

# 4ª Lista de Exercícios de Matemática Discreta para Computação (if670)

---

- 1) Quantos elementos estão na união de quatro conjuntos se cada um dos conjuntos possuem 100 elementos, cada par compartilham 50 elementos, cada três compartilham 25 elementos e os quatro compartilham 5 elementos?
- 2) Encontre a quantidade de inteiros positivos que são menores ou iguais a 100 que não são divisíveis por 5, e por 7.
- 3) Qual o número mínimo de pessoas que deveríamos agrupar para garantir que pelo menos 2 nasceram no mesmo mês e com a mesma letra inicial do nome?
- 4) Entre 100 pessoas quantas pelo menos nasceram no mesmo mês?
- 5) Assuma que  $a|b$  e que  $a, b > 0$ . Seja  $r$  o resto da divisão  $c:a$ , e suponha que  $s$  seja o resto da divisão  $c:b$ . Qual é o resto da divisão  $s:a$  ?
- 6) Aplique o teorema fundamental da aritmética para provar que  $\sqrt{2}$  é irracional.
- 7) Mostre que 197 é primo.
- 8) Pelo algoritmo de Euclides responda:
  - a)  $\text{Mdc}(98,42)$
  - b)  $\text{Mdc}(342, 24)$
  - c)  $\text{Mdc}(455,7)$
  - d)  $\text{Mdc}(1902, 542)$
- 9) Indique as respostas da questão 8 usando combinação linear.
- 10) Indique o inverso de:
  - a)  $4 \pmod{9}$
  - b)  $3 \pmod{5}$
  - c)  $7 \pmod{17}$
- 11) Indique as soluções para os seguintes sistemas
  - a)  $X \equiv 3 \pmod{9}$   
 $X \equiv 4 \pmod{7}$   
 $X \equiv 2 \pmod{5}$
  - b)  $X \equiv 5 \pmod{11}$   
 $X \equiv 3 \pmod{7}$   
 $X \equiv 2 \pmod{3}$

- 12) Mostre que  $2^{340} \equiv 1 \pmod{11}$  usando o pequeno teorema de Fermat.
- 13) Mostre que  $2^{340} \equiv 1 \pmod{31}$  usando o fato de que  $2^{340} = 3268$ ;
- 14) Conclua (usando o teorema chinês do resto) a partir de (12) e (13) que  $2^{340} \equiv 1 \pmod{341}$ .