**UFPE - Cin Matemática Discreta - Engenharia da Computação - EE2 30/06/2016**

## PARTE I – Relações e Ordens Parciais

**1.** **(1,5)** Seja **(S,≤)** um conjunto parcialmente ordenado. Onde **S** é o conjunto das partes de {1,2,3,...., n}, **n** é um inteiro maior que 6, e a ordem parcial $\leq$ é a relação $\subseteq$ entre conjuntos.

**a)** Quais o elementos maximais e minimais?

**b)** Esse *poset* é um reticulado? Prove ou refute.

**c)** Seja **A** = {{1,2,3}, {3,4,...,n-1}}, qual o conjunto de limitantes superiores de **A**? e limitantes inferiores de **A**?

**d)** Qual o supremo e ínfimo do conjunto **A**, definido na letra **c**?

**e)** Determine a maior cadeia desse *poset* (dica: ela possui tamanho n+1)

**2.** **(0,4)** O fecho reflexivo do fecho simétrico de uma relação R em um conjunto S é igual ao fecho simétrico do fecho reflexivo de R? Prove ou refute.

**3.** **(0,4)** Liste os elementos do conjunto {11, 1010, 100, 1, 101, 111, 110, 1001, 10, 1000} na ordem lexicográfica, considerando que $1 \leq 0$.

**4.** **(1,2)** Seja **S**, um conjunto de frações. **S** = {p/q, p e q $\in \mathbb{Z}_+$ }. ($\mathbb{Z}_+$ é o conj. de inteiros positivos)
Defina a relação **R** em **S** como: a/b **R** c/d $\leftrightarrow$ ad = bc.

**a)** Prove que R é uma relação de equivalência.

**b)** Determine as classes de equivalência de 1/1, 1/2 e 4/5. Liste 3 elementos de cada uma e tente definir uma fórmula geral para seus elementos.

## PARTE II – Grafos e Árvores

**5.** **(1,2)** Para cada um dos seguintes grafos calcule a quantidade de arestas e determine as condições para a existência de um circuito euleriano e de um caminho euleriano que não é circuito. Justifique. **a)** $K_{m,n}$ **b)** $W_n$ **c)** $Q_n$

**6.** **(1,2)** Determine se cada sentença a seguir é verdadeira ou falsa. (**Só serão aceitas respostas com justificativas corretas)**

**a)** Todo grafo que possui um circuito hamiltoniano também possui um circuito euleriano.

**b)** O número cromático de uma árvore não trivial é dois.

**c)** Todo grafo não bipartido possui um ciclo de tamanho 3.

**d)** O grafo complementar ao $C_6$ não é planar.

**e)** Toda árvore com **n** (n > 2) vértices e **n-1** vértices pendentes é isomorfa ao grafo $\mathbf{K_{1,n-1}}$

**f)** Seja T uma árvore com p+q vértices. Suponha que p vértices possui grau 4 e q são folhas. Então, q = 2p+2.

**7.** **(1,1)** Desenhe a árvore enraizada ordenada cujo caminhamento em pré-ordem é: **S,C,N,P,E,I,D,U,R,O,A,L,H** , onde **S, C** e **N** tem 2 filhos; **I** e **O** possuem 3 filhos cada; e todos os outros vértices são folhas. Qual o caminhamento em pós-ordem?

## EXTRA: Substitui uma das Mps (3 ou 4); ou seg. chamada de uma delas

**a)** Use o pequeno teorema de Fermat para calcular $3^{302}$ mod 5 e $3^{302}$ mod 7.

**b)** Use os resultados obtidos em **a** e o teorema chinês do resto para encontrar o resto da divisão de $3^{302}$ por 35.