

1. (Relações e Ordens Parciais)

1.1 (1,5) Seja R uma relação em um conjunto A , onde $|A| = m$. Prove ou refute:

- Se $|R| \geq m$ então R é reflexiva
- O fecho de R com respeito a uma propriedade P , se ele existe, é a união de todas as relações no conjunto A com a propriedade P que contem R .
- A relação R é anti-simétrica se e somente se $R \cap R^{-1}$ é um subconjunto da relação diagonal Δ .

1.2 (1,0) Seja R uma relação de equivalência no conjunto $S = \{a, b, c, d, e, f\}$. Assuma também que os seguintes pares pertencem a R : (a, b) , (e, f) e (a, d) ; e o seguintes pares **não** pertencem a R : (a, c) , (a, f) e (e, c) .

- Determine as classes de equivalência de R .
- Desenhe o dígrafo da relação.

1.3 (1,6) Seja S um conjunto e $P(S)$ o conjunto das partes de S . (a) Mostre que a relação \subseteq é uma ordem parcial em $P(S)$. (b) $(P(S), \subseteq)$ é um reticulado? Prove ou refute. (c) Qual a condição para que $(P(S), \subseteq)$ possua um maior elemento? (d) $(P(S), \subseteq)$ pode ser uma cadeia? Em qual ou quais situações?

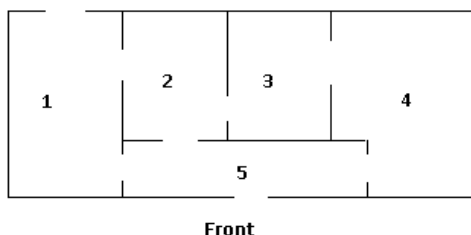
1.4 (0,9) Liste os elementos do conjunto $\{11, 1010, 100, 1, 101, 111, 110, 1001, 10, 1000\}$ na ordem lexicográfica, considerando que $1 \leq 0$.

2 (Grafos e Árvores)

2.1 (1,6) Para cada grafo dado a seguir responda: qual a quantidades de nós e arestas; para que valores de n o grafo é uma árvore e para que valores de n o grafo é planar.

- K_n
- C_n
- W_n
- Q_n

2.2 (1,2) A seguinte figura contem a planta baixa de uma casa com 5 cômodos. Pergunta-se: a) É possível andar na casa passando por cada porta apenas uma vez? b) E se fizermos a restrição de que o ponto de saída e chegada é a área externa? c) e se alterarmos a planta de forma que uma porta é adicionada na parede de trás do cômodo 4? Diga que resultados e definições da teoria dos grafos você utilizou.



2.3 (1,2) Desenhe a árvore da seguinte expressão $a b + c * d e - / f +$ em notação pós-fixa e faça a conversão para a notação infixa e pré-fixa.

2.4 (1,0) Faça o desenho de todas as árvores não isomorfas de 4 vértices.

EXTRA:

1. (1,0) Uma relação R em um conjunto A é considerada irreflexiva se e somente se $\forall a \in A, (a, a) \notin R$. Responda e justifique: a) Se R é irreflexiva então R^2 também é irreflexiva

- Em que condições é possível construir o fecho irreflexivo de R ?

2. (1,0) Prove ou refute: (a) Seja $G=(V,E)$ uma árvore. Se adicionarmos uma aresta a E , o grafo resultante possui um ciclo. (b) Um grafo com n nós e menos que $n-1$ arestas não pode ser conexo.