

CIn–UFPE
Teoria Axiomática dos Conjuntos
2008.1
Lista de Exercícios 2
Entrega: 6^a feira, 28/03/2008

Exercise 1 (3.2 (Cap. 2) (1,5)) As funções $f_i : i = 1, 2, 3$ são definidas da seguinte forma:

$$\begin{aligned}f_1 &= \langle 2x - 1 \mid x \text{ real} \rangle, \\f_2 &= \langle \sqrt{x} \mid x > 0 \rangle, \\f_3 &= \langle 1/x \mid x \text{ real}, x \neq 0 \rangle.\end{aligned}$$

Descreva cada uma das seguintes funções, e determine seus domínios e contra-domínios: $f_2 \circ f_1$, $f_1 \circ f_2$, $f_3 \circ f_1$, $f_1 \circ f_3$.

Exercise 2 (3.3 (Cap. 2) (1,5)) Prove que as funções f_1 , f_2 , f_3 do exercício anterior são um-para-um (injetoras), e encontre as funções inversas. Em cada caso, verifique que $\text{dom } f_i = \text{ran}(f_i^{-1})$, $\text{ran } f_i = \text{dom}(f_i^{-1})$.

Exercise 3 (3.6 (Cap. 2) (3,0)) Prove que:

- (a) Se f for uma função, $f^{-1}[A \cap B] = f^{-1}[A] \cap f^{-1}[B]$.
- (b) Se f for uma função, $f^{-1}[A - B] = f^{-1}[A] - f^{-1}[B]$.

Exercise 4 (3.7 (Cap. 2) (1,0)) Dê um exemplo de uma função f e um conjunto A tal que $f \cap A^2 \neq f \upharpoonright A$.

Exercise 5 (3.9 (Cap. 2) (3,0))

- (a) Mostre que o conjunto B^A existe. [Dica: $B^A \subseteq \mathcal{P}(A \times B)$.]
- (b) Seja $\langle S_i \mid i \in I \rangle$ um sistema indexado de conjuntos; mostre que $\prod_{i \in I} S_i$ existe. [Dica: $\prod_{i \in I} S_i \subseteq \mathcal{P}(I \times \bigcup_{i \in I} S_i)$.]