

1. (1,0) Use as identidades entre conjuntos para determinar se a seguinte igualdade é verdadeira:

$$A - (A - B) = A \cap B$$

2. (0,9) Seja f uma função de A em B , onde A e B são conjuntos arbitrários e não vazios. Diga que condições você impõe a A e/ou B para que f possa ser:

(i) injetora; (ii) bijetora; (iii) sobrejetora.

3. (1,2) Use indução matemática para provar que $7 \mid (8^n - 1)$, onde n é um inteiro positivo.

4. (0,9) Dê uma definição recursiva para:

a) a sequência $a_n = 2^n$ para $n \geq 0$;

b) o conjunto de todas as cadeias binárias;

c) o algoritmo de Euclides que calcula o mdc de dois inteiros não negativos.

5. (0,5) 5.1) Use o algoritmo de Euclides para calcular o menor inverso positivo de 21 mod 8.

(0,5) 5.2) Solucione a congruência $21x \equiv 50 \pmod{8}$. Justifique.

6. (1,0) Seja R uma relação definida em $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, onde \mathbb{N} é o conjunto dos números naturais:

$(a,b)R(c,d) \leftrightarrow a=c$. Prove ou refute se R é uma relação de equivalência. Caso seja uma relação de equivalência, defina as classes de equivalência.

7. (1,6) Para cada um dos seguintes posets responda: (i) Quais os elementos maximais e minimais; (ii) É um reticulado? Prove ou refute; (iii) É uma ordem total? Por quê? (iv) Quais os limitantes superiores do conjunto formado pelos minimais? E o supremo desse conjunto?

a) (\mathbb{N}, \leq) b) $(\{1,2,3,5,6,12,15,90\}, |)$

8. (1,5) Diga se cada proposição a seguir é Verdadeira ou Falsa. Justifique cada resposta.

a) Sejam $G = (V_G, E_G)$ e $H = (V_H, E_H)$ dois grafos simples tais que $V_G \cap V_H = \emptyset$. Então o número cromático de $G \cup H$ é igual ao número cromático de G somado ao número cromático de H .

b) O grafo complementar de C_n é quase o K_n , ou seja, é o grafo K_n sem as arestas de C_n .

c) Um grafo com n nós e menos que $n-1$ arestas não pode ser conexo.

d) Seja $G = (V, E)$ um grafo bipartido, onde a partição que define o grafo é formada pelos subconjuntos V_1 e V_2 de V . Então, os subgrafos induzidos por V_1 e V_2 são nulos.

e) Um circuito não pode ser ao mesmo tempo Euleriano e Hamiltoniano;

9. (0,9) Seja a seguinte expressão da aritmética representada na notação prefixa:

$$-*+ABC*-DE+FG$$

a) Considerando que todos os operadores são binários, represente essa expressão usando uma árvore e a transforme para a notação infixa.

b) Escreva essa expressão na notação pósfixa.