

UFPE – Cin – Prova Final de Matemática Discreta – 2008.2

1. (1,0) Use as identidades entre conjuntos para determinar se a seguinte igualdade é verdadeira:  $(A \cup (B - A)) \cap (A \cup B') = A$

2. (2,0) Seja  $f_n$  o  $n$ -ésimo número da sequência de Fibonacci. Use indução matemática para provar que 5 divide  $f_{5n}$ , onde  $n$  é um inteiro positivo.

3. (2,0) Quantos CD's João tem se (i) ao presentear quatro amigos com a mesma quantidade de CD's ainda sobra um CD; (ii) ao distribuir os CD's igualmente para os seus nove irmãos ainda sobram 2 CD's; (iii) ao dividir os CD's igualmente para os seus cinco primos ainda sobram 3 CD's; e (iv) ele possui mais que 400 CD's e menos que 600 CD's? Aplique o teorema chinês do resto para justificar a sua resposta.

4. (2,4) Seja o seguinte conjunto parcialmente ordenado:  
 $(\{3, 5, 9, 15, 24, 45\}, |)$

- a) Desenhe o diagrama de Hasse desse poset.
- b) Encontre os elementos minimais.
- c) Encontre os elementos maximais.
- d) Existe um maior elemento? (qual?)
- e) Existe um menor elemento? (qual?)
- f) Encontre os limitantes superiores e inferiores de  $\{3, 5\}$ .
- g) Encontre o supremo e o ínfimo de  $\{9, 15, 45\}$ , caso existam.
- h) Encontre o fecho simétrico dessa relação de ordem parcial.

5 (1,1) Suponha que um grafo planar possui  $k$  componentes conexos,  $e$  arestas, e  $v$  vértices. Também suponha que o plano é dividido em  $r$  regiões pela representação planar do grafo. Encontre uma fórmula para  $r$  em termos de  $e$ ,  $v$  e  $k$ . Justifique sua resposta.

6. (1,5) Desenhe a árvore enraizada ordenada correspondente à seguinte expressão aritmética escrita na notação pré-fixa. Em seguida, escreva essa mesma expressão na notação infixa e na notação pós-fixa.

$$* \div 8 2 + * 5 4 - 9 6$$

UFPE – Cin – Prova Final de Matemática Discreta – 2008.2

1. (1,0) Use as identidades entre conjuntos para determinar se a seguinte igualdade é verdadeira:  $(A \cup (B - A)) \cap (A \cup B^c) = A$

2. (2,0) Seja  $f_n$  o  $n$ -ésimo número da sequência de Fibonacci. Use indução matemática para provar que  $f_{3n}$  é par, onde  $n$  é um inteiro positivo.

3. (2,0) Quantos CD's João tem se (i) ao presentear quatro amigos com a mesma quantidade de CD's ainda sobra um CD; (ii) ao distribuir os CD's igualmente para os seus nove irmãos ainda sobram 2 CD's; (iii) ao dividir os CD's igualmente para os seus cinco primos ainda sobram 3 CD's; e (iv) ele possui mais que 100 CD's e menos que 300 CD's? Aplique o teorema chinês do resto para justificar a sua resposta.

4. (2,4) Seja o seguinte conjunto parcialmente ordenado:  
 $(\{4, 8, 9, 18, 32, 36\}, |)$

- a) Desenhe o diagrama de Hasse desse poset.
- b) Encontre os elementos minimais.
- c) Encontre os elementos maximais.
- d) Existe um maior elemento? (qual?)
- e) Existe um menor elemento? (qual?)
- f) Encontre os limitantes superiores e inferiores de  $\{4, 9, 18\}$ .
- g) Encontre o supremo e o ínfimo de  $\{4, 8, 36\}$ , caso existam.
- h) Encontre o fecho simétrico dessa relação de ordem parcial.

5 (1,1) Suponha que um grafo planar possui  $k$  componentes conexos,  $e$  arestas, e  $v$  vértices. Também suponha que o plano é dividido em  $r$  regiões pela representação planar do grafo. Encontre uma fórmula para  $r$  em termos de  $e$ ,  $v$  e  $k$ . Justifique sua resposta.

6. (1,5) Desenhe a árvore enraizada ordenada correspondente à seguinte expressão aritmética escrita na notação pré-fixa. Em seguida, escreva essa mesma expressão na notação infixa e na notação pós-fixa.

$$* \div 9 3 + * 2 4 - 7 6$$