

UFPE – Cin – IF670 – Ciência da Computação - Prova Final - 2016.2 (14/12/2016)

1. (1,5) Use as identidades entre conjuntos para determinar se a seguinte igualdade é verdadeira:

$$((A \cap B) \cup (A \cap B') \cup (A' \cap B)) \cap (B' \cup A) = A$$

2. (1,5) Use indução matemática para provar que 13 divide $2^{4n+2} + 3^{n+2}$, onde n é um número natural.

3. (0,5) Assuma que a sequência $\{a_0, a_1, \dots\}$ satisfaz a recorrência $a_{n+1} = a_n + 2a_{n-1}$. Sabemos que a_0 é 4 e a_2 é 13. Quem é a_5 ?

4. (1,5) Quando possível aplique o teorema chinês do resto para encontrar uma solução para o seguintes sistemas. Caso não seja possível aplicar o teorema, justifique.

a) $x \equiv 1 \pmod{2}$ e $x \equiv 5 \pmod{5}$

b) $x \equiv 2 \pmod{4}$ e $x \equiv 3 \pmod{6}$

5. (1,6) Seja o seguinte conjunto parcialmente ordenado: $(\{2,3,4,6,12,18,24\}, |)$.

a) Desenhe o seu diagrama de Hasse.

b) Quais são os elementos minimais? E maximais?

c) Encontre uma cadeia desse poset que tenha tamanho 3.

d) Qual é o conjunto de limitantes inferiores de $\{4,6,18\}$?

e) Encontre o ínfimo, caso exista, de $\{4,6,18\}$.

f) Qual é o conjunto de limitantes superiores de $\{2,4,6\}$?

g) Encontre o supremo, caso exista, de $\{2,4,6\}$.

h) Encontre um reticulado nesse poset que contenha no mínimo 4 elementos.

6. (1,6) Determine se cada afirmação dada a seguir é verdadeira ou falsa. Justifique. Respostas sem justificativas, não são consideradas.

a) Se R é uma relação de equivalência em um conjunto não vazio A , e $a, b \in A$. Então $[a] = [b] \leftrightarrow (a, b) \in R$.

b) Seja R uma relação definida no conjunto dos inteiros como $(a, b) \in R \leftrightarrow a \neq b$. Então R é simétrica e transitiva.

c) A interseção de duas relações de equivalência em um conjunto não vazio A , também é uma relação de equivalência.

d) Seja A um conjunto no qual $|A| = 10$ e seja R uma relação de equivalência em A . Sejam $a, b, c \in A$, de forma que $|[a]| = 3$, $|[b]| = 5$ e $|[c]| = 1$. Logo R possui 3 classes de equivalência..

7. (0,9) Qual o número cromático dos grafos C_n e $K_{m,n}$? Quantas arestas o grafo regular de grau 50 com 100 vértices possui? Justifique cada resposta.

8. (0,9) Escreva a expressão aritmética, representada pela seguinte árvore, na notação pré-fixa e pós-fixa. Como você obteve essas expressões?

