

CIn–UFPE  
Teoria Axiomática dos Conjuntos  
2008.1  
Lista de Exercícios 5  
Entrega: 6ª feira, 11/04/2008

**Exercise 1 (1.2 (Cap. 4) (2,0))** Prove que:

- (a) Se  $|A| < |B|$  e  $|B| \leq |C|$ , então  $|A| < |C|$ .
- (b) Se  $|A| \leq |B|$  e  $|B| < |C|$ , então  $|A| < |C|$ .

**Exercise 2 (2.2 (Cap. 4) (2,0))** Prove que se  $X$  e  $Y$  forem finitos, então  $X \times Y$  é finito, e  $|X \times Y| = |X| \cdot |Y|$ .

**Exercise 3 (2.4 (Cap. 4) (2,0))** Prove que se  $X$  e  $Y$  forem finitos, então  $X^Y$  tem  $|X|^{|Y|}$  elementos.

**Exercise 4 (3.1 (Cap. 4) (2,0))** Sejam  $|A_1| = |A_2|$ ,  $|B_1| = |B_2|$ . Prove que:

- (a) Se  $A_1 \cap A_2 = \emptyset$ ,  $B_1 \cap B_2 = \emptyset$ , então  $|A_1 \cup A_2| = |B_1 \cup B_2|$ .
- (b)  $|A_1 \times A_2| = |B_1 \times B_2|$ .
- (c)  $|\text{Seq}(A_1)| = |\text{Seq}(A_2)|$ .

**Exercise 5 (3.5 (Cap. 3) (2,0))** Seja  $A$  contável. O conjunto  $[A]^n = \{S \subseteq A \mid |S| = n\}$  é contaável para todo  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \neq 0$ .

**Exercise 6 (3.6 (Cap. 3) (2,0))** Uma sequência  $\langle s_n \rangle_{n=0}^{\infty}$  de números naturais é *eventualmente constante* se existe  $n_0 \in \mathbb{N}$ ,  $s \in \mathbb{N}$  tal que  $s_n = s$  para todo  $n \geq n_0$ . Mostre que o conjunto de todas as seqüências eventualmente constantes de números naturais é contável.