

## 1. (Relações e Ordens Parciais)

1.1 (1,5) Seja  $R$  uma relação em um conjunto  $A$ , onde  $|A| = m$ . Prove ou refute:

- Se  $|R| \geq m$  então  $R$  é reflexiva
- O fecho de  $R$  com respeito a uma propriedade  $P$ , se ele existe, é a união de todas as relações no conjunto  $A$  com a propriedade  $P$  que contem  $R$ .
- A relação  $R$  é anti-simétrica se e somente se  $R \cap R^{-1}$  é um subconjunto da relação diagonal  $\Delta$ .

1.2 (1,0) Seja  $R$  uma relação de equivalência no conjunto  $S = \{a, b, c, d, e, f\}$ . Assuma também que os seguintes pares pertencem a  $R$ :  $(a, b)$ ,  $(e, f)$  e  $(a, d)$ ; e o seguintes pares **não** pertencem a  $R$ :  $(a, c)$ ,  $(a, f)$  e  $(e, c)$ .

- Determine as classes de equivalência de  $R$ .
- Desenhe o dígrafo da relação.

1.3 (1,6) Seja  $S$  um conjunto e  $P(S)$  o conjunto das partes de  $S$ . **(a)** Mostre que a relação  $\subseteq$  é uma ordem parcial em  $P(S)$ . **(b)**  $(P(S), \subseteq)$  é um reticulado? Prove ou refute. **(c)** Qual a condição para que  $(P(S), \subseteq)$  possua um maior elemento? **(d)**  $(P(S), \subseteq)$  pode ser uma cadeia? Em qual ou quais situações?

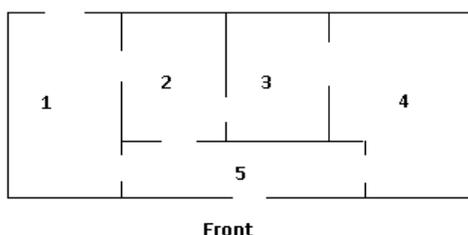
1.4 (0,9) Liste os elementos do conjunto  $\{11, 1010, 100, 1, 101, 111, 110, 1001, 10, 1000\}$  na ordem lexicográfica, considerando que  $1 \leq 0$ .

## 2 (Grafos e Árvores)

2.1 (1,6) Para cada grafo dado a seguir responda: qual a quantidades de nós e arestas; para que valores de  $n$  o grafo é uma árvore e para que valores de  $n$  o grafo é planar.

- $K_n$
- $C_n$
- $W_n$
- $Q_n$

2.2 (1,2) A seguinte figura contem a planta baixa de uma casa com 5 cômodos. Pergunta-se: **a)** É possível andar na casa passando por cada porta apenas uma vez? **b)** E se fizermos a restrição de que o ponto de saída e chegada é a área externa? **c)** e se alterarmos a planta de forma que uma porta é adicionada na parede de trás do cômodo 4? Diga que resultados e definições da teoria dos grafos você utilizou.



2.3 (1,2) Desenhe a árvore da seguinte expressão  $a b + c * d e - / f +$  em notação pós-fixa e faça a conversão para a notação infixa e pré-fixa.

2.4 (1,0) Faça o desenho de todas as árvores não isomorfas de 4 vértices.

### EXTRA:

1. (1,0) Uma relação  $R$  em um conjunto  $A$  é considerada irreflexiva se e somente se  $\forall a \in A, (a, a) \notin R$ . Responda e justifique: **a)** Se  $R$  é irreflexiva então  $R^2$  também é irreflexiva

- Em que condições é possível construir o fecho irreflexivo de  $R$ ?

2. (1,0) Prove ou refute: **(a)** Seja  $G=(V,E)$  uma árvore. Se adicionarmos uma aresta a  $E$ , o grafo resultante possui um ciclo. **(b)** Um grafo com  $n$  nós e menos que  $n-1$  arestas não pode ser conexo.