

# Gabarito

UFPE – Cin – Matemática Discreta – IF670 – Segunda Chamada- 18/06/2009

Nome em letra de forma:

Assinatura:

**1 (2,0) (Funções, definições recursivas, conjuntos e contagem)** Para cada um dos itens abaixo, responda no lugar indicado. (Uma resposta errada anula uma certa)

( [1,2] ) Seja  $g(x) = \lfloor x \rfloor$ . Encontre  $g^{-1}(1)$ .

(  $a_1 = 2 \quad a_n = a_{n-1} + 5 \quad p(n) \uparrow$  ) Dê uma definição recursiva para o conjunto dos inteiros positivos que são congruentes a  $2 \pmod 5$ .

( Sim ) Se A é um conjunto não enumerável e B é enumerável então  $A - B$  é não enumerável? (Responda Sim ou Não)

( 7 ) Encontre n se  $C(n,5) = C(n,2)$  (C se refere a combinação)

( 313 ) Quantas pessoas são necessárias para garantir que pelo menos duas possuem o nome começando com a mesma letra e nasceram no mesmo mesmo mês?

**2 (1,5) (Teoria dos números)** Para cada um dos itens abaixo, responda no lugar indicado. (Cuidado: Uma resposta errada anula uma certa)

( 3 ) Encontre  $5^{2003} \pmod 7$ .

( 8 ) Solucione a congruência  $4x \equiv 5 \pmod 9$

( 52 ) Encontre o menor inverso positivo de  $19 \pmod 141$ .

**3. (1,5) (Relações)** Seja  $N_+$  o conjunto dos números naturais maiores que zero.. Defina uma relação binária R em  $N_+ \times N_+$  por  $(m, n)R(s, t)$  se  $\text{mdc}(m, n) = \text{mdc}(s, t)$ . Que propriedades R possui? (uma resposta errada anula uma certa).

( X ) Reflexiva

( X ) Simétrica

( X ) Transitiva

**4 (2,0) (Árvores e Grafos)**

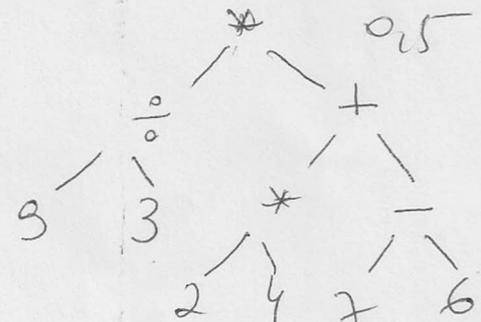
a). Que grafos bipartido completo  $K_{m,n}$  são árvores, onde m e n são inteiros positivos?  $m=1$  ou  $n=1$   $m, n \geq 1$

b) Desenhe a árvore enraizada ordenada correspondente à seguinte expressão aritmética escrita na notação pré-fixa. Em seguida, escreva essa mesma expressão na notação infixa e na notação pós-fixa.

$$* \div 9 3 + * 2 4 - 7 6$$

0,5 pré-fixa:  $(9 \div 3) * ((2 * 4) + (7 - 6))$

0,5 Pós-fixa:  $9 3 \div 2 4 * 7 6 - + *$



UFPE - CIn - Matemática Discreta - 17870 - Segunda Chamada - 18/08/2008  
Nome em letra de forma:  
Assinatura:

1 (2,0) (Funções, definições recursivas, conjuntos e conjuntos) Para

### Questões para quem não fez uma mini-prova da mesma unidade da segunda chamada

1 (1,0) Seja  $f_n$  o  $n$ -ésimo número de Fibonacci. Use indução matemática para provar que  $(f_1)^2 + (f_2)^2 + \dots + (f_n)^2 = f_n \cdot f_{n+1}$ , sendo  $n$  um inteiro positivo.

2 (1,0) Considere a relação de adjacência entre os nós de um grafo cúbico ( $Q_n$ ). Diga que propriedades essa relação tem (reflexiva, simétrica, anti-simétrica e transitiva). Para cada uma dessas propriedades justifique a sua resposta.

(7) Encontre  $n$  se  $C(n,2) = C(n,5)$ . (C se refere a combinação)

(3,3) Quantas pessoas são necessárias para garantir que pelo menos duas possuem o nome começando com a mesma letra e nascem no mesmo mesmo mês?

2 (1,2) (Teoria dos números) Para cada um dos itens abaixo, responda no lugar indicado. (Cuidado: Uma resposta errada anula uma certa)

(3) Encontre  $x$  mod 7.

(8) Soluções congruência  $4x = 5 \pmod{9}$

(2,2) Encontre o menor inverso positivo de 16 mod 141.

2 (1,6) (Fatores) Seja  $N$  o conjunto dos números naturais maiores que zero. Defina uma relação binária  $R$  em  $N \times N$  por  $(m, n) R (a, b) \iff \text{mdc}(m, n) = \text{mdc}(a, b)$ . Que propriedades  $R$  possui? (uma resposta errada anula uma certa).

(X) Reflexiva (X) Simétrica (X) Transitiva

4 (2,0) (Árvore e Grafos)

a) Que grafos bipartido completos  $K_{m,n}$  são árvores, onde  $m$  e  $n$  são inteiros positivos?  $m=1$  ou  $n=1$   $m, n \geq 2$

b) Desenhe a árvore enraizada ordenada correspondente à seguinte expressão aritmética escrita na notação pré-fixa. Em seguida, escreva essa mesma expressão na notação infixa e na notação pós-fixa.



$$83 \div 3 = 27 \text{ r } 2$$
$$27 \div 3 = 9 \text{ r } 0$$
$$9 \div 3 = 3 \text{ r } 0$$
$$3 \div 3 = 1 \text{ r } 0$$
$$1 \div 3 = 0 \text{ r } 1$$
$$\text{Resultado: } 10201$$