

2ª Lista de Exercícios de Matemática Discreta para Computação (if670)

- Use indução matemática para provar que para todo inteiro positivo:
 - $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$
 - $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = 2^{(n+1)} - 1$
 - $n < 2^n$
 - $n^3 - n$ é divisível por 3
 - $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (n(n+1)/2)^2$
- Prove que para qualquer $n \geq 4$, $2^n < n!$ é verdadeiro.
- Use indução matemática para provar que $\text{Fib}(5n)$ é divisível por 5, para $n \geq 1$.
- Prove, por indução sobre n , que $n^2 - 1$ é um múltiplo de 4 se n for ímpar.
- Prove por indução que, para todo n natural ≥ 1 :

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

- Prove, por indução sobre n , que $4^n + 15n - 1$ é divisível por 9 para todo natural $n \geq 1$.
- Sejam \mathbf{A} e \mathbf{B} conjuntos. Se \mathbf{A} não é enumerável e \mathbf{B}' é enumerável. $(\mathbf{A} \cup \mathbf{B}') \cap \mathbf{B}$ é enumerável? Apresente uma prova para justificar a sua resposta.
- Sejam \mathbf{A} e \mathbf{B} conjuntos arbitrários. Se \mathbf{A} não é enumerável e $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$ então \mathbf{B} é não enumerável? Apresente uma prova para justificar a sua resposta.