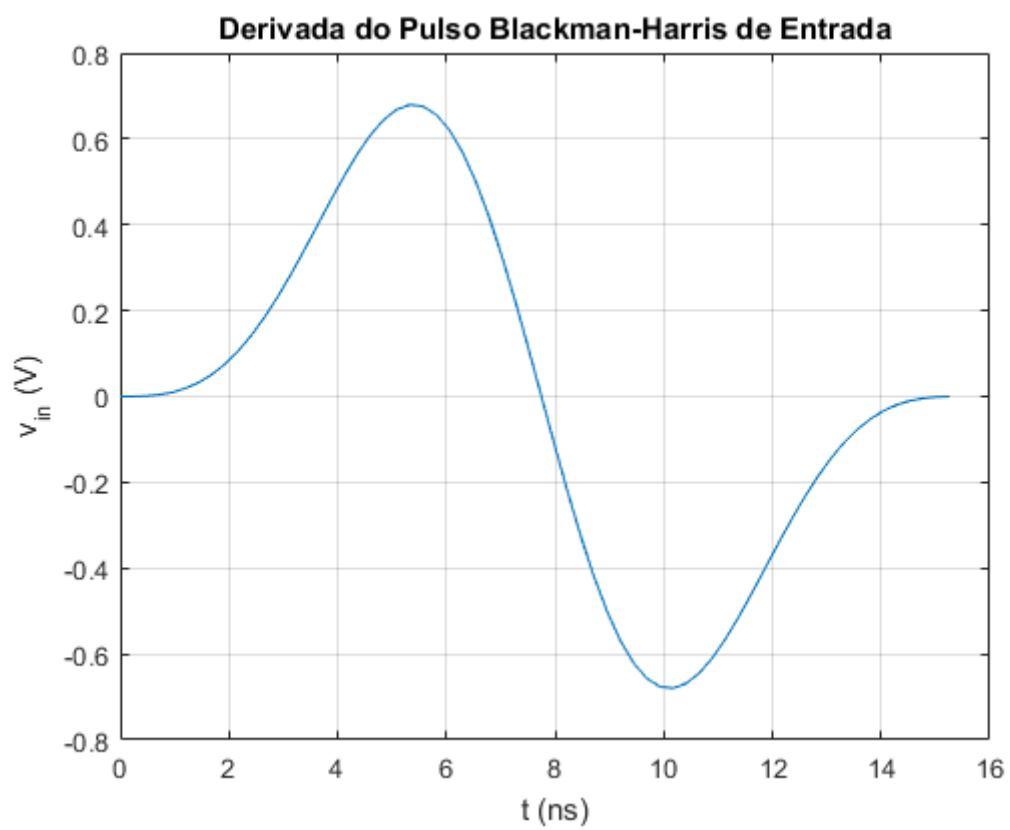


Figura 3.3 Representação do pulso derivado pulso de Blackman-Harris

CAPÍTULO 4

Algoritmo

Neste capítulo serão descritos todos os cálculos feitos para a execução do experimento e a obtenção dos resultados.

4.1 Análise simplificada de GPR

O algoritmo que será estudado neste trabalho trata-se de uma análise simplificada do funcionamento do GPR. Para isso será necessário levar em consideração algumas aproximações para o entendimento do problema.

1. A altura h da antena transmissora em relação ao solo é grande o suficiente para que a onda esférica possa ser aproximada por uma onda plana

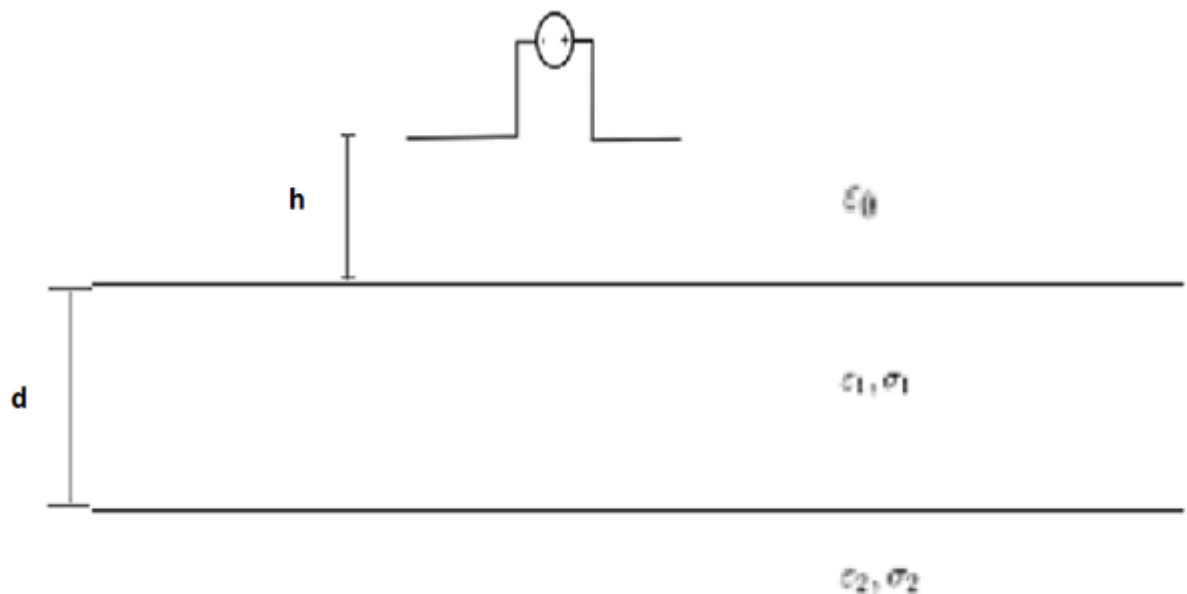


Figura 4.1 Representação da configuração da antena.

2. Supondo-se uma antena receptora próxima à transmissora (ou a mesma antena usada para transmissão e recepção), a aproximação de raios (alta frequência) indica que apenas as ondas normais à interface contribuirão para o sinal recebido

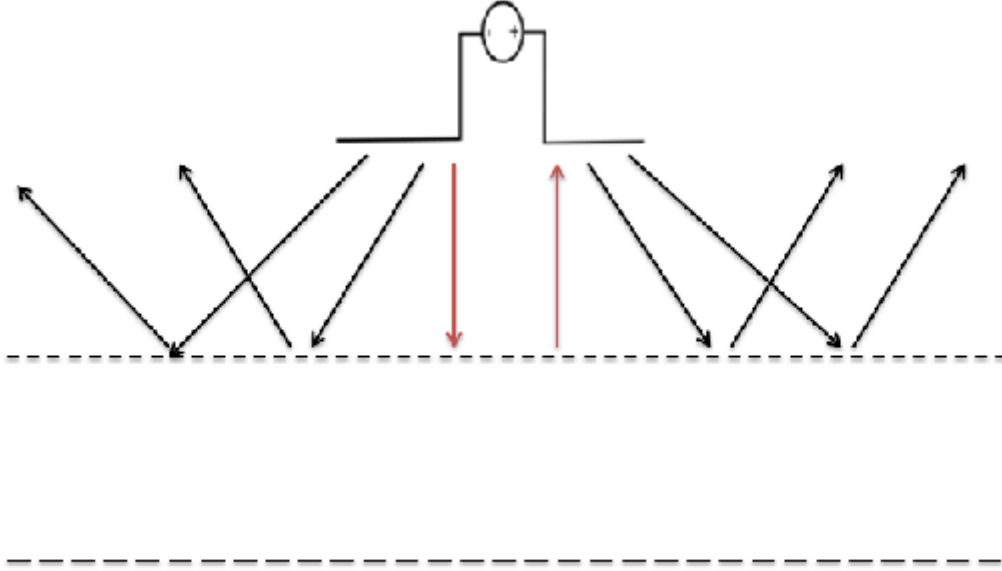


Figura 4.2 Representação dos sinais emitidos pela antena .

4.2 Sinal Incidente na antena transmissora

Considerando $Z_{in}(f)$, $G(f)$ e $V_{in}(t)$, respectivamente, como a impedância de entrada no domínio da frequência, ganho da antena no domínio da frequência e o sinal periódico obtido pela repetição da derivada do pulso Blackman-Harris teremos:

$$V_{in}(t) = d_b(t) = \frac{T_b}{2\pi} b'(t) = - \sum_{n=1}^3 a_n n \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n t}{T_b}\right) \quad (4.1)$$

Desta forma é possível fazer uma representação espectral do sinal incidente.

$$V_{in}(t) = \sum_{n=1}^3 -a_n n \frac{e^{j\frac{2\pi}{T_b} n t} - e^{-j\frac{2\pi}{T_b} n t}}{2j}$$

$$V_{in}(t) = \sum_{n=1}^3 -a_n n \frac{e^{j\frac{2\pi}{T_b} n t} - e^{-j\frac{2\pi}{T_b} n t}}{2j}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{n=1}^3 j \frac{a_n n}{2} [e^{j \frac{2\pi}{T_b} n t} - e^{-j \frac{2\pi}{T_b} n t}] \\
&= \sum_{n=1}^3 (j \frac{a_n n}{2} e^{j \frac{2\pi}{T_b} n t} - j \frac{a_n n}{2} e^{-j \frac{2\pi}{T_b} n t}) \\
&= \sum_{n=1}^3 (j \frac{a_n n}{2} e^{j \frac{2\pi}{T_b} n t}) + (j \frac{a_n n}{2} e^{j \frac{2\pi}{T_b} n t})^* \\
&= \sum_{n=1}^3 \text{Re}[j n a_n e^{j \frac{2\pi}{T_b} n t}] \\
V_{in}(t) &= \sum_{n=1}^3 \text{Re}[V_i(n f_0) e^{j 2\pi n f_0 t}] \tag{4.2}
\end{aligned}$$

Em que:

$$V_i(n f_0) = j n a_n \tag{4.3}$$

Para o sinal incidente $V_i(t)$ existem apenas três harmônicos nas frequências f_0 , $2f_0$ e $3f_0$, onde $f_0 = \frac{1}{T_b}$, e os fasores de cada harmônico é definido por 4.3.

4.3 Antena Transmissora

A antena transmissora será aproximada a uma antena de dipolo a qual possui as seguintes parâmetros:

1. Ganho da antena (G_{Tx}) na direção $-\hat{a}_z$ nas frequências f_0 , $2f_0$ e $3f_0$;
2. Fase ($\angle T_x$) da componente tangencial do campo elétrico em relação a corrente;
3. Resistência de entrada na antena transmissora (R_{inTx});
4. Reatância de entrada da antena transmissora (X_{inTx})

Os valores dos parâmetros da antena repectora utilizados no experimento estão na Tabela 4.1.

Assim devemos definir a potência de entrada da antena transmissora a fim dessa potência poder se transformar no campo elétrico emitido. Para isso devemos considerar que para cada harmônico existe uma potência relacionada:

$$P_t(f) = \text{Re}[\frac{1}{2} V_i(f) I_i^*(f)]$$

Paramêtros	f_0	$2f_0$	$3f_0$
GTx	4	4	4
faseTx	0	0	0
RinTx	50	50	50
XinTx	0	0	0

Tabela 4.1 Parâmetros da antena transmissora.

$$= Re\left[\frac{1}{2} \frac{|I_i(f)|^2}{|Z_{in}(f)|}\right]$$

$$P_t(f) = \frac{1}{2} \frac{|V_i(f)|^2}{|Z_{in}(f)|^2} R_{in}(f) \quad (4.4)$$

A partir disso devemos usar a densidade de potência que está relacionada como uma função da potência radiada por uma antena (P_{rad}), o ganho da antena (G_t) e a área que a potência se irradia conforme (4.5).

$$S = \frac{P_{rad}(f)G_t(f)}{4\pi h^2} \quad (4.5)$$

A densidade de potência também pode ser escrita como uma relação do módulo do campo elétrico conforme (4.6)

$$S = \frac{1}{2\eta_0} |E_0(f)|^2 \quad (4.6)$$

A partir da amplitude da onda incidente em $z = 0$, temos que para cada componente de frequência do pulso transmitido a magnitude do campo (fasor) a uma distância h da antena (de ganho $G_t(f)$), assim igualando (4.5) e (4.6) teremos:

$$\frac{P_{rad}(f)G_t(f)}{4\pi h^2} = \frac{1}{2\eta_0} |E_0(f)|^2$$

$$P_{rad} = \frac{2\pi h^2}{\eta_0} \frac{|E_0(f)|^2}{G_t(f)} \quad (4.7)$$

Em que (4.7) indica a potência irradiada, assim podemos relacioná-la a potência transmitida através do produto com a eficiência da antena transmissora (ϵ_t):

$$P_{rad} = \epsilon_t P_t \quad (4.8)$$

Se considerarmos que a antena transmissora tem uma eficiência de 100 % com (4.4), (4.7) e (4.8) teremos o valor absoluto do campo elétrico:

$$\frac{2\pi h^2}{\eta_0} \frac{|E_0(f)|^2}{G_t(f)} = \frac{1}{2} \frac{|V_i(f)|^2}{|Z_{in}(f)|^2} R_{in}(f)$$

$$\begin{aligned}
|E_0(f)|^2 &= \frac{\eta_0}{4\pi h^2} G_t(f) |V_i(f)|^2 \frac{R_{in}(f)}{|Z_{in}(f)|^2} \\
|E_0(f)| &= \sqrt{\frac{\eta_0}{4\pi h^2} \frac{G_t(f) R_{in}(f)}{|Z_{in}(f)|^2}} |V_{in}(f)| \\
|E_0(f)| &= \sqrt{\frac{\eta_0}{4\pi} G_t(f) R_{in}(f)} \frac{|V_{in}(f)|}{h |Z_{in}(f)|} \quad (4.9)
\end{aligned}$$

Agora partindo da fase da onda incidente em $z = 0$, teremos que levar em consideração dois pontos:

1. Para uma antena qualquer o fasor campo é proporcional ao fasor corrente de excitação mais alguma fase

$$E_0(f) \propto I_{in}(f) e^{j\phi(f)} = \frac{V_{in}(f)}{Z_{in}(f)} e^{j\phi(f)} \quad (4.10)$$

2. Em campo distante, a uma distância h da fonte temos

$$E_0(f) \propto \frac{e^{-jk_0 h}}{h} \quad (4.11)$$

Assim a partir de (4.9), (4.10) e (4.11), considerando $\hat{a}_E$ como a direção do campo incidente no plano xy , teremos:

$$E_0(f) = \sqrt{\frac{\eta_0}{4\pi} G_t(f) R_{in}(f)} \frac{e^{-jk_0 h}}{h} \frac{V_{in}(f)}{Z_{in}(f)} e^{j\phi(f)} \hat{a}_E \quad (4.12)$$

4.4 Interface Dielétrica

A partir da interface dielétrica descrita na figura acima, iremos definir a magnitude do campo elétrico refletido no ar através do método das múltiplas reflexões. Considerando que o meio 0 seja o ar, e que o meio 2 seja o meio condutor e que o meio 1 é aquele que desejamos descobrir, podemos definir os campos elétricos para cada meio, considerando $k = \sqrt{\omega\mu\epsilon}$ como o número de onda, da seguinte forma:

1. Meio 0 (Ar)

- Incidente:

$$\vec{E}_0^i = E_0 e^{jk_0 z} \hat{a}_x \quad (4.13)$$

- Refletido:

$$\vec{E}_0^r = E_0 \Gamma e^{-jk_0 z} \hat{a}_x \quad (4.14)$$

2. Meio 1

$$\vec{E}_1 = E_1^- e^{jk_1 z} \hat{a}_x + E_1^+ e^{-jk_1 z} \hat{a}_x \quad (4.15)$$

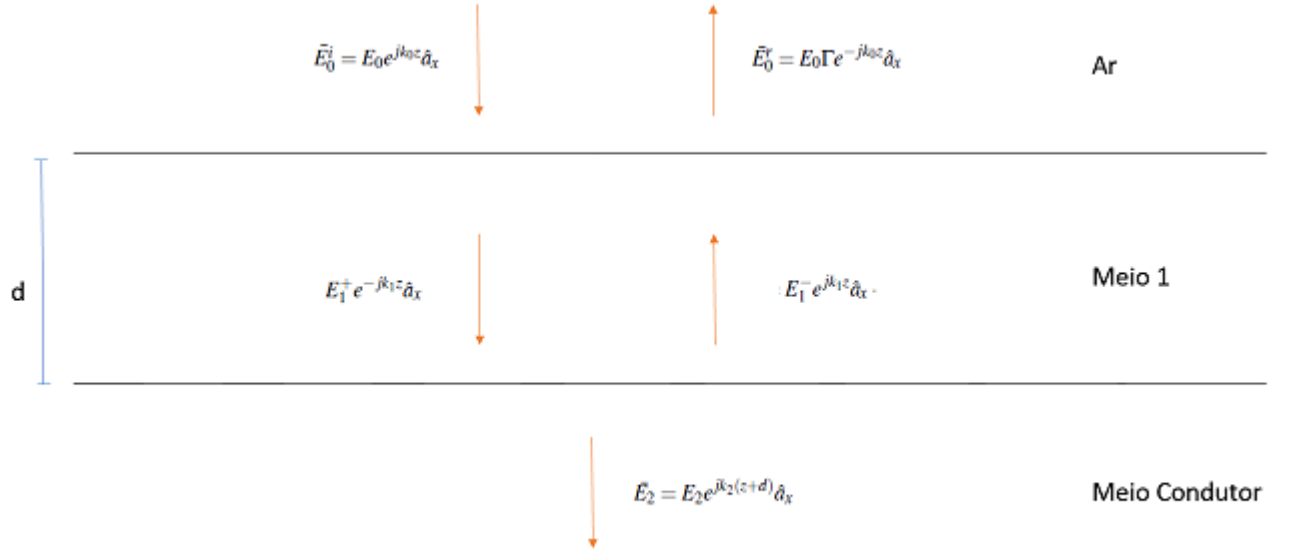


Figura 4.3 Representação da interface dielétrica sugerida no trabalho

3. Meio 2 (Condutor)

$$\vec{E}_2 = E_2 e^{jk_2(z+d)} \hat{a}_x \quad (4.16)$$

Para ser feita a análise transiente do comportamento das ondas é necessário definir os coeficientes de transmissão e reflexão das ondas nas interfaces.

1. Passagem do ar para o meio 1:

$$\Gamma_{01} = \frac{\eta_1 - \eta_0}{\eta_1 + \eta_0} \quad (4.17)$$

$$\tau_{01} = \frac{2\eta_1}{\eta_1 + \eta_0} \quad (4.18)$$

2. Passagem do meio 1 para o meio condutor:

$$\Gamma_{12} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \quad (4.19)$$

$$\tau_{12} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} \quad (4.20)$$

3. Passagem do meio 1 para o ar:

$$\Gamma_{10} = \frac{\eta_0 - \eta_1}{\eta_0 + \eta_1} = -\Gamma_{01} \quad (4.21)$$

$$\tau_{10} = \frac{2\eta_0}{\eta_0 + \eta_1} \quad (4.22)$$

Desta forma podemos encontrar o valor do coeficiente de reflexão total no ar Γ , levando em consideração as múltiplas reflexões que ocorrem no meio 1:

$$\begin{aligned}\Gamma &= \Gamma_{01} + \tau_{01}e^{-jk_1d}\Gamma_{12}e^{-jK_1d}\tau_{10} + \Gamma_{01} + \tau_{01}e^{-jk_1d}\Gamma_{10}e^{-jK_1d}\Gamma_{12}e^{-jK_1d}\Gamma_{12}e^{-jK_1d}\tau_{10} + \dots \\ &= \Gamma_{01} + \tau_{01}e^{-jk_12d}\Gamma_{12}\tau_{10}(1 + \Gamma_{10}\Gamma_{12}e^{-jk_12d} + \dots)\end{aligned}\quad (4.23)$$

Tomando o termo $1 + \Gamma_{10}\Gamma_{12}e^{-jk_12d} + \dots$ como uma progressão geométrica de termo inicial $a_0 = 1$ e razão $q = \Gamma_{10}\Gamma_{12}e^{-jk_12d}$ temos que a soma dessa progressão infinita dada por:

$$Soma_{pg} = \frac{1}{1 - q} = \frac{1}{1 - \Gamma_{10}\Gamma_{12}e^{-jk_12d}} \quad (4.24)$$

Daí substituindo o termo (4.24) em (4.23) teremos o valor do coeficiente de reflexão total no ar:

$$\Gamma(f) = \Gamma_{01} + \frac{\tau_{01}e^{-jk_12d}\Gamma_{12}\tau_{10}}{1 - \Gamma_{10}\Gamma_{12}e^{-jk_12d}} \quad (4.25)$$

Assim teremos a magnitude do campo elétrico refletido no ar a partir de (4.14) e de (4.25):

$$E_0^r(f) = E_0(f)\Gamma(f) = E_0(f)\left[\Gamma_{01} + \frac{\tau_{01}e^{-jk_12d}\Gamma_{12}\tau_{10}}{1 - \Gamma_{10}\Gamma_{12}e^{-jk_12d}}\right] \quad (4.26)$$

4.5 Potência Recebida na Antena Receptora

Analisando um feixe de ângulo sólido $d\Omega$, bem pequeno, incidindo sobre a interface em $z = 0$, teremos que a onda refletida também forma um feixe de mesmo ângulo sólido $d\Omega$, partindo de $z = -h$ ($x = y = 0$). Igualando a potência do feixe refletido na interface em $z = 0$ e em $z = h$ temos:

$$\begin{aligned}S^r(z=0)h^2d\Omega &= S^r(z=h)(2h)^2d\Omega \\ \frac{1}{2\eta_0}|E_0^r|^2h^2d\Omega &= \frac{1}{2\eta_0}|E_h^r|^24h^2d\Omega \\ |E_h^r| &= \frac{1}{2}|E_0^r|\end{aligned}$$

Além disso a onda refletida percorre uma distância h no ar, de $z = 0$ a $z = h$, assim:

$$E_h^r = \frac{1}{2}E_0^re^{-jk_0h} \quad (4.27)$$

Dessa forma a potência recebida na antena receptora, para cada harmônico é definida por (4.28):

$$\begin{aligned}P_r(\omega) &= S^r(z=h)A_e^r = \frac{1}{2\eta_0}|E_h^r|^2\frac{\lambda^2}{4\pi}G_r(\omega) \\ P_r(\omega) &= \frac{|E_h^r|^2\lambda^2}{8\eta_0\pi}G_r(\omega)\end{aligned}\quad (4.28)$$

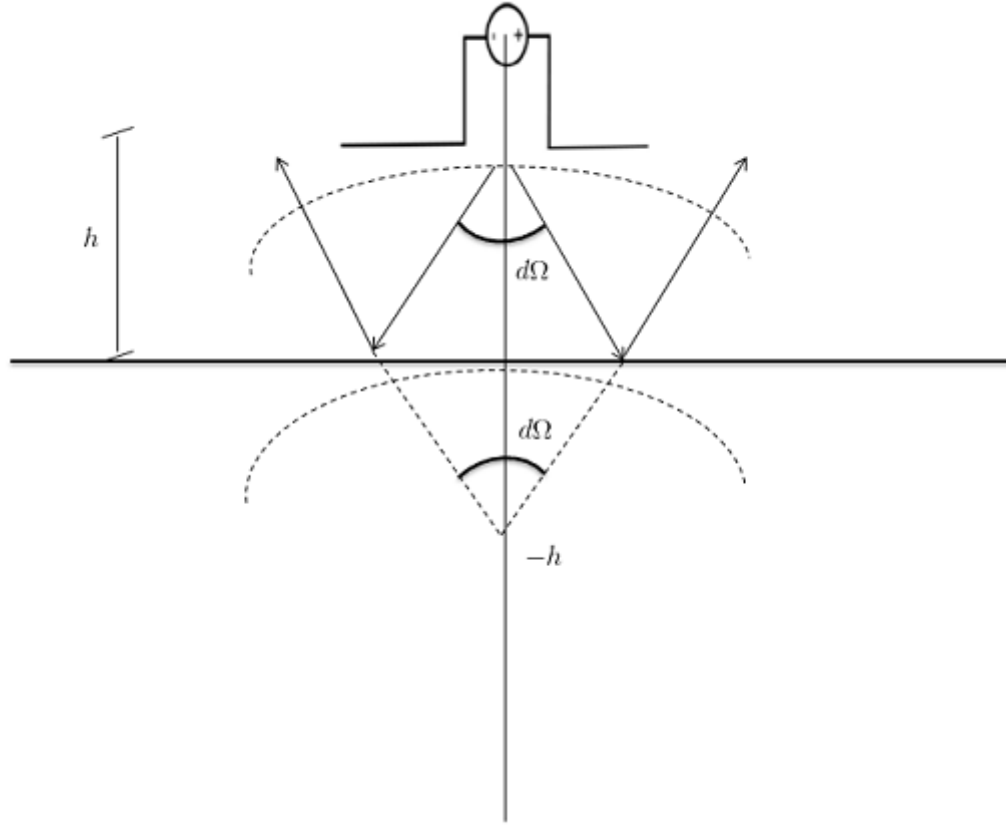


Figura 4.4 Descrição da potência recebida na antena receptora.

4.5.1 Tensão recebida na carga da antena receptora

Levando em consideração que o circuito da antena receptora se comporta como um circuito aberto, e que Z_{in}^r é a impedância de entrada da antena receptora e Z_L é a carga da antena:

$$P_r = \text{Re}\left[\frac{1}{2} V_L I_L^*\right] = \text{Re}\left[\frac{1}{2} |I_L|^2 Z_L\right] = \text{Re}\left[\frac{1}{2} \frac{|V_{oc}|^2}{|Z_{in}^r + Z_L|^2} Z_L\right]$$

$$P_r = \frac{1}{2} \frac{|V_{oc}|^2}{|Z_{in}^r + Z_L|^2} R_L$$

Para se ter uma máxima potência na carga devemos considerar que $R_L = R_{in}^r$ e $\chi_L = -\chi_{in}^r$, assim:

$$P_r(f) = \frac{1}{2} \frac{|V_{oc}|^2}{(2R_{in}^r)^2} R_{in}^r = \frac{1}{8} \frac{|V_{oc}|^2}{R_{in}^r} \quad (4.29)$$

A partir de (4.28) e (4.29) temos:

$$\frac{|E_h^r|^2 \lambda^2}{8 \eta_0 \pi} G_r(f) = \frac{1}{8} \frac{|V_{oc}|^2}{R_{in}^r}$$

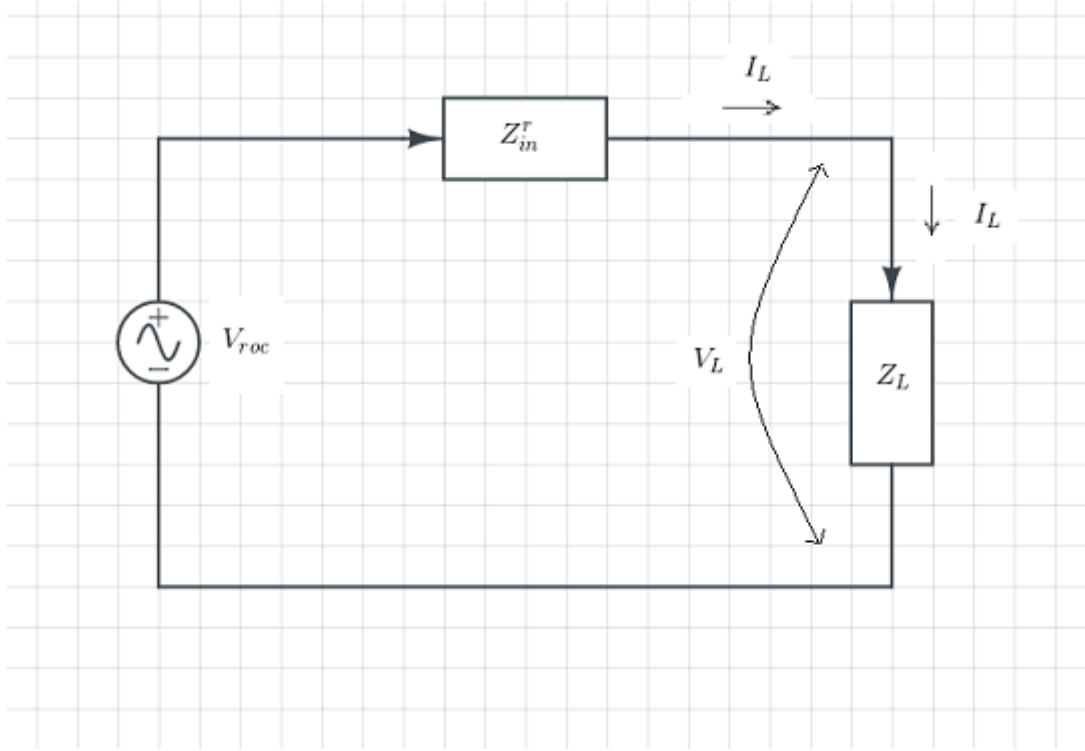


Figura 4.5 Descrição da tensão na antena receptora.

$$|V_{oc}|^2 = \frac{|E_h^r|^2 \lambda^2 G_r(f)}{\pi \eta_0} R_{in}^r$$

$$|V_{oc}| = |E_h^r| \sqrt{\frac{\lambda^2 G_r(f) R_{in}^r}{\pi \eta_0}} \quad (4.30)$$

Para uma altura qualquer a tensão em aberto é proporcional ao campo incidente:

$$V_{oc} \propto E_h^r$$

$$V_{oc} = (a(f) e^{-j\phi_r(f)}) E_h^r(f)$$

Assim de (4.30):

$$V_{oc}(f) = \sqrt{\frac{\lambda^2 G_r(f) R_{in}(f)}{\pi \eta_0}} e^{-j\phi_r(f)} E_h^r(f) \quad (4.31)$$

E a tensão na carga da antena vale:

$$V_L(f) = \frac{V_{oc}(f)}{Z_{in}^r + Z_L} Z_L = \frac{V_{oc}(f)}{2R_{in}^r} (R_{in}^r - j\chi_{in}^r)$$

$$V_L(f) = \sqrt{\frac{\lambda^2 G_r(f)}{\pi \eta_0 4 R_{in}^r(f)}} (R_{in}^r - j \chi_{in}^r) e^{-j \phi_r(f)} E_h^r(f) \quad (4.32)$$

Para definir o valor da tensão aplicada na carga é necessário juntar alguns termos de (4.12), (4.27) e (4.32):

$$A_{Tx}(f) = \sqrt{\frac{\eta_0}{4\pi} G_t(f) R_{in}(f)} \frac{e^{-jk_0 h}}{h} \frac{e^{j\phi(f)}}{Z_{in}(f)} \quad (4.33)$$

$$F(f) = \frac{1}{2} e^{-jk_0 h} \quad (4.34)$$

$$A_{Rx}(f) = \sqrt{\frac{\lambda^2 G_r(f)}{\pi \eta_0 4 R_{in}^r(f)}} (R_{in}^r - j \chi_{in}^r) e^{-j \phi_r(f)} \quad (4.35)$$

Assim multiplicamos (4.14) , (4.33), (4.34), (4.35) para obter o valor da tensão na carga da antena receptora:

$$V_L = A_{Rx}(f) F(f) \Gamma(f) A_{Tx}(f) V_{in}(f) \quad (4.36)$$

4.6 Obtenção do coeficiente de Reflexão a partir do sinal recebido na carga

Nesta seção deseja-se obter os valores dos coeficientes dos três harmônicos da tensão V_L a partir dos valores da tensão em vários instantes distintos. Assim para a obter os fasores do sinal recebido na carga escrevemos o sinal recebido no tempo da seguinte forma:

$$V_L(t) = \sum_{n=1}^3 \text{Re}[V_L(n f_0) e^{j 2 \pi n f_0 t}] \quad (4.37)$$

$$\text{Chamando: } \begin{cases} V_L(f_0) = a_1 + j b_1 \\ V_L(2 f_0) = a_2 + j b_2 \\ V_L(3 f_0) = a_3 + j b_3 \end{cases}$$

Teremos:

$$V_L(t) = a_1 \cos(2\pi f_0 t) - b_1 \sin(2\pi f_0 t) + a_2 \cos(4\pi f_0 t) - b_2 \sin(4\pi f_0 t) + a_3 \cos(6\pi f_0 t) - b_3 \sin(6\pi f_0 t)$$

Para um instante de tempo $t_m = m \Delta t$, $m = 0, \dots, N_k$, pode-se organizar na forma matricial:

$$[A]_{N_t \times 6} [X]_{6 \times 1} = [B]_{N_t \times 1} \quad (4.38)$$

4.6 OBTENÇÃO DO COEFICIENTE DE REFLEXÃO A PARTIR DO SINAL RECEBIDO NA CARGA 23

Onde:

$$\begin{aligned}
 A(m+1,1) &= \cos(2\pi f_0 t_m) \\
 A(m+1,2) &= \cos(4\pi f_0 t_m) \\
 A(m+1,3) &= \cos(6\pi f_0 t_m) \\
 A(m+1,4) &= -\sin(2\pi f_0 t_m) \\
 A(m+1,5) &= -\sin(4\pi f_0 t_m) \\
 A(m+1,6) &= -\sin(6\pi f_0 t_m)
 \end{aligned} \tag{4.39}$$

$$[X] = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \tag{4.40}$$

$$B(m+1) = V_L(t_m) \tag{4.41}$$

A solução de (4.38) de menor erro médio quadrático é obtida por:

$$(A^H A)_{6 \times 6} [X] = (A^H B)_{6 \times 1} \tag{4.42}$$

Onde: $A^H = (A^*)^T$, Hermitiana de A.

O vetor $[X]$ é obtido resolvendo o sistema (4.42). E $V_L(nf)$ usando (4.6), assim o coeficiente de reflexão pode ser obtido usando (4.36):

$$\Gamma(f) = \frac{1}{A_{rx}(f)F(f)A_{Tx}} \frac{V_L(f)}{V_{in}(f)} \tag{4.43}$$

CAPÍTULO 5

Resultados

5.1 Reversão utilizando aprendizagem de máquina

Com os dados dos valores dos coeficientes de reflexão dos três harmônicos dados na Seção 4.4, a proposta é que a partir de técnicas de aprendizagem de máquina seja possível descobrir o material presente entre o ar e o meio condutor, sendo assim é necessário a construção de um banco de dados de caráter de classificação para que possam ser executadas as técnicas de aprendizado de máquina.

5.1.1 Montagem do banco de dados

O banco de dados foi construído utilizando os dados que foram calculados na seção 4.4 e os dados da tabela 3.1, em relação aos valores de profundidade, que se referem a distância entre o meio 1 e o meio condutor, foram utilizados 900 valores distintos de distâncias que estavam entre um intervalo de 5 a 30 metros. Para gerar os valores dos coeficientes de reflexão para cada classe (elemento dielétrico) foram fixados os valores da permissividade relativa e condutividade e foram calculados para 150 dentro dos 900 valores gerados. Como os coeficientes de reflexão dos três harmônicos possuem parte real e imaginária foi necessário separá-los, assim configurando o cabeçalho do banco de dados da seguinte forma:

Γ_{1r}	Γ_{1i}	Γ_{2r}	Γ_{2i}	Γ_{3r}	Γ_{3i}	Distância	Classe
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	-----------	--------

Tabela 5.1 Parâmetros do banco de dados

Tomando como exemplo para a construção do banco de dados iremos utilizar os valores de permissividade relativa e condutividade da classe *Areia Seca*, presentes na tabela 3.1. Será considerado como elemento condutor a *Água do mar* que possui valores de $\epsilon_r = 81$ e $\sigma = 4$ para permissividade relativa e condutividade, respectivamente. Os valores das frequências dos três harmônicos considerados são $f_0 = 6.45 \times 10^7 Hz$, $2f_0 = 1.29 \times 10^8 Hz$ e $f_0 = 1.94 \times 10^8 Hz$. Em relação as distâncias estarão no intervalo de 5 a 30 metros. Os gráficos 5.1, 5.2 e 5.3 representam, respectivamente, os valores dos coeficiente de reflexão (Γ) para o primeiro, segundo e terceiro harmônicos.

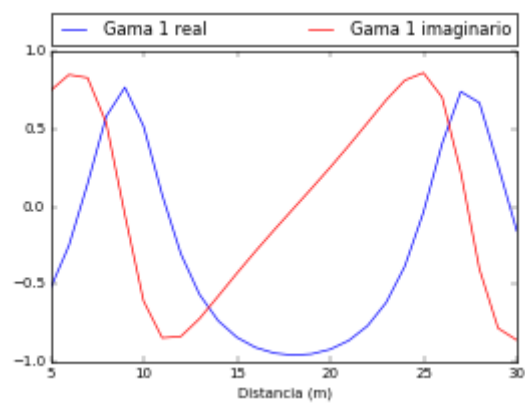


Figura 5.1 Valores de gama para o primeiro harmônico

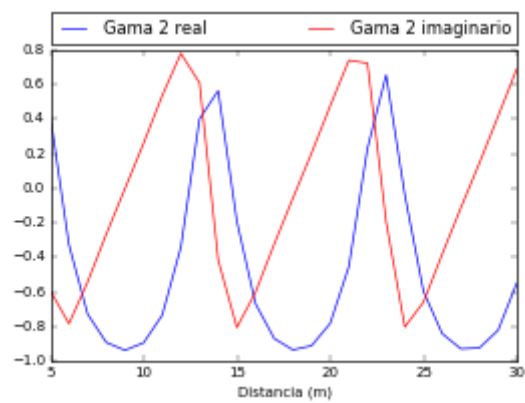


Figura 5.2 Valores de gama para o segundo harmônico

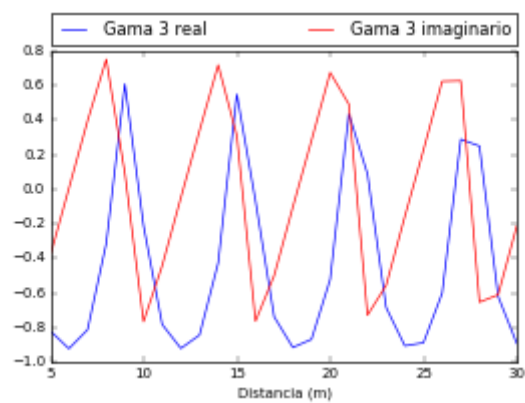


Figura 5.3 Valores de gama para o terceiro harmônico

5.1.2 Utilização das técnicas de aprendizagem de máquina

Para a execução das técnicas de aprendizagem foi utilizada a aplicação *Classification Learner* do *MATLAB R2016a* as quais possui 22 técnicas de classificação, descritas em 5 grupos, *Decision Tree*, *Discriminant Analysis*, *Support Vector Machines*, *Nearest Neighbor Classifiers* e *Ensemble Classifiers*, os quais estão especificados com seus parâmetros nas tabelas a seguir:

Preset	Máximo de divisões	Critério de divisão
Complex Tree	100	Gini's diversity index
Medium Tree	20	Gini's diversity index
Simple Tree	4	Gini's diversity index

Tabela 5.2 Decision Tree

Preset	Regularização
Linear Discriminant	Diagonal Variance
Quadratic Discriminant	Diagonal Variance

Tabela 5.3 Discriminant Analysis

Preset	Função do Kernel	Escala do Kernel	Multi-Classe	Padronização
Linear SVM	Linear	Automático	One-vs-One	True
Quadratic SVM	Quadratic	Automático	One-vs-One	True
Cubic SVM	Cubic	Automático	One-vs-One	True
Fine Gaussian SVM	Gaussian	0.66	One-vs-One	True
Medium Gaussian SVM	Gaussian	2.6	One-vs-One	True
Coarse Gaussian SVM	Gaussian	11	One-vs-One	True

Tabela 5.4 Support Vector Machines

Para a fase execução das técnicas foram utilizadas as divisões do banco de dados na proporção de 70% dedicados ao conjunto de treinamento dos classificadores e 25% para o conjunto de teste e 5% utilizados para validação. Dessa forma os resultados obtidos estão na tabela 5.7.

A partir da execução das técnicas de aprendizagem de máquina foi possível perceber que duas técnicas se sobressairam nos resultados, atingindo uma taxa de acerto superior a 85%, *Quadratic SVM* e *Cubic SVM*. Assim será feita uma análise mais detalhada utilizando essas duas técnicas.

Preset	Número de vizinhos	Métrica de Distância	Peso	Padronização
Fine KNN	1	Euclidiana	Equal	True
Medium KNN	10	Euclidiana	Equal	True
Coarse KNN	100	Euclidiana	Equal	True
Cosine KNN	10	Cosine	Equal	True
Cubic KNN	10	Minkowski (Cubic)	Equal	True
Weighted KNN	10	Euclidiana	Inverso quadrático	True

Tabela 5.5 Nearest Neighbor Classifiers

Preset	Método de Ensemble	Tipo de aprendizado	Número de aprendizados
Boosted Tree	AdaBoost	Decision Tree	30
Bagged Trees	Bag	Decision Tree	30
Subspace Discriminant	Subspace (4 dimensões)	Discriminant	30
RUSBoosted Trees	RUSBoost	Decision Tree	30

Tabela 5.6 Ensemble Classifiers

5.1.3 Análise da Matriz de Confusão

A partir das duas técnicas de melhor resultado apresentados na seção anterior, iremos fazer uma análise a partir da matriz de confusão gerada pelos dois classificadores.

Analisando a matriz de confusão 5.4 é possível perceber que no caso da classe *Areia Úmida* houve uma taxa de acerto de 100%, e no caso da classe *Granito Úmido*, onde 40 casos foram dados como corretos e 5 errados com a classe *Silt Saturado*, os quais possuem valores de condutividade na mesma ordem de grandeza e valores de permissividade relativa semelhantes ($\epsilon_r = 7$ e $\epsilon_r = 10$), pode-se fazer uma análise, em trabalhos futuros, mais profunda levando em consideração os parâmetros da SVM contidos na aplicação do *MATLAB* com o objetivo de encontrar uma função que generalize a classificação dos elementos soterrados.

Model 1.7

True class	Areia Seca	41	2		1	1	
	Areia Umida		45				
	Granito Umido			40			5
	Granito seco	3	5		36	1	
	Limestone	2	1			42	
	Silt Saturado		1				44
		Areia Seca	Areia Umida	Granito Umido	Granito seco	Limestone	Silt Saturado
		Predicted class					

Figura 5.4 Matriz de confusão Quadratic SVM

Model 1.8						
True class	Areia Seca	Areia Umida	Granito Umido	Granito seco	Limestone	Silt Saturado
	34	1		4	6	
		45				
			43			2
	2	3		38	2	
	3	2			40	
						45
Predicted class						
Areia Seca Areia Umida Granito Umido Granito seco Limestone Silt Saturado						

Figura 5.5 Matriz de confusão Cubic SVM

Técnica de aprendizagem	Taxa de acerto (%)
Complex Tree	70.7
Medium Tree	57.8
Simple Tree	40.0
Linear Discriminant	28.9
Quadratic Discriminant	53.7
Linear SVM	46.3
Quadratic SVM	91.9
Cubic SVM	90.7
Fine Gaussian SVM	59.3
Medium Gaussian SVM	65.6
Coarse Gaussian SVM	49.6
Fine KNN	61.5
Medium KNN	54.4
Coarse KNN	23.7
Cosine KNN	50.7
Cubic KNN	51.7
Weighted KNN	61.5
Boosted Trees	70.0
Bagged Trees	75.2
Subspace Discriminant	28.5
Subspace KNN	63.3
RUSBoosted Trees	57.8

Tabela 5.7 Resultado das técnicas de aprendizagem de máquina.

Conclusão e trabalhos futuros

Neste trabalho de graduação foi proposta uma análise do funcionamento do GPR para a detecção de meios soterrados. Primeiramente foi feita toda uma análise matemática em relação ao comportamento do campo elétrico transmitido por uma antena e recebido por outra e como o campo se comportaria se propagando em um meio e refletindo em um condutor e a partir disto poder definir os valores dos coeficientes de reflexão.

Duas formas distintas foram abordadas neste trabalho, a primeira foi que a partir dos conceito de propagação eletromagnética usar os coeficientes de reflexão e transmissão, em cada interface de incidência, condutividade e permissividade relativa para poder calcular o coeficiente de reflexão total. A segunda forma foi a partir da análise da transmissão e recepção do campo elétrico, gerado a partir de um pulso elétrico, nas antenas transmissora e receptoras e a partir da razão entre os campos emitidos e recebidos encontrar o valor dos coeficiente de reflexão. A partir dos resultados obtidos pelo experimento foi possível gerar um banco de dados com os valores dos coeficiente de reflexão para os três harmônicos do campo elétrico e a profundidade até o elemento condutor e utilizá-lo para classificar o elemento soterrado.

Uma possível proposta de trabalho futuro seria a criação de um novo banco de dados para utilização de técnicas de regressão, ao invés de classificação, sendo adicionado também técnicas de computação evolutiva, com o objetivo de encontrar uma função otimizada para poder definir a profundidade até o elemento condutor. Esta proposta seria utilizada por exemplo para a determinação da profundidade de água e mineirais soterrados, já que o GPR informa apenas a presença destes.

Referências Bibliográficas

- [1] ANNAN, A. P., COSWAY, S.W.(1992), **Ground Penetrating Radar Survey Design**. *Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems*, Vol. 2, pp. 329-352.
- [2] BIN WU, KAI ZHAO, LING-JIA GU, XIAO-FENG LI, XING-MING ZHENG, TAO JIANG (2016), **A Novel Method for Wideband Pulsed Eletromagnetic Wave Propagation Characteristic Analysis in Layered Medium**, *2016 Progress In Eletromagnetic Research Symposium (PIERS)*.
- [3] D. POLJAK & V. DORIC (2015), **Transmitted field in the lossy ground from ground penetrating radar (GPR) dipole antena**, *Computation Methods and Experimental Measurements XVII*, pp. 3-11.
- [4] D. UDUWAWALA, M. NORGRÉN e P. FUKS (2005), **A Complete FDTD Simulation of a Real GPR Antenna System Operating Above Lossy and Dispersive Ground**, *Progress In Electromagnetics Research, PIER 50*, pp. 209–229.
- [5] F.L. TEIXEIRA, WENG CHO CHEW, M. STRAKA, M.L. ORISTAGLIO e T. WANG (1998), **Finite-Difference Time-Domain Simulation of Ground Penetrating Radar on Dispersive, Inhomogeneous, and Conductive Soils**, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, VOL. 36, NO. 6.
- [6] K.C. HO, LAWRENCE CARIN, PAUL D. GADER e JOSEPH N. WILSON (2008), **An Investigation of Using the Spectral Characteristics From Ground Penetrating Radar for Landmine/Clutter Discrimination**, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, VOL. 46, NO. 4.
- [7] GEDNEY, S.D. (2011) **Introduction to the Finite-Difference Time-Domain (FDTD) Method for Eletromagnetics**, cap. 4 pp.75-79.7.
- [8] BERES JR., M., HAENI, F.P. (1991) **Application of Ground-Penetrating-Radar Methods in Hydrogeologic Studies**, pp.376.

