

UFPE – Cin – Matemática Discreta – IF670 – Segunda Prova- 20/11/2009
Ciência da Computação

1 (2,1) (Ordens Parciais) Responda as seguintes questões relacionadas ao conjunto parcialmente ordenado:

$(\{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1,2\}, \{1,4\}, \{2,4\}, \{3,4\}, \{1,3,4\}, \{2,3,4\}, \supseteq)$.

- Quais são os elementos maximais?
- Existe o maior elemento? E o menor?
- Qual é o conjunto de limitantes inferiores de $\{\{2\}, \{4\}\}$?
- Encontre o ínfimo, caso exista, de $\{\{2\}, \{4\}\}$.
- Qual é o conjunto de limitantes superiores de $\{\{1,3,4\}, \{2,3,4\}\}$?
- Encontre o supremo, caso exista, de $\{\{1,3,4\}, \{2,3,4\}\}$.
- Encontre um subconjunto desse *poset* que seja um reticulado e contenha no mínimo 4 elementos.

2, (1,4) (Relações) Uma relação R sobre um conjunto A é circular se para todo $x, y, z \in A$, se $(x, y) \in R$ e $(y, z) \in R$ então $(z, x) \in R$. Prove que R é reflexiva e circular se e somente se R é uma relação de equivalência.

3 (1,5) (Árvores) Responda cada um dos itens abaixo justificando a sua resposta. (**respostas sem justificativa ou com justificativa errada não são consideradas**)

- Qual é a soma dos graus dos vértices de uma árvore com n vértices?
- Toda árvore é um grafo bipartido? Por quê?
- Toda árvore é um grafo planar? Por quê?
- Que grafos bipartido completo $K_{m,n}$ são árvores, onde m e n são inteiros positivos?
- Desenhe uma árvore geradora (ou de espalhamento) do grafo Q_3 .

4) (1,0) (Grafos) Seja G_5 o grafo obtido a partir de K_5 ao se omitir as arestas de um ciclo Hamiltoniano. Determine o número cromático de G_5 . Justifique sua resposta mostrando o desenho dos grafos e a coloração em G_5 .

5) (1,0) (Grafos) Considere as matrizes de adjacência dos seguintes pares de grafos simples. Determine que pares são isomorfos e justifique a sua resposta.

a)

0 0 1	0 1 1
0 0 1	1 0 0
1 1 0	1 0 0

b)

0 1 1 0	0 1 0 1
1 0 0 1	1 0 0 0
1 0 0 1	0 0 0 1
0 1 1 0	1 0 1 0

UFPE – Cin – Matemática Discreta – IF670 – Segunda Prova- 20/11/2009
Ciência da Computação

1 (2,1) (Ordens Parciais) Responda as seguintes questões relacionadas ao conjunto parcialmente ordenado:

$(\{a\}, \{b\}, \{d\}, \{a,b\}, \{a,d\}, \{b,d\}, \{c,d\}, \{a,c,d\}, \{b,c,d\}, \supseteq)$.

- Quais são os elementos maximais?
- Existe o maior elemento? E o menor?
- Qual é o conjunto de limitantes inferiores de $\{\{b\}, \{d\}\}$?
- Encontre o ínfimo, caso exista, de $\{\{b\}, \{d\}\}$.
- Qual é o conjunto de limitantes superiores de $\{\{a,c,d\}, \{b,c,d\}\}$?
- Encontre o supremo, caso exista, de $\{\{a,c,d\}, \{b,c,d\}\}$.
- Encontre um subconjunto desse *poset* que seja um reticulado e contenha no mínimo 4 elementos.

2, (1,4) (Relações) Uma relação R sobre um conjunto A é circular se para todo $x, y, z \in A$, se $(x, y) \in R$ e $(y, z) \in R$ então $(z, x) \in R$. Prove que R é reflexiva e circular se e somente se R é uma relação de equivalência.

3 (1,5) (Árvores) Responda cada um dos itens abaixo justificando a sua resposta. (respostas sem justificativa ou com justificativa errada não são consideradas)

- Qual é a soma dos graus dos vértices de uma árvore com n vértices?
- Toda árvore é um grafo bipartido? Por quê?
- Toda árvore é um grafo planar? Por quê?
- Que grafos bipartido completo $K_{m,n}$ são árvores, onde m e n são inteiros positivos?
- Desenhe uma árvore geradora (ou de espalhamento) do grafo Q_3 .

4) (1,0) (Grafos) Seja G_5 o grafo obtido a partir de K_5 ao se omitir as arestas de um ciclo Hamiltoniano. Determine o número cromático de G_5 . Justifique sua resposta mostrando o desenho dos grafos e a coloração em G_5 .

5) (1,0) (Grafos) Considere as matrizes de adjacência dos seguintes pares de grafos simples. Determine que pares são isomorfos e justifique a sua resposta.

a)

0 0 1	0 1 1
0 0 1	1 0 0
1 1 0	1 0 0

b)

0 1 0 1	0 1 1 1
1 0 0 1	1 0 0 1
0 0 0 1	1 0 0 1
1 1 1 0	1 1 1 0

Questões para substituir a menor nota de uma mini-prova da segunda unidade

1. (1,0) Suponha que um grafo planar possui k componentes conexos, e arestas, e v vértices. Também suponha que o plano é dividido em r regiões pela representação planar do grafo. Encontre uma fórmula para r em termos de e , v e k . Justifique sua resposta.

2. (1,0) Uma relação binária R em um conjunto é chamada de assimétrica se $(a; b) \in R$ implica que $(b; a) \notin R$. Pergunta-se: (Justifique as suas respostas)
 - a) Toda relação assimétrica também deve ser anti-simétrica?
 - b) Toda relação anti-simétrica também deve ser assimétrica?...