

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)  
Centro de Informática (CIn)  
Graduação em Ciência da Computação

**Matemática Discreta (IF670)**  
**1ª Avaliação (2013-1) - 23 de Julho de 2013**

**1. (1,0)** Sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  conjuntos arbitrários em um conjunto universo  $U$ . Determine, usando as identidades entre conjuntos, se a seguinte igualdade é verdadeira:  $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

**2. (1,0)** Dê um exemplo de função de  $\mathbf{N}$  em  $\mathbf{Z}$  que seja:

- a) injetora, mas não seja sobrejetora e seja diferente da função identidade.
- b) sobrejetora, mas não seja injetora.
- c) injetora e sobrejetora.
- d) Nem injetora e nem sobrejetora.

**3. (1,5)** Seja  $f_n$  o  $n$ ésimo número de Fibonacci. Use indução matemática para provar a seguinte identidade:

$$f_0 f_1 + f_1 f_2 + \dots + f_{2n-1} f_{2n} = f_{2n}^2$$

**4. (1,0)** Seja  $n$  um inteiro positivo. Mostre por argumento combinatorial que:

$$\binom{2n}{n+1} + \binom{2n}{n} = \frac{\binom{2n+2}{n+1}}{2}$$

**5. (1,0)** Aplique o pequeno teorema de Fermat para mostrar que  $2^{50} + 3^{50}$  é divisível por 13.

**6. (1,5)** Um general chinês possuía 1200 tropas antes da guerra. Após a guerra, ele alinhava as tropas de 5 em 5 de forma que sobraram 3 tropas. Quando alinhava de 6 em 6, também sobraram 3 tropas. Quando alinhava de 7 em 7, sobrou 1 tropa. E quando alinhava de 11 em 11, não sobrou nenhuma tropa. Quantas tropas sobraram depois da guerra? Aplique o teorema chinês do resto para justificar a sua resposta.

**Questão extra para quem faltou uma mini-prova**

Use indução matemática para provar o teorema binomial.