

TIPO (A)

UFPE – Cin – Matemática Discreta – IF670 – Prova 2 – 16/06/2009

Nome em letra de forma:

Assinatura:

Responder com caneta nessa folha. Apenas a questões 1 e 4 podem ser respondidas no papel pautado.

1 (1,0) Seja $S = \{1,2,3\}$. Quantas são as relações de equivalência em S ? Justifique sua resposta mostrando as partições de S (lembre-se de que cada partição de S corresponde a uma relação de equivalência)..

2 (2,5) Para cada um dos itens abaixo, responda no lugar indicado se é verdadeiro (V) ou falso (F). (Cuidado: Uma resposta errada anula uma certa)

(V) Todo conjunto totalmente ordenado é um reticulado.

(F) O poset $(\{3,6,9,12,15\}, |)$ é um reticulado.

(F) Todo poset infinito não possui elementos maximais..

(F) Seja $(A \times B \times C, \leq)$ uma ordem lexicográfica obtida a partir dos posets (A, \leq_1) , (B, \leq_2) e (C, \leq_3) , onde A é o conjunto dos inteiros positivos, e B e C são conjuntos cujos elementos são cadeias de bits, e as ordens parciais são definidas como a seguir. (i) $x \leq_1 y \Leftrightarrow x$ divide y ; (ii) $x \leq_2 y \Leftrightarrow y$ é prefixo de x ; e $x \leq_3 y \Leftrightarrow y$ é sufixo de x . Então a seguinte ordenação dos elementos de $(A \times B \times C, \leq)$ está correta: $(5, 1100, 0001)$, $(5, 11001, 01)$, $(15, 11001, 1)$.

(F) O fecho de uma relação R em um conjunto A com respeito a uma propriedade P , se ele existe, é a união de todas as relações no conjunto A com a propriedade P que contem R .

3 (2,1) (Grafos)

Para cada um dos itens abaixo de a resposta no lugar indicado se a sentença é verdadeira (V) ou falsa (F) (Cuidado: Uma resposta errada anula uma certa)

(V) Seja n um inteiro positivo. Então qualquer subgrafo induzido por um subconjunto não vazio de vértices de K_n é um grafo completo.

(V) Quando um grafo tem o número cromático maior que quatro então ele não é planar,

(A) 0917

(✓) Seja G um grafo conexo, simples, planar e bipartido, com e arestas e v vértices. Então, $e \leq 2v-4$, se $v \geq 3$.

(✓) Considere as seguintes matrizes de adjacência de dimensão 3, de dois grafos simples. A matriz M_1 possui apenas os elementos $m_{1,3}$, $m_{2,3}$, $m_{3,1}$ e $m_{3,2}$ iguais a 1. A matriz M_2 possui apenas os elementos $m_{1,2}$, $m_{1,3}$, $m_{2,1}$ e $m_{3,1}$ iguais a 1. Esses grafos são isomorfos.

(✓) Toda árvore é um grafo bipartido

(✓) Existem 2000 arestas em uma árvore binária completa (cheia) com 1000 vértices internos.

(✓) Nem toda árvore com n vértices e $n-1$ vértices pendentes é isomorfa a $K_{1,n-1}$

4 (1,4) Construa uma árvore enraizada ordenada cujo caminhamento em pré-ordem é: $z, g, x, y, h, b, i, j, k, c, d, a$, onde z tem 4 filhos; g tem 3 filhos; b e i possuem um filho cada, k possui dois filhos; e todos os outros vértices são folhas. A árvore é balanceada? Por quê? Qual o caminhamento em pós-ordem?

T I P O (B)

UFPE – Cin – Matematica Discreta – IF670 – Prova 2 – 16/06/2009

Nome em letra de forma:

Assinatura:

Responder com caneta nessa folha. Apenas a questões 1 e 4 podem ser respondidas no papel pautado.

1 (1,0) Seja $S = \{1,2,3\}$. Quantas são as relações de equivalência em S ? Justifique sua resposta mostrando as partições de S (lembre-se de que cada partição de S corresponde a uma relação de equivalência)..

2 (2,5) Para cada um dos itens abaixo, responda no lugar indicado se é verdadeiro (V) ou falso (F). (Cuidado: Uma resposta errada anula uma certa)

(F) Para um conjunto totalmente ordenado ser um reticulado, ele precisa ser finito.

(F) O poset $(\{1,3,6,9,12\}, |)$ é um reticulado.

(F) Pode existir mais de um supremo de um subconjunto de um poset.

(F) Seja $(A \times B \times C, \leq)$ uma ordem lexicográfica obtida a partir dos posets (A, \leq_1) , (B, \leq_2) e (C, \leq_3) , onde A é o conjunto dos inteiros positivos, e B e C são conjuntos cujos elementos são cadeias de bits, e as ordens parciais são definidas como a seguir. (i) $x \leq_1 y \Leftrightarrow x$ divide y ; (ii) $x \leq_2 y \Leftrightarrow y$ é prefixo de x ; e $x \leq_3 y \Leftrightarrow y$ é sufixo de x . Então a seguinte ordenação dos elementos de $(A \times B \times C, \leq)$ está correta: $(5, 1100, 0001)$, $(5, 11001, 01)$, $(15, 11001, 1)$.

(V) O fecho de uma relação R em um conjunto A com respeito a uma propriedade P , se ele existe, é a interseção de todas as relações no conjunto A com a propriedade P que contem R .

3 (2,1) (Grafos)

Para cada um dos itens abaixo de a resposta no lugar indicado se a sentença é verdadeira (V) ou falsa (F) (Cuidado: Uma resposta errada anula uma certa)

(V) Seja n um inteiro positivo. Então qualquer subgrafo induzido por um subconjunto não vazio de vértices de K_n é um grafo completo.

(F) Todo grafo não planar tem o número cromático maior que 4.

TIPO B

(✓) Seja G um grafo conexo, simples, planar e bipartido, com e arestas e v vértices. Então, $e \leq 2v-4$, se $v \geq 3$.

() Considere as seguintes matrizes de adjacência de dimensão 3, de dois grafos simples. A matriz M_1 possui apenas os elementos $m_{1,3}$, $m_{2,3}$, $m_{3,1}$ e $m_{3,2}$ iguais a 1. A matriz M_2 possui apenas os elementos $m_{1,2}$, $m_{1,3}$, $m_{2,1}$ e $m_{3,1}$ iguais a 1. Esses grafos são isomorfos.

(✓) Nem toda árvore é um grafo planar

(✓) Existem 999 arestas em uma árvore binária completa (cheia) com 1000 vértices internos.

(✓) Uma árvore com n vértices e $n-1$ vértices pendentes é isomorfa a $K_{1,n-1}$

4 (1,4) Construa uma árvore enraizada ordenada cujo caminhamento em pré-ordem é: $w, a, x, y, h, b, i, j, k, c, d, r$, onde w tem 3 filhos; a tem 3 filhos; b, i e d possuem um filho cada, k possui dois filhos; e todos os outros vértices são folhas. A árvore é balanceada? Por quê? Qual o caminhamento em ordem?