

Universidade Federal de Pernambuco - Centro de Informática
Graduação em Ciência e Engenharia da Computação
Matemática Discreta – IF670 - Prova Final 2009.1

1. (1,0) Use indução matemática para provar que $2^n > n^2$, n inteiro e maior que 4.
2. (1,0) Assuma que a sequência $\{a_0, a_1, \dots\}$ satisfaz a recorrência $a_{n+1} = a_n + 2a_{n-1}$. Sabemos que a_0 é 4 e a_2 é 13. Quem é a_4 ?

3. (2,0) Mostre que se $n \geq 3$ e $k \geq 3$ então:

$$C(n,k) = C(n-3,k) + 3C(n-3,k-1) + 3C(n-3,k-2) + C(n-3,k-3)$$

(onde $C(n,k)$ se refere a combinação)

- a) usando argumento combinatorial
- b) usando manipulação algébrica

4. (1,0) A diferença simétrica de dois conjuntos A e B é o conjunto de elementos que pertence a exatamente um deles (ou seja é $(A \cup B) - (A \cap B)$). Forme a diferença simétrica de A e B para obter um conjunto C , Forme a diferença simétrica de A e C . Que conjunto você obtem? Use as identidades entre conjuntos para justificar a sua resposta.

5. (1,0) Dê um exemplo de um conjunto parcialmente ordenado que:

- a) não seja uma ordem total e seja um reticulado com no mínimo 5 elementos e no máximo 10 elementos;
- b) seja uma ordem total e não possua elementos maximais.

6. (1,5) Uma relação R sobre um conjunto A é circular se para todo $x, y, z \in A$, se $(x, y) \in R$ e $(y, z) \in R$ então $(z, x) \in R$. Prove que R é reflexiva e circular se e somente se R é uma relação de equivalência.

7. (1,5) Seja G' o grafo complementar de G . Responda os seguintes itens:

- a) Encontre o grafo complementar de $K_{m,n}$.
- b) Se G é um grafo simples com 15 arestas e G' possui 13 arestas, quantos vértices G possui?
- c) Se G é um grafo simples com v vértices e a arestas, quantas arestas G' possui?

8. (1,0) Desenhe uma árvore geradora (ou de espalhamento) dos seguintes grafos:

- a) $K_{3,3}$
- b) Q_3
- c) C_5