

2ª Lista de Exercícios de Matemática Discreta para Computação (if670)

1. Quantas cadeias de 8 bits com 6 bits "1" juntos existem?
2. Quantas cadeias de 6 bits começam e terminam com bits iguais?
3. Quantas cadeias de 5 bits começam ou terminam com "00"?

4. Prove que:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-2}{k} + 2\binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k-2}$$

- a) Por argumento combinatorial
- b) Por identidades
- c) Por prova algébrica

5. Mostre que, se n é um inteiro positivo, então:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-4}{k} + 4\binom{n-4}{k-1} + 6\binom{n-4}{k-2} + 4\binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-4}$$

- a) Usando um argumento combinatorial;
- b) Usando a identidade de PASCAL.

6. Prove sem usar indução matemática que:

$$1 + \binom{n}{1}2 + \binom{n}{2}4 + \dots + \binom{n}{n-1}2^{n-1} + \binom{n}{n}2^n = 3^n$$

7. Prove as seguintes identidades usando uma interpretação combinatoria.

a) $\binom{n}{k} = \binom{n-2}{k} + 2\binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k-2}$.

b) $\binom{n}{0}\binom{m}{k} + \binom{n}{1}\binom{m}{k-1} + \dots + \binom{n}{k-1}\binom{m}{1} + \binom{n}{k}\binom{m}{0} = \binom{n+m}{k}$.

8. Quantas cadeias de bits de tamanho 8, não contém 6 zeros consecutivos?

9. Encontre a quantidade de inteiros positivos menores ou iguais a 100 que são ímpares ou o quadrado de um inteiro.

10. Quantos elementos estão na união de quatro conjuntos se cada um dos conjuntos possuem 100 elementos, cada par compartilham 50 elementos, cada três compartilham 25 elementos e os quatro compartilham 5 elementos?