

# Lista de Exercícios - MP3 2013.1

Monitoria de Matemática Discreta para Computação

1 de julho de 2013

## 1 Recursão

1. Encontre uma definição recursiva para as seguintes sequências, sabendo que  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $n > 0$ :
  - $a_n = n(n + 1)$
  - $a_n = n^2$
  - $a_n = 1 + (-1)^n$
  - O conjunto de todas as cadeias binárias de bits que são palíndromas (ex: 101, 000, 11011011)
2. Encontre uma definição recursiva para a sequência dos  $n$  primeiros números inteiros positivos.
3. Mostre que  $f_0f_1 + f_1f_2 + \dots + f_{2n-1}f_{2n} = f_{2n}^2$ , para todo  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $n > 0$ , sabendo que o número  $f_i$  é o número de índice  $i$  da sequência de Fibonacci.
4. Mostre que  $f_0 - f_1 + f_2 - \dots - f_{2n-1} + f_{2n} = f_{2n-1} - 1$  para todo inteiro positivo, sabendo que o número  $f_i$  é o número de índice  $i$  da sequência de Fibonacci.

## 2 Contagem, Inclusão-Exclusão

1. Quantas strings de quatro dígitos **decimais**:
  - Não contém o mesmo dígito duas vezes?
  - Terminam com um dígito par?
  - O dígito 9 aparece exatamente três vezes?

2. Quantas strings **binárias** de tamanho 7 terminam com dois 0's ou terminam com três 1's?
3. Uma bancada nacional é formada pelo a)governador ou b)um dos dois senadores *de cada um dos 27 estados* (contando com DF). Quantas maneiras existem de formar uma bancada nacional?

### 3 Teorema Binomial, Identidade de Pascal, Argumento Combinatório, etc

1. Qual o coeficiente de  $x^{10}y^{15}$  na expansão de  $(x + y)^{25}$ ?
2. Qual o coeficiente de  $x^{10}y^{15}$  na expansão de  $(2x - 3y)^{25}$ ?
3. Prove que:

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$$