



Universidade Federal de Pernambuco  
GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO  
CENTRO DE INFORMÁTICA

---

2004.2

CONSTRUÇÃO DE UM SINTETIZADOR DE IMAGENS  
FOTO-REALISTAS

---

TRABALHO DE GRADUAÇÃO EM  
COMPUTAÇÃO VISUAL

Aluno: Daniel d'Andrada Tenório de Carvalho (ddtc@cin.ufpe.br)

Orientador: Silvio Melo (silvio@dmf.ufpe.br)

Março de 2005

# Sumário

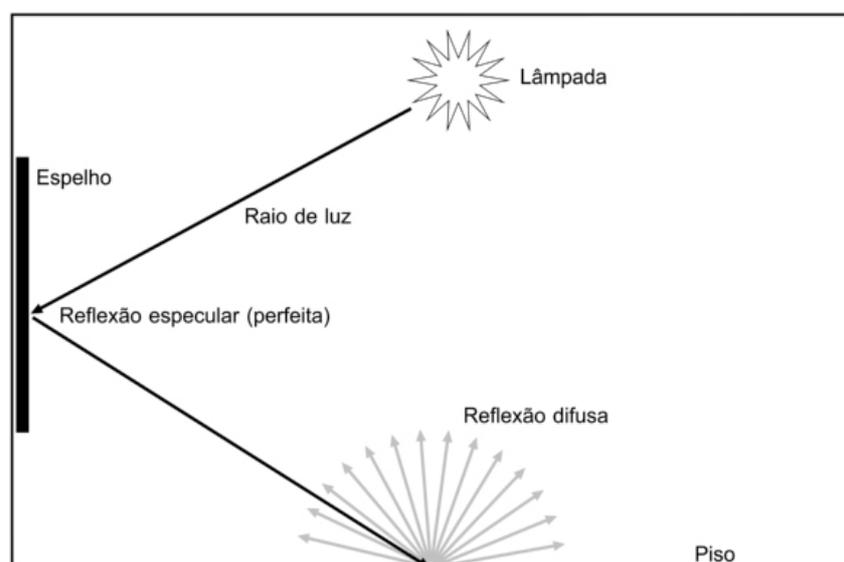
1	Introdução .....	3
1.1	O problema .....	3
1.2	Objetivo do documento .....	4
2	Conhecimentos básicos.....	5
2.1	Tipos de reflexão.....	5
2.2	Ângulo Sólido.....	6
2.3	Introdução à Integração de Monte Carlo.....	7
3	Representação da Cena .....	8
3.1	Objetos .....	8
3.2	Materiais .....	8
3.3	Fontes de luz.....	9
3.4	Câmeras.....	10
4	Ray Tracing Básico .....	12
4.1	Octree .....	13
5	Radiância e Radiometria .....	14
6	Cálculo da Radiância .....	16
6.1	BRDF .....	16
6.2	Dividindo o problema .....	17
7	Iluminação Direta.....	18
7.1	Tipos de luzes .....	18
7.2	Categorização das áreas iluminadas .....	21
8	Iluminação Indireta .....	22
9	Photon Mapping.....	24
9.1	Emissão de fótons .....	24
9.2	O Caminho dos Fótons Emitidos .....	28
9.3	Consultando o Mapa de Fótons.....	29
9.4	A Estimativa de Radiância .....	29
9.5	Visualizando Diretamente o Mapa de Fótons.....	31
9.6	Shadow Photons .....	31
10	Irradiance Caching .....	33
10.1	Cálculo da Interpolação.....	33
10.2	Estrutura do Cache .....	34
10.3	Gradientes de irradiância .....	35
11	A Visão Humana: De Radiância para RGB .....	36
11.1	Comprimentos de Onda.....	36
11.2	Sensibilidade Luminosa.....	36
12	Resultados .....	38
12.1	Cena 1.....	38
12.2	Cena 2.....	42
13	Conclusões e Trabalhos Futuros .....	46
13.1	Sobre Photon Mapping.....	46
13.2	Sobre Cache de Irradiâncias .....	46

13.3	Sobre a Construção de um Renderizador.....	46
13.4	Trabalhos Futuros.....	47
14	Glossário.....	48
15	Referências .....	49
16	Apêndices .....	50
16.1	Tabela de Símbolos.....	50
16.2	Tabela de Unidades Radiométricas .....	50

# 1 Introdução

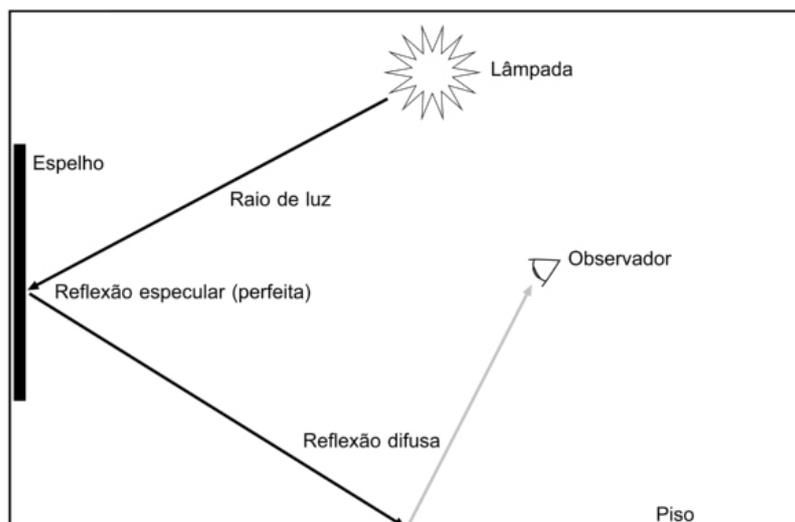
## 1.1 O problema

Há muito tempo foi desenvolvido um modelo físico da luz (ótica geométrica) que a explica como sendo raios lançados de uma fonte emissora (sol, lâmpadas, fogo, etc.) e que são refletidos, refratados ou absorvidos por materiais (objetos, ar, fumaça, água, etc). Esse modelo é simples, intuitivo e consegue modelar os fenômenos mais importantes que observamos na natureza. Esse modelo também é simples de ser representado matematicamente (geometria). O caminho seguido por um raio de luz emitido por uma lâmpada dentro de uma sala, por exemplo, é facilmente calculável como se pode ver na Figura 1.1.



**Figura 1.1 – A trajetória de um raio de luz. Note que como o piso possui uma superfície rugosa (ao contrário do espelho) a luz que o atinge é refletida em todas as direções (reflexão difusa). Em cada direção é enviada um pouco da luminosidade do raio original.**

Agora imagine que você quer saber como é a imagem que um observador situado numa determinada posição dentro dessa sala está enxergando. Para saber isso é necessário conhecer todos os raios que saem da lâmpada e chegam ao olho deste observador. Um destes raios é mostrado na Figura 1.2.



**Figura 1.2 – A trajetória seguida por um dos infinitos raios lançados pela lâmpada e que atinge o olho do observados.**

O problema é que apesar de ser simples calcular a trajetória de um raio numa sala, existem infinitos raios saindo da lâmpada em todas as direções e apenas uma quantidade infinitamente pequena destes raios atinge o olho do observador. Calcular todos esses (infinitos!) raios obviamente não é uma opção viável. Esse é o problema básico que deve ser tratado quando se quer sintetizar uma imagem. Por isso praticamente toda a produção científica na área de sintetização de imagens trata de técnicas para reduzir a complexidade do problema tendo o mínimo de perda na qualidade da imagem gerada.

## **1.2 Objetivo do documento**

Este documento tem como objetivo apresentar de forma clara e intuitiva a teoria, as técnicas e as decisões de projeto utilizadas na implementação do protótipo de um sintetizador de imagens foto-realistas que lida com o problema acima exposto de maneira eficiente. Este texto, porém, não apresenta os refinamentos das técnicas devido à natureza introdutória do mesmo e, principalmente, à enorme gama de conhecimentos, técnicas e teorias que o tema envolve.

## 2 Conhecimentos básicos

Neste capítulo são apresentados os conhecimentos básicos necessários para a compreensão e implementação das técnicas que serão mostradas nos próximos capítulos.

### 2.1 Tipos de reflexão

Quando um raio de luz atinge a superfície de um objeto opaco uma parte de sua energia é absorvida e outra parte é refletida. Essa reflexão pode ser classificada em dois tipos: reflexão difusa e reflexão especular.

#### 2.1.1 Reflexão difusa

Quando um raio atinge uma superfície rugosa (como uma folha de papel comum) sua energia é refletida em diversas direções.

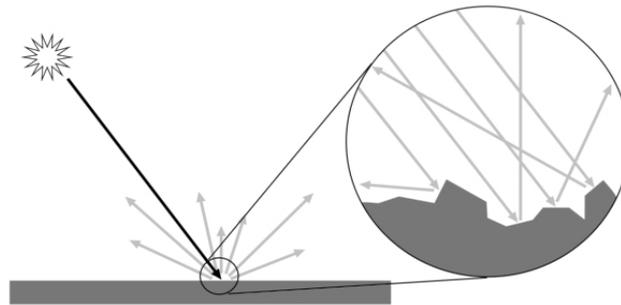


Figura 2.1 – Reflexão difusa.

#### 2.1.2 Reflexão especular

Quando um raio atinge uma superfície lisa (como um metal polido, um espelho ou a superfície calma de um lago) toda a energia que é refletida tem uma mesma direção.

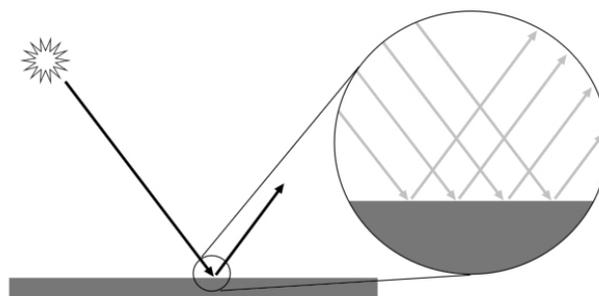


Figura 2.2 – Reflexão especular

## 2.2 Ângulo Sólido

Um **ângulo sólido** nada mais é do que um vetor unitário associado a uma área em torno do ponto que ele define na esfera unitária. A **esfera unitária** é a esfera de raio 1. Na área de sintetização de imagens trabalha-se muito com o **hemisfério unitário** que é um hemisfério dessa esfera unitária.

Ele (o ângulo sólido) é interpretado como sendo todas as infinitas direções cujos pontos na esfera unitária estão contidos na sua área associada. Em sintetização de imagens ele é muito útil para tornar discreto o espaço das possíveis direções, que é contínuo.

Considera-se  $\Omega$  como sendo o hemisfério unitário das possíveis direções incidentes/de reflexão em um ponto sobre uma superfície. Podemos, dividir a área de  $\Omega$  em  $n$  partes iguais (cada parte com área igual a  $2\pi/n$ ) e atribuir um ângulo sólido a cada uma dessas partes. Desse modo definimos todo o infinito espaço de direções incidentes usando apenas  $n$  ângulos sólidos, cada um representando, por exemplo, a luminosidade vinda de todas as infinitas direções contidas em sua área  $2\pi/n$ . Assim conseguimos tornar discreto o espaço contínuo das direções em  $\Omega$ .

É comum a integração de ângulos sólidos sobre  $\Omega$ .<sup>1</sup> Para isso usa-se o ângulo sólido diferencial,  $d\vec{w}$ , cuja área infinitesimal, em coordenadas esféricas, é definida como:

$$d\vec{w} = \sin\theta d\theta d\phi. \quad \text{Eq. 2.1}$$

A unidade do ângulo sólido é o **steradian** (sr).

---

<sup>1</sup> Ou seja, dividir a área de  $\Omega$  igualmente em  $n$  ângulos sólidos com  $n$  tendendo a  $\infty$ .

## 2.3 Introdução à Integração de Monte Carlo

Dada a equação:

$$I = \int_a^b f(x) dx, \quad \text{Eq. 2.2}$$

suponha que desejamos saber o valor de  $I$ .

A técnica de Monte Carlo consiste em na utilização de um conjunto de amostras aleatórias de  $f(x)$  para se estimar o valor de  $I$  a partir da média dessas amostras:

$$I_e \approx (b-a) \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(\xi_i), \quad \text{Eq. 2.3}$$

sendo  $\xi_i$  um  $i$ -ésimo número aleatório no intervalo entre  $a$  e  $b$  e  $I_e$  o valor estimado de  $I$ .

A qualidade da estimava depende do número de amostras de modo que:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} I_e = I. \quad \text{Eq. 2.4}$$

### 3 Representação da Cena

Uma cena é composta por quatro tipos de elementos: Objetos, materiais, fontes de luz<sup>1</sup> e câmeras.

O protótipo lê cenas geradas pelo 3ds Max da empresa Discreet exportadas no formato de **arquivo ASE (ASCII Scene Export)**. Foi implementado um parser que lê esses arquivos de texto e constrói as cenas descritas por eles. Essa não é a melhor opção por se tratar de um software proprietário mas foi escolhida mesmo assim devido à minha intimidade com o funcionamento e uso do mesmo.

Entretanto a arquitetura foi projetada de modo que a representação interna da cena não possua nenhuma dependência com o 3ds max, possibilitando assim implementação da leitura da cena a partir de outros tipos de arquivo descritores de cena.

#### 3.1 Objetos

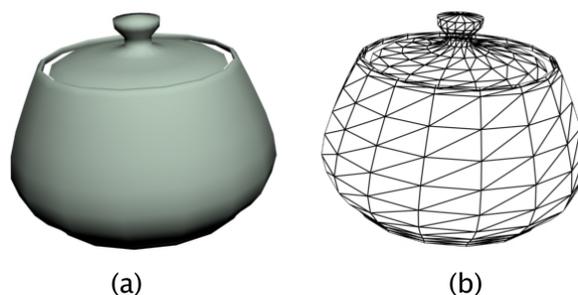


Figura 3.1 – (a) Um objeto renderizado e (b) sua malha de triângulos.

Os objetos são compostos por uma malha de triângulos. Essa é uma boa idéia porque qualquer que seja a forma do objeto, para o renderizador será sempre apenas um aglomerado de triângulos.

É interessante lidar sempre com triângulos pelo fato de serem formas geométricas muito simples e com diversas propriedades úteis para os cálculos necessários para a renderização, como, por exemplo, o teste de colisão entre um raio e um triângulo (um dos cálculos mais utilizados durante a renderização).

#### 3.2 Materiais

O sistema de materiais do 3ds Max é bastante elaborado e poderoso. Entretanto ele não representa as propriedades físicas (radiométricas) necessárias para o protótipo.

---

<sup>1</sup> Neste documento o termo *fonte de luz* é muitas vezes abreviado para *luz*.

Por causa disso foi criado um arquivo complementar ao ASE contendo a descrição dos materiais referenciados pelos objetos descritos no mesmo. Cada material contém os seguintes dados:

- Reflectância difusa
- Reflectância especular
- Saída radiante

O significado dos dados acima será explicado nos próximos capítulos, na medida em que forem necessários. Pode-se adiantar aqui que a reflectância difusa tem relação direta com a cor do objeto, a reflectância especular com a reflexividade<sup>1</sup> e a saída radiante com luminosidade emitida pelo objeto.

### 3.3 Fontes de luz

Nessa seção são apresentados os tipos de fontes de luz modelados pelo protótipo.

#### 3.3.1 Fonte de Luz Pontual

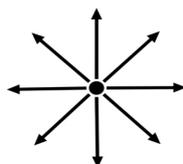


Figura 3.2 – Luz pontual.

É o tipo mais simples de fonte de luz. Representa um ponto infinitesimal de onde emana luz com a mesma intensidade para todas as direções. Também conhecida como luz omni-direcional. É irreal mas é uma aproximação muito barata computacionalmente para luzes aproximadamente esféricas como lâmpadas. Por ser um ponto infinitesimal essa fonte de luz é invisível.

#### 3.3.2 Fonte de Luz Direcional

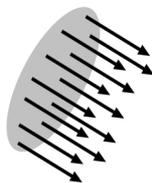


Figura 3.3 – Luz direcional de área circular.

É uma fonte que emite luz em uma única direção. No protótipo foi implementado apenas a luz direcional de área circular, como na Figura 3.3. A luz direcional é irreal mas é uma aproximação muito barata computacionalmente para fontes de luz muito distantes como o sol e para holofotes.

---

<sup>1</sup> Um espelho perfeito possui reflexividade máxima (reflectância especular 1,0).

### 3.3.3 Fonte de Luz de Malha de Triângulos

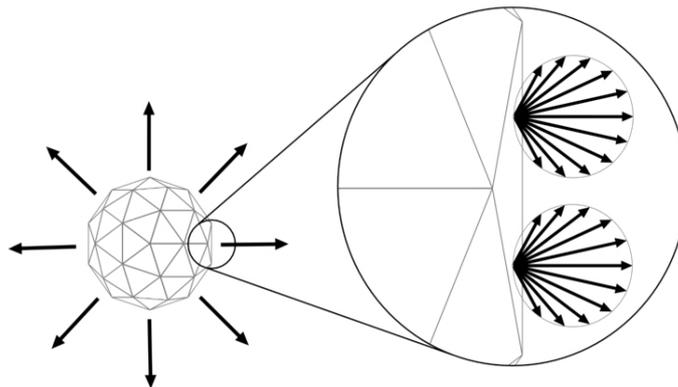


Figura 3.4 – Cada ponto de cada triângulo emite luz em todas as direções do hemisfério com intensidade proporcional ao cosseno do ângulo da direção com a normal nesse ponto.

É um objeto (malha de triângulos) cujo material emite luz. Cada ponto da superfície de cada triângulo dessa malha emite luz em todas as direções proporcionalmente ao cosseno da direção com a normal do triângulo. Ou seja, emissão máxima na direção da normal e zero na direção tangente à superfície.

Esse tipo de luz é realista pois considera que a fonte luminosa possui volume (área de superfície). A iluminação resultante produz um resultado muito superior à luz pontual e à direcional porém a um custo computacional muito alto. Isso porque ela é calculada (intuitivamente falando) como se a superfície de cada triângulo da malha fosse povoada por um “tapete” de luzes pontuais. Quanto maior a densidade desse “tapete” melhor a qualidade do resultado. O resultado perfeito seria obtido se cada superfície de cada triângulo possuísse infinitas luzes pontuais distribuídas uniformemente pela sua área.

Não existe no 3ds Max esse tipo de luz. No protótipo ela foi implementada da seguinte forma: Se um objeto possui um material emissor, na renderização ele é considerado tanto um objeto comum (utilizando todas as propriedades de seu material com exceção da emissor) quanto um tipo de luz (utilizando apenas as propriedades emissoras do material).

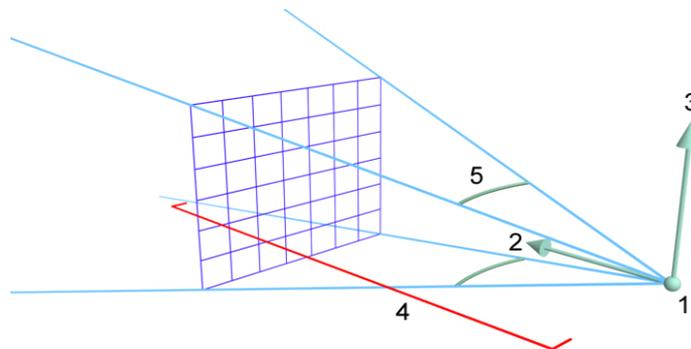
## 3.4 Câmeras

Uma cena pode conter uma ou mais câmeras. Quando o protótipo vai sintetizar uma imagem da cena carregada ele pede para que o usuário escolha qual câmera será utilizada, ou seja, a visão de que câmera se deseja sintetizar.

Cada câmera é definida pelos seguintes atributos fundamentais (ver Figura 3.5):

1. Posição
2. Direção do olhar
3. Direção “pra cima”

4. Distância ao plano da imagem
5. Ângulo de abertura horizontal



**Figura 3.5 – Os atributos de uma câmera.**

O ítem 2 é a direção (um vetor unitário) para onde a câmera está apontando (“olhando”). O ítem 3 serve para indicar a rotação da câmera em relação ao eixo definido pela sua posição e pelo vetor do olhar. O plano da imagem é um plano imaginário onde é formada a imagem gerada pela renderização. O ângulo de abertura vertical não é definido pois pode ser calculado pelo ítem 5 e pela proporção largura / altura da imagem que se deseja sintetizar. Note que os objetos que estiverem entre a posição da câmera e o plano da imagem não são visíveis.

## 4 Ray Tracing Básico

A técnica de ray tracing consiste em, ao invés de lançar raios a partir das fontes de luz e rezar para que alguns deles atinjam o olho do observador (uma abordagem intratável para a sintetização de imagens), lançá-los a partir do observador (sendo assim esses raios não são raios de luz).

A seguir são mostrados os passos do algoritmo para se calcular a cor de um determinado pixel:

1. Lança-se um raio através do pixel.
2. Se o raio não atingir nenhum objeto, o pixel é preto. Se atingir, vai para o passo 3.
3. Calcula-se a quantidade de luz que incide sobre o ponto da superfície atingida no passo 2 e que é refletida no sentido oposto ao do raio lançado (ou seja, na direção do pixel).
4. Essa quantidade de luz determina a cor do pixel.

A figura Figura 4.1 ilustra essa técnica.

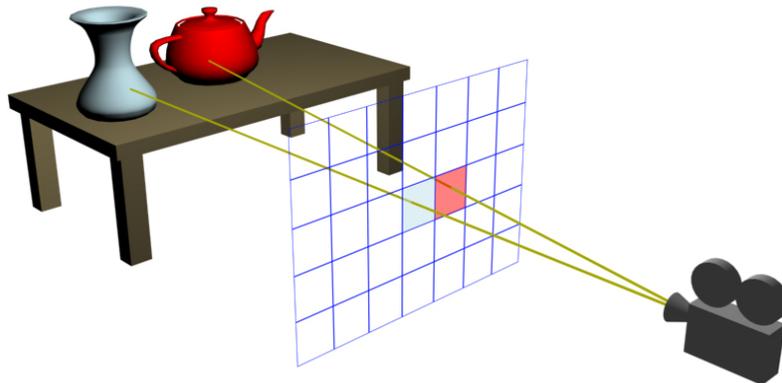


Figura 4.1 - A técnica ray tracing lança raios da câmera para a cena através dos pixels da imagem a ser formada.

No passo 3, o cálculo dessa “quantidade de luz” que vem de um determinado ponto de uma superfície em direção ao pixel se chama **radiância** e esse é o tópico capítulo 5.

No passo 4, converter essa “quantidade de luz” em cor de pixel significa converter **radiância** em cor RGB. Essa conversão não é trivial e é o tema do capítulo 11.

Como foi visto na seção 3.1, os objetos são compostos por malhas de triângulos. Então, quando se lança um raio em uma cena para se descobrir que superfície ele irá atingir o que se está fazendo na realidade é testando a interseção de um raio com os triângulos da cena.

Fazer o teste de interseção desse raio com todos os triângulos da cena, um por um, é muito caro porque uma cena pode facilmente conter centenas de milhares de

triângulos e para compor uma imagem pode-se, facilmente, lançar muitos milhões de raios. É, portanto, de fundamental importância que se faça o mínimo de testes de interseção raio-triângulo possível por raio lançado. A técnica utilizada para tratar esse problema se chama **octree**.

## 4.1 Octree

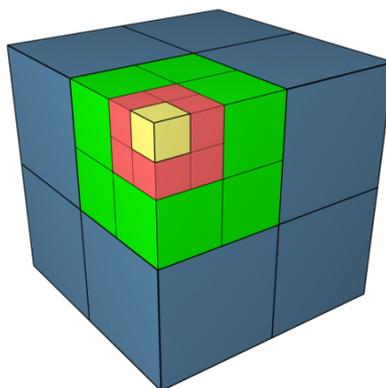


Figura 4.2 – Octree

Para minimizar os testes de interseção raio-triângulo, primeiramente engloba-se cada objeto pela menor caixa com arestas alinhadas aos eixos x,y e z que contenha dentro de seu volume todos os vértices desse objeto. Esse tipo de caixa é conhecido como **bounding box**. Quando um raio é lançado, primeiramente testa-se se o raio atinge a bounding box do objeto. Se o raio atingir a bounding box então repete-se o teste, mas agora para as oito caixas filhas. Essas filhas dividem igualmente o volume da caixa “pai”. Tendo-se encontrado a caixa filha atingida pelo raio repete-se então o teste para as oito filhas dessa filha e assim por diante até se chegar a uma caixa que não possua filhas. Nesse caso, testa-se, finalmente, a interseção do raio com os triângulos contidos nessa caixa.

Imagine um objeto que possua 100.000 triângulos. Usando essa técnica, ao invés de se fazer 100.000 testes de interseção raio-triângulo, pode-se fazer, por exemplo, 6 testes de interseção raio-face de caixa e 20 testes raio-triângulo. A vantagem é óbvia. Os testes para a determinação das caixas e sub-caixas atingidas é muito simples e barato computacionalmente.

Essa hierarquia de caixas é conhecida como **octree** [4]. No protótipo sua construção é feita da seguinte forma: Para cada caixa construída (começando pela primeira, a bounding box), se o número de triângulos dentro dela for maior do que um limite máximo estipulado e ela estiver abaixo do limite máximo de descendência (ou seja, de subdivisões) seu volume é subdividido igualmente em 8 sub-caixas e esse teste é repetido para cada sub-caixa.

## 5 Radiância e Radiometria

A luz que vemos são ondas eletromagnéticas. As ondas eletromagnéticas existem em nosso ambiente em uma larga escala de frequências. Essas frequências incluem as chamadas micro-ondas, ondas de rádio e TV, ultra-violeta, etc. As ondas visíveis pelos seres humanos corresponde a uma pequena faixa de frequência dentro da faixa das frequências existentes em nosso ambiente. A percepção dessas frequências pelo olho humano será explicada no capítulo 11.

Agora torna-se necessário introduzir alguns conceitos de radiometria assim como foi definido em [2] e exposto em [1].

A unidade básica de iluminação é o fóton. A **energia de um fóton** com um comprimento de onda  $\lambda$  é denominada  $e_\lambda$ . A **energia radiante espectral**,  $Q_\lambda$ , existente em  $n_\lambda$  fótons de comprimento de onda  $\lambda$  é

$$Q_\lambda = n_\lambda e_\lambda. \quad \text{Eq. 5.1}$$

A **energia radiante**,  $Q$ , é definida como

$$Q = \int_0^\infty Q_\lambda d\lambda. \quad \text{Eq. 5.2}$$

O **fluxo radiante**,  $\Phi$ , é definido como

$$\Phi = \frac{dQ}{dt}, \quad \text{Eq. 5.3}$$

sendo  $t$  o tempo.

A **intensidade radiante**,  $I$ , relativa a um ângulo sólido  $\vec{w}$ , é definida como

$$I(\vec{w}) = \frac{d\Phi}{d\vec{w}}. \quad \text{Eq. 5.4}$$

Ou seja: a intensidade radiante diz quanto fluxo radiante chega ou sai numa determinada direção.

O fluxo radiante por metro quadrado,  $d\Phi/dA$ , num determinado ponto  $x$  de uma superfície é separado em duas partes. A **saída radiante**,  $M$ , e a **irradiância**,  $E$ , como definidos a seguir:

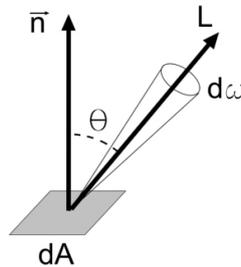
$$M(x) = \frac{d\Phi}{dA} \text{ (saindo da superfície)} \quad \text{Eq. 5.5}$$

$$E(x) = \frac{d\Phi}{dA} \text{ (entrando na superfície)} \tag{Eq. 5.6}$$

Finalmente, a **radiância**,  $L$ , é fluxo radiante por ângulo sólido por área projetada, definido da seguinte forma:

$$L(x, \vec{\omega}) = \frac{dE(x)}{\cos\theta d\vec{\omega}} = \frac{d^2\Phi}{\cos\theta d\vec{\omega} dA}, \tag{Eq. 5.7}$$

onde  $\theta$  é o ângulo entre o vetor normal da superfície no ponto  $x$  e a direção do ângulo sólido  $\vec{\omega}$  (como pode ser visto na Figura 5.1). Logo,  $\cos\theta dA$  é a área projetada.



**Figura 5.1 – A radiância  $L$  é o fluxo recebido (ou refletido) por uma área  $dA$  pelo ângulo sólido  $d\omega$ .**

Desse modo a radiância representa a quantidade de fótons por unidade de tempo que chega a uma determinada superfície vinda de uma determinada direção. Em outras palavras: a radiância é a luminosidade que atinge uma superfície vindo de uma determinada direção.

O  $\cos\theta$  entra na Eq. 5.7 pelo fato de que quanto mais próximo da tangente à superfície for um raio, menor será a sua irradiância sobre a mesma (menor a área projetada). Ou seja, um raio que atinja uma superfície paralelamente à normal da mesma terá 100% de influência enquanto que um que incida perpendicularmente à normal terá 0%. Essa relação é dada por um cosseno e significa que apenas o componente do raio paralelo à normal da superfície tem influência sobre a mesma. Podemos reescrever a Eq. 5.7 de modo a evidenciar esse fato:

$$dE(x, \vec{\omega}) = L(x, \vec{\omega}) \cos\theta d\vec{\omega}. \tag{Eq. 5.8}$$

Pode-se interpretar  $dE(x, \vec{\omega})$  como sendo a irradiância,  $E$ , em  $x$ , devida à radiância vinda do ângulo sólido diferencial  $d\vec{\omega}$ .

A Tabela 16–2 contém as unidades das principais grandezas radiométricas, sendo bastante útil a sua consulta.

## 6 Cálculo da Radiância

No capítulo 4 vimos como se descobrem os pontos das superfícies de uma cena que enviam radiância para um determinado pixel. Agora veremos como se calcula a radiância enviada por um ponto numa superfície em uma determinada direção. Para isso é necessária a intrdução de alguns conceitos:

### 6.1 BRDF

A *Bidirectional Reflectance Distribution Function*, BRDF, foi introduzida por Nicodemus et al. [3] como uma ferramenta para descrever a reflexão da luz em uma superfície. Ela relaciona a radiância incidente,  $L_i$ , numa determinada direção com a radiância refletida,  $L_r$ , numa outra determinada direção. Em outras palavras: a função BRDF diz quanto de uma luz vinda da direção  $\vec{w}'$  é refletida pela superfície na direção  $\vec{w}$ . Por convenção tanto  $\vec{w}$  quanto  $\vec{w}'$  são vetores que apontam “para fora” da superfície. Matematicamente, a BRDF,  $f_r$ , para um ponto  $x$  de uma superfície, uma direção incidente  $\vec{w}'$  e uma direção de reflexão  $\vec{w}$  é definida como:

$$f_r(x, \vec{w}', \vec{w}) = \frac{dL_r(x, \vec{w})}{dE(x, \vec{w}')} = \frac{dL_r(x, \vec{w})}{L_i(x, \vec{w}')(\vec{w}' \cdot \vec{n})d\vec{w}'}. \quad \text{Eq. 6.1}$$

$dE(x, \vec{w}')$  significa a irradiância resultante em  $x$  devido à radiância vinda do ângulo sólido diferencial  $d\vec{w}'$ .  $L_i(x, \vec{w}')$  é a radiância incidente em  $x$  vinda de  $\vec{w}'$ . Note que

$$(\vec{w}' \cdot \vec{n}) = \cos\theta', \quad \text{Eq. 6.2}$$

onde  $\theta'$  é o ângulo entre a normal da superfície  $\vec{n}$  no ponto  $x$ .

Dessa maneira podemos definir a radiância refletida por uma superfície num ponto  $x$  na direção  $\vec{w}$ ,  $L_r(x, \vec{w})$ , como:

$$L_r(x, \vec{w}) = \int_{\Omega} f_r(x, \vec{w}', \vec{w})dE(x, \vec{w}') = \int_{\Omega} f_r(x, \vec{w}', \vec{w})L_i(x, \vec{w}')(\vec{w}' \cdot \vec{n})d\vec{w}', \quad \text{Eq. 6.3}$$

onde  $\Omega$  é o hemisfério das direções de incidência em  $x$ . A transição da segunda para a terceira expressão na Eq. 6.3 é devido à Eq. 5.8.

A BRDF assume que toda a energia luminosa que incide sobre um ponto é refletida nesse mesmo ponto.

## 6.2 Dividindo o problema

Da Eq. 6.3 vemos então que para se calcular a radiância refletida em  $x$  na direção  $\vec{w}$  temos que calcular a radiância incidente em  $x$  por todo o hemisfério de direções incidentes possíveis aplicando a BRDF relativa ao material dessa superfície nessas radiâncias incidentes.

Podemos facilitar o cálculo de  $L_r(x, \vec{w})$  observando a seguinte relação:

$$L_i(x, \vec{w}') = L_r(y, -\vec{w}') + L_e(y, -\vec{w}'), \quad \text{Eq. 6.4}$$

onde  $L_e$  é a radiância emitida por  $y$ . Sendo assim a radiância que incide em  $x$  é resultado de uma emissão ou de uma reflexão. Assim podemos separar as radiâncias incidentes em dois grupos: radiâncias incidentes vindas de emissões e radiâncias incidentes vindas de reflexões. Ao primeiro grupo damos o nome de **iluminação direta** e ao segundo de **iluminação indireta**.

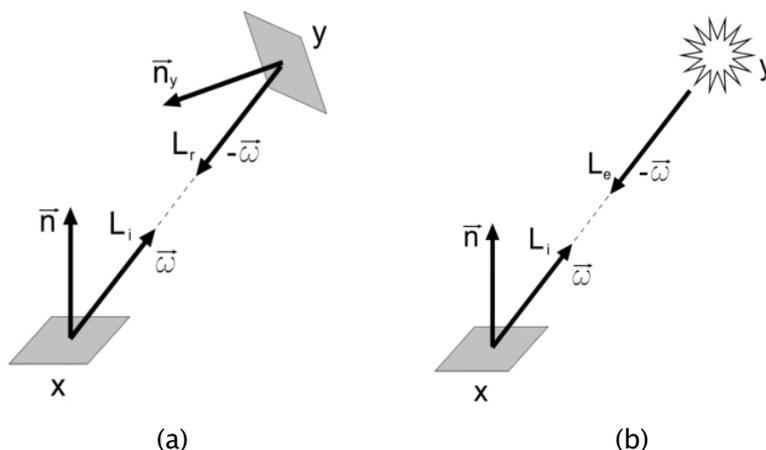


Figura 6.1 – (a)  $x$  recebendo iluminação indireta de  $y$  (radiância refletida). (b)  $x$  recebendo iluminação direta de  $y$  (radiância emitida). Note que a radiância, do ponto de vista de  $y$ , é emitida/refletida e do ponto de vista de  $x$  é incidente.

A iluminação direta vem de corpos que emitem luz como lâmpadas e o sol. O cálculo da iluminação direta é tratado no capítulo 7.

A iluminação indireta vem de todos os outros corpos como paredes, mesas, cadeiras, pisos, árvores, etc. O cálculo da iluminação indireta é tratado no capítulo 8.

Note que lâmpadas, por exemplo, tanto emitem quanto refletem luz, mas a reflexão é tão insignificante comparada à emissão que ela é desconsiderada. Corpos cuja reflexão e emissão tem grandezas próximas devem entrar tanto no cálculo da iluminação direta quanto da indireta.

## 7 Iluminação Direta

A iluminação direta é a que vem diretamente das fontes de luz. Para se calcular a iluminação direta recebida por um ponto (superfície de área diferencial  $dA$ ) deve-se somar a contribuição de todas as fontes de luz da cena. A seguir veremos como o cálculo é feito para cada tipo de luz.

### 7.1 Tipos de luzes

Cada tipo de luz possui um método próprio para o cálculo da irradiância gerada em um ponto. O método de cálculo para cada tipo de luz definido na seção **Erro! Fonte de referência não encontrada.** é mostrado a seguir.

#### 7.1.1 Luz Pontual

Seja  $\Phi_l$  o fluxo radiante de uma luz pontual  $l$ , a irradiância,  $E$ , em um ponto  $x$  devido à  $l$  é dada por:

$$E(x, l) = \frac{\Phi_l \cos\theta}{4\pi r^2} v(x, l), \quad \text{Eq. 7.1}$$

onde  $r$  é a distância entre  $l$  e  $x$ .  $4\pi r^2$  é a área da superfície da esfera com centro em  $l$  e cuja superfície toca  $x$ . A razão disso é porque o fluxo da luz é enviado uniformemente em todas as direções e, desse modo, pode ser representado como uma esfera crescente tendo o fluxo total da luz espalhado uniformemente por sua superfície.  $\cos\theta$  é o fator de conversão de radiância para irradiância, já que só o componente paralelo à normal da radiância é que contribui para a irradiância.  $v$  é a função de visibilidade que retorna 1 (um) se  $l$  for diretamente visível por  $x$  e 0 (zero) caso contrário. A luz  $l$  não será diretamente visível por  $x$  se houver um objeto entre esses dois pontos.

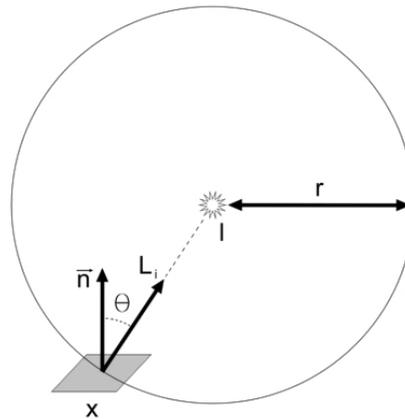


Figura 7.1 – Uma luz pontual  $l$  a uma distância  $r$  de um ponto  $x$

### 7.1.2 Luz Direcional

Seja  $l$  uma luz direcional circular de fluxo radiante  $\Phi_l$  e raio  $r$  e  $x$  um ponto de uma superfície, a irradiância gerada por  $l$  em  $x$  é:

$$E(x,l) = \frac{\Phi_l \cos\theta}{\pi r^2} v(x,l,-\vec{n}_l), \tag{Eq. 7.2}$$

considerando que o fluxo radiante é distribuído uniformemente pela superfície circular.  $v$  é a função de visibilidade que retorna 1 (um) se  $l$  for diretamente visível por  $x$  na direção  $-\vec{n}_l$  e 0 (zero) caso contrário.

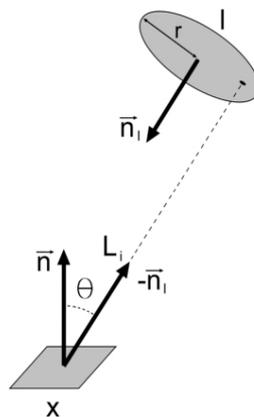
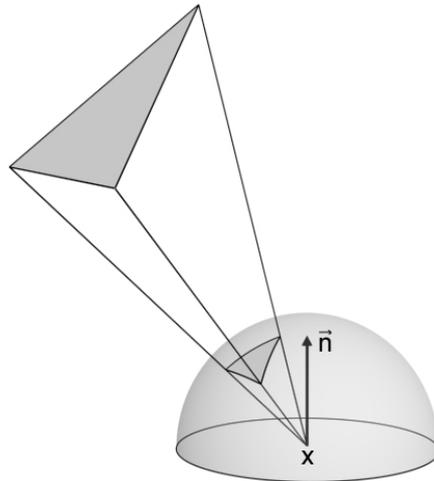


Figura 7.2 – Uma luz direcional circular,  $l$ , de raio  $r$ .

### 7.1.3 Luz de Malha de Triângulos

Como uma malha é um conjunto de triângulos, obter a irradiância gerada por uma malha é o mesmo que obter a irradiância gerada por cada triângulo e somar o resultado. Por isso aqui será mostrado o cálculo apenas de uma luz triangular.



**Figura 7.3 – A projeção de um triângulo no hemisfério unitário, chamada de triângulo esférico.**

Para as luzes direcionais e pontuais a projeção de sua superfície emissora sobre  $x$  possui uma área infinitesimalmente pequena  $dA$  (luzes direcionais possuem área mas só um ponto de sua superfície lança raios na direção de  $x$ ). Por causa disso toda a radiância emitida por essas luzes vem por um único ângulo sólido infinitesimal  $d\vec{\omega}'$ , tornando o cálculo simples e direto.

Porém, esse não é o caso de luzes que possuem área, como a triangular. Esses tipos de luz possuem uma área projetada no hemisfério unitário de  $x$  que não é infinitesimal e cuja radiância varia por toda essa área projetada. Logo, para se achar a contribuição da luz triangular, temos que integrar a radiância por toda a área do triângulo esférico gerado. A Figura 7.3 mostra essa situação.

A radiância varia pelo triângulo esférico porque para cada ponto desse triângulo, a superfície emissora se encontra a uma distância diferente e o ângulo entre sua normal e  $-\vec{\omega}'$  também é diferente.

Para se resolver essa integral usa-se a técnica de Monte Carlo. Existe uma extensa literatura sobre técnicas para se escolher as melhores amostras de raios tanto na superfície projetada no hemisfério unitário quanto na superfície da própria luz [5]. Isso porque essa integral pode ser resolvida escolhendo-se tanto pontos na projeção quanto na própria superfície da luz, mas os melhores resultados (e que exigem menos raios) são os que escolhem pontos para amostragem na superfície projetada, sendo, no nosso caso, um triângulo esférico.

## 7.2 *Categorização das áreas iluminadas*

Pode-se classificar a iluminação direta de uma superfície por uma fonte de luz em três categorias:

1. Completamente iluminada
2. Parcialmente iluminada (penumbra)
3. Não iluminada (sombra)

Observe que não existe área de penumbra para luzes pontuais e direcionais. Para superfícies completamente iluminadas aplica-se a integração comum da fonte de luz no ponto. Para a sombra, obviamente, nada é calculado. A penumbra é a área mais delicada para ser calculada pois implica que parte da fonte luminosa é visível e parte não é. Determinar essa área visível requer muito mais amostras do que a integração para toda a superfície da luz. Por isso podemos reclassificar essas três categorias segundo o seu custo computacional:

1. Alto custo – Penumbra
2. Baixo custo – Completamente iluminada
3. Custo zero – Sombra

Diante disso, duas importantes observações podem ser feitas:

- Em cenas típicas, grande parte das superfícies ou são completamente iluminadas, ou estão na sombra. A área de penumbra geralmente corresponde apenas a uma pequena parte da área total.
- Apenas o cálculo da área de penumbra é que requer um grande número de amostras na integração.

Normalmente um renderizador sempre geraria um grande número de amostras de integração no cálculo da iluminação de luzes com área para garantir um bom resultado nas eventuais e complicadas regiões de penumbra. Diante das observações feitas acima podemos ver que isso gera um grande desperdício computacional.

Logo, seria bastante interessante se pudéssemos descobrir na cena essas três áreas de modo a gerar um grande número de amostras apenas nas áreas de penumbra, um número pequeno para as completamente iluminadas e nenhuma (isso mesmo!) para as de sombra.

No protótipo foi utilizada uma técnica simples, intuitiva, eficiente e elegante para isso chamada de **shadow photons** [6] que será mostrada na seção 9.6.

## 8 Iluminação Indireta

A iluminação indireta é o componente mais caro de ser calculado porque, ao contrário da iluminação direta, as contribuições vêm de todas as direções do hemisfério unitário. A integração é feita, então, por todo o hemisfério, o que a torna muito cara. Essa integração tem a seguinte forma:

$$E(x) = \int_{\Omega} dE(x, \vec{w}'). \quad \text{Eq. 8.1}$$

Utilizando a relação da Eq. 5.8 na Eq. 8.1 temos:

$$E(x) = \int_{\Omega} L(x, \vec{w}') \cos\theta d\vec{w}'. \quad \text{Eq. 8.2}$$

Substituindo o ângulo sólido pela sua área (Eq. 2.1) temos:

$$E(x) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} L(x, \theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi. \quad \text{Eq. 8.3}$$

No protótipo, ao invés de se aplicar a integração de Monte Carlo pura e simples no hemisfério, foi feita uma estratificação do mesmo [7]:

$$E(x) = \frac{\pi}{MN} \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^N L(x, \theta_j, \phi_k), \quad \text{Eq. 8.4}$$

onde:

$$\theta_j = \sin^{-1} \left( \sqrt{\frac{j - \xi_{\theta_j}}{M}} \right) \text{ e} \quad \text{Eq. 8.5}$$

$$\phi_k = 2\pi \frac{(k - \xi_{\phi_k})}{N}. \quad \text{Eq. 8.6}$$

Na Eq. 8.4, o  $\pi$  antes do somatório vem da relação  $\pi = 2\pi \frac{\pi}{2}$  dada pelos limites de integração na Eq. 8.3. Na Eq. 8.5,  $\sin^{-1}$  é o arco-seno.  $M$  e  $N$  são, respectivamente, o número de subdivisões verticais e horizontais do hemisfério unitário. Note que essa equação gera uma estratificação do hemisfério unitário em  $M$  vezes  $N$  células. Em cada célula um raio é lançado numa direção aleatória dentro dos limites da mesma. O resultado da estratificação produz uma distribuição de raios muito mais uniforme do que a simples geração aleatória de direções tendo todo o hemisfério como limite, pois garante que um raio passará pela área de cada célula.

O protótipo utiliza a técnica de *photon mapping* para calcular a radiância  $L$  da Eq. 8.4.

## 9 Photon Mapping

A técnica de **photon mapping** [1], criada por Henrik Wann Jensen, é utilizada para se construir um “mapa” da iluminação global da cena. Esse mapa pode ser tão preciso quanto desejado, dependendo apenas do tempo computacional investido no mesmo.

O mapa é na realidade um conjunto de pontos no espaço tridimensional no qual cada ponto possui a informação do fluxo radiante que passa por ele. Todos esses pontos ficam espalhados apenas sobre as superfícies da cena. Esses pontos são chamados de **photons** (ou fótons, em português, que é como chamarei neste documento) e o mapa de **photon map** (ou mapa de fótons). Essa nomenclatura pode causar um pouco de confusão, já que o fóton do *photon mapping* possui fluxo radiante enquanto que o fóton definido pela radiometria possui energia.

Assim, para se saber a irradiância em um determinado ponto, basta colher os fótons próximos a ele e aplicar o cálculo descrito na seção 9.4.

### 9.1 Emissão de fótons

O mapa de fótons é construído a partir da emissão de fótons pelas fontes luminosas. Cada emissão de fóton é determinada por um ponto e uma direção de saída. O método de emissão de cada tipo de luz é descrito nas próximas sub-seções.

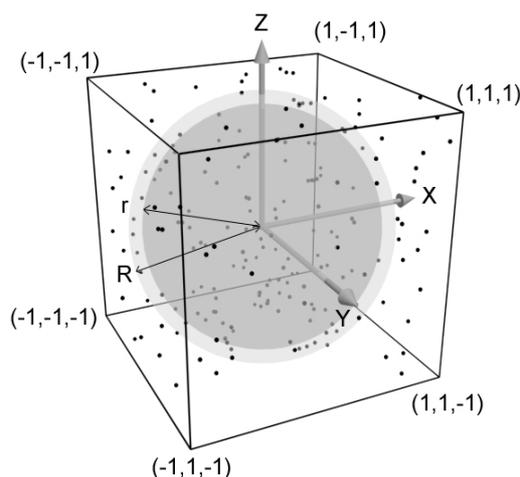
No protótipo, todo tipo de luz possui um atributo em comum que é o seu fluxo radiante. É também considerado que toda luz emite o seu fluxo radiante de maneira uniforme, ou seja, a saída radiante é uniforme por toda a sua superfície. Logo, se a luz deve emitir 1.000.000 fótons e possui uma área de 20 m<sup>2</sup>, cada metro quadrado de sua superfície deve emitir 50.000 fótons. Certamente existem luzes reais cuja emissão não é nem um pouco uniforme (como uma tela de televisão) mas isso não será modelado pelo protótipo porque corresponde a uma parte pouco expressiva de fontes luminosas. Porém isso pode ser feito adicionando-se, por exemplo, mapeamento de textura às fontes luminosas. É claro que essa discussão não se aplica à luz pontual (ela não possui área).

#### 9.1.1 Luz Pontual

O ponto de emissão dos fótons é a posição da própria luz. A direção de cada emissão é determinada gerando-se pontos aleatórios dentro do cubo unitário até que um dos pontos gerados se encontre no interior de uma casca esférica determinada pelos raios 1.0 e  $r$ , sendo  $r < 1$  (veja a Figura 9.1). Esse ponto será então o vetor<sup>1</sup> da direção da emissão.

---

<sup>1</sup> É recomendável normalizar este vetor antes de defini-lo como sendo a direção da emissão, já que seu comprimento está entre 1 e  $r$ .



**Figura 9.1 – A casca esférica definida pelos raios R e r, sendo R = 1, circunscrita no cubo unitário. Somente os pontos que estiverem dentro dessa casca são aceitos.**

Esse método de geração é chamado de **rejection sampling**, ou, em português, **rejeição de amostras**.

À primeira vista pode parecer que esse método é custoso pelo fato de ele gerar uma quantidade indeterminada de pontos até encontrar um que sirva, isso para cada fóton emitido de um total que normalmente está na casa das dezenas ou centenas de milhares por fonte de luz.

Na realidade ele é bastante eficiente pelo fato de que números aleatórios são gerados muito rapidamente e que o teste de rejeição é também muito simples. Esse teste consiste apenas de uma comparação entre  $r^2$  e o quadrado do comprimento do vetor gerado. O teste deve ser feito com os quadrados das distâncias<sup>1</sup> para se evitar o uso da raiz quadrada, por ser uma função cara.

### 9.1.2 Luz Direcional

O cálculo do ponto de emissão é feito em duas partes. Primeiro gera-se um ponto aleatório dentro de um círculo no plano xy com o raio da área de emissão da luz. Esse ponto é gerado pela técnica de rejeição de amostras para um quadrado de lado  $2r$ , sendo  $r$  o raio do círculo. Depois aplica-se a este ponto a matriz de transformação que leva pontos do sistema de coordenadas local para o sistema de coordenadas da cena.

A direção de emissão é a mesma para todos os fótons e é o próprio vetor normal da luz.

<sup>1</sup> Visto que o comprimento de um vetor  $(x, y, z)$  é  $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

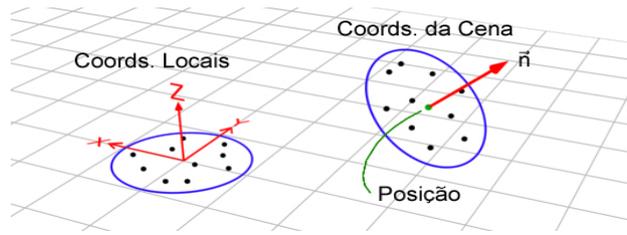


Figura 9.2 – A transformação do sistema de coords. locais da luz direcional para o sistema de coords. da cena. Note que no sistema local a normal é o vetor (0,0,1).

### 9.1.3 Luz de Malha de Triângulos

Uma malha de triângulos pode conter tanto triângulos que possuem grandes áreas quanto triângulos com áreas muito pequenas, assim como a razão *fótons emitidos / número de triângulos* pode variar bastante. Por isso é comum que haja triângulos que emitem muitos fótons e outros que nada emitem. Logo, a técnica de emissão deve levar todos esses fatores em consideração.

Antes de se iniciar a emissão dos triângulos o protótipo gera uma estrutura que chamerei de **linha de áreas da malha**. Essa linha (unidimensional) tem início em 0 (zero) e fim em  $A_{malha}$ , a área total da malha. Essa linha possui  $n - 1$  segmentos, sendo  $n$  o número de triângulos da malha. A largura do  $i$ -ésimo segmento,  $l_i$ , é igual à área do  $i$ -ésimo triângulo da malha,  $a_i$ . Ou seja:  $l_i = a_i$ .

A Figura 9.3 mostra um exemplo da linha de áreas de uma malha de 9 triângulos, sendo  $s_i$  o  $i$ -ésimo segmento.

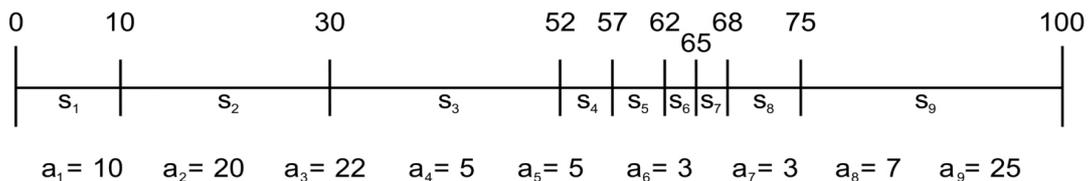


Figura 9.3 – Um exemplo de linha de áreas de uma malha de 9 triângulos

Para cada fóton a ser emitido, primeiro deve-se escolher de que triângulo ele sairá. Para isso gera-se um número aleatório  $\xi$ , multiplica-se o seu valor por  $A_{malha}$  e verifica-se em que segmento da linha de áreas esse valor se encontra. Emite-se o fóton, então, no triângulo correspondente a esse segmento. Desse modo garante-se que cada triângulo terá uma probabilidade de ser escolhido igual a  $a_i / A_{malha}$ .

Determina-se a posição de emissão no triângulo escolhido utilizando-se coordenadas baricêntricas. O valor dessas coordenadas é escolhido da seguinte forma:

$$\alpha = \xi_1, \tag{Eq. 9.1}$$

$$\beta = (1 - \alpha)\xi_2 \text{ e} \tag{Eq. 9.2}$$

$$\gamma = 1 - (\alpha + \beta). \tag{Eq. 9.3}$$

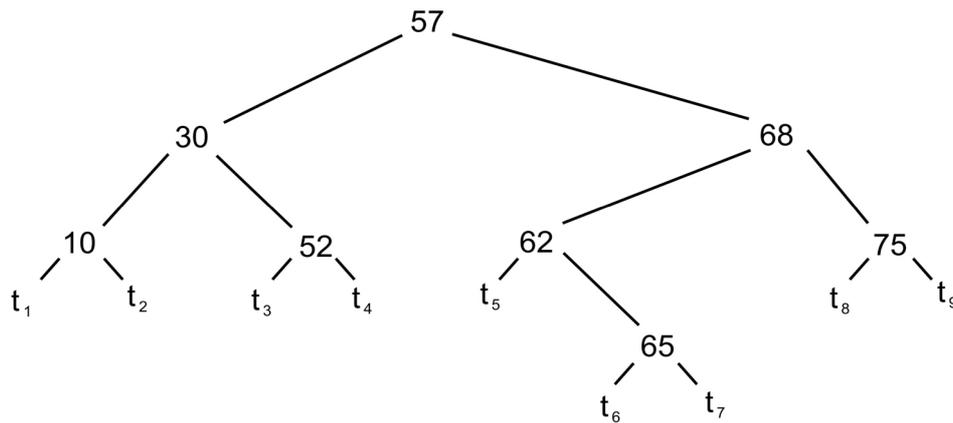
Logo, o ponto de emissão,  $x$ , é:

$$x = v_1\alpha + v_2\beta + v_3\gamma, \tag{Eq. 9.4}$$

onde  $v_1$ ,  $v_2$  e  $v_3$  são os três vértices do triângulo escolhido.

É importante que a implementação da linha de áreas permita uma consulta eficiente, porque ela será chamada uma vez para cada fóton e podem-se lançar centenas de milhares ou mesmo milhões de fótons em uma cena. A consulta recebe como entrada um valor entre 0 e  $A_{malha}$  e retorna o triângulo correspondente ao segmento que contém esse valor.

Foi utilizada uma **árvore de busca binária** para representar a linha de áreas pela sua comprovada eficiência para esse tipo de busca unidimensional. A árvore correspondente à linha de áreas da Figura 9.3 é mostrada na Figura 9.4, sendo  $t_i$  o  $i$ -ésimo triângulo da malha.



**Figura 9.4 – A árvore de busca binária correspondente à linha de áreas da Figura 9.3**

Tendo-se finalmente escolhido a posição da emissão do fóton, a direção é determinada pela seguinte equação:

$$\vec{w} = (\theta, \phi) = (\cos^{-1}(\sqrt{\xi_1}), 2\pi\xi_2), \tag{Eq. 9.5}$$

sendo  $\cos^{-1}$  o arco-cosseno. A equação tem essa forma pelo fato de que a probabilidade de uma direção ser escolhida é diretamente proporcional ao cosseno de  $\theta$ .

## 9.2 O Caminho dos Fótons Emitidos

Ao ser emitido por uma fonte de luz, um fóton percorre a cena segundo a sua direção de emissão até atingir uma superfície. Quando isso ocorre, o que acontece depende das propriedades do material da superfície atingida.

Quando uma intensidade radiante (um fóton) atinge uma superfície difusa o seu fluxo radiante é emitido em todas as direções segundo as propriedades difusas do material dessa superfície. A modelagem direta desse fenômeno faria com que um fóton atingindo uma superfície gerasse milhares (na realidade infinitos, mas seria aplicada uma aproximação por fótons discretos) de novos fótons, cada um carregando uma pequena parte desse fluxo.

Para evitar essa explosão numérica de fótons Jensen utiliza a técnica de **roleta russa** [9]. A idéia da roleta russa, em resumo, é que quando um raio com potência 1.000 atinge uma superfície com 0,5 de reflectância difusa, tanto faz refletir difusamente 1.000 raios com potência 0,5, lançar 500 raios com potência 1 ou ainda ter 50% de probabilidade de lançar um único raio com potência de 1.000 numa das possíveis direções de reflexão difusa. Jensen sugere que optemos pela terceira opção por motivos óbvios (economia).

Logo, seja  $\rho_d$  a reflectância difusa e  $\rho_s$  a reflectância especular do material da superfície atingida por um fóton e  $\xi$  um número aleatório:

$$\begin{aligned} \text{Se } \xi \in [0, \rho_d] &\rightarrow \text{Reflexão difusa} \\ \text{Se } \xi \in ]\rho_d, \rho_s + \rho_d] &\rightarrow \text{Reflexão especular} \\ \text{Se } \xi \in ]\rho_s + \rho_d, 1] &\rightarrow \text{Absorção} \end{aligned}$$

Observe que  $\rho_s + \rho_d \leq 1$ . O protótipo (assim como a maioria dos renderizadores existentes) representa a o espectro visível apenas pelos comprimentos de onda vermelho, verde e azul. Os materiais possuem reflectâncias diferentes para cada um desses três comprimento de onda. Por causa disso,  $\rho_d$  é definido como:

$$\rho_d = \frac{\rho_{dr} + \rho_{dg} + \rho_{db}}{3}, \quad \text{Eq. 9.6}$$

onde  $\rho_{dr}$ ,  $\rho_{dg}$  e  $\rho_{db}$  as reflectâncias difusas vermelha, verde e azul, respectivamente. O mesmo, é claro, ocorre com a reflectância especular.

Se ocorrer uma reflexão difusa o fóton que atingiu a superfície é armazenado no mapa da fótons na posição do impacto e um novo fóton, com a mesma potência, é emitido na posição do impacto e com a direção é determinada segundo a BRDF do material. Como o protótipo só trabalha com superfícies lambertianas, é utilizada a Eq. 9.5.

Para uma reflexão especular o que muda é que a direção escolhida será uma dentre as possíveis direções de reflexão especular definidas pelo material. Se for perfeitamente especular (espelho) essa direção será uma simples reflexão.

Se ocorrer uma absorção o fóton é simplesmente descartado.

### 9.3 Consultando o Mapa de Fótons

A construção do mapa de fótons é feita antes da renderização propriamente dita da cena. Durante a renderização o mapa de fótons será consultado inúmeras vezes. Essas consultas são do tipo: “Me dê os  $n$  fótons que estão mais próximos do ponto (a,b,c).”, sendo (a,b,c) as coordenadas do ponto desejado e  $n$  uma constante definida pelo usuário.

O mapa de fótons precisa ser estruturado de forma a atender da maneira mais eficiente possível essas consultas. A estrutura recomendada por Jensen é a **kd-tree** [8].

A kd-tree aplica a filosofia da árvore de busca binária (que chamarei daqui em diante de ABB) ao espaço tridimensional (ao invés do unidimensional da ABB). Enquanto que um nó de uma ABB divide a reta em duas semi-retas separadas por um ponto, um nó de uma kd-tree divide o espaço em dois sub-espaços separados por um plano.

Numa kd-tree o espaço só pode ser dividido por três tipos de planos:

1. Planos (x, y,  $z_{nó}$ )
2. Planos (x,  $y_{nó}$ , z)
3. Planos ( $x_{nó}$ , y, z)

Sendo x, y e z variáveis livres e  $x_{nó}$ ,  $y_{nó}$  e  $z_{nó}$  as coordenadas do nó que divide o espaço.

Na consulta, um fóton está “próximo do ponto (a,b,c)” se ele estiver dentro do volume da esfera centrada nesse ponto (a,b,c) e cujo raio é definido pelo usuário.

### 9.4 A Estimativa de Radiância

O objetivo do *photon mapping* é que se consiga determinar a radiância refletida em um ponto qualquer da cena a partir dos fótons próximos a ele. Como os fótons do mapa de fótons possuem intensidade radiante, o que se quer fazer é, então, estimar a radiância em um ponto a partir das intensidades radiantes nas proximidades.

A radiância refletida por um ponto numa determinada direção é definida pela Eq. 6.3. Como o mapa de fótons não provê dados sobre as radiâncias incidentes,  $L_i$ , mas sim sobre os fluxos incidentes, temos que reescrever a Eq. 6.3 para que ela faça uso desses fluxos. Conseguimos isso através da relação entre radiância incidente e fluxo:

$$L_i(x, \vec{w}') = \frac{d^2\Phi_i(x, \vec{w}')}{(\vec{n}_x \cdot \vec{w}') d\vec{w}' dA_i}, \quad \text{Eq. 9.7}$$

que possui o mesmo significado da Eq. 5.7 só que contextualizada para a situação em questão.

Utilizando a Eq. 9.7 podemos reescrever a Eq. 6.3 para a forma desejada, ficando:

$$L_r(x, \vec{w}) = \int_{\Omega} f_r(x, \vec{w}', \vec{w}) \frac{d^2 \Phi_i(x, \vec{w}')}{(\vec{n}_x \cdot \vec{w}') d\vec{w}' dA_i} (\vec{w}' \cdot \vec{n}) d\vec{w}' = \int_{\Omega} f_r(x, \vec{w}', \vec{w}) \frac{d^2 \Phi_i(x, \vec{w}')}{dA_i}. \quad \text{Eq. 9.8}$$

Na estimativa, o fluxo radiante  $\Phi_i$  é aproximado pelas intensidades radiantes dos  $n$  fótons próximos a  $x$ , assumindo-se que elas estão localizadas em  $x$ . Temos, então, que:

$$L_r(x, \vec{w}) \approx \sum_{p=1}^n f_r(x, \vec{w}_p, \vec{w}) \frac{\Delta \Phi_p(x, \vec{w}_p)}{\Delta A_p}, \quad \text{Eq. 9.9}$$

sendo  $\Delta \Phi_p(x, \vec{w}_p)$  o fluxo radiante do fóton  $p$ .

Podemos fazer outra simplificação assumindo que  $\Delta A_p$ , para todo  $p$ , é a área da projeção da esfera no plano perpendicular a  $\vec{n}_x$ . Essa esfera é a que foi usada para “colher” os fótons no mapa de fótons, ou seja, é a esfera centrada em  $x$  cujo volume contém todos os  $n$  fótons. Desse modo:

$$\forall p : \Delta A_p = \pi r^2. \quad \text{Eq. 9.10}$$

Utilizando-se a Eq. 9.10 na Eq. 9.9 temos, finalmente:

$$L_r(x, \vec{w}) \approx \frac{1}{\pi r^2} \sum_{p=1}^n f_r(x, \vec{w}_p, \vec{w}) \Delta \Phi_p(x, \vec{w}_p). \quad \text{Eq. 9.11}$$

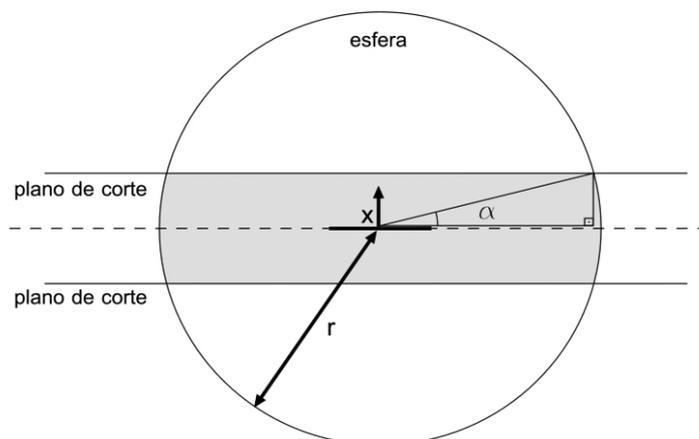
Essa é a equação usada para a estimativa de radiância e nela existem várias simplificações. É válido salientar que a qualidade da estimativa depende diretamente de  $n$ .

É interessante que a colheita de fótons no mapa de fótons seja um pouco mais restritiva porque o volume da esfera pode pegar fótons que não fazem sentido para  $x$ . Duas restrições adicionais são sugeridas por Jensen e aplicadas no protótipo.

A primeira restrição adicional é descartar os fótons cuja direção de incidência forma um ângulo maior do que 90 graus com a normal do ponto, evitando assim computar fluxos que venham por baixo da superfície, o que não faz sentido. Isso pode acontecer quando, por exemplo, o ponto em questão está sobre uma placa fina com fontes de luz acima e abaixo dela. A aplicação do volume da esfera puro e simples faria com que fossem pegos alguns fótons do lado de baixo dessa placa.

A segunda restrição vem do fato de que só é interessante pegar os fótons que estejam aproximadamente no plano definido por  $x$  e sua normal. Jensen sugere o uso de formas como esferas achatadas ou cilindros. O protótipo usa o volume de uma

seção de esfera, como é mostrado na Figura 9.5. O raio  $r$  e o ângulo  $\alpha$  são parâmetros definidos pelo usuário.



**Figura 9.5** – Para se colher os fótons próximos a  $x$  utiliza-se o volume definido por uma esfera com centro em  $x$ , raio  $r$  e ângulo dos planos de corte  $\alpha$ .

## 9.5 Visualizando Diretamente o Mapa de Fótons

Os melhores resultados são conseguidos quando se calcula a radiância em um ponto através do cálculo da contribuição da iluminação direta somada à da iluminação indireta, usando o mapa de fótons somente para calcular o  $L$  da Eq. 8.4. Pode-se conseguir, entretanto, uma imagem com iluminação global de maneira bem mais rápida visualizando-se diretamente o mapa de fótons.

A técnica é muito simples: basta no passo 3 do algoritmo do ray tracing básico (capítulo 4) usar diretamente a estimativa de radiância provida pelo mapa de fótons. Como tudo tem um preço, o imenso ganho de performance implica numa imagem que, apesar de possuir iluminação global, possui um ruído na iluminação bastante perceptível. Esse ruído pode ser reduzido simplesmente aumentando-se o número de fótons tanto na emissão quanto na estimativa de radiância. Porém, para que o ruído torne-se imperceptível, a quantidade de fótons necessária no mapa pode chegar, dependendo da complexidade da cena, a algumas centenas de milhões ou mais. Em tal circunstância o desempenho pode ficar igual ou pior à técnica convencional.

## 9.6 Shadow Photons

Shadow photons [6] são uma extensão da técnica de photon mapping e são utilizados para resolver o problema exposto na seção 7.2. Na implementação do protótipo, um fóton de sombra (daqui em diante chamarei shadow photons de “fótons de sombra”) contém os seguintes atributos:

- Três floats para sua posição  $(x, y, z)$

- Um byte utilizado pela kd-tree, indicando o tipo do plano de corte
- Um byte para armazenar o tipo do fóton e o índice da luz que o emitiu

Logo cada fóton de sombra ocupa 14 bytes de memória. Um fóton de sombra pode ser do tipo “direto” ou “sombra”. Os fótons de sombra ficam armazenados num objeto chamado de *mapa de fótons de sombra*.

O mapa de fótons de sombra é construído da mesma forma como o mapa de fótons comum é feito. A única diferença está no que é feito quando um fóton de sombra atinge uma superfície.

Todo fóton de sombra sai da sua fonte de luz como sendo do tipo “direto”. Quando ele atinge uma superfície ele é armazenado no mapa e um outro fóton de sombra é lançado a partir do ponto de impacto seguindo a mesma direção do anterior com a diferença que o seu tipo passa a ser “sombra”. Esse fóton então atravessa o interior do objeto e continua seu caminho. Se, a partir daí, ele atingir uma outra superfície, ele é armazenado e emite-se outro do tipo “sombra”. A partir daí o processo se repete.

O resultado disso é que as áreas que sofrem iluminação direta ficam povoadas por fótons de sombra do tipo “direto” e as áreas de sombra por fótons de sombra do tipo “sombra”. Já as áreas de penumbra possuem fótons de sombra dos dois tipos. Áreas vazias também estão na sombra (porque a luz não emite na direção da área).

A consulta ao mapa de fótons de sombra é igual à do mapa de fótons comum. Para se saber se um ponto está na iluminação direta, penumbra ou sombra, consulta-se o mapa de fótons de sombra e verifica-se os tipos de fótons de sombra retornados.

Note que os fótons de sombra são relativos a uma fonte de luz específica e no mapa de fótons de sombra co-existem os fótons de sombra emitidos por todas as fontes de luz da cena. Esse é o motivo deles carregarem o índice da luz que o emitiu.

## 10 Irradiance Caching

A iluminação indireta na maioria das cenas varia de forma gradual. Isso faz com que seja possível obter bons resultados com a interpolação da mesma utilizando-se pontos razoavelmente distantes. Logo, podemos calcular a iluminação indireta apenas em alguns pontos e usar a interpolação destes para todos os outros. A técnica conhecida como **Irradiance Caching** [10] faz exatamente isso.

Existe uma estrutura (no caso da implementação do protótipo, um objeto) chamada de **cache de irradiâncias** que guarda todas as irradiâncias de iluminação indireta já calculadas. Cada irradiância no cache contém, além do valor da irradiância em si, o ponto e a normal do ponto em que ela foi calculada. Dessa forma o cache de irradiâncias se parece muito com um mapa de fótons por se tratar de um conjunto de pontos no espaço. É importante lembrar, para evitar confusões, que apesar do nome da técnica e da estrutura de dados se referirem simplesmente à “irradiância” como um todo, elas são relativas somente à irradiância gerada pela iluminação indireta. Também neste capítulo, a irradiância gerada pela iluminação indireta será chamada simplesmente de “irradiância”.

A consulta ao cache de irradiâncias é da seguinte forma: “Quais são as irradiâncias existentes no cache que posso usar para um interpolação no ponto (a,b,c)?” Se a consulta não retornar nenhuma irradiância, uma nova é calculada (pelo método normal) e incluída no cache.

### 10.1 Cálculo da Interpolação

A interpolação é simplesmente uma média com pesos atribuídos a cada irradiância:

$$E(x) = \frac{\sum_{i \in S} w_i(x) E_i}{\sum_{i \in S} w_i(x)}, \quad \text{Eq. 10.1}$$

sendo  $E_i$  a  $i$ -ésima irradiância retornada pelo cache,  $w_i$  o peso atribuído à  $E_i$  em relação ao ponto  $x$  e  $S$  o conjunto das irradiâncias retornadas pelo cache.

O conjunto das irradiâncias retornadas pelo cache,  $S$ , tem a seguinte definição:

$$S = \{i : w_i(x) > 1/a\}, \quad \text{Eq. 10.2}$$

sendo  $a$  uma constante definida pelo usuário chamada de **erro máximo permitido**.

O peso da  $i$ -ésima irradiância,  $w_i$ , é calculado da seguinte forma:

$$w_i(x) = \frac{1}{\frac{\|x - x_i\|}{R_i} + \sqrt{1 - (\vec{n} \cdot \vec{n}_i)}}, \quad \text{Eq. 10.3}$$

sendo  $\vec{n}$  a normal de  $x$ ,  $\vec{n}_i$  a normal de  $x_i$  e  $x_i$  o ponto onde foi calculada  $E_i$ .

$R_i$  é a média harmônica das distâncias aos objetos atingidos pelos raios lançados na resolução da Eq. 8.4 para o cálculo de  $E_i$ , tendo, portanto, a forma:

$$R_i = \frac{1}{\frac{\sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^N 1/d(x_i, \theta_j, \phi_k)}{MN}}, \quad \text{Eq. 10.4}$$

com  $M$ ,  $N$ ,  $\theta_j$  e  $\phi_k$  tendo a definição que foi dada na Eq. 8.4 e sendo  $d$  a distância entre  $x_i$  e a superfície atingida por um raio lançado de  $x_i$  na direção  $(\theta_j, \phi_k)$ .

A forma da Eq. 10.3 é intuitiva. O peso,  $w_i$ , é o inverso do erro  $e_i$  ( $w_i = 1/e_i$ ).  $e_i$  é composto pela parte translacional,  $\|x - x_i\|/R_i$ , e rotacional,  $\sqrt{1 - (\vec{n} \cdot \vec{n}_i)}$ .

A parte translacional diz que quanto mais distante a irradiância  $i$  está de  $x$ , naturalmente, maior é o erro. O denominador diz que quanto mais perto as outras superfícies estiverem de  $x_i$ , mais relevante se torna o distanciamento do ponto de interpolação,  $x$ , em relação a  $x_i$ .

A parte rotacional diz que quanto maior a diferença entre as normais de  $x$  e  $x_i$ , maior será o erro resultante da interpolação.

## 10.2 Estrutura do Cache

O cache de irradiância é uma octree onde cada irradiância fica armazenada na menor caixa que contenha completamente a sua esfera de influência. A esfera de influência de uma irradiância  $i$  tem centro  $x_i$  e raio  $aR_i$ . Isso significa que, ao contrário de uma octree para armazenar triângulos de um objeto, a octree do cache de irradiâncias possui caixas que tem, ao mesmo tempo, caixas filhas e elementos (irradiâncias). Esse critério de armazenamento é o que foi implementado no protótipo e é uma pequena variação do que foi proposto em [10].

### 10.3 Gradientes de irradiância

Para melhorar a qualidade da interpolação foi proposto em [11] a inclusão de um gradiente translacional e outro rotacional na Eq. 10.1, ficando ela da seguinte forma:

$$E(x) = \frac{\sum_{i \in S} w_i(x) [E_i + (\vec{n}_i \times \vec{n}) \vec{\nabla}_r E_i + (x - x_i) \vec{\nabla}_t E_i]}{\sum_{i \in S} w_i(x)}, \quad \text{Eq. 10.5}$$

sendo  $\vec{\nabla}_r E_i$  e  $\vec{\nabla}_t E_i$  os gradientes, respectivamente, rotacional e translacional, da irradiância  $E_i$ .

Apesar da idéia básica estar clara, não está bem exposto em [11] o modo de como se chegou na equação do cálculo de cada um desses dois gradientes e por causa disso, apesar de ambos estarem implementados no protótipo, não tive tempo suficiente para compreendê-lo. Portanto, não haverá a explicação do cálculo deles aqui.

## 11 A Visão Humana: De Radiância para RGB

### 11.1 Comprimentos de Onda

A percepção da luz pelos seres humanos começa pelos inúmeros receptores cônicos existentes no fundo do olho. Existem três tipos desses receptores: um sensível à luz azulada, outro à esverdeada e o terceiro à avermelhada. Entre esse receptores cônicos existe também um tipo de receptor chamado bastonete. Os bastonetes são sensíveis apenas à intensidade da luz e não à sua cor.

Como foi dito no capítulo 5, a luz visível corresponde a uma relativamente estreita faixa de comprimentos de onda. A sensibilidade de cada tipo de cone em relação aos comprimentos de onda visíveis é mostrada na figuraXXX.

Na maioria das simulações (como também no protótipo) representa-se a faixa de luz visível apenas pelos comprimentos de onda vermelho, verde e azul. Porém, para um renderizador poder simular efeitos de decomposição da luz como o que ocorre em prismas, arco-íris, diamantes lapidados e versos de CDs é preciso representar a faixa visível (de 350 a 750 nanômetros) por um histograma. Uma largura de célula de 10nm geraria, por exemplo, um histograma com 40 células. Muito mais do que os somente 3 (vermelho, verde e azul) componentes usados na maioria dos renderizadores.

Por isso, um fóton, por exemplo, não possui simplesmente um atributo `fluxoRadiante`, mas sim três atributos: `fluxoRadianteAzul`, `fluxoRadianteVermelho` e `fluxoRadianteVerde`. O mesmo acontece para todas as outras unidades, como a radiância.

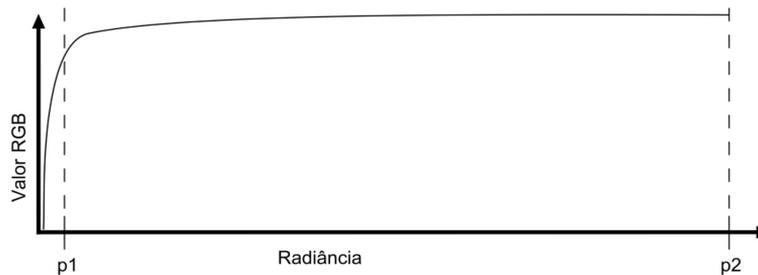
### 11.2 Sensibilidade Luminosa

O olho humano precisa lidar com uma escala muito grande de radiâncias simultaneamente. Por causa disso a nossa percepção não é linear para a intensidade da luz, mas sim algo como logarítmica. Ela é muito sensível para intensidades baixas e muito pouco sensível para as demais.

Imagine uma sala iluminada por uma lâmpada fluorescente. Nós conseguimos enxergar, sem nos ofuscar, todas a área da sala incluindo as imediações do teto em volta da lâmpada e a própria lâmpada. Na Figura 11.1, o intervalo de 0 a p1 conteria a intensidade da radiância refletida por 95% da sala, o de p1 a p2 seria a intensidade da área do teto próxima à lâmpada e p2 seria a intensidade emitida pela superfície dessa lâmpada. Isso não chega a ser uma surpresa quando se observa, por exemplo, que a irradiância é inversamente proporcional ao quadrado da distância de um emissor omni-direcional<sup>1</sup> (Eq. 7.1).

---

<sup>1</sup> Em todas as direções.



**Figura 11.1 – A relação entre a radiância e o valor RGB correspondente.**

O protótipo salva no disco rígido a matriz de radiâncias resultante da renderização contendo a radiância recebida por cada pixel. Essa matriz é então convertida, utilizando-se a função mostrada na Figura 11.1, para a imagem final propriamente dita (composta por pixels RGB). Essa conversão recebe como parâmetro o valor desejado para  $p_2$ .  $p_2$  é o chamado de **ponto de saturação** ou **sensibilidade luminosa**. Todas as radiâncias acima do ponto de saturação terão o mesmo valor RGB dado a  $p_2$ .

Logo, variar  $p_2$  na conversão significa variar a sensibilidade da visão do observador, gerando-se, então imagens mais claras ou mais escuras. Uma visão muito sensível ( $p_2$  muito baixo) geraria uma imagem completamente saturada<sup>1</sup> e uma visão muito pouco sensível ( $p_2$  muito alto) geraria uma imagem completamente preta (RGB (0,0,0)). A seção 12.2.1 mostra o resultado dessa variação

---

<sup>1</sup> Uma imagem completamente saturada é composta exclusivamente por pixels RGB com valores 255 ou 0, como por exemplo (255,0,255), (0,0,255) e (255,255,255).

## 12 Resultados

Neste capítulo são apresentados alguns resultados obtidos pelo protótipo juntamente com uma breve análise dos mesmos.

### 12.1 Cena 1

Essa cena é composta por uma caixa com uma meia-parede no centro. Próximo ao canto superior direito está uma luz pontual emitindo luz branca. A parede da direita é azul, o piso é verde e as demais superfícies são brancas. Note que, por ser pontual, ela não possui uma superfície e, portanto, não é visível.

Foram emitidos 10.000 fótons pela luz pontual e na estimativa de radiância foi estabelecido um limite máximo de 50 fótons.

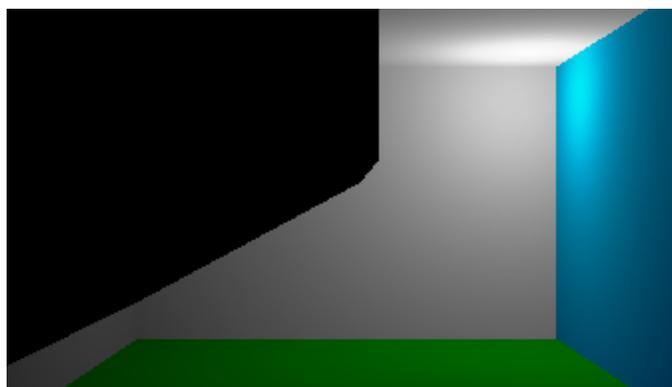


Figura 12.1 A iluminação direta da cena 1.

Observe na Figura 12.1 que a iluminação direta leva em conta a dispersão dos fótons emitidos pela luz pontual e, por causa disso, o piso verde quase não é visível. Observe também que o lado esquerdo, devido à obstrução da meia parede, não tem iluminação alguma.

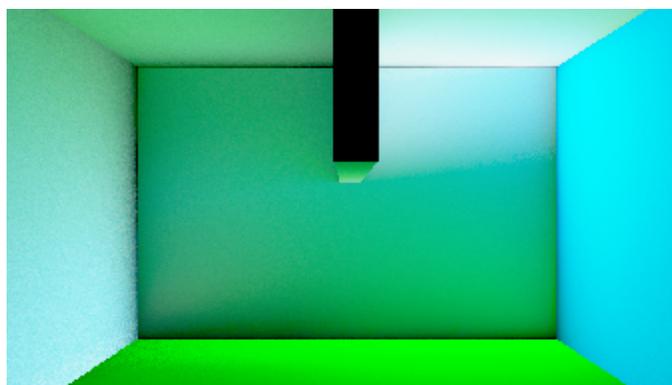


Figura 12.2 – A iluminação indireta da cena 1.

Na Figura 12.2 podemos constatar como a iluminação indireta é bastante gradual, chegando a parecer quase uniforme na parede da direita. Podemos observar também que o lado esquerdo do teto, por ter boa parte de sua iluminação oriunda do piso, ficou esverdeado. A metade inferior da parede esquerda recebe muita luminosidade da parede da direita e por causa disso ficou azulada. Já a metade superior recebe mais a influência do piso e por isso vai ficando esverdeada.

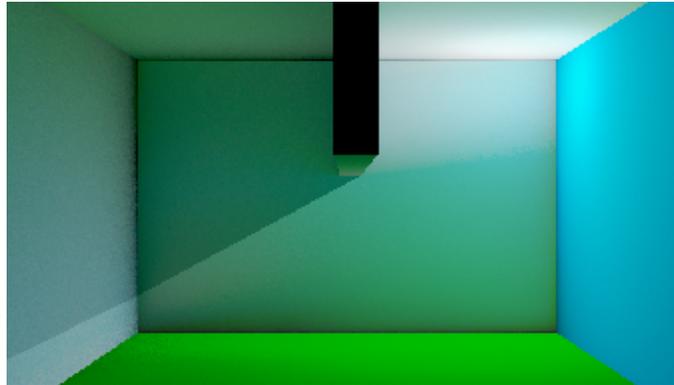


Figura 12.3 – A imagem completa da cena 1.

A Figura 12.3 é a combinação da iluminação direta e indireta.

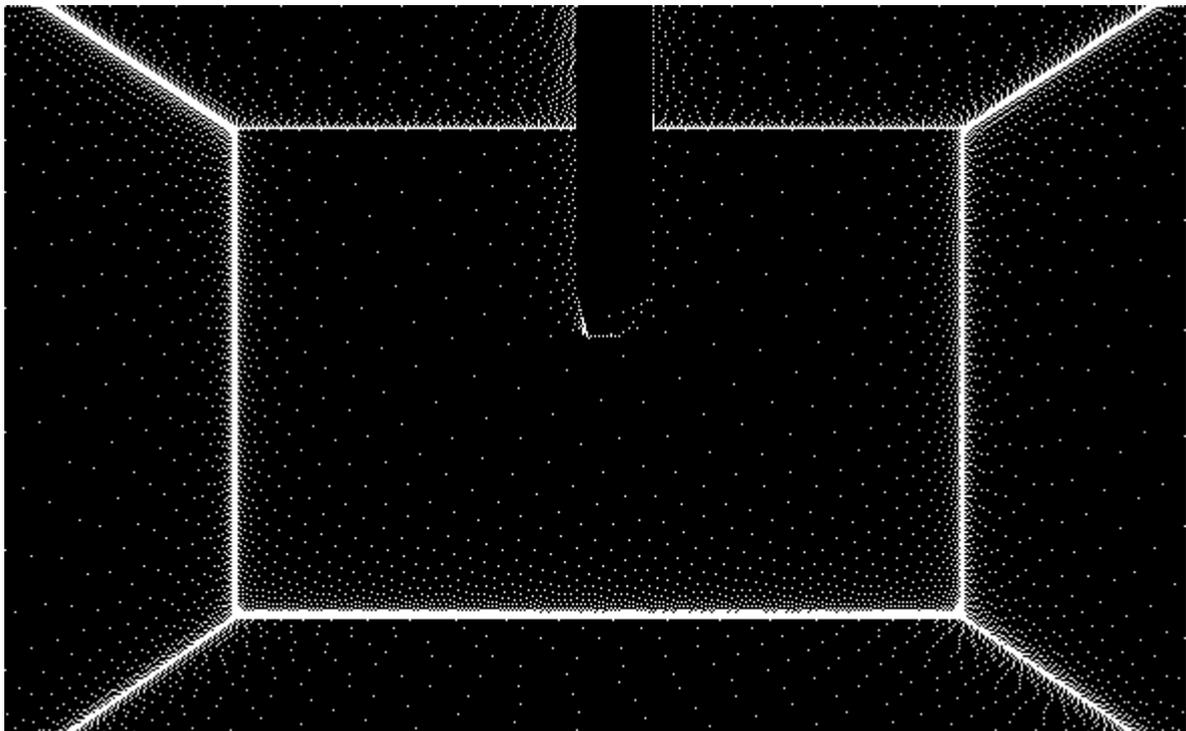
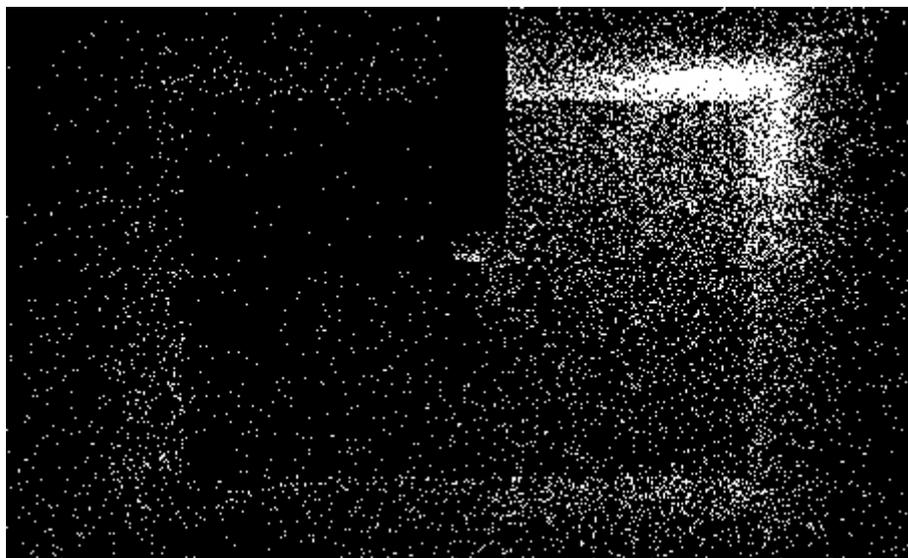


Figura 12.4 – O cache de irradiâncias da cena 1.

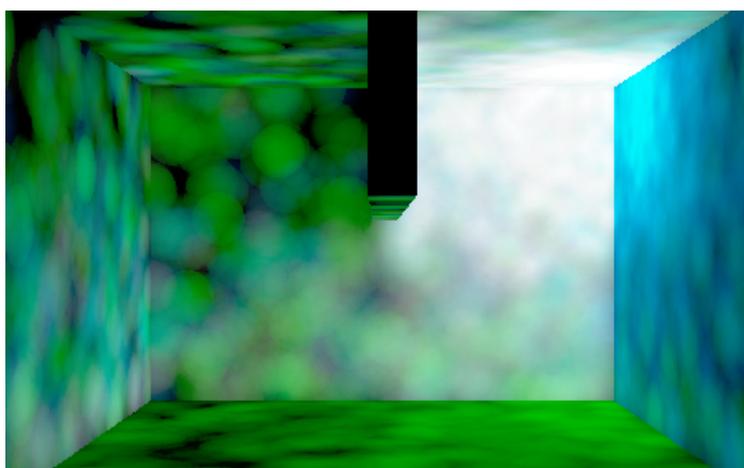
Na Figura 12.4, cada ponto branco representa uma irradiância no cache. Note que essa técnica funciona muito bem para superfícies planas. Observe também que quanto mais próximo da borda da superfície maior a concentração de irradiâncias. Isso

se deve ao fato de as bordas das paredes estarem muito próximas (na realidade “coladas”) à outras superfícies (no caso, a parede/piso/teto adjacente). Quanto mais próximo da quina maior é o  $R_i$  da Eq. 10.3. O erro rotacional na quina também é muito alto devido ao fato de que as normais das irradiâncias existentes na parede vizinha fazem  $90^\circ$  com a normal do ponto.



**Figura 12.5 – O mapa de fótons da cena 1.**

A Figura 12.5 mostra o mapa de fótons da cena 1. Foram emitidos 10.000 fótons pela luz pontual mas o mapa possui 32.767 fótons devido às reflexões difusas ocorridas.



**Figura 12.6 – A visualização direta do mapa de fótons da cena 1.**

A emissão de 10.000 fótons foi suficiente para o cálculo da iluminação indireta mas é absolutamente insuficiente para uma visualização direta, como pode ser constatado na Figura 12.6.

### 12.1.1 Aumentando o número de fótons

Como foi visto na Figura 12.6, A emissão de 10.000 fótons foi insuficiente para produzir uma boa visualização direta. Aumentou-se, então, a emissão para 500.000 fótons e a quantidade de fótons nas estimativas de irradiância para 150.

Podemos ver na Figura 12.8 que a nova visualização direta já está bem mais parecida com a Figura 12.3. Porém, mesmo usando-se um mapa com 1.048.576 fótons, o ruído ainda é bastante perceptível.

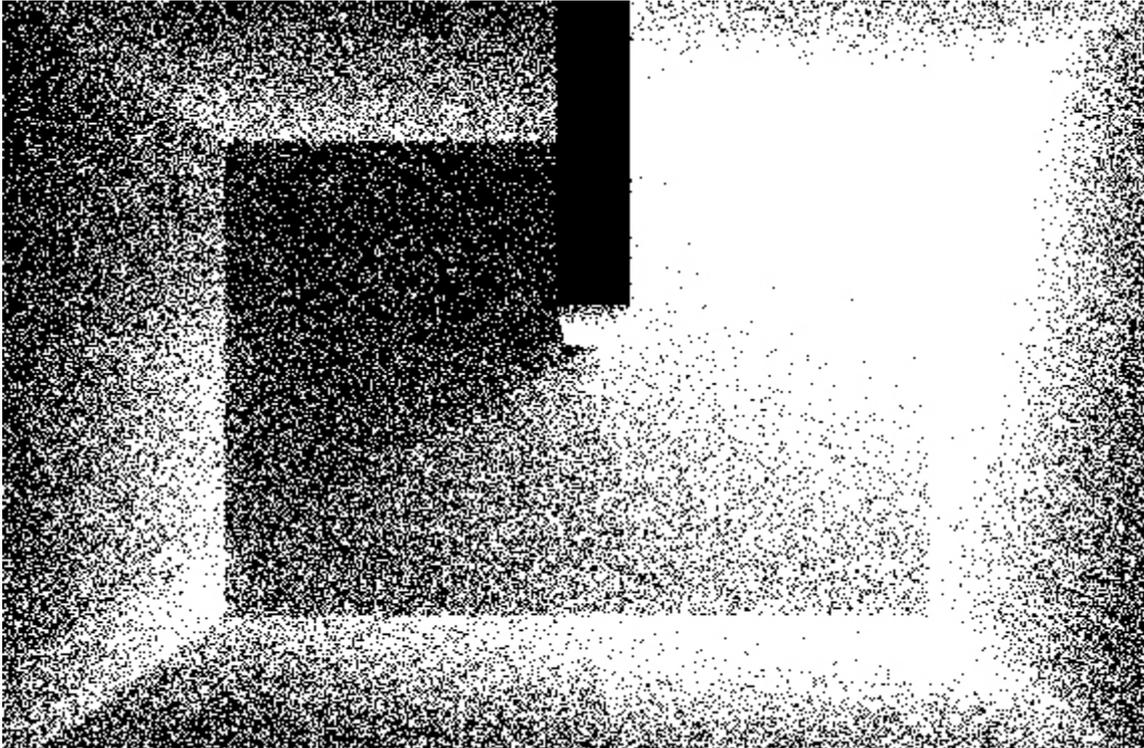


Figura 12.7 – O novo mapa de fótons da cena 1 com 1.048.576 fótons.

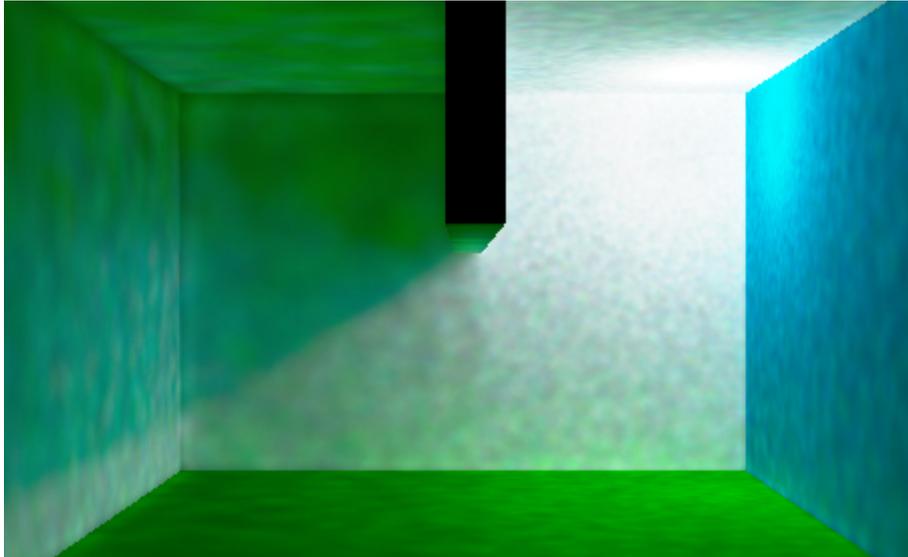


Figura 12.8 – A nova visualização direta da cena 1.

## 12.2 Cena 2

A cena 2 é uma sala fechada com paredes, piso e teto brancos, com exceção da parede direita, que é azul. Ela possui no teto uma luz pontual inserida no fundo de um tubo. A luz pontual emitiu 2.000.000 de fótons resultando em um mapa contendo 8.388.608 fótons. As visualizações diretas utilizaram 150 fótons para cada estimativa de radiância. Note que essa grande quantidade de fótons gerou uma iluminação de alta qualidade mas o ruído ainda é bastante perceptível.

Observe como na Figura 12.9 há uma parte da tórus-nó que possui um tom avermelhado devido à reflexão da luz difusa no topo do cilindro. Esse fenômeno é popularmente conhecido na literatura como **color bleeding**.

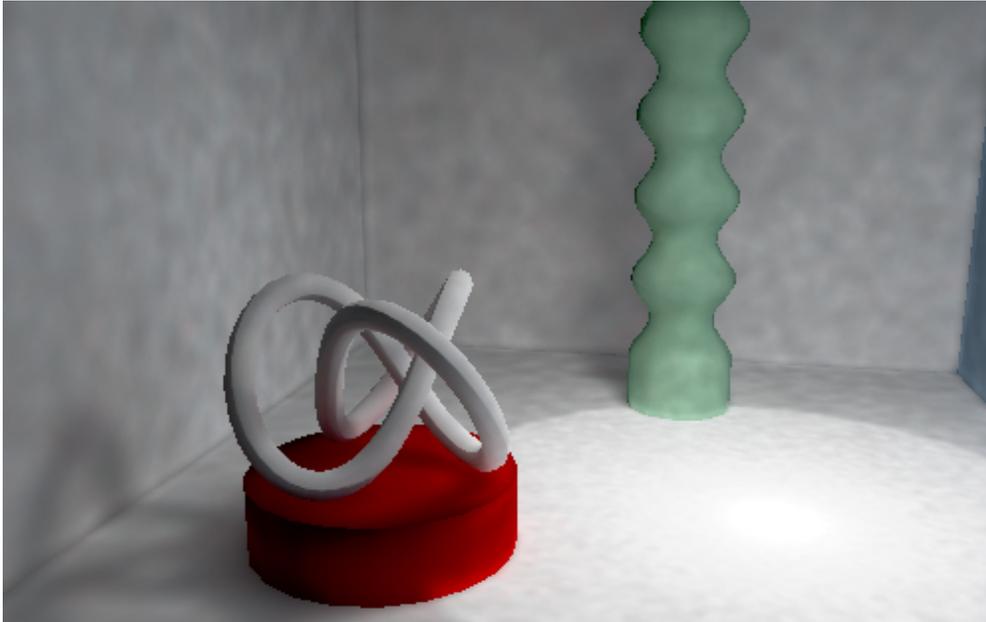


Figura 12.9 – Uma visualização direta da cena 2.



Figura 12.10 – Uma visualização direta da câmera posicionada no piso e apontada para o teto.

Também foi construído o cache de irradiâncias. A posição das irradiâncias nele contidas podem ser vistas na **Erro! Fonte de referência não encontrada.** Nessa figura pode-se constatar como o cache de irradiâncias é inútil para superfícies curvas.

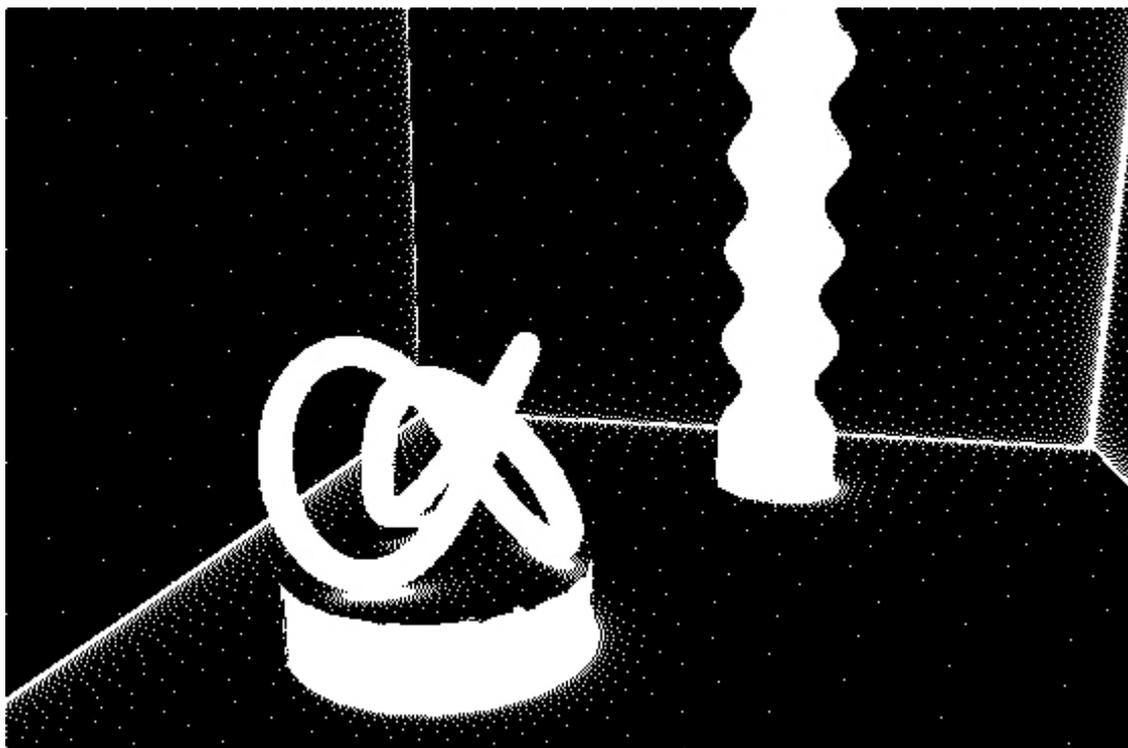


Figura 12.11 – O cache de irradiâncias da cena 2.

### 12.2.1 Variação da Sensibilidade Luminosa

Para demonstrar o efeito da variação da sensibilidade luminosa na converção da imagem de radiância para RGB, a imagem da Figura 12.9 foi convertida com diferentes sensibilidades. Os resultados podem ser visto nas figuras seguintes.

Observe na Figura 12.12 que agora podem ser vistos detalhes na iluminação do piso que estavam quase saturados na Figura 12.9. Já na Figura 12.13 boa parte do piso e do cilindro vermelho estão saturados.

A princípio pode-se ter a idéia de que a alteração da sensibilidade corresponde à alteração do brilho oferecida pelas aplicações de tratamento de imagens. Isso, porém, não é verdade.

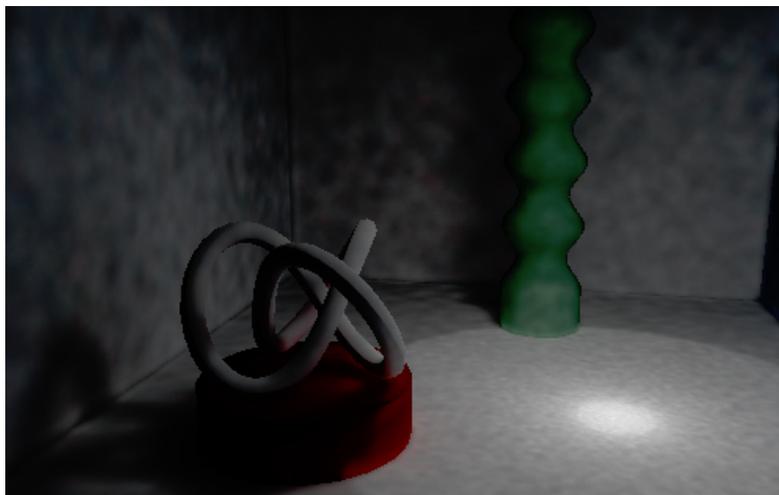


Figura 12.12 – Cena 2 com baixa sensibilidade à luz.



Figura 12.13 – Cena 2 com alta sensibilidade à luz.

## 13 Conclusões e Trabalhos Futuros

### 13.1 Sobre *Photon Mapping*

Apesar do *photon mapping* reduzir o custo computacional necessário para a geração de cenas com iluminação global, os resultados mostram que ainda assim o tempo gasto para a geração de uma cena de resolução média (800x600) com iluminação indireta de alta qualidade (usando a técnica de renderização em duas fases) é muito grande (até dezenas de horas) até para os computadores pessoais mais rápidos existentes no mercado atualmente.

Já a renderização utilizando a visualização direta do mapa de fótons mostrou ter uma relação custo/benefício muito boa, sendo bastante acessível para o poder computacional dos PCs atuais. Pelos resultados obtidos conclui-se que o ruído no mapa de fótons só pode ser eliminado (ou pelo menos reduzido a níveis aceitáveis) através de uma metódica estratificação dos fótons tanto na emissão, quanto no armazenamento no mapa.

Um contratempo é o fato de que há a necessidade de se definir vários parâmetros como o raio da esfera que irá colher os fótons, por exemplo, que depende diretamente da escala da cena a ser renderizada. Ainda não há uma maneira de se definir corretamente esses parâmetros automaticamente.

### 13.2 Sobre *Cache de Irradiâncias*

O *cache de irradiância* economiza bastante trabalho para superfícies planas. O problema é que essa economia é essencialmente só para essas superfícies planas. Como pôde ser visto na Figura 12.11, objetos com superfícies curvas não tiram proveito algum desta técnica, sendo sempre calculadas novas irradiâncias.

### 13.3 Sobre a *Construção de um Renderizador*

A construção de um ray tracer básico que seja eficiente e robusto já é um trabalho bastante complexo. Contruir um renderizador com iluminação global que seja eficiente e robusto o suficiente para poder ser utilizado em um ambiente de produção<sup>1</sup> torna-se facilmente um desafio.

A inclusão do fator temporal, ou seja, a renderização dos quadros de um vídeo, quando existem objetos na cena que se movem e se deformam (como personagens

---

<sup>1</sup> Um ambiente de produção é aquele que utiliza o recurso não para fins de pesquisa/análise, mas sim para produzir resultados para o mercado/indústria de modo a gerar receita. No nosso caso o “ambiente de produção” é essencialmente as produtoras de filmes/efeitos especiais e agências de publicidade e o “recurso” é o software renderizador.

animados, por exemplo), adiciona mais um nível de complexidade às técnicas de otimização para iluminação global.

Não é por acaso que os renderizadores de qualidade são feitos por grandes empresas e que o renderizador que é considerado o melhor existente, o *PhotoRealistic RenderMan* da empresa *Pixar*, possui nada menos do que 15 anos de evolução.

### **13.4 Trabalhos Futuros**

O protótipo abordou somente o problema da iluminação indireta gerada por superfícies difusas e o da iluminação gerada por fontes de luz que possuem área. A razão disso é que esses dois fatores são reponsáveis pela geração maior parte das características encontradas nas imagens reais.

Uma extensão relativamente rápida para o protótipo seria a inclusão do mapeamento de texturas e das reflexões especulares e *glossy*.

## 14 Glossário

Imagem Foto-Realista	É uma imagem que possui a aparência próxima a de uma foto real. Uma imagem foto-realista de uma cadeira específica, por exemplo, pode ser confundida com uma foto real da própria cadeira.
Renderização	Processo de sintetização de uma imagem.
Renderizador	Software que renderiza, ou seja, sintetiza imagens. Usado como sinônimo de sintetizador de imagens.
Pixel	Um ponto de uma imagem. Uma imagem é composta por uma matriz bidimensional (largura e altura) de pixels (pontos).
Parser	Software que lê e interpreta um arquivo de texto. Em outras palavras, é um software que consegue extrair o significado lógico contido em um tipo específico de texto.
RGB	<b>R</b> ed (vermelho), <b>G</b> reen (verde) e <b>B</b> lue (azul). É o formato de representação de cores no qual toda cor é composta por um nível de vermelho, um de azul e um de verde.
Estratificação	Aplicado à geração de números aleatórios significa uma técnica que evita o agrupamento dos números gerados em algumas regiões do espaço de amostragem de modo a garantir uma densidade uniforme de amostras no espaço independentemente do número de amostras geradas (principalmente quando são poucas). Em outras palavras: uma distribuição mais uniforme dos elementos de modo que a distância entre os mesmos seja aproximadamente igual.
Iluminação global	É a iluminação gerada tanto diretamente pelas fontes de luz quanto também pela luz refletida por outros objetos como paredes, tetos, pisos, cadeiras, etc. Um exemplo é uma bola branca muito próxima a uma parede vermelha e ambas (a parede e a bola) sendo iluminadas por uma luz branca. A bola ficará branca numa metade (devido à luz) e avermelhada na metade virada para a parede (devido à iluminação da luz e da parede).

## 15 Referências

- [1] Jensen, Henrik Wann. "Realistic Image Synthesis Using Photon Mapping". Editora A K Peters, ISBN 1-56881-147-0, 2001.
- [2] American National Standard Institute. "Nomenclature and Definitions for Illumination Engineering". ANSI Report, ANSI/IES RP-16-1986, 1986.
- [3] F. E. Nicodemus, J. C. Richmond, J. J. Hsia, I. W. Ginsberg e T. Limperis. "Geometric considerations and nomenclature for reflectance". Monografia 161, National Bureal of Standards (Estados Unidos), outubro de 1977.
- [4] Andrew S. Glassner. "Space subdivision for fast ray tracing." IEEE Computer Graphics and Applications, páginas 15-22, outubro de 1984.
- [5] Peter Shirley, Changyaw Wang, e Kurt Zimmerman. "Monte Carlo Techniques for Direct Lighting Calculations". ACM Transactions on Graphics, Vol. 15, Num. 1, páginas 1-36, janeiro de 1996.
- [6] Henrik Wann Jensen e Niels J. Christensen. "Efficiently rendering shadows using the photon map." Em Compugraphics '95, editado por Harold P. Santo, páginas 285-291, dezembro de 1995.
- [7] Rubenstein, R.Y., "Simulation and the Monte Carlo Method", Editora J. Wiley, 1981.
- [8] Jon L. Bentley e Jerome H. Friedman. "Data structures for range searching", Computing Surveys, Vol. 11, Num. 4, páginas 397-409, 1979.
- [9] James Arvo e David B. Kirk. "Particle Transport and Image Synthesis.", Computer Graphics (Proc. SIGGRAPH '90), Vol. 24, Num. 4, páginas 63-66, agosto de 1990.
- [10] Gregory J. Ward, Francis M. Rubinstein e Robert D. Clear. "A Ray Tracing Solution for Diffuse Interreflection", Computer Graphics, Volume 22, Num. 4, páginas 85-92, ACM Press, agosto de 1988.
- [11] Gregory J. Ward e Paul S. Heckbert. "Irradiance Gradients" No evento *Third Eurographics Workshop on Rendering*, páginas 85-98, Eurographics, maio de 1992.

## 16 Apêndices

### 16.1 Tabela de Símbolos

Quando o significado de um símbolo não é explicitado, seu significado é o que está contido na seguinte tabela:

Símbolo	Significado
$\xi_x$	Um número aleatório com distribuição uniforme no intervalo [0..1]
$(\theta, \phi)$	Um direção especificada em coordenadas esféricas sendo a normal da superfície o eixo polar ( $\theta = 0$ ).
$\theta$	Ângulo polar de uma coordenada esférica sendo a normal da superfície o eixo polar ( $\theta = 0$ ) ou o ângulo entre uma determinada direção e a normal da superfície. Esses dois significados são equivalentes.
$x$	Um ponto em uma superfície
$\vec{w}$	Direção da radiância refletida
$\vec{w}'$	Direção da radiância incidente (apontando “pra fora” da superfície)
$L$	Radiância
$E$	Irradiância
$\Omega$	Hemisfério de direções

Tabela 16-1 – Os símbolos e seus significados comuns.

### 16.2 Tabela de Unidades Radiométricas

Símbolo	Nome	Unidade
$Q_\lambda$	Energia Espectral Radiante	$J \text{ nm}^{-1}$
$Q$	Energia Radiante	$J$
$\Phi$	Fluxo Radiante	$W$
$I$	Intensidade Radiante	$W \text{ sr}^{-1}$
$E$	Irradiância (incidente)	$W \text{ m}^{-2}$
$M$	Saída Radiante (saindo do ponto)	$W \text{ m}^{-2}$
$L$	Radiância	$W \text{ m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$
$L_\lambda$	Radiância Espectral	$W \text{ m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ nm}^{-1}$

Tabela 16-2 – Os principais símbolos radiométricos com seus nomes e unidades.