Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
Centro de Informática (CIn) - Graduação em Ciência da Computação

Matemática Discreta

2º Semestre de 2016 - 1ª Prova - 07 de Outubro de 2016

1. (1,0) Use as identidades entre conjuntos para demonstrar que:

$$(A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B) = (A \cup B)$$

2. (1,2) Prove ou refute:

a) A composção de duas funções injetoras é injetora;

b) A função $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definida por$f(n) = \lfloor n/3 \rfloor$ é injetora.

c) Seja A um conjunto e B um subconjunto próprio de A então é possível que A e B possuam a mesma cardinalidade.

3. (1,0) Use prova por contradição e o teorema fundamental da aritmética para demonstrar que $\sqrt[k]{p}$ é irracional, onde p é um número primo e k é um número par maior que zero.

4. (1,2) Apresente uma definição recursiva para

a) O conjunto dos números inteiros positivos que são congruentes a 3 módulo 5;

b) O conjunto C das cadeias sobre o alfabeto $\{a, b\}$ que são palídromos e possuem tamanho par.

c) A função $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definida por$f(n) = 2^n$.

5. (1,0) Prove a seguinte identidade usando argumento combinatório:

$$\binom{3n}{2} = \binom{2n}{2} + \binom{n}{2} + 2n^2$$

6. (0,6) Use o teorema binomial para encontrar o coeficiente de a^8b^6 na expansão de $(a + b)^{14}$;

7. (1,0) Seja F_n um número de Fibonacci. Use indução matemática para provar que:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{2i} = F_{2n+1} - 1$$

Para quem não fez uma MP (1,0):

Use indução matemática para provar que para $n \geq 1$ $\binom{2n}{n}$ é par.