

UFPE - Centro de Informática - Graduação em Ciência da Computação
Matemática Discreta – IF670 - Prova Final 2013.2 – 12/03/2014

1. (2,0) Seja f_n o n -ésimo número de Fibonacci. Use indução matemática para provar que f_{3n} é par.

2. (0,5) Considere a seguinte definição recursiva da função *Ackermann*

(Esse nome foi dado em homenagem a um matemático alemão, aluno de um famoso e grande matemático chamado David Hilbert. Essa função é utilizada por exemplo, no estudo da complexidade de certos algoritmos).

$$A(m, n) = \begin{cases} 2n & \text{se } m = 0 \\ 0 & \text{se } m \geq 1 \text{ e } n = 0 \\ 2 & \text{se } m \geq 1 \text{ e } n = 1 \\ A(m-1, A(m, n-1)) & \text{se } m \geq 1 \text{ e } n \geq 2 \end{cases}$$

Encontre o valor de $A(2,2)$

3. (1,0) Aplique o teorema chinês do resto para encontrar o inteiro não negativo x menor que 42 representado pelo par $(1,3)$, onde o par é definido por $(x \bmod 6, x \bmod 7)$.

4. (0,5) Em algumas definições matemáticas temos o seguinte: “ Seja V um conjunto enumerável de variáveis... ” O que você pode dizer a respeito de V ?

5. (1,0) Use as identidades entre conjuntos para determinar se a seguinte igualdade é verdadeira:
 $(A \cup B) - (A \cap B)' = (A - B)' \cap (A)$.

6. (2,4) Seja o seguinte conjunto parcialmente ordenado:

$$(\{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1,2\}, \{1,4\}, \{3,4\}, \{1,3,4\}, \{1,2,3,4\}), \subseteq).$$

- Desenhe o seu diagrama de Hasse.
- Quais são os elementos minimais? E maximais?
- Existe o maior elemento? E o menor? Se existe mostre-os.
- Qual é o conjunto de limitantes inferiores de $\{\{1,2,3,4\}, \{1,3,4\}\}$?
- Encontre o ínfimo, caso exista, de $\{\{3,4\}, \{4\}\}$.
- Qual é o conjunto de limitantes superiores de $\{\{1,2\}, \{1,4\}\}$?
- Encontre o supremo, caso exista, de $\{\{2\}, \{4\}\}$.
- Encontre um subconjunto desse *poset* que seja um reticulado e contenha no mínimo 4 elementos.

7. (0,9) Prove que a seguinte relação no conjunto dos inteiros é uma relação de equivalência e defina quais são as classes de equivalência: $R = \{ (x,y) \mid x \equiv y \pmod{5} \}$

8. (0,5) Encontre o fecho reflexivo e o fecho simétrico da relação $\{ (1,4), (3,3), (4,1) \}$ sobre o conjunto $A = \{1,2,3,4,5\}$

9. (1,2) Para que valores de n e m os seguintes grafos possuem um circuito Euleriano? E um caminho que não é circuito? E, qual o seu número cromático?

a) K_n

b) $K_{m,n}$