

UFPE – Cin – Matemática Discreta – IF670 – Prova 2 – 20/11/2008

Nome em letra de forma:

Assinatura:

Responder com caneta nessa folha. Apenas as questões 1, 5 e 6 podem ser respondidas no papel pautado.

1. (1,0) (Ordens Parciais)

Seja (S, \leq) um conjunto parcialmente ordenado. Dizemos que um elemento $y \in S$ cobre um elemento $x \in S$ se $x < y$ e não existe um elemento $z \in S$ de modo que $x < z < y$. O conjunto de pares (x, y) de forma que y cobre x é chamado de relação de cobertura de (S, \leq) . Qual é a relação de cobertura da ordem parcial $\{(a, b) \mid a \text{ divide } b\}$ em $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$?

2 (2,0) (Relações)

Para cada um dos itens abaixo, responda no lugar indicado se é verdadeiro (V) ou falso (F). (Cuidado: Uma resposta errada anula uma certa)

() Se R é uma relação simétrica em A então R' também é reflexiva.

() Se R é uma relação reflexiva e transitiva então $R^n = R$ para todo inteiro positivo n .

() O fecho de uma relação R em um conjunto A com respeito a uma propriedade P , se ele existe, é a interseção de todas as relações no conjunto A com a propriedade P que contem R .

() Se R e S são relações de equivalência em um conjunto A então $R \cup S$ também é uma relação de equivalência em A .

3 (1,0) (Relações e Grafos)

Considere a relação de adjacência entre os nós de um grafo cúbico (Q_n) . Essa relação possui as seguintes propriedades? (responda sim (S) ou não (N)) (Cuidado: Uma resposta errada anula uma certa).

() Simetria () Anti-Simetria () Reflexividade () Transitividade

4 (1,2) (Grafos)

Para cada um dos itens abaixo, responda no lugar indicado (**Cuidado: Uma resposta errada anula uma certa**)

() Quais dos seguintes grafos possui a propriedade de que ao retirar um nó e todas as arestas incidentes é possível produzir um grafo não planar?

(i) K_5 (ii) $K_{3,3}$

Para que valor de n os seguintes grafos possuem um circuito euleriano?

() C_n

() W_n

Para que valores de n os seguintes grafos possuem um caminho euleriano que não é circuito?

() K_n

() Q_n

() Considere as seguintes matrizes de adjacência de dimensão 3, de dois grafos simples. A matriz M_1 possui apenas os elementos $m_{1,3}$, $m_{2,3}$, $m_{3,1}$ e $m_{3,2}$ iguais a 1. A matriz M_2 possui apenas os elementos $m_{1,2}$, $m_{1,3}$, $m_{2,1}$ e $m_{3,1}$ iguais a 1. Responda se esses grafos são isomorfos. (S – sim ou N – não)

5 (0,8) (Grafos) Seja G_5 o grafo obtido a partir de K_5 ao se omitir as arestas de um ciclo Hamiltoniano. Determine o número cromático de G_5 . Justifique sua resposta mostrando o desenho dos grafos e a coloração em G_5 .

6 (1,0) (Árvores)

Construa uma árvore enraizada ordenada cujo caminhamento em pré-ordem é: $a, b, f, c, g, h, i, d, e, j, k, l$, onde a tem 4 filhos; c tem três filhos; j possui dois filhos; b e e possuem um filho cada; e todos os outros vértices são folhas. A árvore é balanceada? Por quê? Qual o caminhamento em pós-ordem?

UFPE – Cin – Matemática Discreta – IF670 – Prova 2 – 20/11/2008

Nome em letra de forma:

Assinatura:

Responder com caneta nessa folha. Apenas as questões 1, 5 e 6 podem ser respondidas no papel pautado

1. (1,0) (Ordens Parciais)

Seja (S, \leq) um conjunto parcialmente ordenado. Dizemos que um elemento $y \in S$ cobre um elemento $x \in S$ se $x < y$ e não existe um elemento $z \in S$ de modo que $x < z < y$. O conjunto de pares (x, y) de forma que y cobre x é chamado de relação de cobertura de (S, \leq) . Qual é a relação de cobertura da ordem parcial $\{(A, B) \mid A \subseteq B\}$ no conjunto das partes de S , onde S é $\{a, b, c\}$?

2 (2,0) (Relações)

Para cada um dos itens abaixo, responda no lugar indicado se é verdadeiro (V) ou falso (F). (Cuidado: Uma resposta errada anula uma certa)

() Se $R^n = R$ para todo inteiro positivo n então R é reflexiva e transitiva.

() O fecho de uma relação R em um conjunto A com respeito a uma propriedade P , se ele existe, é a união de todas as relações no conjunto A com a propriedade P que contem R .

() Se R e S são relações de equivalência em um conjunto A então $R \cap S$ também é uma relação de equivalência em A .

() Se R e S são relações simétricas em A então $R \cap S$ também é simétrica.

3 (1,0) (Relações e Grafos)

Considere a relação de adjacência entre os nós de um grafo cúbico (Q_n) . Essa relação possui as seguintes propriedades? (responda sim (S) ou não (N)) (Cuidado: Uma resposta errada anula uma certa).

() Transitividade: () Anti-Simetria () Reflexividade () Simetria

4 (1,2) (Grafos)

Para cada um dos itens abaixo, responda no lugar indicado (**Cuidado: Uma resposta errada anula uma certa**)

() Quais dos seguinte grafos possui a propriedade de que ao retirar um nó e todas as arestas incidentes é possível produzir um grafo não planar?

- (i) K_5 (ii) $K_{3,4}$

Para que valor de n os seguintes grafos possuem um circuito euleriano?

() W_n

() K_n

Para que valores de n os seguintes grafos possuem um caminho euleriano que não é circuito?

() C_n

() Q_n

() Considere as seguintes matrizes de adjacência de dimensão 4, de dois grafos simples. A matriz M_1 possui apenas os elementos $m_{1,2}$, $m_{1,3}$, $m_{2,1}$, $m_{2,4}$, $m_{3,1}$, $m_{3,4}$, $m_{4,2}$, $m_{4,3}$, iguais a 1. A matriz M_2 possui apenas os elementos $m_{1,2}$, $m_{1,4}$, $m_{2,1}$, $m_{3,4}$ e $m_{4,1}$ e $m_{4,3}$, iguais a 1. Responda se esses grafos são isomorfos. (S – sim ou N- nao)

5 (0,8) (Grafos) Seja G_5 o grafo obtido a partir de K_5 ao se omitir as arestas de um ciclo Hamiltoniano. Determine o número cromático de G_5 . Justifique sua resposta mostrando o desenho dos grafos e a coloração em G_5 .

6 (1,0) (Árvores)

Construa uma árvore enraizada ordenada cujo caminhamento em pré-ordem é: **l,h,a,b,i,d,c,e,f,k,j,g**, onde **l** tem 3 filhos; **h**, **i** e **d** possuem 2 filhos cada; **k** e **j** possuem um filho cada; e todos os outros vértices são folhas. A árvore é balanceada? Por quê? Qual o caminhamento em pós-ordem?