

Teoria Axiomática dos Conjuntos, 2007.1
Lista de Exercícios 3

Exercício 1 (4.2 (Capt. 2) (5,0)) Seja f uma função de A sobre B (i.e., sobrejetora). Defina uma relação E em A por: aEb se e somente se $f(a) = f(b)$.

(a) Mostre que E é uma relação de equivalência em A .

(b) Defina uma função φ de A/E sobre B por $\varphi([a]_E) = f(a)$ (verifique que $\varphi([a]_E) = f(a) = \varphi([a']_E) = f(a)$ se $[a]_E = [a']_E$).

(c) Seja j uma função de A sobre A/E dada por $j(a) = [a]_E$. Mostre que $\varphi \circ j = f$.

Exercício 2 (5.10 (Capt. 2) (5,0)) Seja $A \neq \emptyset$; suponha que $\text{Pt}(A)$ seja o conjunto de todas as partições de A . Defina uma relação \preceq em $\text{Pt}(A)$ por

$S_1 \preceq S_2$ se e somente se para todo $C \in S_1$ existe $D \in S_2$ tal que $C \subseteq D$.

(Dizemos que a partição S_1 é um *refinamento* da partição S_2 se $S_1 \preceq S_2$ acontece.)

(a) Mostre que \preceq é uma ordenação.

(b) Seja $S_1, S_2 \in \text{Pt}(A)$. Mostre que $\{S_1, S_2\}$ tem um ínfimo. [Dica: Defina $S = \{C \cap D \mid C \in S_1 \text{ e } D \in S_2\}$.] Como é que a relação de equivalência E_S está relacionada às equivalências E_{S_1} e E_{S_2} ?

(c) Seja $T \subseteq \text{Pt}(A)$. Mostre que $\inf T$ existe.

(c) Seja $T \subseteq \text{Pt}(A)$. Mostre que $\sup T$ existe. [Dica: Seja T' o conjunto de todas as partições S com a propriedade de que toda partição de T é um refinamento de S . Mostre que $\inf T' = \sup T$.]