

# **Monitoria de Matemática Discreta para Computação**

Natália Cometti e Guilherme Peixoto

# Recursão

"Para entender recursão você primeiro precisa entender recursão"



recursion



**Web**

Images

Maps

Shopping

News

More ▾

Search tools

About 5,200,000 results (0.38 seconds)

Did you mean: [recursion](#)

[Recursion - Wikipedia, the free encyclopedia](#)

[en.wikipedia.org/wiki/Recursion](https://en.wikipedia.org/wiki/Recursion) ▾

**Recursion** is the process of repeating items in a self-similar way. For instance, when the surfaces of two mirrors are exactly parallel with each other the nested ...

[Recursion \(computer science\)](#) - [Recursive definition](#) - [Tail call](#) - [Category:Recursion](#)

[Recursion \(computer science\) - Wikipedia, the free encyclopedia](#)

[en.wikipedia.org/wiki/Recursion\\_\(computer\\_science\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Recursion_(computer_science)) ▾

Recursion in computer science is a method where the solution to a problem ...

[Recursive functions and algorithms](#) - [Recursive data types](#) - [Types of recursion](#)

*"If you already know what recursion is, just remember the answer. Otherwise, find someone who is standing closer to [Douglas Hofstadter](#) than you are; then ask him or her what recursion is."*

# Definição Recursiva

- O item que está sendo definido aparece como parte da definição
- Dividido em 2 partes:
  - Base: Alguns casos do item são dados explicitamente;
  - Passo indutivo ou recursivo: Outros casos do item são definidos em função dos casos anteriores.

# Definição Recursiva

- Forneça uma definição recursiva para:
  - $f(n) = n!$
  - Fibonacci
  - $a_n = 10^n$

# Contagem

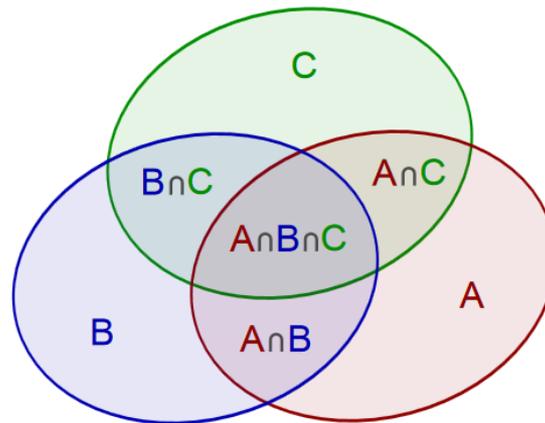
- O princípio da soma
  - Suponha que  $T_1, T_2, \dots, T_k$  tarefas podem ser executadas de  $n_1, n_2, \dots, n_k$  maneiras não paralelas, então uma tarefa pode ser executada  $n_1 + n_2 + \dots + n_k$  vezes.
- O princípio da multiplicação
  - Se um determinado procedimento pode ser subdividido em  $k$  tarefas  $T_1, T_2, \dots, T_k$  e se existem  $n_1$  maneiras de realizar a primeira tarefa,  $n_2$  para realizar a segunda e assim sucessivamente, então existem  $n_1 * n_2 * n_3 * \dots * n_k$  maneiras de realizar o procedimento.

# Contagem

- Quantas diferentes cadeias de bits de tamanho 8 existem?
- Quantas placas de carro diferentes podem existir? (3 letras e 4 números)
- Use o princípio da multiplicação para provar que a quantidade de subconjuntos de um conjunto finito  $S$  é  $2^{|S|}$

# Contagem

- Princípio da Inclusão e exclusão
  - Calcula a cardinalidade da união n conjuntos
  - Para dois conjuntos:  $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
  - Para três conjuntos:  
 $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$



# Contagem

- Exemplos
  - Quantas cadeias de bits de tamanho 8, ou começam com o bit 1 ou terminam com dois bits 00?
  - Quantas placas começam com K ou terminam com 97?

# Árvores de decisão

- Numa loja de esportes, existem camisetas de cinco cores diferentes, calções de quatro cores diferentes e meias de três cores diferentes. Quantos uniformes diferentes você pode compor com esses itens?
- Você precisa criar uma senha com 8 caracteres, que podem ser formadas por números, quantas senhas diferentes você pode criar?

# Árvores de decisão

- E se os caracteres não pudessem se repetir?

# Teorema Binomial

$$(1 + x)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k$$

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$



# Identidade de Pascal

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$$

# Exercício 1:

Prove que

$$\binom{n}{k} = \binom{n-2}{k} + 2 \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k-2}$$

- Por argumento combinatório
- Usando a identidade de Pascal

## Exercício 2:

Prove que:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-4}{k} + 4 \binom{n-4}{k-1} + 6 \binom{n-4}{k-2} + 4 \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-4}$$

- a) Por argumento combinatório
- b) Usando identidade de Pascal

## Exercício 3:

Prove a seguinte identidade usando:

$$2^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n}$$

- a) O teorema binomial
- b) Argumento combinatório
- c) Indução matemática