Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
Centro de Informática (CIn) - Graduação em Engenharia da Computação

Matemática Discreta

1º Semestre de 2014 - 1ª Prova - 10 de Junho de 2014

1. (1,0) Prove ou refute sem usar diagrama de Venn:

$$(B = \overline{A}) \leftrightarrow ((A \cup B = \mathcal{U}) \wedge (A \cap B = \emptyset))$$

2. (0,9) Prove ou refute:

a) A composção de duas funções injetoras é injetora;

b) A função $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definida por$f(n) = \lfloor n/3 \rfloor$ é injetora.

c) Seja A um conjunto e B um subconjunto próprio de A então é possível que A e B possuam a mesma cardinalidade.

3. (1,0) Use indução matemática para provar que para $n \geq 1$ $\binom{2n}{n}$ é par.

4. (1,0) Apresente uma definição recursiva para

a) O conjunto dos números inteiros pares não positivos;

b) O conjunto C das cadeias sobre o alfabeto $\{a, b\}$ com exceção da cadeia vazia.

c) A função $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definida por$f(n) = 2^n$.

d) O algoritmo de Euclides que calcula o mdc de dois inteiros não negativos a e b .

5. (1,0) Prove a seguinte identidade usando argumento combinatrio:

$$\binom{n}{2} = \binom{k}{2} + k.(n-k) + \binom{n-k}{2}$$

6. (0,5) Use o princípio da casa dos pombos na justificativa da seguinte pergunta: Uma prova de concurso possui 10 questões de múltipla escolha, com cinco alternativas cada. Qual é o menor número de candidatos para o qual podemos garantir que pelo menos dois deles deram exatamente as mesmas respostas para todas as questões?

7. (1,0) Prove: Se $a|n$, $b|n$ e $mdc(a, b) = 1$ então $(ab)|n$ (**dica** : você pode achar útil escrever 1 como uma combinação linear de a e b na demonstração)

8. (0,6) Encontre dois valores para $x \in \mathbb{N}$ de forma que $x \equiv -4(mod\, 17)$.

Para quem não fez uma MP ou deseja substituir a nota de uma MP (1,0): Use prova por contradição e o teorema fundamental da aritmética para demonstrar que $\sqrt[k]{p}$ é irracional, onde p é um número primo e k é um número par maior que zero.