Monitoria de Matemática Discreta para Computação (if670)

Natália Cometti e Renato Oliveira

05/08/13

Relações

- Sejam S e T conjuntos, uma relação binária de S para T é um subconjunto de S x T.
- Uma função de A em B também pode ser uma relação, onde cada elemento de A aparece apenas uma vez como membro do par ordenado.

Relações

- Reflexiva
- Simétrica
- Anti-simétrica
- Transitiva

Combinando relações

- Como relações são conjuntos podemos combiná-las facilmente.

- União, interseção, complemento, subtração...

Combinando relações

- Seja R uma relação de A em B e S uma relação de B em C. A composição de R e S, denotada por S º R, é a relação que consiste dos pares ordenados (a, c), onde a $\in$ A, c $\in$ C, de forma que existe um elemento b pertence a B tal que (a, b) $\in$ R e (b, c) $\in$ S.

Potências de uma relação

- Seja R uma relação em um conjunto A. As potências R^n, n = 1, 2, 3, ... são definidas indutivamente por $R^1 = R$ e $R^{n+1} = R^n \circ R$

Combinando relações

- A relação R em um conjunto A é transitiva se e somente se $R^n \subseteq R$ para n = 2, 3, 4...

Representando relações

- Há muitas maneiras de representar uma relação entre conjuntos finitos.

- Uma maneira é listar os pares ordenados ou listando as propriedades.

- Também se pode usar:
  - matrizes de 0’s e 1’s (matriz de bits)
  - dígrafos (grafos direcionados)

Representando relações > Matrizes

Definição:

Se A={a1,a2,...,a^m} e B={b1,b2,...,b^n} são conjuntos finitos e R é uma relação de A em B, então R pode ser representada pela matriz mxn $M_R=[m_{ij}]$, definida como:

$$m_{i,j} = \begin{cases} 1 \text{ se } (a_i,bj) \in R \\ 0 \text{ se } (a_i,bj) \notin R \end{cases}$$

Representando relações > Dígrafo

- Se R é uma relação sobre A, as arestas do dígrafo de R correspondem exatamente aos pares em R e os vértices correspondem aos elementos do conjunto A.

Fechos de uma relação

- Se R é uma relação sobre A, pode acontecer que R não possua algumas propriedades importantes, como reflexividade, simetria e transitividade.

- Se R não possui uma propriedade particular, pode-se querer adicionar os pares relacionados em R até que ela adquira a propriedade desejada.

- Naturalmente, deseja-se adicionar o menor número de pares possível, de modo a obter a menor relação R_1 sobre A que possui a propriedade desejada.