UFPE – Cin – Matemática Discreta/ Engenharia da Computação – IF670 Prova 2 – 2015.1

Parte 1 (Relações e Ordens Parciais)

1.1 (0,8) Uma relação R em um conjunto A é considerada irreflexiva se e somente se $\forall a \in A, (a,a) \notin R$. Responda e justifique apropriadamente: .
a) Se R é irreflexiva então R^2 também é irreflexiva?
b) Em que condições é possível construir o fecho irreflexivo de R?

1.2 (1,5) Seja D_n o conjunto de todos os divisores de n ($n \in \mathbb{Z}$ e $n \geq 1$).
a) Prove que $(D_n, \leq)$ é um poset, onde $x \leq y \leftrightarrow x|y$. **b)** O conjunto $(D_n, \leq)$ é um reticulado? Prove ou refute.
c) Desenhe o diagrama de Hasse de $(D_{12},\leq)$ e encontre o conjunto de limitantes inferiores de {4,6}.

1.3 (1,2) a) Seja *R* uma relação em um conjunto *A*, de forma que *R* é reflexiva e possui a seguinte propriedade: para $a,b,c \in A$, se $(a,b) \in R$ e $(a,c) \in R$ então $(b,c) \in R$. Prove que *R* é uma relação de equivalência.
b) Seja S uma relação de equivalência no conjunto dos números reais, definida como a seguir: $(x,y) \in S \leftrightarrow x- y \in$ ao conjunto dos inteiros. Defina a classe de equivalência de .$\sqrt{2}$.

Parte 2 (Grafos e Árvores)

2.1 (1,5) Diga se cada proposição a seguir é Verdadeira ou Falsa. Justifique cada resposta..
a) Sejam $G= (V_G,E_G)$ e $H= (V_H,E_H)$ dois grafos simples tais que $V_G \cap V_H = \emptyset$. Então o número cromático de $G \cup H$ é igual ao número cromático de G somado ao número cromático de H.
b) É possível definir n grafos bipartidos completos e que sejam árvores também
c) Nem todas as arestas de uma árvore são pontes.
d) Seja G= (V,E) um grafo bipartido, onde a partição que define o grafo é formada pelos subconjuntos V_1 e V_2 de V. Então, os subgrafos induzidos por V_1 e V_2 são nulos.
e) Todo grafo que possui um circuito Hamiltoniano também possui um caminho Hamiltoniano que não é circuito.

2.2 (0,5) Suponha que um grafo planar G possui 8 vértices, cada um com grau 3. A representação planar de G divide o plano em quantas regiões?.

2.3 (0,6) Desenhe a árvore enraizada ordenada cujo o caminhamento em **pré-ordem** produz a lista dos seguintes vértices visitados **a,b,f,m,c,g,h,i, d,e,j,k,l,n** , onde **a** possui 4 filhos, **c** possui 3 filhos, **b**, **j** e **e** possuem 2 filhos cada e todos os outros vértices são folhas. A árvore está balanceada? Por quê?

2.4 (0,9) Seja G um grafo simples. O que você pode dizer sobre a soma das células :

a) de qualquer linha ou coluna da matriz de adjacência de G.
b) de qualquer linha da matriz de incidência de G.
c) de qualquer coluna da matriz de incidência de G.

Segunda chamada da Mini-Prova

1. **(1,0)** Prove ou refute: "*A inversa de uma ordem parcial também é uma ordem parcial*".

2. **(1,0)** Seja T uma árvore com p + q vértices. Suponha que p dos vértices têm grau 4 e q são folhas. Mostre que q = 2p + 2.