**Universidade Federal de Pernambuco**
**Centro de Informática (CIn)**
**Graduação em Ciência da Computação**

**Matemática Discreta para Computação**
**IF670 2015.2**
**3ª Mini-prova**
**Recife, 13 de julho de 2015**

1. **(0,4 pontos)** Seja uma relação binária T cuja representação em matriz de bits é a seguinte:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |

Dizemos que uma relação binária R sobre um conjunto A é **anti-transitiva** se a seguinte condição é satisfeita, para quaisquer elementos de A:
$(a, b) \in R \wedge (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \notin R$.
Determine se a relação T acima é anti-transitiva e justifique sua resposta.

2. **(0,6 pontos)** Seja A o conjunto das partes do conjunto dos números reais, ou seja, $A = \mathbb{P}(\mathbb{R})$. Seja **R** a relação definida sobre A, tal que, dados dois subconjuntos dos números reais, S e T, S **R** T se e somente se S e T têm a mesma cardinalidade. Prove que a relação R é uma relação de equivalência.

3. Um dia, Tantan estava entediado pelos Grads e pensou se poderia criar uma rede social tão boa quanto o facebook. Após rabiscar num pedaço de papel o princípio de sua ideia, Tantan havia pensado somente no funcionamento de duas interações entre os usuários. A primeira interação seria a relação de amizade entre os usuários, sendo impossível um usuário ser amigo dele mesmo. A segunda seria a permissão para visualizar fotos: o usuário poderia visualizar suas próprias fotos, as de seus amigos e também as fotos que seus amigos poderiam visualizar. Percebendo a semelhança com um assunto que ele havia aprendido em Matemática Discreta, Tancredo transformou essas interações em vários conjuntos de relações binárias. Esta foi uma das relações que ele rabiscou naquele dia, antes de derrubar café no papel:

*Usuários = {a,b,c}*
*R_Amizade = {(a,b); (b,a); (b,c); (c,b)}*

*Ver_Fotos {* ****Tantan derrubou café em cima dessa parte**** *}*

a. **(0,5 pontos)** Sem saber o que fazer, Tancredo pediu sua ajuda. Dada a relação R_Amizade, qual seria o conjunto da relação Ver_Fotos?

b. **(0,5 pontos)** *(Justifique adequadamente)* Podemos afirmar que Ver_fotos assume o papel de algum fecho de R_Amizade? Qual?

1. (0,4) Basta dar um contraexemplo, como, por exemplo, dizer que o elemento 3 se relaciona com o elemento 2, o elemento 2 se relaciona com o elemento 1 e o elemento 3 se relaciona com o elemento 1, portanto a relação não é antitransitiva.

   (b,a) pertence à R, (a,d) pertence à R. Entretanto, (b,d) também pertence à R.
   (c,b) pertence à R, (b,a) pertence à R. Porém, (c,a) também pertence á R.

2. (0,2) Reflexiva:
   Seja T um subconjunto dos números reais.
   T tem a mesma cardinalidade dele mesmo, portanto T **R** T.
   (0,2) Simétrica:
   Se T **R** S, T e S têm a mesma cardinalidade. Se T e S são finitos, então $|T| = n \in$ **N** e $|T| = |S| = n$, portanto $|S| = |T|$ e S **R** T. Se T e S são infinitos, então existe uma função bijetora f: T -> S. Como a função f é bijetora, é possível definir a sua inversa, que também é uma bijeção: $f^{-1}$: S -> T. Portanto, $|S| = |T|$ e S **R** T.
   (0,2) Transitiva:
   Se T **R** S e S **R** V, e T é finito, então $|T| = |S| = n \in$ **N** e $|S| = |V| = n$. Portanto, $|T| = |V|$ e T **R** V. Se T é infinito, então S é infinito e existe uma bijeção f: T -> S. Como S **R** V, existe uma bijeção g: S -> V. Portanto, existe uma bijeção g o f de T -> V e $|T| = |V|$. Então T **R** V.

3. a) Ver_Fotos = Usuários x Usuários = { (a,a); (a,b); (a,c); (b,b); (b,a); (b,c); (c,c); (c,a); (c,b)}; (0,5)
   b) Sim. O fecho transitivo, pois, a união de Ver_Fotos juntamente com R_Amizade resultará no conjunto S. Onde:
   S = {(a,a); (b,b); (c,c); (a,b); (b,a); (b,c); (c,b); (a,c); (c,a)}

Que é o menor conjunto de relações que permite ao conjunto original R assumir a propriedade de transitividade. (0,5)