

UFPE – Cin – Matemática Discreta – IF670 – Prova 2 – 20/11/2008

Nome em letra de forma:

Assinatura:

Responder com caneta nessa folha. Apenas as questões 1, 5 e 6 podem ser respondidas no papel pautado.

1. (1,0) (Ordens Parciais)

Seja  $(S, \leq)$  um conjunto parcialmente ordenado. Dizemos que um elemento  $y \in S$  cobre um elemento  $x \in S$  se  $x < y$  e não existe um elemento  $z \in S$  de modo que  $x < z < y$ . O conjunto de pares  $(x, y)$  de forma que  $y$  cobre  $x$  é chamado de relação de cobertura de  $(S, \leq)$ . Qual é a relação de cobertura da ordem parcial  $\{(a, b) \mid a \text{ divide } b\}$  em  $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ ?

2 (2,0) (Relações)

Para cada um dos itens abaixo, responda no lugar indicado se é verdadeiro (V) ou falso (F). (Cuidado: Uma resposta errada anula uma certa)

( ) Se  $R$  é uma relação simétrica em  $A$  então  $R'$  também é reflexiva.

( ) Se  $R$  é uma relação reflexiva e transitiva então  $R^n = R$  para todo inteiro positivo  $n$ .

( ) O fecho de uma relação  $R$  em um conjunto  $A$  com respeito a uma propriedade  $P$ , se ele existe, é a interseção de todas as relações no conjunto  $A$  com a propriedade  $P$  que contem  $R$ .

( ) Se  $R$  e  $S$  são relações de equivalência em um conjunto  $A$  então  $R \cup S$  também é uma relação de equivalência em  $A$ .

3 (1,0) (Relações e Grafos)

Considere a relação de adjacência entre os nós de um grafo cúbico  $(Q_n)$ . Essa relação possui as seguintes propriedades? (responda sim (S) ou não (N)) (Cuidado: Uma resposta errada anula uma certa).

( ) Simetria ( ) Anti-Simetria ( ) Reflexividade ( ) Transitividade

4 (1,2) (Grafos)

Para cada um dos itens abaixo, responda no lugar indicado (**Cuidado: Uma resposta errada anula uma certa**)

( ) Quais dos seguintes grafos possui a propriedade de que ao retirar um nó e todas as arestas incidentes é possível produzir um grafo não planar?

(i)  $K_5$  (ii)  $K_{3,3}$

Para que valor de  $n$  os seguintes grafos possuem um circuito euleriano?

( )  $C_n$

( )  $W_n$

Para que valores de  $n$  os seguintes grafos possuem um caminho euleriano que não é circuito?

( )  $K_n$

( )  $Q_n$

( ) Considere as seguintes matrizes de adjacência de dimensão 3, de dois grafos simples. A matriz  $M_1$  possui apenas os elementos  $m_{1,3}$ ,  $m_{2,3}$ ,  $m_{3,1}$  e  $m_{3,2}$  iguais a 1. A matriz  $M_2$  possui apenas os elementos  $m_{1,2}$ ,  $m_{1,3}$ ,  $m_{2,1}$  e  $m_{3,1}$  iguais a 1. Responda se esses grafos são isomorfos. ( S – sim ou N – não)

5 (0,8) (Grafos) Seja  $G_5$  o grafo obtido a partir de  $K_5$  ao se omitir as arestas de um ciclo Hamiltoniano. Determine o número cromático de  $G_5$ . Justifique sua resposta mostrando o desenho dos grafos e a coloração em  $G_5$ .

6 (1,0) (Árvores)

Construa uma árvore enraizada ordenada cujo caminhamento em pré-ordem é:  $a, b, f, c, g, h, i, d, e, j, k, l$ , onde  $a$  tem 4 filhos;  $c$  tem três filhos;  $j$  possui dois filhos;  $b$  e  $e$  possuem um filho cada; e todos os outros vértices são folhas. A árvore é balanceada? Por quê? Qual o caminhamento em pós-ordem?

UFPE – Cin – Matemática Discreta – IF670 – Prova 2 – 20/11/2008

Nome em letra de forma:

Assinatura:

Responder com caneta nessa folha. Apenas as questões 1, 5 e 6 podem ser respondidas no papel pautado

1. (1,0) (Ordens Parciais)

Seja  $(S, \leq)$  um conjunto parcialmente ordenado. Dizemos que um elemento  $y \in S$  cobre um elemento  $x \in S$  se  $x < y$  e não existe um elemento  $z \in S$  de modo que  $x < z < y$ . O conjunto de pares  $(x, y)$  de forma que  $y$  cobre  $x$  é chamado de relação de cobertura de  $(S, \leq)$ . Qual é a relação de cobertura da ordem parcial  $\{(A, B) \mid A \subseteq B\}$  no conjunto das partes de  $S$ , onde  $S$  é  $\{a, b, c\}$ ?

2 (2,0) (Relações)

Para cada um dos itens abaixo, responda no lugar indicado se é verdadeiro (V) ou falso (F). (Cuidado: Uma resposta errada anula uma certa)

- ( ) Se  $R^n = R$  para todo inteiro positivo  $n$  então  $R$  é reflexiva e transitiva.
- ( ) O fecho de uma relação  $R$  em um conjunto  $A$  com respeito a uma propriedade  $P$ , se ele existe, é a união de todas as relações no conjunto  $A$  com a propriedade  $P$  que contem  $R$ .
- ( ) Se  $R$  e  $S$  são relações de equivalência em um conjunto  $A$  então  $R \cap S$  também é uma relação de equivalência em  $A$ .
- ( ) Se  $R$  e  $S$  são relações simétricas em  $A$  então  $R \cap S$  também é simétrica.

3 (1,0) (Relações e Grafos)

Considere a relação de adjacência entre os nós de um grafo cúbico  $(Q_n)$ . Essa relação possui as seguintes propriedades? (responda sim (S) ou não (N)) (Cuidado: Uma resposta errada anula uma certa).

- ( ) Transitividade: ( ) Anti-Simetria ( ) Reflexividade ( ) Simetria

#### 4 (1,2) (Grafos)

Para cada um dos itens abaixo, responda no lugar indicado (**Cuidado: Uma resposta errada anula uma certa**)

( ) Quais dos seguinte grafos possui a propriedade de que ao retirar um nó e todas as arestas incidentes é possível produzir um grafo não planar?

- (i)  $K_5$       (ii)  $K_{3,4}$

Para que valor de  $n$  os seguintes grafos possuem um circuito euleriano?

( )  $W_n$

( )  $K_n$

Para que valores de  $n$  os seguintes grafos possuem um caminho euleriano que não é circuito?

( )  $C_n$

( )  $Q_n$

( ) Considere as seguintes matrizes de adjacência de dimensão 4, de dois grafos simples. A matriz  $M_1$  possui apenas os elementos  $m_{1,2}$ ,  $m_{1,3}$ ,  $m_{2,1}$ ,  $m_{2,4}$ ,  $m_{3,1}$ ,  $m_{3,4}$ ,  $m_{4,2}$ ,  $m_{4,3}$ , iguais a 1. A matriz  $M_2$  possui apenas os elementos  $m_{1,2}$ ,  $m_{1,4}$ ,  $m_{2,1}$ ,  $m_{3,4}$  e  $m_{4,1}$  e  $m_{4,3}$ , iguais a 1. Responda se esses grafos são isomorfos. ( S – sim ou N- nao)

**5 (0,8) (Grafos)** Seja  $G_5$  o grafo obtido a partir de  $K_5$  ao se omitir as arestas de um ciclo Hamiltoniano. Determine o número cromático de  $G_5$ . Justifique sua resposta mostrando o desenho dos grafos e a coloração em  $G_5$ .

#### 6 (1,0) (Árvores)

Construa uma árvore enraizada ordenada cujo caminhamento em pré-ordem é: **l,h,a,b,i,d,c,e,f,k,j,g**, onde **l** tem 3 filhos; **h**, **i** e **d** possuem 2 filhos cada; **k** e **j** possuem um filho cada; e todos os outros vértices são folhas. A árvore é balanceada? Por quê? Qual o caminhamento em pós-ordem?